

УДК: 531.391.5

Управление пространственным положением солнечного паруса

Макаренкова Н.А.

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия
e-mail: hope150392@mail.ru

Аннотация

Рассмотрен солнечный парус, представленный в виде тонкой вращающейся зеркальной плёнки, прикреплённой к цилиндрической жёсткой вставке, и маховика, вектор кинетического момента которого равен по модулю и противоположен по направлению вектору кинетического момента системы «жёсткая вставка – плёнка». Исследуется возможность использования в качестве управляющего воздействия изменение коэффициента отражательной способности плёнки. В этом случае сумма векторов кинетических моментов конструкции перестанет быть равной нулю, что повлечёт дополнительное вращение космического аппарата вокруг оси общего кинетического момента. Для исследования преимуществ описываемого управления проводится оценка требуемых на переориентацию солнечного паруса времени и энергии в случае конструкции без компенсирующего маховика и с маховиком.

Ключевые слова: солнечный парус, управление вращением космического аппарата, изменение отражательной способности.

Введение

В настоящее время одним из перспективных устройств для перемещения в космосе является солнечный парус, в основе работы которого используется давление солнечного света на его зеркальную поверхность. Главным преимуществом солнечного паруса является отсутствие потребности в ракетном топливе [1]. На практике уже было реализовано несколько проектов солнечных парусов [1, 2, 3], позволяющих оценить возможность межпланетного путешествия при помощи солнечного света и освещения солнечными отражателями отдельных участков нашей планеты. Однако задача об управлении пространственным положением солнечного паруса по-прежнему является весьма актуальной. Необходимо обеспечивать требуемую по программе полёта ориентацию паруса большой площади при минимальном расходе рабочего тела. Представляется целесообразным в качестве управляющего воздействия использовать само давление солнечного света. Наиболее перспективным представляется изменение коэффициента отражательной способности отдельных участков самой поверхности плёнки, в результате чего на них будут действовать разные по величине силы светового давления. Такая технология уже успешно применялась на японском космическом аппарате IKAROS [2], у которого форма поверхности плёнки в виде прямоугольника поддерживалась за счёт каркасных элементов и центробежной силы. Очевидны и недостатки такого метода управления: необходимость постоянного расхода энергии для изменения коэффициента отражательной

способности плёнки и достаточно большое время для переориентации космического аппарата в силу малости создаваемого момента. Это приводит к необходимости дополнительного исследования способов управления с использованием сил светового давления и разработки новых конструктивных решений солнечного паруса.

Постановка задачи

Целесообразным представляется рассмотреть конструкцию солнечного паруса в виде тонкой зеркальной круговой плёнки большого радиуса $R_{пл.}$, форма поверхности которой поддерживается за счёт вращения центральной цилиндрической жёсткой вставки радиуса $R_{ж.в.}$, и маховика, имеющего вектор кинетического момента, противоположный по направлению вектору кинетического момента системы «жёсткая вставка – плёнка». Момент сил, возникающий при изменении коэффициента отражательной способности поверхности паруса, приведёт к неколлинеарности этих векторов, в результате чего космический аппарат начнет вращаться вокруг оси, совпадающей с их суммой. Наиболее предпочтительной при этом представляется та конструкция, в которой кинетический момент маховика равен по модулю кинетическому моменту системы «жёсткая вставка – плёнка». В этом случае парус может развернуться на любой заданный угол даже при небольшом изменении угла между векторами кинетических моментов конструкции, а значит, – и малом расходе энергии. Для исследования преимуществ описываемого управления необходимо провести оценку требуемых на

переориентацию солнечного паруса времени и энергии как для конструкции без компенсирующего маховика, так и с маховиком.

Метод решения задачи и принятые допущения

Предполагается, что между частями конструкции обеспечено соединение без трения, к примеру, за счёт использования магнитного подвеса [4]. При составлении уравнений углового движения солнечного паруса не учитывается влияние гравитационных факторов [1, 3]. Отражение солнечных лучей от плёнки не является рассеянным. Через θ обозначен угол между направлением падения солнечных лучей и нормалью к солнечному парусу, который также называют углом установки солнечного паруса [1]. При угле установки солнечного паруса, отличном от нуля, сила светового давления будет раскладываться на две составляющие: касательную и нормальную к поверхности паруса. Силы, действующие на солнечный парус при различной отражательной способности его секторов, представлены на рисунке 1.

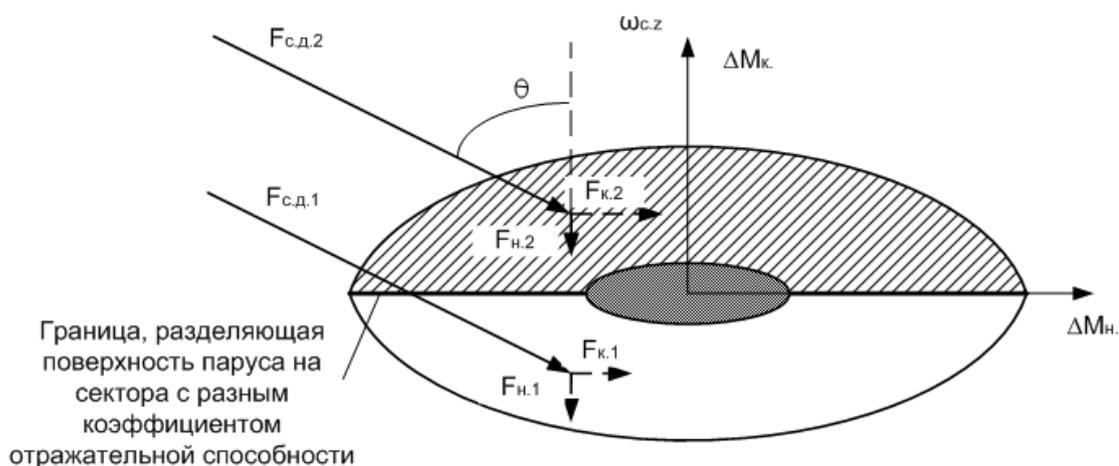


Рисунок 1 – Силы, действующие на солнечный парус при различной отражательной способности его секторов

Управление солнечным парусом без компенсирующего маховика

С текущим положением солнечного паруса связана ортонормированная система координат $OXYZ$ таким образом, что ось OZ лежит на оси кинетического момента системы «жёсткая вставка – плёнка», оси OX , OY – в плоскости невозмущенного состояния пленки. При изменении коэффициента отражательной способности поверхности паруса будет возникать гироскопический момент, обусловленный разницей моментов $\Delta M_{н.}$, возникающей за счет нормальной составляющей силы светового давления. Он будет определяться соотношением [1]:

$$\Delta M_{н.} = \frac{S \cdot (N_2 - N_1) \cdot (R_{пл.}^3 - R_{ж.в.}^3)}{3 \cdot c} \cdot \lambda \cdot \cos^3 \theta, \quad (1)$$

где S – плотность потока энергии;

N_1 и N_2 – коэффициенты отражательной способности частей поверхности паруса;

c – скорость света в вакууме;

λ – угол сектора, определяющий площадь плёнки с изменяемым коэффициентом отражательной способности.

Гироскопический момент приведёт к отклонению плёнки от плоскости жёсткой вставки при переориентации солнечного паруса [5]. Для нахождения максимального отклонения плёнки от плоскости от плоскости жёсткой вставки этот момент необходимо приравнять моменту натяжения плёнки $M_{пл.}$. С учётом математической модели, приведённой в [4], поверхность плёнки разбивается на аппроксимирующие окружности радиуса R_i . Тогда формула (1) для аппроксимирующего кольца радиуса R_i будет иметь следующий вид:

$$\Delta M_{\text{н.}} = \frac{S \cdot (N_2 - N_1) \cdot (R_{\text{пл.}}^2 - r^2)}{3 \cdot c} \cdot \lambda \cdot \cos^3 \theta. \quad (2)$$

Момент натяжения плёнки определяется соотношением [4, 6]:

$$M_{\text{пл.}} = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \sigma \cdot (3 + \mu) \cdot (R_{\text{пл.}}^2 - r^2) \cdot \omega_{c.z}^2 \cdot \frac{d\varphi}{dr}, \quad (3)$$

где φ – угол отклонения плёнки от плоскости жёсткой вставки в плоскости OYZ;

$\omega_{c.z}$ – угловая скорость системы «жёсткая вставка – плёнка»;

σ – поверхностная плотность плёнки;

μ – коэффициент Пуассона.

Приравнивание моментов, определяемых формулами (2) и (3), приводит к дифференциальному уравнению для угла, определяющего максимальное отклонение плёнки на радиусе r :

$$d\varphi = \frac{4 \cdot S \cdot (N_2 - N_1) \cdot (R_{\text{пл.}}^2 - r^2) \cdot \lambda}{3 \cdot c \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \sigma \cdot (3 + \mu) \cdot (R_{\text{пл.}}^2 - r^2) \cdot \omega_{c.z}^2} \cdot \cos^3 \theta \cdot dr. \quad (4)$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$\varphi(R) = \frac{4 \cdot S \cdot (N_2 - N_1) \cdot \lambda}{3 \cdot c \cdot \pi \cdot \sigma \cdot (3 + \mu) \cdot \omega_{c.z}^2} \cdot \cos^3 \theta \cdot \left(\frac{R_{\text{пл.}}}{2 \cdot R_{\text{ж.в.}}^2} - \frac{R_{\text{пл.}}}{2 \cdot R^2} + \frac{1}{R_{\text{пл.}}} \cdot \ln \left[\frac{(R_{\text{пл.}} + R_{\text{ж.в.}}) \cdot R}{R_{\text{ж.в.}} \cdot (R_{\text{пл.}} + R)} \right] \right). \quad (5)$$

Угловое положение внешнего края плёнки будет определяться следующим соотношением:

$$\varphi(R_{\text{пл.}}) = \frac{4 \cdot S \cdot (N_2 - N_1) \cdot \lambda}{3 \cdot c \cdot \pi \cdot \sigma \cdot (3 + \mu) \cdot \omega_{c.z}^2} \cdot \cos^3 \theta \cdot \left(\frac{R_{\text{пл.}}}{2 \cdot R_{\text{ж.в.}}^2} - \frac{1}{2 \cdot R_{\text{пл.}}} + \frac{1}{R_{\text{пл.}}} \cdot \ln \left[\frac{(R_{\text{пл.}} + R_{\text{ж.в.}})}{2 \cdot R_{\text{ж.в.}}} \right] \right). \quad (6)$$

Следует учитывать, что данное отклонение возникает только при изменении отражательной способности, и будет зависеть как от расстояния между Солнцем и космическим аппаратом, так и от угла установки паруса. При установлении формы поверхности плёнки считается, что угол установки паруса θ изменяется достаточно медленно, и его изменением можно пренебречь. В качестве расчётных параметров

при моделировании использовались следующие значения: $\sigma = 7 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^2$, $\mu = 0,3$, $R_{\text{пл.}} = 25 \text{ м}$, $R_{\text{ж.в.}} = 5 \text{ м}$, $\omega_{\text{с.з.}} = 1 \text{ рад/с}$, $\theta = 0 \text{ рад}$, $S = 1353 \text{ Вт/м}^2$, $\lambda = \pi$, $N_1 = 0,8$ и $N_2 = 0,1$. Модель формы поверхности солнечного паруса при воздействии давления солнечного света представлена на рисунке 2. Для наглядности формы поверхности плёнки масштабы по осям OZ и OX, OY – разные. Максимальное отклонение внешнего края плёнки от плоскости жёсткой вставки составляет менее 0,02% от радиуса плёнки. Ввиду малости данной величины при дальнейшем исследовании пространственного разворота солнечного паруса отклонением плёнки от плоскости жёсткой вставки под действием внешнего момента можно пренебречь [7].

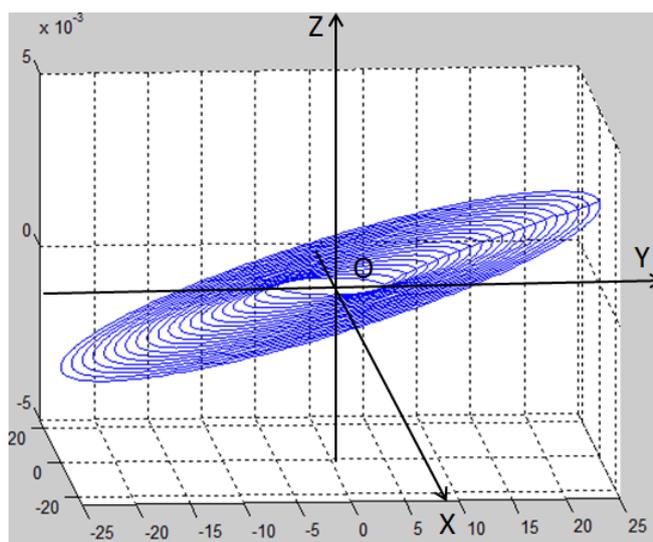


Рисунок 2 – Модель формы поверхности солнечного паруса при воздействии давления солнечного света

Угловое ускорение пространственного разворота солнечного паруса с учётом

(1) имеет вид:

$$\frac{d^2 \theta_1}{dt^2} = \frac{\Delta \bar{M}_H}{I_{c,x}} = \frac{S \cdot (N_2 - N_1) \cdot (R_{\text{пл.}}^3 - R_{\text{ж.в.}}^3) \cdot \lambda}{3 \cdot c \cdot I_{c,x}} \cdot \cos^3 \theta, \quad (7)$$

где $I_{c.x}$ – момент инерции системы «жёсткая вставка – плёнка» относительно оси разворота OX ;

θ_1 – угол, на который развернётся солнечный парус за счёт изменения коэффициента отражательной способности его поверхности.

Предположим, что до начала пространственного разворота солнечный парус имел угол установки θ_0 . С положением паруса, ориентированного своей поверхностью перпендикулярно солнечным лучам, связана ортонормированная система координат $OX_1Y_1Z_1$. С начальным положением солнечного паруса, имеющим угол установки θ_0 , связана ортонормированная система координат $OX_1Y_2Z_2$ (рисунок 2а). Перевод солнечного паруса из одной системы координат в другую описывается матрицей вращения [8]:

$$F_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_0 & -\sin \theta_0 \\ 0 & \sin \theta_0 & \cos \theta_0 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Пусть солнечный парус начинает вращаться за счёт нормальной составляющей силы светового давления вокруг оси OM (рисунок 2б), имеющей следующее пространственное положение относительно системы координат $OX_1Y_2Z_2$:

$$OM^T = [\cos \alpha \quad \sin \alpha \quad 0], \quad (9)$$

где α – угол между векторами OM и OX_1 .

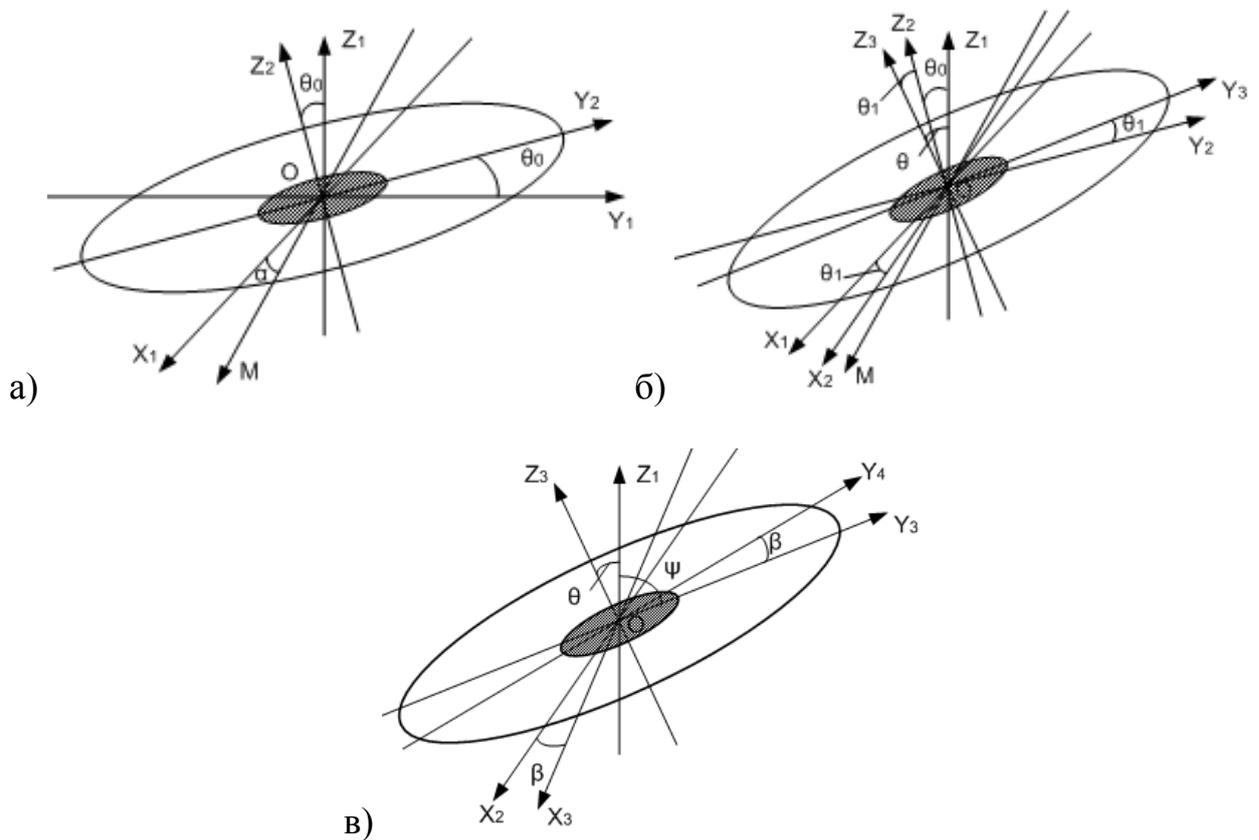


Рисунок 2 – Положение связанных с солнечным парусом систем координат

Пространственный разворот солнечного паруса вокруг оси ОМ описывается матрицей вращения:

$$F_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 \cdot \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha & (1 - \cos \theta_1) \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha & \sin \theta_1 \cdot \sin \alpha \\ (1 - \cos \theta_1) \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha & \cos \theta_1 \cdot \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha & -\sin \theta_1 \cdot \cos \alpha \\ -\sin \theta_1 \cdot \sin \alpha & \sin \theta_1 \cdot \cos \alpha & \cos \theta_1 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

С новым положением солнечного паруса связана ортонормированная система координат $OX_2Y_3Z_3$. В координатах исходной системы $OX_1Y_1Z_1$ она описывается следующей матрицей:

$$F = F_1 \cdot F_2. \quad (11)$$

Текущий угол установки паруса θ определяется как угол между векторами OZ_1 и OZ_3 [8]:

$$\cos \theta = \frac{(\overline{OZ_1}, \overline{OZ_2})}{|\overline{OZ_1}| \cdot |\overline{OZ_2}|},$$

$$\cos \theta = -\sin \theta_0 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \theta_1 + \cos \theta_0 \cdot \cos \theta_1,$$

$$\theta = \arccos(-\sin \theta_0 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \theta_1 + \cos \theta_0 \cdot \cos \theta_1). \quad (12)$$

В процессе управления углы θ_0 и α считаются постоянными величинами, а угол θ_1 изменяется во времени и зависит от коэффициента отражательной способности секторов паруса.

Максимальное воздействие касательная составляющая силы светового давления будет оказывать на угловую скорость в том случае, когда ось ОМ будет лежать в плоскости OZ_1Z_3 , проходящей через вектор силы светового давления и текущего положения вектора угловой скорости системы «жёсткая вставка – плёнка». Если ось ОМ будет перпендикулярна плоскости OZ_1Z_3 , касательная составляющая силы светового давления не будет оказывать влияние на систему. В общем случае положение оси ОМ относительно плоскости OZ_1Z_3 в процессе разворота солнечного паруса будет меняться, а значит, будет изменяться и оказываемое влияние касательной составляющей силы светового давления. При этом в каждый момент времени вектор касательной составляющей силы светового давления будет параллелен некой оси OY_4 , которая получается при развороте системы координат $OX_2Y_3Z_3$ вокруг оси OZ_3 на угол β , причём угол ψ между осями OY_4 и OZ_1 будет минимальным (рисунок 2в).

Матрица вращения вокруг оси OZ_3 :

$$F_3 = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta & 0 \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Тогда, с учётом(11),матрицу вращения будет иметь вид:

$$G = F \cdot F_3. \quad (14)$$

Текущий угол ψ между векторами OZ_1 и OY_4 определяется соотношением:

$$\cos \psi = \frac{(\overline{OZ_1}, \overline{OY_4})}{|\overline{OZ_1}| \cdot |\overline{OY_4}|}. \quad (15)$$

$$\psi = \arccos(-\sin \alpha \cdot \sin \theta_0 \cdot \sin \beta + (\sin \theta_0 \cdot \cos \alpha \cdot \cos \theta_1 + \cos \theta_0 \cdot \sin \theta_1) \cdot \cos \beta). \quad (16)$$

Угол β будет определять экстремум функции угла ψ . Тогда:

$$\psi'_\beta = -\frac{-\sin \alpha \cdot \sin \theta_0 \cdot \cos \beta - (\sin \theta_0 \cdot \cos \alpha \cdot \cos \theta_1 + \cos \theta_0 \cdot \sin \theta_1) \cdot \sin \beta}{\sqrt{1 - (-\sin \alpha \cdot \sin \theta_0 \cdot \sin \beta + (\sin \theta_0 \cdot \cos \alpha \cdot \cos \theta_1 + \cos \theta_0 \cdot \sin \theta_1) \cdot \cos \beta)^2}} = 0, \quad (17)$$

$$\beta = -\text{arctg} \left(\text{ctg} \alpha \cdot \cos \theta_1 + \frac{\text{tg} \theta_0 \cdot \sin \theta_1}{\sin \alpha} \right).$$

Сектора с изменяющейся отражательной способностью равномерно распределены по поверхности паруса. Следовательно, на секторе круга с углом β , сектор, изменяющий свою отражательную способность, будет определяться углом χ :

$$\chi = \frac{\beta \cdot \lambda}{\pi} = -\frac{\lambda}{\pi} \cdot \text{arctg} \left(\text{ctg} \alpha \cdot \cos \theta_1 + \frac{\text{tg} \theta_0 \cdot \sin \theta_1}{\sin \alpha} \right). \quad (18)$$

Разница моментов, возникающая за счёт касательной составляющей силы светового давления, определяется соотношением:

$$\Delta M_{\kappa} = \frac{S \cdot (N_1 - N_2) \cdot (R_{\text{пл}}^3 - R_{\text{ж.в.}}^3)}{3 \cdot c} \cdot \chi \cdot \cos^2 \theta \cdot \sin \theta. \quad (19)$$

Изменение угловой скорости вращения системы «жёсткая вставка – плёнка» $\omega_{c,z}$ с помощью разницы моментов, возникающей за счет касательной составляющей силы светового давления ΔM_{κ} , вычисляется в соответствии с соотношением:

$$\frac{d\bar{\omega}_{c,z}}{dt} = \frac{\Delta \bar{M}_{\kappa}}{I_{c,z}} = \frac{S \cdot (N_1 - N_2) \cdot (R_{\text{пл}}^3 - R_{\text{ж.в.}}^3)}{3 \cdot c \cdot I_{c,z}} \cdot \chi \cdot \cos^2 \theta \cdot \sin \theta, \quad (20)$$

где $I_{c.z}$ – момент инерции системы «жёсткая вставка – плёнка» относительно оси OZ.

Мгновенная мощность, необходимая для изменения отражательной способности солнечного паруса, описывается следующей формулой:

$$\frac{dW}{dt} = w_s \cdot \frac{\lambda}{2} \cdot (R_{пл.}^2 - R_{ж.в.}^2), \quad (21)$$

где w_s – требуемый ток для изменения отражательной способности 1 м² полотна солнечного паруса, Вт/м².

Полученные формулы (7, 12, 18, 20, 21) позволяют вычислить требуемые время и энергию на пространственный разворот солнечного паруса. Значения этих параметров при развороте паруса на 1 рад при различной площади поверхности плёнки с изменяемым коэффициентом отражательной способности приведены в таблице 1. В качестве расчётных параметров при моделировании использовались следующие значения: $I_{c.z} = 20000$ кг·м², $I_{c.x} = 10000$ кг·м², $\theta_0 = 0,1$ рад, $w_s = 7$ Вт/м², $\alpha = 0,2$ рад.

Таблица 1.

Время и энергия для разворота солнечного паруса без компенсирующего маховика на 1 рад при различной площади поверхности плёнки с изменяемым коэффициентом отражательной способности.

Угол сектора λ , рад	Время разворота, с	Изменение угловой скорости системы «жёсткая вставка – плёнка» $\omega_{c.z}$, рад/с	Расход энергии W, КДж
π	677	10^{-4}	4500
$\pi/2$	958	10^{-5}	3160
$\pi/4$	1355	10^{-6}	2235

Анализ результатов проведённого моделирования показывает, что при дальнейшем рассмотрении пространственного разворота солнечного паруса влиянием касательной составляющей силы светового давления на угловую скорость системы «жёсткая вставка – плёнка» можно пренебречь. С точки зрения расхода энергии предпочтительнее изменять отражательную способность не всей поверхности паруса, а только определённой его части. Однако следует учитывать, что это также повлечёт за собой увеличение времени на разворот солнечного паруса. Оптимальное соотношение времени и расхода энергии следует вычислять, исходя из конкретной задачи, поставленной перед системой управления солнечным парусом.

Управление солнечным парусом с компенсирующим маховиком

Направление векторов кинетических моментов солнечного паруса с маховиком, кинетический момент которого равен по модулю и противоположен по направлению кинетическому моменту системы «жёсткая вставка – плёнка», приведено на рисунке 3.

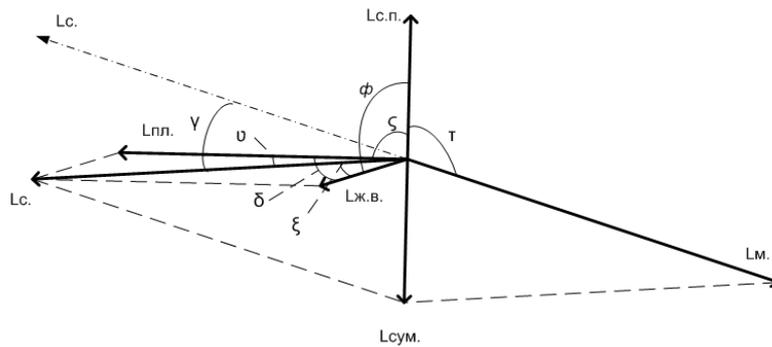


Рисунок 3 – Направление векторов кинетических моментов солнечного паруса

В этом случае справедливы следующие соотношения:

$$\vec{L}_{ж.в.} + \vec{L}_{пл.} + \vec{L}_{м.} = -\vec{L}_{с.п.} \neq 0, \quad (22)$$

где $L_{ж.в.}$ – кинетический момент жесткой вставки;

$L_{пл.}$ – кинетический момент плёнки;

$L_{м.}$ – кинетический момент маховика;

$L_{с.п.}$ – общий кинетический момент солнечного паруса.

Угол между векторами кинетических моментов жёсткой вставки и плёнки определяется отклонением плёнки вследствие гироскопического момента, действующего на её поверхность. В этом случае кинетический момент системы «жёсткая вставка – плёнка» L_c определяется соотношением:

$$L_c = \sqrt{L_{ж.в.}^2 + L_{пл.}^2 + 2 \cdot L_{ж.в.} \cdot L_{пл.} \cdot \cos(\delta)}, \quad (23)$$

где δ – угол между векторами кинетических моментов плёнки и жёсткой вставки.

Если γ – угол отклонения вектора кинетического момента системы «жёсткая вставка – плёнка» от первоначального направления, то кинетический момент солнечного паруса $L_{с.п.}$ определяется соотношением:

$$L_{с.п.} = \sqrt{L_c^2 + L_m^2 - 2 \cdot L_c \cdot L_m \cdot \cos(\gamma)}. \quad (24)$$

Угловая скорость вращения солнечного паруса $\omega_{с.п.}$ вычисляется по формуле:

$$\omega_{с.п.} = \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{L_{с.п.}}{I_{с.п.}}, \quad (25)$$

где $I_{с.п.}$ – момент инерции солнечного паруса относительно суммы векторов кинетических моментов конструкции;

ϑ – угол разворота солнечного паруса.

Гироскопический момент M_g , создаваемый наружным кольцом, ограниченными радиусами r и $R_{пл.}$, в соответствии с [4] будет определяться соотношением:

$$M_g = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \rho_{пл.} \cdot h_{пл.} \cdot (R_{пл.}^4 - r^4) \cdot \omega_{с.з.} \cdot \omega_{с.п.} \cdot \sin \phi, \quad (26)$$

где ϕ – угол между векторами угловой скорости системы «жёсткая вставка – плёнка» и кинетического момента солнечного паруса.

Приравнивание выражения (26) моменту натяжения плёнки $M_{пл.}$, который определяется по формуле (3), приводит к дифференциальному уравнению для нахождения угла отклонения плёнки от плоскости жёсткой вставки в случае равномерного вращения солнечного паруса вокруг оси суммы векторов кинетических моментов конструкции:

$$d\varphi = \frac{2 \cdot \omega_{\text{с.п.}} \cdot (R_{\text{пл.}}^2 + r^2) \cdot \sin \phi}{(3 + \mu) \cdot \omega_{\text{с.з.}} \cdot r^2} \cdot dr. \quad (27)$$

Его решение запишется в виде:

$$\varphi(R) = \frac{\omega_{\text{с.п.}} \cdot \sin \phi}{(3 + \mu) \cdot \omega_{\text{с.з.}}} \cdot \left(\frac{R_{\text{пл.}}^2}{R_{\text{ж.в.}}^2} - \frac{R_{\text{пл.}}^2}{R^2} + 2 \cdot \ln \left(\frac{R}{R_{\text{ж.в.}}} \right) \right). \quad (28)$$

Отклонение кинетического момента плёнки от кинетического момента жёсткой вставки будет в основном определяться угловым положением внешнего края плёнки, определяемым по формуле:

$$\delta \approx \varphi(R_{\text{пл.}}) = \frac{\omega_{\text{с.п.}} \cdot \sin \phi}{(3 + \mu) \cdot \omega_{\text{с.з.}}} \cdot \left(\frac{R_{\text{пл.}}^2}{R_{\text{ж.в.}}^2} - 1 + 2 \cdot \ln \left(\frac{R_{\text{пл.}}}{R_{\text{ж.в.}}} \right) \right). \quad (29)$$

Для того, чтобы не допустить излишнего отклонения поверхности плёнки от плоскости жёсткой вставки необходимо наложить ограничение на угловую скорость разворота солнечного паруса $\omega_{\text{с.п.}}$, а значит, на отклонение вектора кинетического момента системы «жёсткая вставка – плёнка» от его первоначального направления.

По теореме синусов соотношение, определяющее угол между векторами кинетических моментов солнечного паруса и маховика, имеет вид:

$$\tau = \pi - \arcsin \left(\frac{L_{\text{с.}} \cdot \sin \gamma}{L_{\text{с.п.}}} \right). \quad (30)$$

Соотношение для угла между векторами кинетических моментов солнечного паруса и системой «жёсткая вставка – плёнка» запишется в следующем виде:

$$\zeta = \pi - \arcsin \left(\frac{L_{\text{м.}} \cdot \sin \gamma}{L_{\text{с.п.}}} \right). \quad (31)$$

Соотношение для угла между векторами кинетических моментов жёсткой вставки и системы «жёсткая вставка – плёнка» имеет вид:

$$\xi = \arcsin \left(\frac{L_{\text{пл.}} \cdot \sin \delta}{L_{\text{с.}}} \right). \quad (32)$$

Угол между вектором угловой скорости системы «жёсткая вставка – плёнка» и вектором кинетического момента солнечного паруса определяется следующим соотношением:

$$\phi = \zeta + \xi. \quad (33)$$

Соотношение для угла отклонения вектора кинетического момента системы «жёсткая вставка – плёнка» от первоначального направления имеет вид:

$$\gamma = \theta_1 - \xi. \quad (34)$$

Отклонение вектора кинетического момента плёнки от своего первоначального направления определяется матрицей вращения:

$$F_4 = \begin{bmatrix} \cos \kappa \cdot \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha & (1 - \cos \kappa) \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha & \sin \kappa \cdot \sin \alpha \\ (1 - \cos \kappa) \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha & \cos \kappa \cdot \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha & -\sin \kappa \cdot \cos \alpha \\ -\sin \kappa \cdot \sin \alpha & \sin \kappa \cdot \cos \alpha & \cos \kappa \end{bmatrix}, \quad (35)$$

где $\kappa = \theta_1 - \delta$ – угол отклонения вектора кинетического момента плёнки за счёт отражательной способности и возникшего гироскопического момента.

Вращение солнечного паруса будет также происходить вокруг оси, противоположной по направлению сумме векторов кинетических моментов конструкции. Она имеет следующее пространственное положение относительно системы координат, связанной с системой «жёсткая вставка – плёнка» [8]:

$$ON^T = [0 \quad \sin \zeta \quad \cos \zeta]. \quad (36)$$

Матрица вращения вокруг оси ON запишется в следующем виде:

$$F_5 = \begin{bmatrix} \cos \vartheta & -\cos \zeta \cdot \sin \vartheta & \sin \zeta \cdot \sin \vartheta \\ \cos \zeta \cdot \sin \vartheta & \cos \vartheta + (1 - \cos \vartheta) \cdot \sin^2 \zeta & \sin \zeta \cdot \cos \zeta \cdot (1 - \cos \vartheta) \\ -\sin \zeta \cdot \sin \vartheta & \sin \zeta \cdot \cos \zeta \cdot (1 - \cos \vartheta) & \cos \vartheta + (1 - \cos \vartheta) \cdot \cos^2 \zeta \end{bmatrix}. \quad (37)$$

Матрица вращения, описывающая разворот солнечного паруса с компенсирующим маховиком при воздействии внешнего момента, определяемого изменением коэффициента отражательной способности его поверхности, определяется следующим соотношением:

$$J = F_1 \cdot F_4 \cdot F_5. \quad (38)$$

Текущий угол установки паруса θ определяется соотношением:

$$\begin{aligned} \theta = \arccos([\cos \theta_0 \cdot \cos \kappa - \sin \theta_0 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \kappa] \cdot [\cos \theta_0 + \cos^2 \zeta \cdot (1 - \cos \vartheta)] + \\ + \cos \zeta \cdot \sin \zeta \cdot [1 - \cos \vartheta] \cdot [\cos \theta_0 \cdot \sin \kappa + \cos \kappa \cdot \sin \theta_0 \cdot \cos \alpha] + \sin \theta_0 \cdot \sin \vartheta \cdot \\ \cdot \sin \alpha \cdot \sin \zeta). \end{aligned} \quad (39)$$

Соотношение для момента инерции солнечного паруса $I_{c.п.}$ относительно оси ON будет иметь следующий вид [9]:

$$I_{c.п.} = I_{c.п.x} \cdot \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} - \psi \right) + I_{c.п.y} \cdot \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} \right) + I_{c.п.z} \cdot \cos^2(\psi), \quad (40)$$

где ψ – угол между вектором кинетического момента элемента конструкции и осью разворота солнечного паруса ON.

При небольшом угле отклонения вектора кинетического момента системы «жёсткая вставка – плёнка» от его первоначального направления угол $\psi \approx \pi/2$. Из формулы (40) получим, что $I_{c.п.} \approx I_{c.п.x}$.

Полученные формулы (7, 21, 29– 34, 41, 40) позволяют вычислить требуемые время и энергию на пространственный разворот солнечного паруса. Значения этих параметров при развороте паруса на 1 рад при различной площади поверхности плёнки с изменяемым коэффициентом отражательной способности приведены в таблице 2. В качестве расчётных параметров при моделировании использовались

следующие значения: $I_{с.п.} = 40000 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, ограничение на угловую скорость разворота солнечного паруса $\omega_{с.п.} = 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ рад/с}$.

Таблица 2.

Время и энергия для разворота солнечного паруса с компенсирующим маховиком на 1 рад при различной площади поверхности плёнки с изменяемым коэффициентом отражательной способности.

Угол сектора λ , рад	Время разворота за счёт изменения коэффициента отражательной способности, с	Общее время разворота, с	Расход энергии W , КДж
π	100	373	663
$\pi/2$	140	400	467
$\pi/4$	200	420	339

По сравнению с конструкцией солнечного паруса без маховика время на разворот снизилось более чем в два раза, а расход энергии сократился почти в семь раз.

Выводы

В результате проведённого исследования установлено, что время на разворот солнечного паруса с маховиком, кинетический момент которого равен по модулю и противоположен по направлению кинетическому моменту системы «жёсткая вставка – плёнка», будет значительно меньше, чем для солнечного паруса без маховика. При этом расход энергии потребуется только на первоначальное отклонение вектора кинетического момента системы «жёсткая вставка – плёнка» для создания ненулевой суммы векторов кинетических моментов элементов

конструкции. Это значительно снизит расход энергии по сравнению с конструкцией солнечного паруса без маховика.

Благодарности

Автор выражает признательность своему научному руководителю

Степаньянцу Г.А. за идею использования изменения коэффициента отражательной способности поверхности солнечного паруса для создания необходимого внешнего момента, а также за ценные консультации и постоянную поддержку.

Библиографический список

1. Поляхова Е.Н. Космический полёт с солнечным парусом: проблемы и перспективы. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2011. - 304 с.
2. Johnson L., Young R., Barnes N., Friedman L., Lappas V., McInnes C. Solar sails: technology and demonstration status // International journal of aeronautical and space sciences. 2012. no. 13(4), pp. 421-427.
3. Комков В.А., Мельников В.М. Центробежные бескаркасные крупногабаритные космические конструкции. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009, - 447 с.
4. Степаньянц Г.А. Об использовании гибкого гироскопа для реализации проекта “солнечный парус” // Авиакосмическое приборостроение, 2002. № 3. С. 10-15.
5. Черемных Е.А., Зыков А.В. Разработка алгоритмов управления и исследование динамического поведения спутника с большим вращающимся солнечным парусом.

// Труды МАИ. 2011. № 45. URL:
<http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=25397>

6. Саусвелл Р.В. Введение в теорию упругости для инженеров и физиков. – М.: Иностранная литература, 1948. - 667 с.
7. Макаренкова Н.А. Исследование формы поверхности полотна солнечного паруса при его пространственном развороте // Труды МАИ. 2016. № 85. URL:
<http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=65711>
8. Степаньянц Г.А. Вращение векторного пространства и простейшие задачи управления пространственным разворотом твёрдого тела. – М.: МАИ, 2007. 164 с.
9. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. – М.: Высшая школа, 1986. 416 с.