

Моделирование влияния взаимно коррелированных помех на качество селекции сигнала в антенной решетке, оптимальной по критерию минимума среднеквадратического отклонения

Звонарев В.В.* , Пименов В.Ф. , Попов А.С.*****

*Военно-космическая академия имени А.Ф.Можайского,
ул. Ждановская, 13, Санкт-Петербург, 197198, Россия*

**e-mail: zvonarevvitalii@yandex.ru*

***e-mail: pimvikf@yandex.ru*

****e-mail: arahar@mail.ru*

Статья поступила 12.02.2020

Аннотация

В статье приведены результаты вычислительного эксперимента по исследованию характеристик оптимальной пространственной селекции сигнала и двух взаимно коррелированных помех в линейной эквидистантной антенной решетке, оптимальной по критерию минимума среднеквадратического отклонения сигнала от эталона. Выявлены новые свойства оптимального пространственного фильтра: наличие на входе и выходе пространственного фильтра дополнительной корреляционной составляющей суммы помех; зависимость показателя эффективности оптимального пространственного фильтра от угла сканирования первой помехи. Представлены искажения диаграммы направленности в декартовой, логарифмической и полярной системах координат. Определены параметры сигнально-помеховой обстановки, приводящие к недопустимому снижению эффективности пространственного фильтра. Определен характер изменения

отношения сигнал/шум плюс помеха на выходе оптимизированной антенной решетке при различных значениях коэффициента корреляции.

Ключевые слова: адаптивная антенная решетка, взаимно коррелированная помеха, диаграмма направленности, сигнально-помеховая обстановка, эффективность пространственного фильтра, критерий минимума среднеквадратического отклонения сигнала от эталона.

Введение

Адаптивные антенные решетки (ААР) используются в радиолокационных и инфотелекоммуникационных системах [1, 2, 3, 4, 5]. Вопросы теории ААР рассмотрены во многих работах. Самым важным в их описании является определение показателя или критерия оптимальности ААР [6, 7], который определяется выбором характеристик различия между сигналом и помехами.

Например, такие критерии, как максимум отношения сигнал/шум, максимум отношения правдоподобия используют различие в направлениях прихода сигнала и помех, а оптимальное решение формирования весовых коэффициентов в установившемся режиме даже не содержит самого сигнала [6]. При этом полезный сигнал на выходе ААР, как и помехи, может быть подавлен. Известные критерии оптимальности ААР с защитой главного лепестка диаграммы направленности подавляют сигнал уже при небольшом отклонении направления на сигнал от направления защиты [8, 9, 10]. С другой стороны, критерий минимума среднеквадратического отклонения (МСКО) выходного сигнала от эталона учитывает

структуру полезного сигнала и текущую сигнально-помеховую обстановку, не требуя при этом априорной информации о направлении прихода помехи [6, 11].

Анализ ААР с оптимизацией по критерию МСКО без учета взаимной коррелированности помех выполнен в трудах авторов [8, 11, 12, 13]. Однако анализ влияния нескольких взаимно коррелированных помех на характеристики ААР не нашел широкого отражения в доступной литературе. Такие условия корреляции обсуждаются только для критериев максимума отношения сигнал/(помеха+шум) ($C/(P+Ш)$), мощности собственных шумов и помех и др., но в ограниченном объеме [12, 14].

Цель данной статьи состоит в выявлении на основе вычислительного эксперимента в среде *Matlab* новых качественных свойств и уточнении количественных характеристик ААР с критерием оптимальности МСКО при наличии взаимной коррелированности помех и изменении параметров сигнально-помеховой обстановки.

В статье моделируется только оптимизированная ААР без рассмотрения режима установления оптимального решения, как например, в монографии [15]. В результате исследования показано, что при взаимной корреляции помех появляются дополнительные составляющие помех, названные в статье корреляционными. От величины неэнергетического параметра сигнально-помеховой обстановки (коэффициента корреляции) зависит энергетическая характеристика суммарной мощности помех.

Математическая постановка задачи исследований

Формирование модели сигнально-помеховой обстановки. Поскольку операция оптимального взвешенного суммирования сигнала и помех с выходов элементов АР является линейной, то достаточно выбрать модели сигнала и помех в рамках корреляционной теории. В качестве такой модели, как известно в работе [16, 17, 18], можно принять квазиузкополосный случайный процесс $s(t)$ на несущем колебании частоты ω_0 со случайными амплитудой $A(t)$ и фазой $\varphi(t)$:

$$\dot{s}(t) = A(t)e^{-i[\omega_0 t + \varphi(t)]} = \dot{A}(t) e^{i\omega_0 t},$$

где $\dot{A}(t) = A(t)e^{-i\varphi(t)}$ – комплексная амплитуда.

Будем считать, что на вход линейной эквидистантной АР поступают квазиузкополосный сигнал и две помехи на совпадающих частотах несущих колебаний, воздействующие с различных направлений. Для компактности формул полезный сигнал будем индексировать буквой «с», шум – буквой «ш», помехи – только порядковыми номерами 1 и 2. Мощности сигнала, собственного шума антенного элемента и помех, соответственно, обозначены $P_c, P_{ш}, P_1, P_2$. Углы прихода сигнала и помех относительно перпендикуляра к линии расположения элементов АР равны $\theta_c, \theta_1, \theta_2$, соответственно.

На выходах элементов АР имеем отклики сигнала, помех и собственных шумов элементов АР. Мощности собственного шума в каждом элементе АР примем одинаковыми и равными $P_{ш}$. Для удобства вычислений уровни сигнала, i -й помехи и шума на выходе одного элемента АР будем выражать в относительных единицах:

$$q_c = P_c/P_{\text{ш}}, \quad q_i = P_i/P_{\text{ш}} \quad (i = 1, 2), \quad q_{\text{ш}} = P_{\text{ш}}/P_{\text{ш}} = 1.$$

Представим амплитуды напряжения сигнала, помех и шума в относительном виде, соответственно, $s_c\sqrt{q_c}$, $s_i\sqrt{q_i}$, $s_{\text{ш}}\sqrt{q_{\text{ш}}}$, причем для введенных случайных составляющих амплитуд справедливо соотношение $\langle s_c^2 \rangle = \langle s_i^2 \rangle = \langle s_{\text{ш}}^2 \rangle = 1$, где $\langle \dots \rangle$ – знак статического усреднения.

Векторы сигнала, помех и шума на выходах элементов АР запишем в виде:

$$\mathbf{z}_c = s_c\sqrt{q_c}\mathbf{h}_c, \quad \mathbf{z}_i = s_i\sqrt{q_i}\mathbf{h}_i \quad (i = 1, 2), \quad \mathbf{z}_{\text{ш}} = s_{\text{ш}}\sqrt{q_{\text{ш}}}\mathbf{h}_{\text{ш}}.$$

Собственные шумы элементов АР имеют одинаковую мощность, взаимно не коррелированы, не коррелированы с сигналом и помехами. Тогда ковариационная матрица вектора шумов элементов АР представляет собой квадратную матрицу \mathbf{I} с единицами по главной диагонали, а именно $\langle \mathbf{z}_{\text{ш}}\mathbf{z}_{\text{ш}}^+ \rangle = \mathbf{I}$, где $^+$ – знак эрмитова сопряжения.

Сигнально-помеховая обстановка на выходе элементов АР полностью определяется ковариационной матрицей вектора откликов (напряжений) с выходов элементов АР.

Вычисление весовых коэффициентов при оптимизации антенной решётки по критерию МСКО. При анализе характеристик АР будем считать, что векторы помех коррелированы между собой, но не коррелированы с сигналом.

Структурная схема антенной решётки с адаптацией по критерию МСКО представлена на рис. 1, где введены следующие обозначения: $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_l, \dots, w_L)^T$ – вектор весовых коэффициентов (ВВК); $(\dots)^T$ – знак

транспонирования; $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_l, \dots, x_L)^T$ – вектор напряжений на выходах элементов АР; $\xi(t)$ – напряжение на выходе сумматора ААР; $d(t)$ – эталонный сигнал; $\varepsilon(t) = [d(t) - \xi(t)]$ – разность эталонного и выходного сигналов; \mathbf{w}_{opt} – оптимальный ВВК.

В качестве эталона $d(t)$ обычно принимается полная копия полезного сигнала $s(t)$ [11].

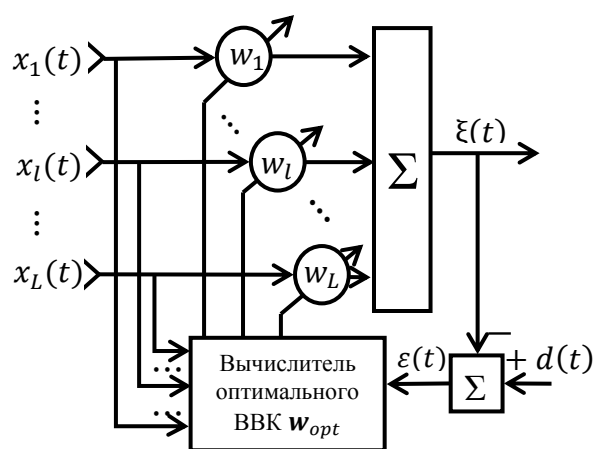


Рис. 1. Структурная схема антенной решётки с адаптацией по критерию МСКО

Оптимальная пространственная селекция помех в рассматриваемой адаптивной АР (рис. 1) осуществляется по критерию МСКО, согласно которому вычисляется оптимальный вектор весовых коэффициентов \mathbf{w}_{opt} по формуле [6, 19]:

$$\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{R}_d, \quad (1)$$

где \mathbf{R} – общая ковариационная матрица вектора откликов с выходов элементов АР;

\mathbf{R}_d – корреляционный вектор эталонного сигнала.

Общая ковариационная матрица \mathbf{R} вектора откликов с выходов элементов АР:

$$\mathbf{R} = \langle (\mathbf{z}_c + \mathbf{z}_1 + \mathbf{z}_2 + \mathbf{z}_ш)(\mathbf{z}_c + \mathbf{z}_1 + \mathbf{z}_2 + \mathbf{z}_ш)^+ \rangle = \mathbf{R}_c + \mathbf{R}_{нкп} + \mathbf{R}_{кп} = \mathbf{R}_c + \mathbf{M}, \quad (2)$$

будет содержать ковариационную матрицу сигнала $\mathbf{R}_c = q_c \mathbf{h}_c \mathbf{h}_c^+$ и полную ковариационную матрицу помех:

$$\mathbf{M} = \mathbf{R}_{нкп} + \mathbf{R}_{кп}, \quad (3)$$

включающую в себя две составляющие:

$$\mathbf{R}_{нкп} = q_1 \mathbf{h}_1 \mathbf{h}_1^+ + q_2 \mathbf{h}_2 \mathbf{h}_2^+ + \mathbf{I} \quad - \quad \text{ковариационную матрицу взаимно}$$

некоррелированных помех и шума;

$$\mathbf{R}_{кп} = r_{12} \sqrt{q_1 q_2} \mathbf{h}_1 \mathbf{h}_2^+ + r_{12} \sqrt{q_1 q_2} \mathbf{h}_2 \mathbf{h}_1^+ = r_{12} \sqrt{q_1 q_2} (\mathbf{h}_1 \mathbf{h}_2^+ + \mathbf{h}_2 \mathbf{h}_1^+) \quad -$$

матрицу взаимной корреляции первой и второй помех.

При вычислениях учтен порядок перемножения фазоров [12] сигнала \mathbf{h}_c и помех \mathbf{h}_i в ковариационной матрице принимаемых векторов комплексного вида.

Фазоры сигнала и помех для линейной эквидистантной АР имеют вид:

$$\mathbf{h}_c = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j\varphi_c} \\ \dots \\ e^{-jl\varphi_c} \\ \dots \\ e^{-j(L-1)\varphi_c} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{h}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j\varphi_1} \\ \dots \\ e^{-jl\varphi_1} \\ \dots \\ e^{-j(L-1)\varphi_1} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{h}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j\varphi_2} \\ \dots \\ e^{-jl\varphi_2} \\ \dots \\ e^{-j(L-1)\varphi_2} \end{bmatrix}.$$

Здесь L – число элементов АР; φ – фазовый набег между соседними элементами АР, определяемый для сигнала и помех выражениями $\varphi_c = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta_c$;

$\varphi_i = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta_i$, где λ – длина волны несущего колебания; d – расстояние между соседними элементами АР; θ_c и θ_i – углы прихода сигнала и i -ой помехи относительно вертикали к линии расположения элементов АР.

Составляющие вектора эталонного сигнала \mathbf{R}_d в формуле определения оптимального ВВК \mathbf{w}_{opt} (1) представляют собой значения взаимно ковариационной функции вектора входного сигнала \mathbf{x} и скалярного опорного сигнала $d(t)$ [11], которая при взаимной корреляции помех принимает вид:

$$\mathbf{R}_d = \langle \mathbf{x} \cdot d(t) \rangle = q_c \mathbf{h}_c. \quad (4)$$

Полученные формулы (2) – (4) позволяют вычислить значения вектора весовых коэффициентов \mathbf{w}_{opt} (1) и построить оптимальную ДН для текущего состояния сигнально-помеховой обстановки.

Результаты вычислительного эксперимента

Условия проведения эксперимента. Эксперимент проводился при следующих исходных данных: число элементов эквидистантной АР $L = 5$, расстояние между соседними элементами АР $d = \lambda/2$. Уровни сигнала, первой и второй помех на входе АР, соответственно, равны $q_{с\text{вх}} = 100$, $q_{1\text{вх}} = q_{2\text{вх}} = 500$. При численном моделировании изменялись углы прихода помех и коэффициент корреляции r между помехами в диапазоне $[0, 1]$. Угол прихода сигнала θ_c принят равным нулю. Угол прихода первой помехи θ_1 является переменной величиной, изменяющейся в пределах $[-90^\circ, 90^\circ]$ относительно нормали к линии решетки. Углы прихода второй помехи θ_2 имели фиксированные значения: -8° , -16° и 35° , первое и второе направления попадают в основной лепесток диаграммы направленности, а последнее – соответствует максимуму первого бокового лепестка обычной АР.

Вычисления уровней сигнала и помех на выходе ААР. В данной статье при определении уровней сигнала и помех на входе и выходе ААР принимается правило, согласно которому объединенной помехой считается все, что не относится к сигналу. Корреляционную составляющую суммарной мощности помех будем называть корреляционной помехой. Суммарная мощность взаимно коррелированных помех оказывается большей, чем простая сумма мощностей, воздействующих на АР независимых помех.

Вычисление уровней сигнала и помех производилось по следующим формулам:

1. Уровень сигнала на входе ААР вычисляется по формуле:

$$q_{с\text{ вх}} = q_{с}.$$

2. Уровень сигнала на выходе ААР вычисляется по формуле:

$$q_{с\text{ вых}} = \mathbf{w}_{opt}^+ \mathbf{R}_c \mathbf{w}_{opt}.$$

3. Суммарный уровень взаимно коррелированных помех на входе адаптивной антенной решетки вычисляется по формуле [20]:

$$q_{п\text{ вх}} = q_1 + q_2 + 2r_{12}\sqrt{q_1q_2} + q_{ш} = q_1 + q_2 + 2r_{12}\sqrt{q_1q_2} + 1.$$

4. Суммарный уровень помех на выходе ААР вычисляется по формуле:

$$q_{п\text{ вых}} = \mathbf{w}_{opt}^+ \mathbf{M} \mathbf{w}_{opt}.$$

Диаграмма направленности ААР рассчитывается по формуле:

$$f(\theta) = \mathbf{w}_{opt}^+ \mathbf{h}(\theta),$$

где $\mathbf{h}(\theta)$ – фазор задания направления для построения ДН, θ – угол прихода сигнала относительно вертикали к линии расположения элементов АР.

При моделировании выбраны следующие показатели качества ААР:

– вид диаграммы направленности;

– $K_{с\text{ вх}} = q_{с\text{ вх}}/q_{п\text{ вх}}$ – отношение «сигнал/(помехи+шум)» на входе ААР;

– $K_{(с/п)\text{ вых}} = q_{с\text{ вых}}/q_{п\text{ вых}}$ – отношение «сигнал/(помехи+шум)» на выходе

ААР с оптимизированным ВВК.

Построение диаграмм направленности ААР. Подавление помехового сигнала достигается за счет управления положениями нулей диаграммы направленности (ДН) и уменьшения уровня боковых лепестков в направлении источников помех [6, 8, 11, 12]. Вид ДН ААР определяется текущим значением ВВК \mathbf{w}_{opt} (1). На рис. 2 приведены графики зависимостей модулей составляющих оптимального вектора весовых коэффициентов ААР, определяющих форму ДН, от значений коэффициента корреляции r помех.

Графики построены для углов прихода первой $\theta_1 = 35^\circ$ и второй $\theta_2 = -8^\circ$ помех. Видно, что модули составляющих оптимального ВВК меньше единицы, что определяет уменьшение максимума ДН ААР по отношению к максимуму ДН стандартной АР. Кривые показаны при наиболее информативно значимых величинах коэффициента взаимной корреляции r , обеспечивающих наилучшую наглядность графиков. Графики показывают, что наиболее существенные изменения происходят при близких к единице значениях r .

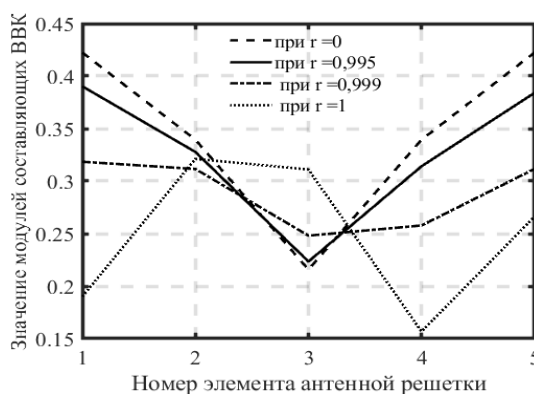


Рис. 2. Значения модулей составляющих ВВК оптимизированной АР при заданных значениях коэффициента взаимной корреляции r между 1-ой и 2-ой помехой

Назовем **квазинормированной диаграмму направленности ААР**, нормированную относительно максимума ДН стандартной АР, т.е. с простым суммированием. Использование такой характеристики позволяет наглядно сравнить характеристики ААР с характеристиками стандартной АР и проанализировать изменение ДН оптимизированной АР при увеличении коэффициента корреляции r между помехами.

На рис. 3 и рис. 4 приведены квазинормированные ДН в различных системах координат при заданных значениях коэффициента r . Сплошная кривая с маркерами в виде кружков на рис. 3 показывает нормированную ДН стандартной АР и позволяет увидеть изменение характеристик ААР в соответствии с критерием МСКО для оптимального подавления взаимно коррелированных помех. Угол прихода первой помехи составляет 35° и совпадает с положением максимума первого бокового лепестка ДН стандартной АР. Вторая помеха при $\theta_2 = -8^{\circ}$ попадает в главный лепесток.

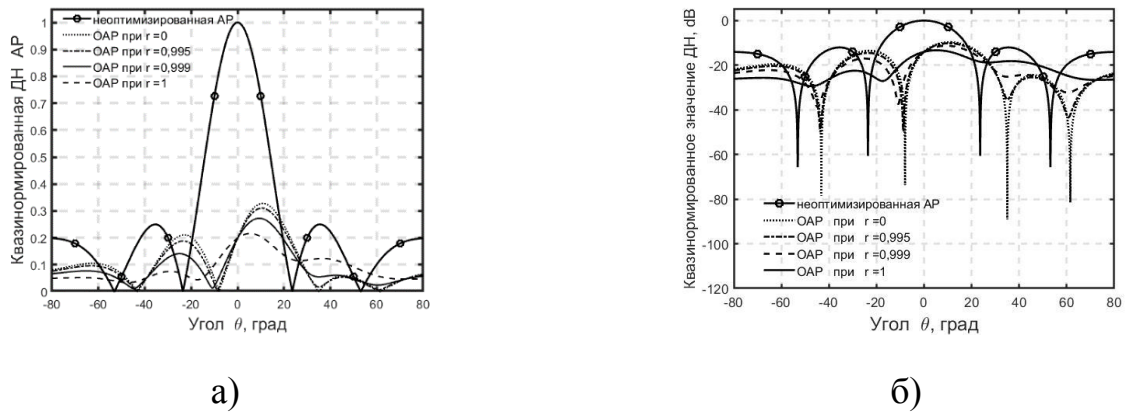


Рис. 3. Квазинормированное значение множителя антенной решетки при заданных значениях коэффициента корреляции r между 1-ой и 2-ой помехой:

а) в декартовой системе координатах, б) в логарифмическом масштабе

Диаграмма направленности ААР искажается, главный лепесток уменьшается по амплитуде и отклоняется от помех (рис. 4), а в направлениях помех $\theta_{п1} = 24,4^0$ и $\theta_{п2} = -5^0$ формируются «нули» ДН (рис. 3, 4). Графики показывают, что вид ДН и глубина «нулей» в направлении помех практически не зависят от величины коэффициента взаимной корреляции помех до значений $r = 0,95$, и лишь при значении r , близком к 1, амплитуда ДН и глубина «нулей» резко уменьшаются. Такие изменения полностью согласуются с графиками значений оптимального ВВК w_{opt} на рис. 2.

Следует отдельно отметить, что с увеличением коэффициента корреляции при $r > 0,95$ резко ухудшается и степень подавления помех за счет уменьшения глубины «нуля» в направлении обеих помех. Это наглядно демонстрируют кривые на рис. 5, согласно которым глубина «нулей» в направлении обеих помех уменьшается от минус 74-89 дБ до минус 13-27 дБ.

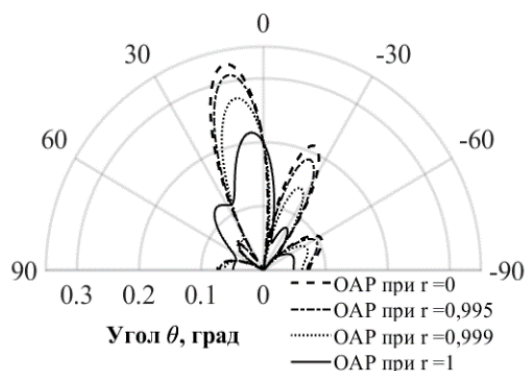


Рис. 4. Квазинормированное значение множителя антенной решетки в полярной системе координат

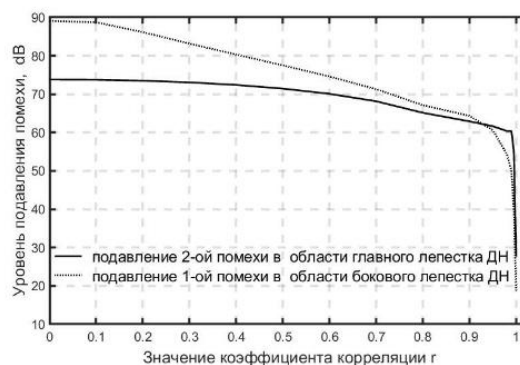


Рис. 5. Зависимость глубины нулей ДН в направлении помех $\theta_1 = 35^\circ$ и $\theta_2 = -8^\circ$ от коэффициента корреляции γ между помехами

Имеющее место уменьшение максимума диаграммы направленности ААР относительно ДН стандартной неоптимизированной АР приводит к уменьшению коэффициента усиления ААР в направлении полезного сигнала, что следует учитывать при энергетическом расчете радиолинии, включающей оптимальный пространственный фильтр.

Определение значения отношения $S/(П+Ш)$ от значения коэффициента взаимной корреляции первой и второй помех. На рис. 6 представлены графики изменения отношения $S/(П+Ш)$ на выходе ААР с оптимальным ВВК при разных заданных значениях коэффициента взаимной корреляции r помех в отсутствие корреляции с сигналом для двух разных углов прихода 2-ой помехи: $\theta_2 = -8$ и $\theta_2 = 35^\circ$.

Вид графиков на рисунке 6 позволяет сделать следующие выводы:

1) чем ближе угол прихода второй помехи к углу прихода сигнала, тем, как и ожидалось, меньше отношение $C/(П+Ш)$ при нахождении первой помехи в области боковых лепестков ДН АР;

2) максимальную величину отношение $C/(П+Ш)$ имеет при совпадении углов прихода обеих помех (в области сформированного нуля ДН ААР), причем от коррелированности помех эта величина мало зависима;

3) ширина провала с уменьшением отношения $C/(П+Ш)$ в максимуме ДН больше при меньшем различии между углами прихода второй помехи и сигнала;

4) при значении коэффициента корреляции r , близком к единице, отношение $C/(П+Ш)$ на выходе оптимизированной АР минимально;

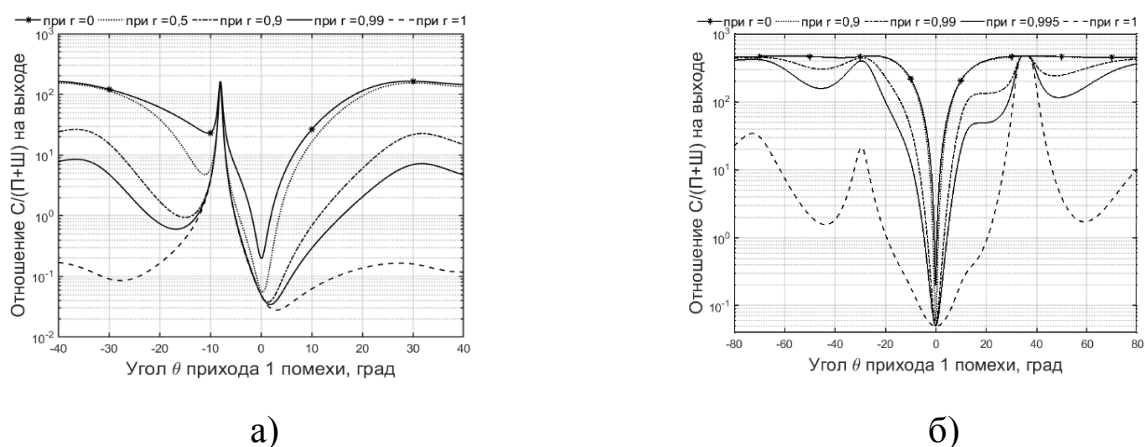


Рис. 6. Отношение $C/(П+Ш)$ при различных значениях коэффициента корреляции r между 1-ой и 2-ой помехами на выходе оптимизированной АР при воздействии 2 помехи с угла: а) $\theta_2 = -8^\circ$, б) $\theta_2 = 35^\circ$

5) слабая корреляция помех практически не влияет на выходное отношение $C/(П+Ш)$ в области боковых лепестков. Однако при значениях коэффициента $r >$

0,95 наблюдается его резкое падение и при $r > 0,995$ происходит полное подавление полезного сигнала.

Зависимость динамики изменения отношения $C/(П+Ш)$ на входе и выходе оптимизированной АР от уровня взаимной корреляции помех показана на рис. 7.

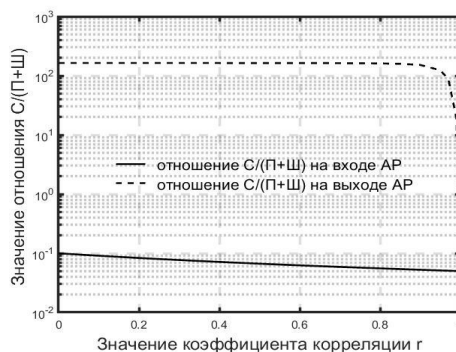


Рис. 7. Динамика изменения отношения $C/(П+Ш)$ на входе и выходе оптимизированной АР от значения коэффициента корреляции r при $\theta_{п2} = -8^\circ$

Видно, что входное отношение $C/(П+Ш)$ из-за наличия корреляционной составляющей помех плавно уменьшается с увеличением коэффициента r .

Графики зависимости отношения $C/(П+Ш)$ на выходе оптимального пространственного фильтра построены для фиксированного угла прихода первой помехи в области боковых лепестков. Как следует из рисунка, взаимная корреляция помех при $r < 0,9$ мало влияет на величину отношения $C/(П+Ш)$ на выходе ААР в области боковых лепестков ДН АР, а при $r > 0,95$ влияние резко увеличивается. При значении $r \cong 1$ отношение $C/(П+Ш)$ становится существенно меньше единицы и подавления помех не наблюдается. Графики изменения коэффициента подавления помехи на выходе АР $K_{\text{под}} = \frac{q_{с \text{ вых}}/q_{п \text{ вых}}}{q_{с \text{ вх}}/q_{п \text{ вх}}}$ отдельно не приводятся. Его значение

легко определить, поделив отношение $C/(П+Ш)$ на выходе ААР на отношение

C/(П+Ш) на входе АР. Моделирование показывает, что динамика изменения коэффициента подавления совпадает с видом пунктирного графика на рис. 7. Для случая взаимно коррелированных помех коэффициент подавления $K_{\text{под}} = 1636$ при $r = 0$ и $K_{\text{под}} = 3,3$ при $r = 1$.

Таким образом, взаимная коррелированность помех более действенна только при больших значениях коэффициента корреляции. При воздействии взаимно коррелированных помех эффективность оптимального пространственного фильтра резко падает только при $r > 0,99$. Такая двойная помеха может быть названа объемной.

Заключение

1. Взаимная коррелированность между двумя помехами существенно влияет на характеристики оптимального пространственного фильтра, уменьшая степень подавления помех и изменяя вид диаграммы направленности ААР.

2. При взаимной коррелированности помех значения коэффициента корреляции существенно значимы при значении r , близком к единице.

3. Взаимная коррелированность двух помех приводит к изменению вида ковариационной матрицы принимаемых сигналов и помех на выходах элементов АР. На входе и на выходе устройства пространственного фильтра появляется дополнительная помеховая составляющая, названная в статье корреляционной помехой.

4. Компьютерное моделирование позволило качественно и количественно определить, что оптимальный пространственный фильтр при значениях коэффициента корреляции $r > 0,99$ теряет свои свойства селекции.

Библиографический список

1. Шмачилин П.А., Шумилов Т.Ю. Матричная диаграммообразующая схема цифровой антенной решётки // Труды МАИ. 2019. № 109. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=111382>. DOI: 10.34759/trd-2019-109-12.
2. Миронов А.Н., Цветков К.Ю., Ковальский А.А., Пальгунов В.Ю. Методика обоснования возможности и условий продления назначенных показателей срока службы антенных систем наземных станций измерительного комплекса космодрома // Труды МАИ. 2018. № 99. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=91968>
3. Шелудяк Т.Б. Модель системы приёма цифровой телевизионной информации в наземном комплексе управления космическими аппаратами // Труды МАИ. 2018. № 103. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=100816>
4. Surendra P. Linear antenna arrays with broad nulls with applications to adaptive arrays // IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1979, vol. AP-27, no. 2, pp. 185 - 190.
5. Лялин К.С., Хасанов М.С., Мелёшин Ю.М., Кузьмин И.А. Спектральный метод подавления боковых лепестков автокорреляционной функции длинных псевдослучайных бинарных последовательностей // Труды МАИ. 2018. № 103. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=100800>

6. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию. – М.: Радио и связь, 1986. – 448 с.
7. Звонарев В.В., Попов А.С., Худик М.Ю. Методика расчета вероятности ошибки посимвольного приема дискретных сообщений при наличии помех // Труды МАИ. 2019. № 105. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=104213>
8. Пименов В.Ф., Попов А.С. Исследование эффективности оптимальной пространственной селекции помех в линейной антенной решетке по критерию минимума среднеквадратического отклонения // Труды ВКА имени А.Ф. Можайского. 2019. № 666. С. 77 - 83.
9. Zahm C.L. Effect of Errors in the Direction of Incidence on the Performance of an Adaptive Arrays // Proceedings IEEE, 1972, vol. 60, no. 8, pp. 1008 - 1009.
10. Попов А.С. Пространственная селекция помех при разнесенном приеме сигнала // Приборостроение. 2017. № 1. С. 39 - 44.
11. Widrow B., Mantey P.E., Griffiths L.J., Goode B.B. Adaptive Antenna Systems // Proceedings of the IEEE, 1967, vol. 55, no. 12, pp. 2143 - 2159.
12. Пистолькорс А.А., Литвинов О.С. Введение в теорию адаптивных антенн. – М.: Наука, 1991. – 200 с.
13. Лихачев В.П., Сидоренко С.В. Помехоустойчивость алгоритма автофокусировки изображений по минимуму энтропии при сложной фоновой обстановке // Труды МАИ. 2018. № 99. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=92074>
14. Харкевич А.А. Борьба с помехами. – М.: ЛИБРОКОМ, 2009. – 280 с.

15. Джиган В.И. Адаптивная фильтрация сигналов: теория и алгоритмы. – М.: Техносфера, 2013. – 528 с.
16. Дженкинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его приложения. - М.: Мир, 1971. – 317 с.
17. Нгуен Ван Зунг. Помехоустойчивость корреляционного приемника сигналов с многопозиционной фазовой манипуляцией при наличии ретранслированной помехи // Журнал радиоэлектроники. 2019. № 3. С. 1. DOI:10.30898/1684-1719.2019.3.4
18. Popov A.S., Kraplin M.E. The technique of direct calculation of noise immunity of the optimal coherent reception of multiposition-keyed radio signal // Lasers for Measurements and Information Transfer, 2003, vol. 5066, pp. 281 - 291. DOI:10.1117/12.501678
19. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – М.: Наука, 1966. – 577 с.
20. Финк Л.М. Теория передачи дискретных сообщений. - М.: Советское радио, 1970. – 728 с.