

УДК 629.78

**Оптимизация траектории выведения космического аппарата на геостационарную орбиту для транспортной системы с удельным импульсом двигателя 600-900 с**

**Константинов М.С.\*, Мин Тейн \*\***

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия*

*\*e-mail: [mkonst@bk.ru](mailto:mkonst@bk.ru)*

*\*\*e-mail: [minnntheino@gmail.com](mailto:minnntheino@gmail.com)*

**Аннотация**

Рассмотрена типовая транспортная операция – выведение космического аппарата (КА) на геостационарную орбиту (ГСО) с низкой околоземной орбиты. Основным результатом работы - характеристическая скорость как функция начального реактивного ускорения и удельного импульса двигателя КА. Проанализирован диапазон удельных импульсов двигателя 600-900 с и диапазон начальных реактивных ускорений 2.5-12.5 мм/с<sup>2</sup>. Предполагается, что, используя эти результаты, разработчики новых типов двигательных установок (например, установок с нагревом рабочего тела с использованием солнечных концентраторов) смогут корректно оценивать их эффективность, оценивать оптимальные характеристики установок для рассматриваемой типовой транспортной операции.

**Ключевые слова:** космический аппарат, геостационарная орбита, оптимальная траектория, характеристическая скорость

## **Введение**

Анализ эффективности новых типов космических двигательных установок, оценка целесообразности разработки конкретного типа двигательной установки, нахождение рациональных характеристик этих установок невозможен без рассмотрения самой транспортной операции, для которой может использоваться двигательная установка. При рассмотрении транспортной операции возникает проблема проектирования траектории перелета КА для решения конкретной транспортной задачи. Эта проблема включает оптимизацию законов управления движением КА, оптимизацию схемы перелета и самой траектории перелета КА. Такую проблему часто называют динамической. Оптимизация траектории перелета при выполнении транспортной операции является довольно сложной проблемой. Для её решения баллистики, как правило, разрабатывают методы и алгоритмы, которые неспециалистам использовать затруднительно. Эти методы используют итерационные алгоритмы, сходимость которых разработчики, как правило, гарантировать не могут. В настоящей статье рассмотрена одна типовая транспортная операция – выведения КА с низкой околоземной орбиты на ГСО. Для этой транспортной операции получены оптимальные траектории перелета для диапазона удельных импульсов 600-900 с и диапазона начальных реактивных ускорений 2.5-12.5мм/с<sup>2</sup>.

**Транспортные системы при выведении КА на высокие рабочие орбиты**

Традиционные химические двигательные установки имеют ограниченную эффективность. Характеристики современных жидкостных ракетных двигателей (ЖРД) приближаются к своим предельным возможностям. При этом для увеличения массы КА, выводимого на высокие рабочие орбиты, приходится переходить к использованию более тяжелых (более дорогих) ракет-носителей и химических разгонных блоков.

Переход к использованию других более эффективных двигательных установок может повысить эффективность выполнения межорбитальной транспортной операции. В настоящее время всё большее применение находят электроракетные двигательные установки (ЭРДУ). Их удельный импульс существенно больше удельного импульса химических двигательных установок, что позволяет значительно уменьшить требуемую массу топлива и увеличить массовую эффективность космического транспортного средства. К сожалению, у ЭРДУ есть существенный недостаток: их малая тяга при большой массе энергодвигательного комплекса. При этом реактивное ускорение, обеспечиваемое ЭРДУ очень мало (доли  $\text{мм}/\text{с}^2$ ). Это обстоятельство может существенно увеличивать время межорбитального перелета. В настоящее время ЭРДУ широко используются для довыведения КА на ГСО. При этом на первом этапе межорбитального перелета используются химические разгонные блоки, обеспечивающие перелет с низкой околоземной орбиты на промежуточную орбиту, а затем ЭРДУ «довыводит» КА на рабочую орбиту. Несмотря на использование такой комбинации двигательных установок время выведения на высокие рабочие орбиты оказывается довольно большим. Чтобы получить существенный массовый выигрыш приходится

использовать схемы перелета с временем, измеряемым многими месяцами. Может идти разговор о полугодовом или даже годовом времени выведения.

Возможность использования солнечной энергии для создания реактивной силы тяги является интересной идеей. Сама идея известна очень давно, она хорошо описана в [1]. Анализировались различные идеи нагревания рабочего тела солнечными лучами с использованием различного вида концентраторов[2,3]. Анализировалась и возможность дожигания нагретого рабочего тела[2,4,5].

В начале текущего века активно анализировалась концепция солнечной энергодвигательной установки с электронагревным тепловым аккумулятором и дожиганием рабочего тела [5,6]. Тепловой аккумулятор должен был давать возможность работать двигателю на тех участках траектории, где тяга наиболее эффективно обеспечивала решение транспортной задачи, давать возможность работать двигателю на теневых участках орбиты.

Группы исследователей и в настоящее время продолжают развивать идеи нагрева рабочего тела с использованием солнечных концентраторов. Так в работе [7] авторы анализируют различные системы «концентратора - приемника», анализируют возможное дожигание нагретого водорода. Ими введены наборы характеристик двухступенчатой системы «концентратора - приемника», проводится исследование, направленное на нахождение оптимальных характеристик такой системы. В этой и других работах (например, [8,9]) большое внимание уделяется математическим моделям двигательных установок КА.

### **Цель настоящего исследования**

Нахождение и анализ оптимальных характеристик анализируемой двигательной установки не может быть корректным без корректной модели, описывающей транспортную проблему, без корректной модели, описывающей межорбитальный перелет, без оптимизации схемы перелета с выбором всех характеристик схемы перелета. Такая модель должна включать:

- оптимизируемые законы включения-выключения двигательной установки (длительности активных и пассивных участков и их расположение на траектории перелета);
- оптимизируемые законы, определяющие ориентацию вектора тяги на активных участках (программы по углам тангажа и рыскания).

Оценка потерь в скорости должна быть достаточно точной, иначе утверждать, что найденные характеристики двигательной установки оптимальны нельзя. К счастью для практики, очень часто оказывается, что существующие экстремумы пологи, поэтому можно существенно уйти от оптимальных характеристик, несильно ухудшив эффективность выполнения транспортной операции. Но при этом называть решение и его характеристики оптимальными, конечно, не следует. Идеальным решением является совместная оптимизация законов управления движением транспортного космического средства и всех характеристик рассматриваемой транспортной системы, в частности, двигательной установки. К этому решению следует стремиться, хотя при этом придется преодолеть некоторые (может быть, немалые) трудности. Такие трудности связаны, в частности, с весьма сложными итерационными алгоритмами оптимизации траектории (существует проблемы сходимости этих алгоритмов), с возможной сложностью математических моделей

двигательной установки (например, моделью солнечного теплового ракетного двигателя с различными системами «концентратор-приемник» с учетом возможности дожигания нагретого рабочего тела).

В настоящей статье предпринимается попытка предоставить специалистам, анализирующим новые типы двигательных установок, законченный математический аппарат, описывающий решение одной важной транспортной задачи. Рассмотрена задача межорбитального перелета с низкой круговой орбиты (её высота принята равной 200 км, а наклонение равным  $51.6^\circ$ ) на ГСО. Оптимизации траектории выведения на ГСО посвящены многие исследования (например, [10]). В настоящей работе представлены итоговые характеристики проектно-баллистического анализа (прежде всего, характеристическая скорость рассматриваемого маневра) как функции начального реактивного ускорения и удельного импульса двигательной установки. Рассмотрены удельные импульсы в диапазоне 600...900 с, начальные реактивные ускорения в диапазоне 2.5...12.5 мм/с<sup>2</sup>. Диапазон удельного импульса выбран так, чтобы можно было рассматривать характеристики двигательной установки с возможностью дожигания рабочего тела. Диапазон реактивного ускорения выбран так, чтобы можно было рассматривать перелеты на ГСО с продолжительностью 20...40 суток. Заметим, что для транспортной системы с ракетой-носителем среднего класса типа «Союз-2-1б» (выводимая масса на низкую околоземную орбиту порядка 8000 кг) рассматриваемый диапазон реактивного ускорения соответствует следующему диапазону тяги двигателя: 20...100 Н.

Диапазоны удельного импульса и реактивного ускорения выбраны так, чтобы обеспечить анализ большого семейства космических транспортных систем, в

частности, систем с солнечным тепловым ракетным двигателем с дожиганием водорода. Подробно рассмотрен диапазон времен выведения, в котором использование этих двигателей представляется рациональным (25...35 суток). Более быстрые перелеты для рассматриваемой транспортной операции требуют очень больших затрат топлива (большой характеристической скорости). Для более продолжительных перелетов, скорее всего, целесообразно использовать комбинации химических и ЭРДУ, например, в варианте довыведения КА на рабочую орбиту с использованием ЭРДУ.

Уместно заметить, что при анализе выведения КА на ГСО рассматриваемой продолжительности, есть возможность избежать теневых участков на траектории выведения. Для этого достаточно не использовать даты старта в окрестности весеннего и осеннего равноденствий и использовать свободу выбора долготы восходящего узла низкой околоземной орбиты (час запуска ракеты-носителя с космодрома). Отсутствие теневых участков на траектории выведения исключает трудности обеспечения функционирования двигательной установки на теневых участках.

Цель настоящей статьи - дать разработчикам двигательных установок простой математический аппарат для решения динамической части проблемы проектно-баллистического анализа, для исследования влияния характеристик двигательной установки на эффективность выполнения типовой транспортной операции – выведения КА на ГСО. Приведенные в работе таблицы характеристической скорости маневра выведения на ГСО должны позволить проектанту определять затраты топлива на выведение на ГСО как функцию выбираемых параметров

двигательной установки. При этом, корректность результатов оптимизации параметров двигательной установки будет зависеть, прежде всего, от точности математических моделей, описывающих системы транспортного средства (двигательной установки). Разработчики двигательной установки могут корректно решать задачу выбора характеристик проектируемой установки без обращения к баллистикам, по крайней мере, на начальных этапах проектирования двигательной установки. В своё время для анализа характеристической скорости перелета КА с ЭРДУ на ГСО (в действительности на произвольную круговую орбиту) была разработана инженерная методика, предлагающая использовать приводимые в работе таблицы значений характеристической скорости. Входными характеристиками при этом рассматривались элементы начальной орбиты (радиусы перигея и апогея и наклонение). Аппроксимация данных таблиц позволяла найти характеристическую скорость межорбитального перелета. При этом эта скорость не зависела от характеристик КА и его двигательной установки. В рассматриваемом в настоящей работе случае характеристическая скорость существенно зависит от начального реактивного ускорения и удельного импульса двигателя. Поэтому для разработки простой инженерной методики оценки характеристической скорости межорбитального перелета потребовала фиксации элементов начальной орбиты (была выбрана низкая околоземная орбита). Входных параметров оказалось три: начальное реактивное ускорение, удельный импульс и время перелета.

### **Оптимизация перелета с низкой околоземной орбиты на ГСО**



В разделе рассмотрим задачу перелета КА с низкой околоземной орбиты на ГСО. Характеристики начальной орбиты примем следующим: круговая орбита высотой 200 км и наклоном  $51.6^\circ$ . Полагаем, что масса КА на начальной орбите 8000 кг (соответствует транспортным возможностям ракеты-носителя «Союз-2-1б»). Тяга ракетного двигателя принята равной 80 Н, удельный импульс двигателя 900 с. Время перелета примем равным 30 суток. Критерием оптимизации рассматриваем характеристическую скорость маневра. Минимум этой скорости в рассматриваемой постановке соответствует минимуму требуемой массы топлива или максимуму конечной массы КА. Решение задачи проводилось с использованием разработанных на базе принципа максимума методов, с их содержанием можно ознакомиться в работах [11-15].

На рисунке 1 показана проекция оптимальной траектории перелета на плоскость земного экватора. Активные участки траектории выделены красным, пассивные - зеленым. За единицу расстояния выбран радиус ГСО. Сама ГСО (её безразмерный радиус равен 1) не показана. Обратим внимание на следующие характеристики оптимальной траектории. В начале перелета за счет работы двигателя в перигейной сегменте витков траектории орбита вытягивается. Радиус апогея растет значительно, радиус перигея увеличивается очень слабо. На этой части витков траектории радиус апогея орбиты становится значительно больше радиуса ГСО (примерно в 1.7 раза). Затем на витке траектории появляется апогейный активный участок. При этом двигатель на перигейном участке уже не включается. Увеличение скорости КА на апогейном активном участке приводит к тому, что радиус перигея орбиты довольно быстро увеличивается и становится

равным радиусу ГСО. В этот момент (на этом витке траектории) радиус апогея остаётся большим. Он почти не изменился с момента времени, когда на траектории появился первый апогейный активный участок. Для перехода на конечную орбиту двигатель КА включается снова на перигейном участке последних двух витков траектории. Двигатель активно тормозит КА, чтобы уменьшить радиус апогея орбиты.

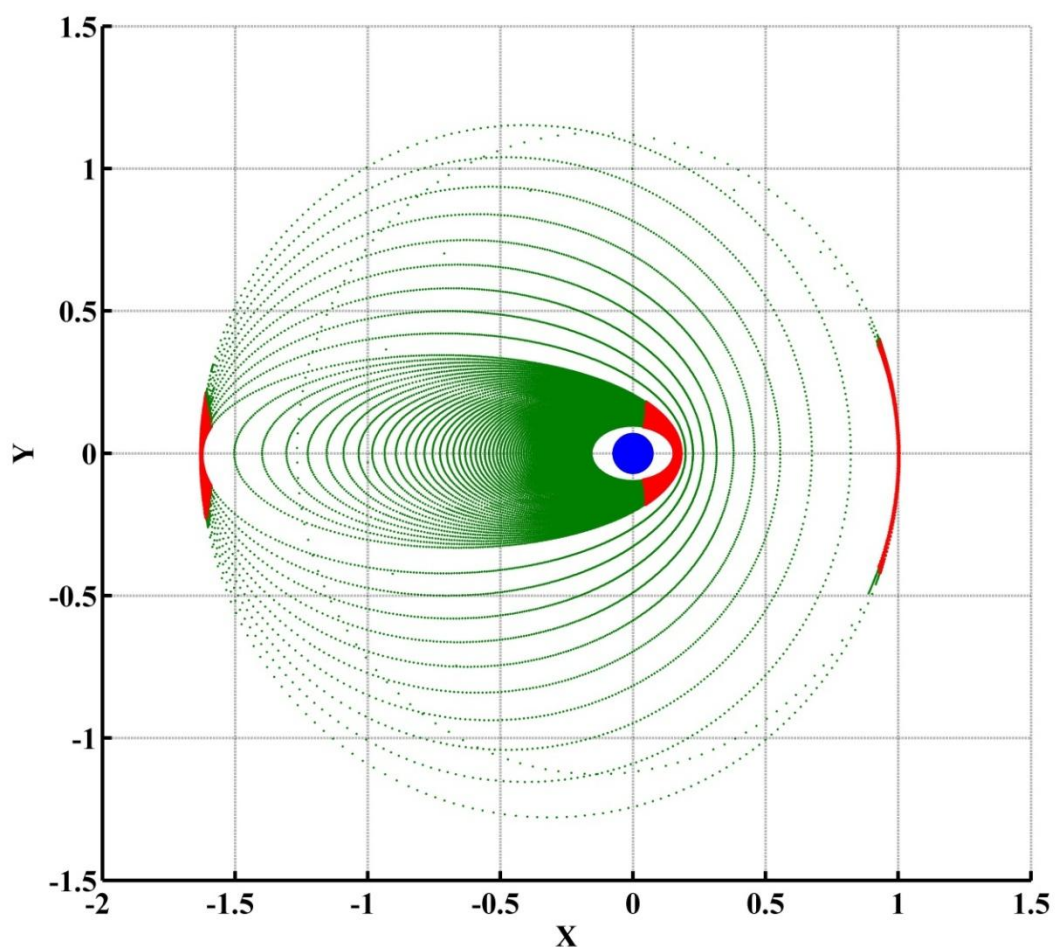


Рисунок 1. Проекция траектории перелета на плоскость экватора. За единицу расстояния принят радиус ГСО

На рисунке 2 показана проекция оптимальной траектории на плоскость  $y-z$  (ось  $x$  считаем направленной по линии узлов начальной орбиты). Хорошо видно, линия узлов всей витков траектории практически не изменяется (линия узлов

перпендикулярна рассматриваемой плоскости и направлена на читателя). Положение плоскости орбиты (на рисунке виден след плоскости орбиты) очень мало изменяется на первой части траектории (с перигейным активным участком), но сильно изменяется при апогейном включении двигателя.

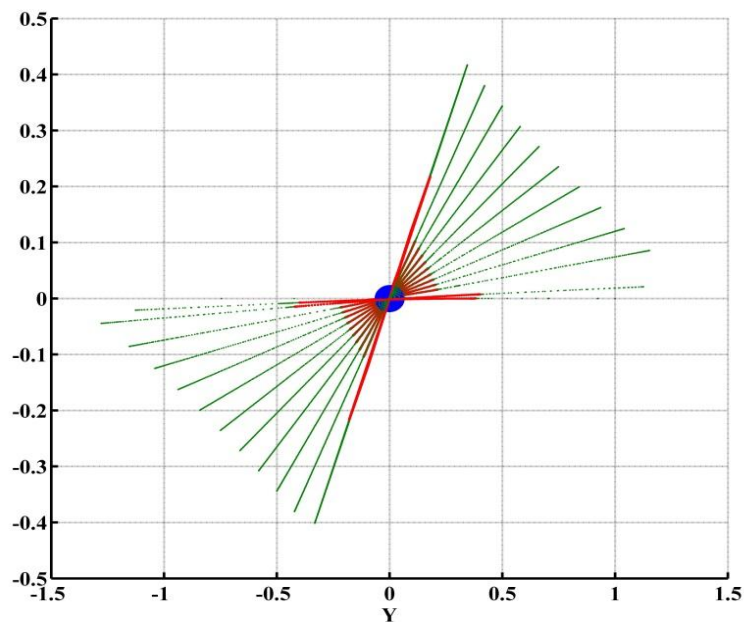


Рисунок 2. Проекция траектории перелета на плоскость перпендикулярную плоскости экватора и линии узлов начальной орбиты (на плоскость  $y-z$ )

На рисунке 3 показана функция переключения двигателя как функция текущего времени перелета. Двигатель включен, когда функция переключения больше нуля и выключен, когда эта функция меньше нуля. Анализ приведенной зависимости ещё раз подтверждает вывод о том, вся траектории состоит из трех участков. На первом из них на каждом витке траектории есть один перигейный активный участок. На втором участке траектории есть единственный активный участок. Он расположен в окрестности апогея витка траектории. Участок состоит из 8-ми витков. На последнем третьем участке (он включает последние два витка траектории) в перигейной зоне витка траектории двигатель тормозит КА. Отметим,

что продолжительность и протяженность активного участка на предпоследнем витке траектории существенно больше аналогичных характеристик на всех других витках траектории.

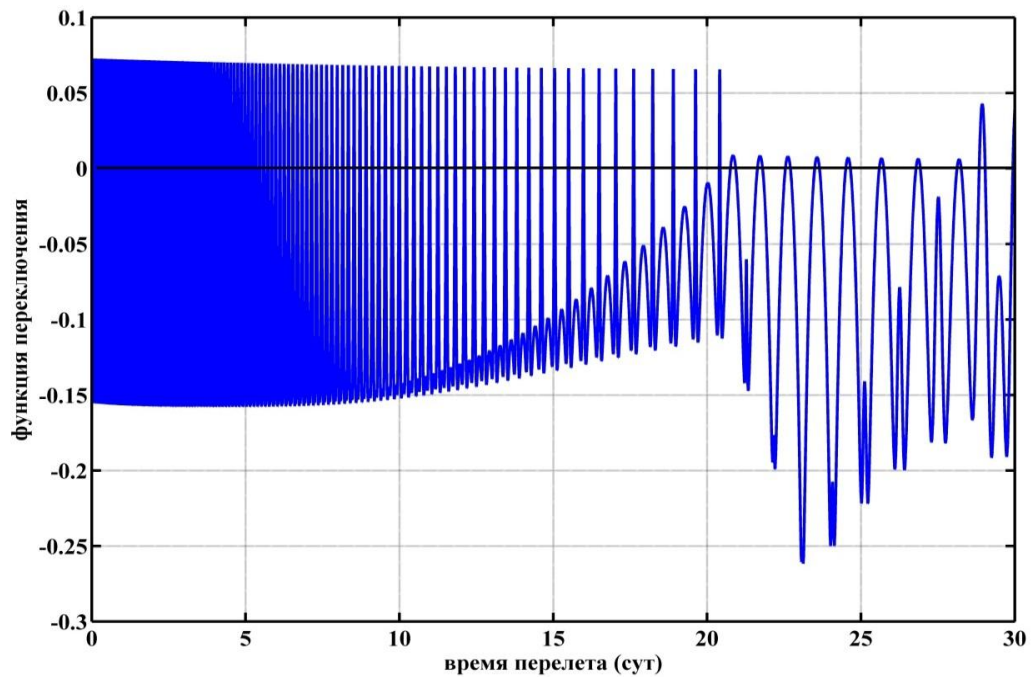


Рисунок 3. Функция переключения двигателя вдоль траектории перелета

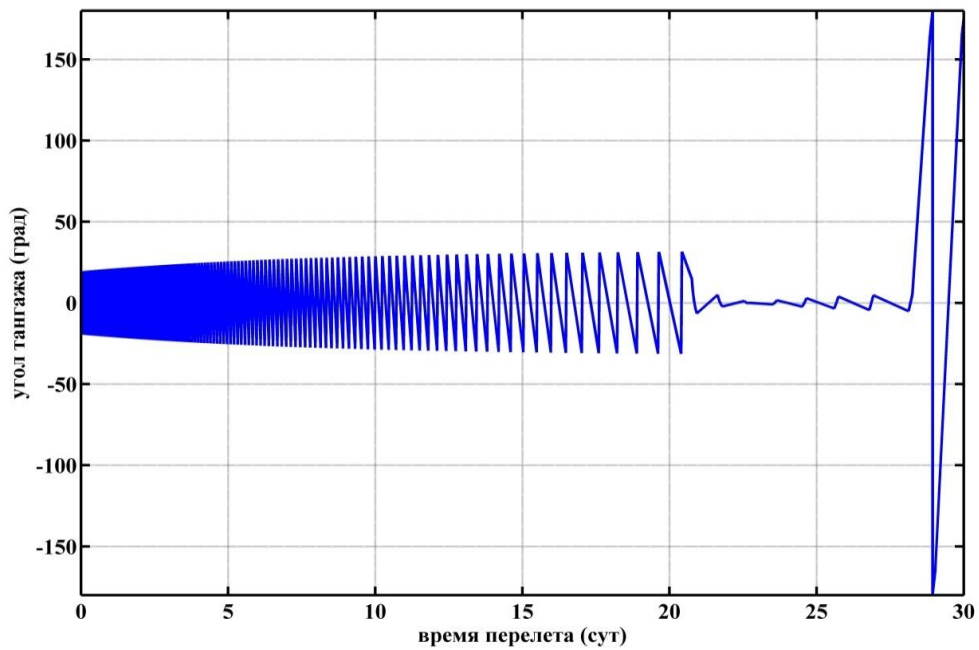


Рисунок 4. Оптимальная программа по углу тангажа на траектории перелета на ГСО

На рисунках 4 и 5 показаны оптимальные законы изменения углов тангажа и рыскания. Видно, что на первой части траектории перелета угол тангажа колеблется вокруг нулевого значения с медленно увеличивающейся амплитудой от  $40^\circ$  до  $50^\circ$ . На второй части траектории перелета (с апогейным активным участком) угол тангажа практически равен нулю. На последних двух витках на активных участках угол тангажа практически равен  $180^\circ$ .

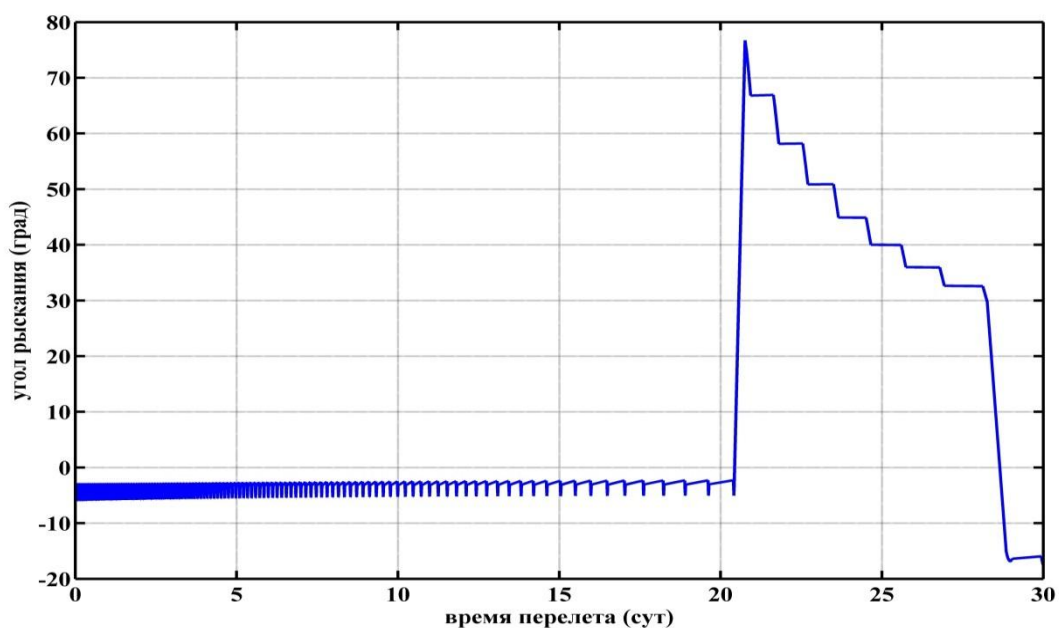


Рисунок 5. Оптимальная программа по углу рыскания на траектории перелета

Анализ программы по углу рыскания показывает, что и на первом участке траектории тяга двигателя используется для уменьшения наклона орбиты. При этом на перигейных участках, расположенных в окрестности восходящего узла орбиты, используется небольшой отрицательный угол рыскания, величина которого  $2^\circ \dots 5^\circ$ . На второй части траектории угол рыскания положительный и большой. На первом витке с апогейным включением двигателя угол рыскания меняется (уменьшается) от  $78^\circ$  до, примерно,  $68^\circ$ . Горизонтальные полки на рисунке 5 на втором участке траектории соответствуют пассивным сегментам витка траектории.

На каждом следующем витке траектории угол рыскания на активных участках монотонно и довольно резко уменьшается. Интересно то, что угол рыскания в начальной точке активного сегмента на последующем витке траектории практически равен углу рыскания в конечной точке активного сегмента предыдущего витка траектории. На последнем витке второго участка траектории угол рыскания примерно равен  $32^\circ$ . Последние два включения двигателя (они осуществляются в районе восходящего узла витка траектории) выполняются при отрицательном угле рыскания, величина которого около  $15^\circ$ .

На рисунке 6 показано изменение эксцентриситета орбиты вдоль траектории перелета. Видно, что максимальное значение эксцентриситета (оно достигается в конце первого участка траектории на 21 сутки перелета) немного больше 0.8. На второй и третьей части траектории перелета эксцентриситет уменьшается до нулевого значения. Горизонтальные полки при этом соответствуют пассивным участкам траектории перелета.

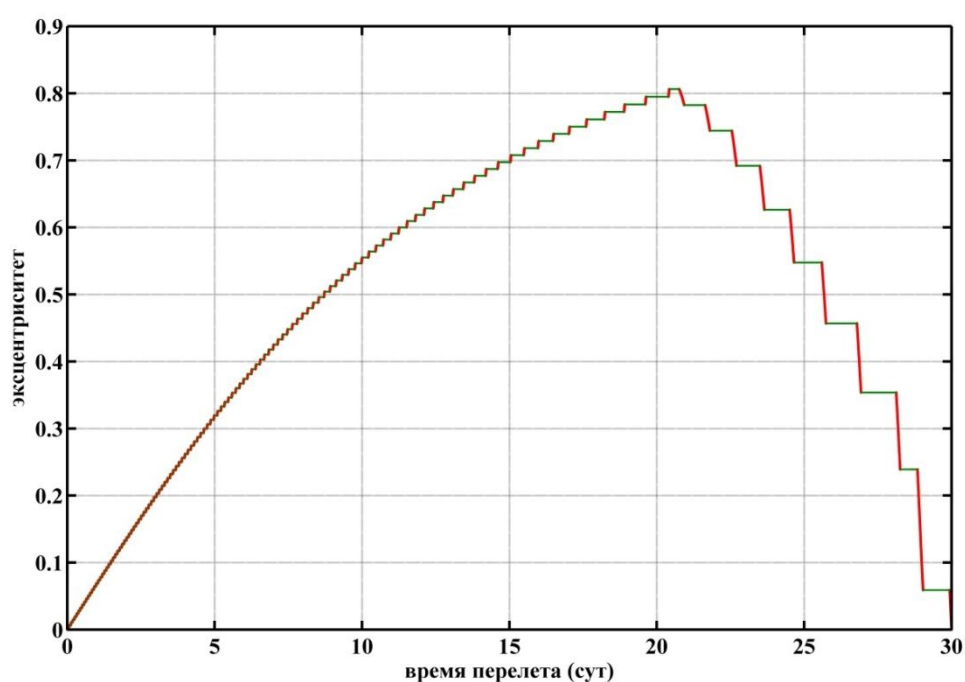


Рисунок 6. Изменение оскулирующего эксцентриситета вдоль траектории перелета

На рисунке 7 показано изменение наклона оскулирующей орбиты на оптимальной траектории перелета на ГСО. Видно, что на первом участке перелета за счет небольшого по величине угла рыскания наклонение уменьшается от начального значения  $51.6^\circ$  до примерно  $50^\circ$ . На втором участке траектории перелета апогейные активные участки с большим углом рыскания эффективно уменьшают наклонение орбиты. Причем на первых витках этого участка (пока энергия орбиты невелика) изменение эксцентриситета более интенсивное, чем на последующих витках траектории.

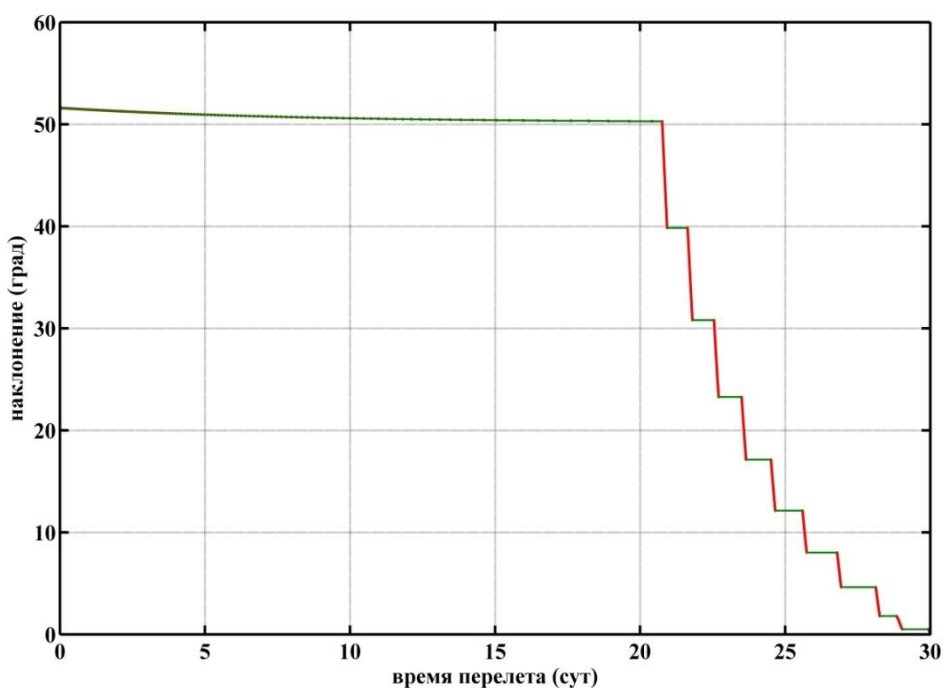


Рисунок 7. Изменение оскулирующего наклона вдоль траектории перелета

Изменение большой полуоси и фокального параметра вдоль траектории таковы, что на всех витках траектории кроме двух последних витков эти элементы монотонно увеличиваются. На последних двух витках благодаря торможению КА двигателем и большая полуось и фокальный параметр уменьшаются.

В заключении анализа оптимальной траектории перелета заметим несколько важных свойств этой траектории:

- На оптимальной траектории оказалось 3 участка с различной структурой управления движением. На последнем участке двигатель тормозит КА, уменьшая высоту перигея и энергию орбиты.
- На первом участке траектории КА переводится на орбиту, радиус апогея которой существенно больше радиуса конечной орбиты.
- Оптимальная программа по углу рыскания весьма сложна. Угол рыскания на первой части траектории перелета ненулевой. Угол рыскания сильно меняется на каждом активном сегменте на второй части траектории перелета и сильно меняется от витка к витку траектории.
- Длительности и протяженности активных участков меняются от витка к витку траектории.

В следующем разделе настоящей статьи мы приведем результаты оптимизации рассматриваемой типовой транспортной операции выведения на ГСО как функции двух важнейших проектно-баллистических характеристик: начального реактивного ускорения и удельного импульса двигателя.

### **Результаты решения динамической части проблемы проектно-баллистического анализа перелета на ГСО с низкой околоземной орбиты**

В разделе приводятся результаты анализа оптимальной траектории перелета с низкой околоземной орбиты высотой 200 км и наклоном  $51.6^\circ$  на ГСО. Рассмотрен следующий диапазон начального реактивного ускорения от 2.5 до 12.5



мм/с<sup>2</sup> и следующий диапазон удельного импульса от 600с до 900 с. Представлены результаты анализа оптимальной траектории перелета для трех значений времени перелета: 25, 30 и 35 суток. Для каждого из времен приводится таблица значений характеристической скорости. Строки таблицы соответствуют 9-ти значениям начального реактивного ускорения (от 2.5 мм/с<sup>2</sup> до 12.5 мм/с<sup>2</sup> с равномерным шагом 1.25 мм/с<sup>2</sup>). Столбцы таблицы соответствуют 4-ём значениям удельного импульса (600, 700, 800 и 900с). Аппроксимация данных таблиц должна позволить пользователю найти характеристическую скорость маневра для исследуемых характеристик КА и его двигательной установки. По характеристической скорости находится требуемое для перелета топливо и, используя корректные массовые и энергетические модели, оценивается эффективность выполнения транспортной задачи. Это позволит оптимизировать характеристики транспортной системы, в частности, характеристики двигательной установки.

Значения характеристической скорости маневра перелета на ГСО с длительностью перелета 25, 30 и 35 суток представлены в таблицах 1, 2 и 3.

Таблица 1. Характеристическая скорость [км/с] для рассмотренных значений реактивного ускорения и удельного импульса двигателя. Время перелета 25 суток

Начальное реактивное ускорение, мм/с <sup>2</sup>	Удельный импульс двигателя			
	600 с	700 с	800 с	900 с
2.50	6.8149	6.9988	7.074	7.2562
3.75	5.9212	6.0292	6.1329	6.2066
5.00	5.525	5.6031	5.6525	5.7265
6.25	5.3142	5.3629	5.4133	5.4346
7.50	5.1743	5.2148	5.2462	5.2773
8.75	5.1317	5.1239	5.1352	5.1732
10.00	5.0787	5.1101	5.0664	5.0854
11.25	5.0769	5.0908	5.0077	5.0725
12.50	5.0687	5.0858	4.9749	5.0676

Таблица 2. Характеристическая скорость [км/с] для рассмотренных значений реактивного ускорения и удельного импульса двигателя. Время перелета 30 суток

Начальное реактивное ускорение, мм/с <sup>2</sup>	Удельный импульс двигателя			
	600 с	700 с	800 с	900 с
2.50	6.3666	6.5244	6.6564	6.7741
3.75	5.6516	5.7413	5.8084	5.8654
5.00	5.3517	5.3973	5.4364	5.4817
6.25	5.1798	5.2205	5.2628	5.2841
7.50	5.0641	5.1145	5.1220	5.1471
8.75	5.0047	5.0324	5.0595	5.0689
10.00	4.9485	4.9659	4.9856	5.0152
11.25	4.8969	4.9225	4.9691	4.9880
12.50	4.8709	4.9201	4.9376	4.9808

Таблица 3. Характеристическая скорость [км/с] для рассмотренных значений реактивного ускорения и удельного импульса двигателя. Время перелета 35 суток

Начальное реактивное ускорение, мм/с <sup>2</sup>	Удельный импульс двигателя			
	600 с	700 с	800 с	900 с
2.50	6.0368	6.1686	6.2818	6.3738
3.75	5.4738	5.5362	5.5987	5.6341
5.00	5.2390	5.2839	5.3171	5.3405
6.25	5.1033	5.1275	5.1578	5.1764
7.50	4.9978	5.0238	5.0515	5.0725
8.75	4.9422	4.9602	4.9812	5.0067
10.00	4.8913	4.9165	4.9257	5.0053
11.25	4.8549	4.8726	4.8856	4.9991
12.50	4.8400	4.8444	4.8500	4.9736

Изолинии значений характеристической скорости как функции начального реактивного ускорения (ось абсцисс, равномерная сетка в диапазоне 2.5...12.5 мм/с<sup>2</sup>) и удельного импульса (ось ординат, равномерная сетка в диапазоне 600...900 с) для времени перелета 30 суток приведены на рисунке 8. Характеристическая скорость рассматриваемого маневра увеличивается с увеличением удельного импульса двигательной установки. Так при начальном реактивном ускорении 2.5 мм/с<sup>2</sup>,

увеличение удельного импульса с 600 до 900 с приводит к увеличению характеристической скорости с 6366.6 до 6774.1 м/с.

Увеличение начального реактивного ускорения приводит к уменьшению характеристической скорости. Так при удельном импульсе двигателя 600 с увеличение реактивного ускорения с 2.5 до 12.5 мм/с<sup>2</sup> приводит к уменьшению характеристической скорости с 6366.6 до 4870.9 м/с.

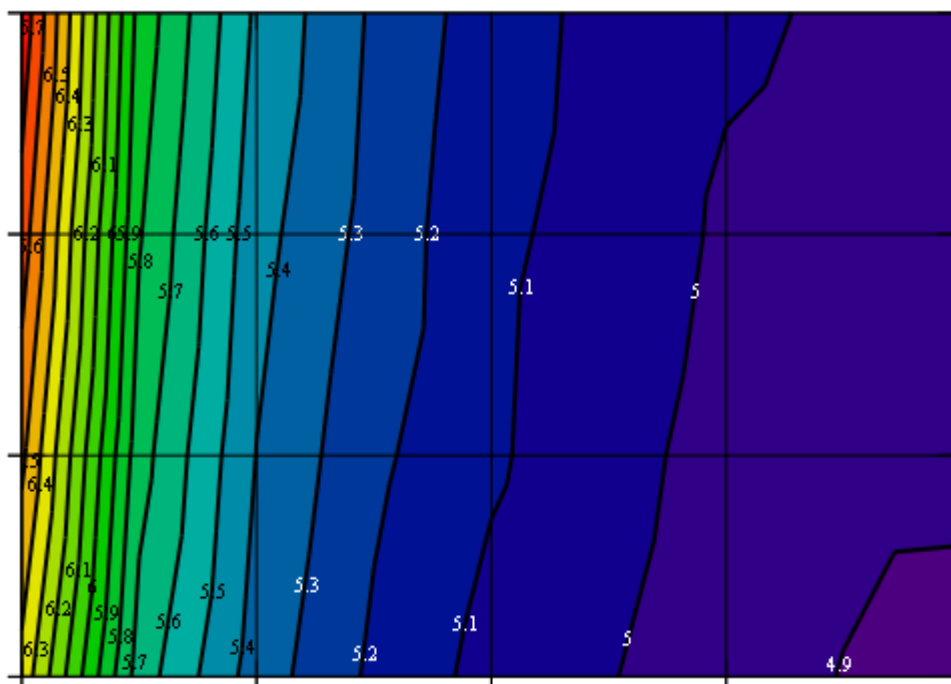


Рисунок 8. Изолинии характеристической скорости перелета на ГСО [км/с] на плоскости: - начальное реактивное ускорение (ось абсцисс, равномерная шкала в диапазоне 2.5...12.5 мм/с<sup>2</sup>) – удельный импульс двигателя (ось ординат, равномерная шкала в диапазоне 600...900 с. Время перелета 30 суток.

На рисунке 9 представлены изолинии характеристической скорости маневра для 35 суточной продолжительности перелета на ГСО. Характер зависимости практически не изменился по отношению 30-суточному перелету. Несколько уменьшилась величина характеристической скорости. Максимальное уменьшение скорости (на 400 м/с) соответствует малым реактивным ускорениям и высокому удельному импульсу.

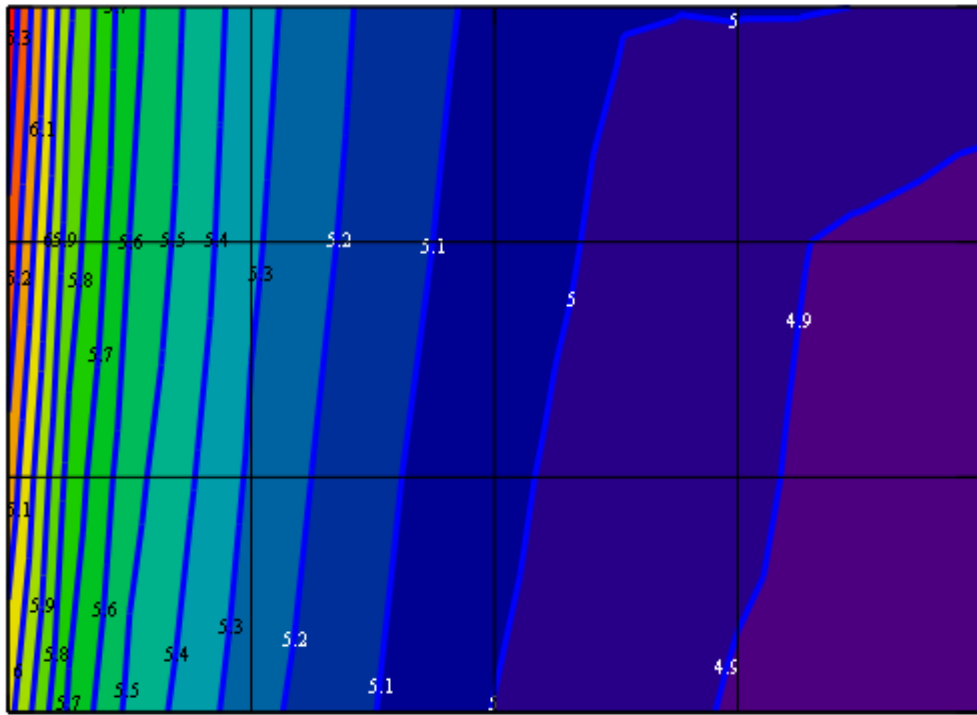


Рисунок 9. Изолинии характеристической скорости перелета на ГСО [км/с] на плоскости: - начальное реактивное ускорение (ось абсцисс, равномерная шкала в диапазоне 2.5...12.5 мм/с<sup>2</sup>) – удельный импульс двигателя (ось ординат, равномерная шкала в диапазоне 600...900 с. Время перелета 35 суток.

Приведенные изолинии характеристической скорости, как функции начального реактивного ускорения и удельного импульса используемого двигателя, дают общее представление о характере влияния этих параметров на характеристическую скорость маневра. Дают возможность, например, оценить, как сильно уменьшается характеристическая скорость с ростом начального реактивного ускорения. Из рисунка видно, что увеличение удельного импульса при малых реактивных ускорениях приводит к малому увеличению характеристической скорости маневра. Обращает на себя внимание некоторый «дребезг» изолиний в области больших реактивных ускорений. Он связан с тем, что для некоторого набора входных параметров не удалось получить глобальный минимум характеристической скорости. Дело осложняется существованием множества экстремалей с различным числом оборотов вокруг Земли [11,12,13,15]. Не всегда

удается преодолеть трудности нахождения глобального экстремума с оптимальным числом витков траектории перелета.

Для практического применения результатов статьи рекомендуется использовать представленные выше таблицы значений характеристической скорости. Аппроксимация данных таблицы позволит оценивать характеристическую скорость перелета на ГСО для значений реактивного ускорения и удельного импульса в рассмотренных диапазонах. В общем случае следует использовать двухмерную аппроксимацию. Если анализируется проект с известным значением удельного импульса, то можно использовать одномерную аппроксимацию. Так, при времени перелета 30 суток и удельном импульсе 900с зависимость характеристической скорости  $Vh$  от величины начального реактивного ускорения  $a_o$

можно представить в виде: 
$$Vh(a_o) = \frac{4.966}{1 - 0.757 \exp(-0.418 a_o)} \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

Точность приведенной аппроксимации не хуже 0.5% в рассматриваемом диапазоне реактивных ускорений.

### **Заключение**

В работе проанализирована типовая транспортная операция – выведение КА с низкой околоземной орбиты высотой 200 км и наклоном 51.6° на ГСО. Для этой транспортной операции проведен анализ оптимальных характеристик траекторий перелета для диапазона удельных импульсов 600-900 с и диапазона начальных реактивных ускорений 2.5...12.5мм/с<sup>2</sup>. Основным результатом работы - характеристическая скорость как функция удельного импульса двигателя и

начального реактивного ускорения. Эти результаты представлены в виде таблиц. Аппроксимация результатов, представленных в таблицах, может позволить корректно оценивать влияние параметров КА и его систем (прежде всего, двигательной установки) на эффективность выполнения рассмотренной транспортной операции.

### **Библиографический список**

1. Кудрин О.И. Солнечные высокотемпературные космические энергодвигательные установки. - М.: Машиностроение, 1987. - 247 с.
2. Финогенов С.Л., Коломенцев А.И., Кудрин О.И. Космические двигатели, использующие солнечную и химическую энергию. – М.: Изд-во МАИ, 2016. – 100 с.
3. Финогенов С.Л., Коломенцев А.И. Выбор параметров солнечного теплового ракетного двигателя при ограничении на время полета // Вестник Московского авиационного института. 2016. Т. 23. № 3. С. 58-68.
4. Финогенов С.Л., Коломенцев А.И., Кудрин О.И. Использование различных окислителей для дожигания водорода, нагреваемого в ракетном двигателе за счет солнечной энергии // Вестник СибГАУ. 2015. Т. 16. №3. С. 680-689.
5. Коротеев А.С. Концепция солнечной энергодвигательной установки с электронагревным тепловым аккумулятором и дожиганием рабочего тела // Вестник Московского авиационного института. 2000. Т. 7. №1. С. 60-67.
6. Акимов В.Н., Архангельский Н.И., Коротеев А.С., Кузьмин Е.П. Солнечная энергодвигательная установка с электронагревным тепловым аккумулятором и дожиганием рабочего тела // Полет. 1999. № 2. С. 20-28.

7. Финогенов С.Л., Коломенцев А.И. О выборе схемы и параметров солнечного теплового ракетного двигателя // Вестник Московского авиационного института 2017. Т. 24. № 1. С. 63-74.
8. Боровик И.Н., Козлов А.А. Математическая модель оценки массовых характеристик кислородно-водородного безгенераторного жидкостно-ракетного двигателя по его основным проектным параметрам // Труды МАИ. 2008. № 32. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=7468>
9. Партола. И.С. Развитие средств математического моделирования двигательных установок ракет космического назначения // Труды МАИ. 2011. № 46. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=26017>
10. Пегачкова Е.А. Оптимальный вывод спутника на геостационарную орбиту с учётом неэффективных затрат топлива при включении и выключении двигателя // Труды МАИ. 2011. № 47. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=26559>
11. Константинов М.С., Мин Тейн. Метод оптимизации траектории выведения КА с электроракетной двигательной установкой на ГСО // Вестник Московского авиационного института. 2009. Т.16. №5. С. 282-290.
12. Петухов В.Г. Оптимальные многовитковые траектории выведения космического аппарата с малой тягой на высокую эллиптическую орбиту // Космические исследования. 2009. Т. 47. № 3. С. 271-279.
13. Петухов В.Г. Оптимизация многовитковых перелетов между некомпланарными эллиптическими орбитами // Космические исследования. 2004. Т. 42. № 3. С. 260-279.

14. Konstantinov M.S., Fedotov G.G. Optimization of Low Thrust Transfer Between Noncomplanar Elliptic Orbits. IAF-97-A.6.06, 1997.

15. Константинов М.С., Тейн М. Оптимизация траектории выведения космического аппарата на рабочую гелиоцентрическую орбиту // Труды МАИ. 2013. № 67. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=41510>