

УДК 624.074.434

Аналитическое и экспериментальное исследование свободных колебаний разомкнутых оболочек из сплава Д19, несущих систему присоединенных масс

Сысоев О.Е.*, Добрышкин А.Ю.*, Нейн Сит Наинг**

Комсомольский-на-Амуре Государственный университет,

ул. Ленина, 27, Комсомольск-на-Амуре, Хабаровский край, 681013, Россия

**e-mail: wwwartem21@mail.ru*

***e-mail: nyeinsisnaing51@gmail.com*

Аннотация

Тонкостенные цилиндрические разомкнутые оболочки из алюминиевых сплавов являются основой для изготовления корпусов и деталей летательных и космических аппаратов, которые испытывают различные динамические нагрузки. Циклические и вибрационные нагрузки вызывают вынужденные колебания оболочек, что в совокупности собственными колебаниями конструкций может вызывать явление резонанса и разрушения конструкций. Соответствие теоретических расчетов и реальное поведение конструкций из алюминиевых сплавов, это обеспечение их безаварийной работы. Проведены экспериментальные исследования по определению влияния системы присоединенных масс на собственные колебания пологих цилиндрических оболочек из алюминиевых сплавов, результаты которого были сопоставлены с теоретическими расчетами. Целью проведенного эксперимента является измерение свободных колебаний

разомкнутой полой цилиндрической оболочки при различных вариациях присоединенных масс. Колебания разомкнутой полой тонкостенной цилиндрической оболочки, прямоугольной в плане измерялись с помощью индукционных акселерометров. Теоретический расчет оболочки производился на основании уравнений движения теории пологих оболочек, с использованием метода Бубнова-Галеркина. Найдено значительное расщепление изгибного частотного спектра, на которое влияют не только системы присоединенных масс, но и значения параметров волнообразования, зависящих от относительных геометрических размеров оболочки. Выявлено соответствие аналитических и экспериментальных данных, на примере разомкнутой оболочки из сплава Д19, что позволяет говорить о высоком качестве проведенного исследования. Показано качественное новое аналитическое решение задачи определения величины частоты колебаний оболочки, несущей систему присоединенных масс

Ключевые слова: полая оболочка, нелинейные колебания, модель устойчивости, присоединенная масса.

1. Введение

Все более широкое распространение получают пологие оболочки при изготовлении корпусов летательных и космических аппаратов. Для снижения их массы в конструкциях применяются алюминиевые сплавы. При эксплуатации на оболочки воздействуют интенсивные циклические нагрузки, вследствие чего

появляются значительные собственные колебания оболочки. При этом расположение различных элементов на поверхности оболочек принято считать за присоединенную массу. Наличие присоединенной массы оказывает влияние на колебания оболочки, поэтому возникает необходимость проведения исследований динамики пологих оболочек, несущих систему присоединенных масс [1-4, 13,14]

В работах [1-4, 13,14,18] получено новое решение колебания замкнутых цилиндрических оболочек, несущих присоединенную массу. Целью данного исследования является экспериментальное подтверждение теории колебания замкнутой цилиндрической оболочки применительно для разомкнутой оболочки, несущих присоединенных масс на собственные колебания оболочки. Данное исследование уточнит и подтвердит уточненную конечномерную модель колебаний оболочки. Для расчетов используется шарнирно-опертая модель разомкнутой оболочки. В основе решения лежит общее уравнение колебаний оболочки, системы двух дифференциальных уравнений, описывающих малые изгибные колебания оболочки: [5-7]:

$$\frac{D}{h} \nabla^4 w = \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2};$$
$$\frac{1}{E} \nabla^4 \Phi = - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}.$$

На основании общего уравнения колебаний оболочки (пластины) получена и подтверждена экспериментально дискретная нелинейная модель колебаний полой оболочки, несущей системы присоединенных масс, с двумя степенями свободы.

2. Аналитическое исследование.

Рассматривается оболочка радиусом R , толщиной h и массой M_0 высотой $0U$ цилиндрической системы координат $0XY$. Рассматриваются колебания оболочки в момент, близкий к состоянию основного резонанса.

Математическая модель, как и в [5, 8, 9], рассматривается с использованием на уравнений движения теории пологих оболочек (см., например, [8]):

$$\begin{aligned} \frac{D}{h} \nabla^4 w &= \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \rho \frac{\partial^2 w}{t^2} - \frac{M_c}{h} \delta(x - x_0, y - y_0) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}; \\ \frac{1}{E} \nabla^4 \Phi &= -\frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \end{aligned} \quad (1)$$

В (1) $D = Eh^3/[12(1 - \mu^2)]$ – цилиндрическая жесткость, где E – модуль Юнга, μ – коэффициент Пуассона; ∇^4 – бигармонический оператор Лапласа (для упругих пластин $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$) $w(x, y, t)$ – динамический прогиб; $\Phi(x, y, t)$ – функция напряжений в срединной поверхности; ρ – массовая плотность; t – время; $\delta(x, y)$ – функция Дирака.

Модальные уравнения. Определяем функцию напряжений, которая удовлетворяет условию периодичности решения, а также тангенциальным граничным условиям $N_1 = T = 0$ «в среднем»:

$$\Phi(x, y, t) = [\Phi_1(t) \sin \beta y + \Phi_2(t) \cos \beta y + \Phi_3(t)] \sin \alpha x \quad (2)$$

$$\text{где } \Phi_1(t) = \frac{E\alpha^2}{R(\alpha^2 + \beta^2)^2} f_1(t), \Phi_2(t) = \frac{E\alpha^2}{R(\alpha^2 + \beta^2)^2} f_2(t), \Phi_3(t) = \frac{E}{R\alpha^2} f_3(t).$$

Получаем систему динамических уравнений [8]:

$$\ddot{f}_1 + f_1 \omega_n^2 + \frac{4M_c}{(M_{so} - M_c)} [\ddot{f}_1 \sin^2 \beta y_0 + \ddot{f}_2 \cos \beta y_0 \sin \beta y_0 + \ddot{f}_3 \sin \beta y_0] \sin^2 \alpha x_0 = 0;$$

$$\ddot{f}_2 + f_2 \omega_n^2 + \frac{4M_c}{(M_{so} - M_c)} [\ddot{f}_1 \sin \beta y_0 \cos \beta y_0 + \ddot{f}_2 \cos^2 \beta y_0 + \ddot{f}_3 \cos \beta y_0] \sin^2 \alpha x_0 = 0; \quad (3)$$

$$\ddot{f}_3 + (p/\omega_n)^2 f_3 + \frac{2M_c}{(M_{so} - M_c)} [\ddot{f}_1 \sin \beta y_0 + \ddot{f}_2 \cos \beta y_0 + \ddot{f}_3] \sin^2 \alpha x_0 = 0.$$

В (3) обозначено $\omega_n^2 = \frac{\varepsilon(1+\theta^2)^2}{12(1-\mu^2)} + \frac{\theta^4}{(1+\theta^2)^2}$ и $p^2 = 1 + \frac{\varepsilon\theta^4}{12(1-\mu^2)}$ – квадраты

безразмерных частот изгибных и радиальных колебаний оболочки соответственно;

$\varepsilon = (n^2 h / R)^2$ и $\theta = \pi R / (nl)$ – параметры волнообразования, отражающие

характеристики относительной толщины и длины оболочки. Видно, что наличие

присоединенной массы в оболочке является причиной не только к связанности

сопряженных изгибных форм колебаний, но и взаимодействия высокочастотных

радиальных колебаний с низкочастотными изгибными. И что радиальные колебания

являются дополнительной инерционной связью между сопряженными изгибными

формами.

$$\ddot{f}_1 + \omega_0^2 f_1 + \frac{4(M_{so} - M_c)}{M_c} [\ddot{f}_1 \sin \beta y_0 + \ddot{f}_2 \cos \beta y_0] \sin^2 \alpha x_0 \sin \beta y_0$$

$$\ddot{f}_2 + \omega_0^2 f_2 + \frac{4(M_{so} - M_c)}{M_c} [\ddot{f}_1 \sin \beta y_0 + \ddot{f}_2 \cos \beta y_0] \sin^2 \alpha x_0 \cos \beta y_0$$

Новое решение. Собственные частоты и формы. Находим систему связанных

модальных уравнений:

$$\begin{aligned}
\ddot{a}_1 + \omega_n^2 a_1 + 2\gamma \sin \beta y_0 - \frac{12}{\varepsilon^{0.5}} \omega_n^2 a_3 a_{10} + 6\omega_n^2 a_{10} (a_1 a_{10} + a_2 a_{20}) &= 0; \\
\ddot{a}_2 + \omega_n^2 a_2 + 2\gamma \cos \beta y_0 - \frac{12}{\varepsilon^{0.5}} \omega_n^2 a_3 a_{20} + 6\omega_n^2 a_{20} (a_2 a_{20} + a_1 a_{10}) &= 0; \\
\ddot{a}_3 + \frac{12}{\varepsilon} \omega_n^2 a_3 + \gamma - \frac{6}{\varepsilon^{0.5}} \omega_n^2 (a_1 a_{10} + a_2 a_{20}) &= 0,
\end{aligned} \tag{4}$$

где $\gamma = M[a_1 \sin \beta y_0 + a_2 \cos \beta y_0 + a_3]/M_0$.

Из (4) можно увидеть, что начальные неправильности и присоединенная масса (система присоединенных масс) являются причиной не только связанности сопряженных изгибных форм, но и взаимодействия высокочастотных радиальных изгибных колебаний с низкочастотными.

Частотное уравнение, вытекающее из (4), отражает частоты колебаний Ω_{ni} ($i=1, 2, 3$). Первые две частоты Ω_{n1} , Ω_{n2} соответствуют изгибным колебаниям, а третья Ω_{n3} – преимущественно радиальным.

Рассмотрим вариант, когда система присоединенных масс отсутствует. В новом решении (рис. 4) начальные неправильности влияют на меньшую из расщепленных частот Ω_{n1} , меньшая её. На понижение частоты влияет функция начальной погиби, и параметр ε , большая частота Ω_{n2} соответствует 1. Расстройка частот в данном случае несущественная. На рисунке 4 отображено традиционное решение. При нём меньшая из расщепленных частот Ω_{n1} равна 1, а большая Ω_{n2} – увеличивается с ростом амплитуды начальных несовершенств оболочки.

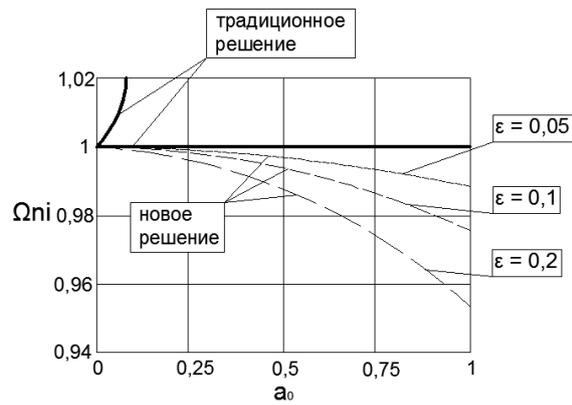


Рис. 1 Влияние амплитуды начальных несовершенств a_0 и ε на собственные частоты колебаний оболочки

Рассмотрим влияние начальных неправильностей оболочки и присоединенной массы совместно, когда масса присоединена в точках начальных несовершенств оболочки ($\psi = \beta y_0 = 0$) [9-11].

На рисунке 2 представлен график, показывающий относительную величину присоединенной массы, наиболее сильно уменьшающая расстройку частотного спектра при заданном параметре волнообразования ε .

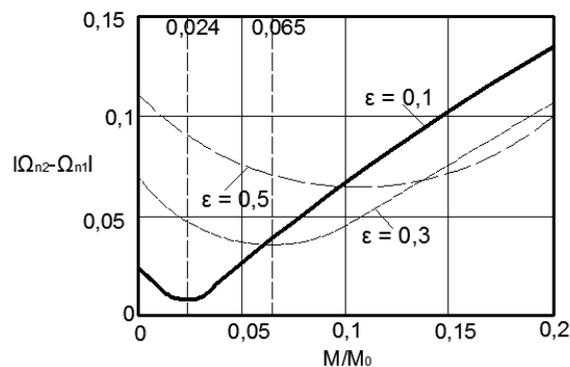


Рис. 2 Изгибной частотный спектр разомкнутой оболочки

Избежать эффекта расщепления частотного изгибного спектра в рассмотренном диапазоне изменения ε не удастся (согласно традиционному решению).

Представленные на рис. 3 расчеты, показывают что, расстройкой частотного спектра разомкнутой оболочки управлять все же возможно (уменьшая или увеличивая ее) путем подбора функции системы присоединенных масс, расположенной на разомкнутой оболочке. Расчеты выполнены при $\varepsilon = 0,1$, $M = 0,024M_0$, $a_0 = 1$ (рисунок б)

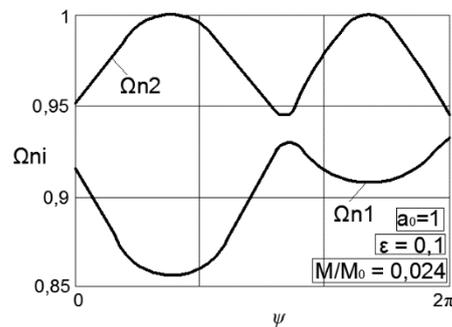


Рис. 3 Частоты свободных колебаний разомкнутой оболочки, несущей присоединенную массу.

Частоты Ω_{n1} и Ω_{n2} зависят от места крепления системы присоединенных масс ψ к разомкнутой оболочке. Если крепление оболочки в местах наибольших отклонений от её формы - расстройка частотного спектра возрастает. В местах выпуклостей больше, нежели в местах ям и впадин. Наименьшая расстройка частотного спектра появляется в случае крепления массы в узлах начальных несовершенств. В традиционном решении в местах выпуклостей и в местах впадин расстройка частотного спектра одинакова.

Эти теоретические расчеты требуют экспериментальной проверки.

3. Проведение экспериментальных исследований

Для исследования влияния системы присоединенных масс на собственные колебания пологих цилиндрических оболочек в лаборатории был изготовлен специальный стенд, опытный образец, согласно расчетной схемы (рис. 4)

Эксперимент проведен на модели тонкостенной цилиндрической полой разомкнутой оболочки. Материалом образца является алюминиевый сплав марки Д-19. Геометрические характеристики образца: $R = 318$ мм, $L = 800$ мм, $H = 93$ мм., $\delta = 0,4$ мм. Схема образца представлена на рисунке 4.

Оболочка устанавливается в стенд, изготовленный в лаборатории строительных конструкций. Стенд реализует граничные условия, приближенные к расчетной математической модели [12-16]. Для измерения частоты колебаний в верхней точке (рисунк 1) закреплен акселерометр ВС 110, одновременно выполняющий роль присоединенной массы рис. 5. Датчик обладает возможностью крепления дополнительного груза суммарной массой до 250 гр. Несколько таких датчиков позволяют моделировать систему присоединенных масс, в различных вариациях. Так же присутствует бесконтактный датчик измерения колебаний.

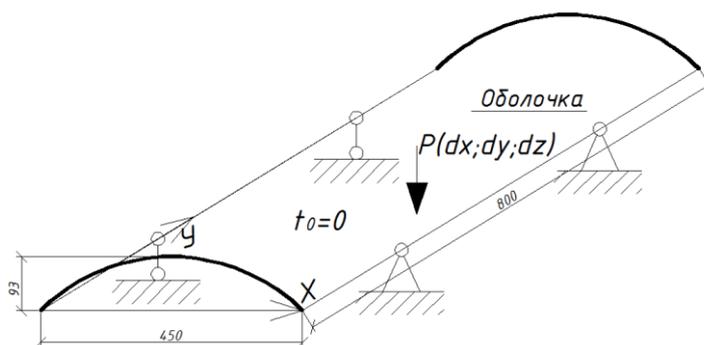


Рис. 4 – Схема эксперимента.

Акселерометр передаёт сигнал в анализатор спектра, и далее в программный комплекс, установленный на персональном компьютере [20]. Блок–схема экспериментальной установки представлена на рис. 5.

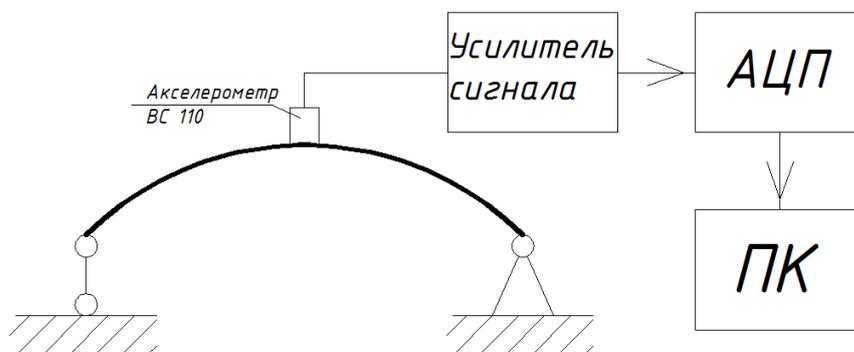


Рис. 5. Блок–схема экспериментальной установки.

Вынужденные колебания задавались путём кратковременного приложения нагрузки, за счет воздействия испытательного молотка АУ03 на оболочку (удар). Взаимодействие молотка и оболочки схожи с механизмом работы оболочки, несущей присоединенную массу, при атмосферных воздействиях. Информация о колебаниях оболочки регистрировалась пятью датчиками, расположенными в различных плоскостях. Датчики типа ВС 110 выполняли роль системы присоединённых масс. Для контроля измерения колебаний, использовался бесконтактный датчик закрепленный на штативе вблизи оболочки. Его можно наблюдать на рисунке 6. В результате проведения эксперимента получены опытные данные величин колебаний оболочки в различные моменты времени, от шести датчиков. Величина расхождения колебаний от датчиков составляет менее 1.5%, что говорит о достаточной точности проведения эксперимента. Так же получена

величина силы удара молотка [17-19]. Величина присоединенной массы известна в граммах. На рисунке 6 изображена экспериментальная установка.

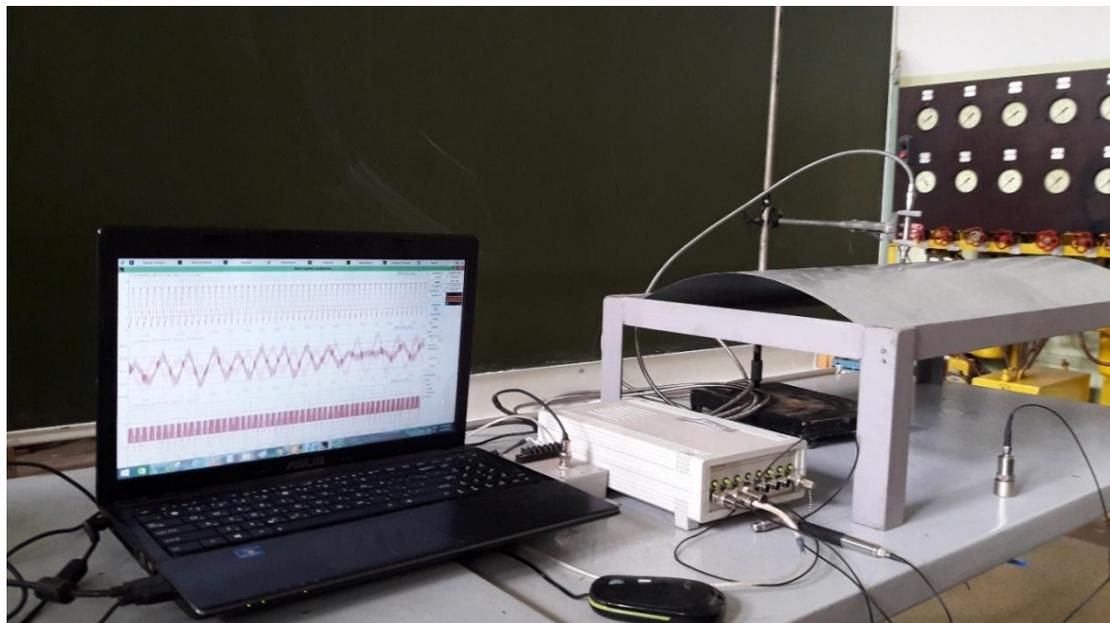


Рис. 6. Экспериментальная установка

Результатом проведения эксперимента является полученный спектр частот, обработанного с помощью программного комплекса [20], из которого была отобрана наименьшая частота всего спектра, то есть основная частота колебаний системы «оболочка–масса». В результате были определены средние значения наименьшей частоты колебаний спектра для трех образцов и выполнено сопоставление теоретических и практических результатов исследований таблица 1.

Таблица 1. Экспериментальные и расчетные данные

| Относительная ширина и высота оболочки; n_{\min} – число полувольт | Расчетные данные (Ω_{n01}) | Экспериментальные данные (Ω_{n01}) | Отклонение теоретических расчетов от экспериментальных данных |
|--|-------------------------------------|---|---|
|--|-------------------------------------|---|---|

| соответствующее минимальной частоте | | | Δ , % |
|---|-------|------|--------------|
| $B/h = 2,53$; $n_{\min} = 10$ | 0,88 | 0,9 | 2,2 |
| $B/h = 3$; n_{\min} $= 9$ | 0,9 | 0,87 | 3,4 |
| $B/h = 5,07$; $n_{\min} = 7$ | 0,91 | 0,89 | 2,2 |
| $B/h = 9,5$; $n_{\min} = 4$ | 0,912 | 0,94 | 3,0 |

4 Выводы.

Проведение экспериментальных исследований показало справедливость полученной математической модели, а именно: наличие системы присоединенных масс у разомкнутой цилиндрической оболочки приводит к расщеплению изгибного частотного спектра колебаний и меньшая из расщепленных собственных частот при этом снижается. Минимальная из расщепленных частот зависит не только от массы каждого присоединённого элемента, но и от параметров волнообразования ε и θ , характеризующих относительную толщину и длину оболочки. Так же удалось подтвердить, что если параметры ε и θ велики, основная частота и, соответственно, амплитуда радиальных колебаний Ω_{n03} может находится вблизи низших частот и амплитуд изгибных колебаний. Подобных исследований не существует. Данное исследование ново по содержанию, так как опирается на новую уточненную конечномерную модель колебания оболочек, несущих присоединенную массу.

Библиографический список

1. Серегин С.В., Сысоев О.Е. О влиянии площади контакта присоединенной массы на свободные колебания круговой цилиндрической оболочки // Материалы международной научно-практической конференции «Деформирование и разрушение композиционных материалов и конструкций», ИМАШ РАН, Москва, 10-13 ноября 2014, С. 22.
2. Серегин С.В., Сысоев О.Е. Свободные колебания тонкой круговой цилиндрической оболочки, ослабленной отверстием // Материалы международной научно-практической конференции «Живучесть и конструкционное материаловедение», 2014, ИМАШ РАН, Москва, 21-23 октября 2014, С. 67.
3. Шевченко В.П., Власов О.И. Каиров В.А. Экспериментальные исследования собственных колебаний конструктивно неоднородных цилиндрических оболочек // Вісник Національного технічного університету України. 2013. № 2 (68). С. 122 – 127.
4. Соколов В.Г. Колебания, статическая и динамическая устойчивость трубопроводов большого диаметра: Дисс. ... доктора технических наук. Санкт-Петербург, 2011, 287 с.
5. Иванов Д.Н., Наумова Н.В., Сабанеев В.С., Товстик П.Е., Товстик Т.П. О спектре частот свободных колебаний мембран и пластин, находящихся в контакте с жидкостью // Вестник Санкт-Петербургского университета. 2016. Т. 3(61. № 1. С. 95 – 104.

6. Лекомцев С.В. Конечно-элементарные алгоритмы расчета собственных колебаний трехмерных оболочек // Вычислительная механика сплошных сред. 2012. Т. 5. № 2. С. 233 – 243.
7. Серегин С.В. Численное и аналитическое исследование свободных колебания круговых цилиндрических оболочек, несущих присоединенную массу, линейно распределенную вдоль образующей // Вычислительная механика сплошных сред. 2014. Т. 7. № 4. С. 378 – 384.
8. Сысоев О.Е., Добрышкин А.Ю., Нейн С.Н. Влияние присоединенной массы на вынужденные колебания разомкнутых оболочек // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. 2016. Т. 1. № 3 27). С. 110 – 116.
9. Сысоев О.Е., Добрышкин А.Ю., Нейн С.Н., Кахоров К.К. Современные испытательные стенды для бесконтактного исследования свободных колебаний замкнутых и разомкнутых цилиндрических оболочек. // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. 2017. Т. 1. № 1(29). С. 110 – 118.
10. Y. Qu, Y. Chen, X. Long, H. Hua, and G. Meng. Free and forced vibration analysis of uniform and stepped circular cylindrical shells using a domain decomposition method // Applied Acoustics, 2013, vol. 74, no. 3, pp. 425 - 439.
11. Y. Qu, H. Hua, and G. Meng. A domain decomposition approach for vibration analysis of isotropic and composite cylindrical shells with arbitrary boundaries // Composite Structures, 2013, vol. 95, pp. 307 – 321.

12. Y. Xing, B. Liu, and T. Xu. Exact solutions for free vibration of circular cylindrical shells with classical boundary conditions // International Journal of Mechanical Sciences, 2013, vol. 75, pp. 178 – 188.
13. M. Chen, K. Xie, W. Jia, and K. Xu. Free and forced vibration of ring-stiffened conical–cylindrical shells with arbitrary boundary conditions // Ocean Engineering, 2015, vol. 108, pp. 241 – 256.
14. H. Li, M. Zhu, Z. Xu, Z. Wang, and B. Wen. The influence on modal parameters of thin cylindrical shell under bolt looseness boundary // Shock and Vibration, 2016, vol. 2016, Article ID 4709257, 15 p.
15. Foster N., Fernández–Galiano L. Norman Foster in the 21st Century, AV Monografías, Artes Gráficas Palermo, 2013, pp. 163 – 164.
16. Eliseev V.V., Moskalets A.A., Oborin E.A. One-dimensional models in turbine blades dynamics // Lecture Notes in Mechanical Engineering, 2016, vol. 9, pp. 93 - 104.
17. Hautsch N., Okhrin O., Ristig A. Efficient iterative maximum likelihood estimation of highparameterized time series models, Berlin, Humboldt University, 2014, 34 p.
18. Белосточный Г.Н., Мыльцина О.А. Статическое и динамическое поведение пологих оболочек под действием быстропеременных температурно-силовых воздействий // Труды МАИ. 2015. № 82. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=58524>
19. Кузнецова Е.Л., Тарлаковский Д.В., Федотенков Г.В., Медведский А.Л. Воздействие нестационарной распределенной нагрузки на поверхность упругого слоя // Труды МАИ. 2013. № 71. URL: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=46621>

20. Demin A.A., Golubeva T.N., Demina A.S. The program complex for research of fluctuations' ranges of plates and shells in magnetic field // 11th Students' Science Conference "Future Information technology solutions", Bedlewo, 3-6 October 2013, pp. 61 - 66.