

Методика измерения координат лунных посадочных станций с помощью оптических телевизионных средств космических аппаратов

Вернигора Л.В.*, Казмерчук П.В., Сысоев В.К.***, Дмитриев А.О.******

*Научно-производственное объединение им. С.А. Лавочкина,
ул. Ленинградская, 24, Химки, Московская область, 141400, Россия*

**e-mail: vlv@laspacespace.ru*

***e-mail: pavel.kazmerchuk@gmail.com*

****e-mail: sysoev@laspacespace.ru*

*****e-mail: dao@laspacespace.ru*

Статья поступила 23.09.2020

Аннотация

Применение оптических лазерных маяков позволит точно и однозначно локализовать местоположение лунных посадочных станций с помощью оптических телевизионных средств космических аппаратов. Оптический маяк, установленный на лунной посадочной станции, будет обнаружен бортовой телекамерой орбитального аппарата по признаку существенного превышения светового потока над уровнем фоновой засветки. Представленная методика позволит локализовать лунную посадочную станцию с оптическим лазерным маяком с точностью в единицы метров. Это позволит использовать его как реперную точку для установления сетки селенодезических координат высокой точности. Лунная посадочная станция с оптическим лазерным маяком позволит картографирование

поверхности Луны довести до точностей, соответствующих детализации снимков лунного рельефа, сделанных бортовой телекамерой орбитального аппарата.

Ключевые слова: космические аппараты, лунная посадочная станция, оптический маяк, навигация.

Введение

Использование оптических маяков на основе полупроводниковых источников света позволит локализовать местоположение лунных посадочных станций с высокой точностью с помощью оптических телевизионных средств космических аппаратов [1-3].

Предварительно рассчитанные координаты места посадки лунной посадочной станции соответствуют точности в несколько километров. Лунные посадочные станции могут иметь размеры, не позволяющие обнаружить их бортовыми телекамерами орбитального аппарата (ОА), поэтому в качестве дополнительного средства навигации на лунных посадочных станциях может быть установлен оптический маяк, который будет обнаружен бортовой телекамерой ОА по признаку существенного превышения светового потока над уровнем фоновой засветки [4; 5]. Излучение оптического маяка при этом должно быть направлено в сторону траектории ОА на лунном небосводе. Это позволит точно и однозначно локализовать местоположение посадочных станций и использовать оптический маяк как реперную точку для установления системы селенодезических координат

высокой точности [6], а в дальнейшем использовать для создания глобальной лунной оптической навигационной системы на основе располагаемых на поверхности Луны световых маяков [7-9].

Любой спутник на полярной орбите, снабженный телекамерой для съемки лунной поверхности, легко заметит свет маяка, который будет в несколько раз ярче окружающей поверхности. Обращаясь вокруг Луны, спутник будет не только делать снимки лунной поверхности, над которой он пролетает, но и иметь на некоторых из них изображение оптического маяка, установленного на посадочном аппарате.

Методика измерения координат лунных посадочных станций с помощью оптических телевизионных средств космических аппаратов

Для построения методики используются три системы координат:

Международная Система Небесных Координат (ICRS - International Celestial Reference System) [10]. Начало отсчёта находится в барицентре Солнечной системы. Ось X направлена в точку весеннего равноденствия на эпоху J2000, ось Z перпендикулярна плоскости земного экватора, ось Y дополняет систему до правой. Полученная система координат независима от вращения Земли.

Связанная система координат $X'Y'Z'$. Связанная с КА система координат. Начало отсчёта находится в центре масс КА. Направления осей зависят от геометрии КА, совпадают с осями симметрии КА и образуют правую тройку векторов.

Приборная система координат $X^n Y^n Z^n$. Связанная с прибором система координат. Начало отсчёта находится в центре масс прибора, ось X совпадает с оптической осью прибора, оси Z и Y образуют правую тройку векторов.

Методика основана на алгебре кватернионов (параметров Родрига-Гамильтона) [11; 12]. Параметры Родрига-Гамильтона однозначно определяют ориентацию объекта в пространстве и в отличие от углов Эйлера не вырождаются при любых параметрах вращения в связи с тем, что не содержат тригонометрических функций.

Пусть известен кватернион поворота, определяющий переход из связанной системы координат в систему координат звездного датчика $X_{3d} Y_{3d} Z_{3d}$. Если известны углы Эйлера, определяющие ориентацию приборной системы координат относительно связанной, то кватернион поворота можно вычислить по следующим соотношениям [13] (последовательность поворотов - $\psi\theta\gamma$):

$$Q' = [q, \mathbf{v}]; \quad q = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{\psi - \gamma}{2}\right);$$

$$\mathbf{v} = \left[\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{\psi - \gamma}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{\psi - \gamma}{2}\right), \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{\psi + \gamma}{2}\right) \right]. \quad (1)$$

Звездный датчик определяет ориентацию своих приборных осей относительно звезд в системе координат звездного каталога [14]. Для определенности условимся, что используется каталог HIPPARCOS, в котором положения и собственные движения звезд приводятся в системе ICRS [15].

Пусть звездный датчик в качестве измерения выдает кватернион Q , определяющий поворот из ICRS XYZ в приборную систему координат звездного

датчика $X_{3d}Y_{3d}Z_{3d}$ (рис. 1). Обратному переходу из $X_{3d}Y_{3d}Z_{3d}$ в XYZ будет соответствовать сопряженный кватернион $\tilde{Q} = [q, -\mathbf{v}]$.

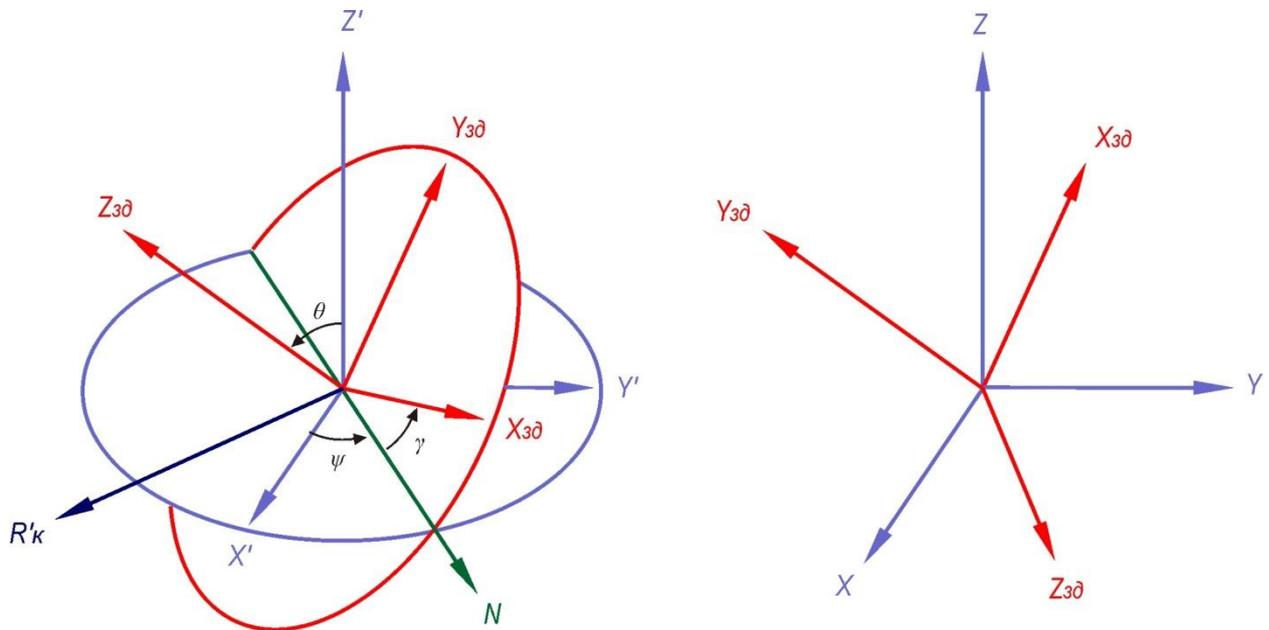


Рисунок 1. Используемые системы координат

Тогда любой вектор \mathbf{R}' , заданный в связанной системе координат, можно преобразовать в ICRS по формуле:

$$\mathbf{R}' \rightarrow \mathbf{R} = \tilde{Q}Q'\mathbf{R}'\tilde{Q}'Q = \Pi\mathbf{R}'\tilde{\Pi}, \quad (2)$$

где $\Pi = \tilde{Q}Q'$ - кватернион, определяющий трансформацию из связанной системы координат в ICRS.

Например, единичный вектор оптической оси камеры \mathbf{R}'_k , заданный в связанной системе координат, преобразуется в ICRS следующим образом:

$$\mathbf{R}_k = \Pi\mathbf{R}'_k\tilde{\Pi}.$$

Далее определим координаты точки пересечения оптической оси камеры с поверхностью Луны. Все вычисления будем проводить в ICRS.

Пусть известен (из внешнетраекторных измерений) вектор состояния КА $\mathbf{X}_{ка} = (\mathbf{R}_{ка}, \mathbf{V}_{ка})^T$ в момент времени t , заданный в ICRS.

Для определения положения Луны $\mathbf{R}_л$ в конкретные моменты времени (на конкретную дату) воспользуемся эфемеридами Лаборатории Реактивного Движения (JPL) [16].

JPL-эфемериды позволяют вычислить относительные положения тел Солнечной системы для широкого диапазона дат. Координаты в JPL-эфемеридах максимально приближены к ICRS. Единицы измерения времени – дни барицентрического координатного времени (TDB), измерения координат – километры. Используется юлианский день.

Положения планет в JPL-эфемеридах аппроксимированы полиномами Чебышева. Коэффициенты полиномов Чебышева доступны в виде текстовых файлов в кодировке ASCII. Именно их (наборы коэффициентов) и называют JPL-эфемеридами. Положения планет в JPL-эфемеридах необходимо вычислять на основе коэффициентов и полиномов Чебышева.

Полиномы Чебышева $T(\tau)$ первого рода можно вычислить по рекуррентным соотношениям [17]:

$$\begin{aligned} T_0(\tau) &= 0; \\ T_1(\tau) &= \tau; \\ T_{i+1}(\tau) &= 2\tau \cdot T_i(\tau) - T_{i-1}(\tau), \quad i = \overline{1, n-1}, \end{aligned} \tag{3}$$

где $\tau \in [-1, 1]$ - нормализованное время.

Тогда траектория движения планеты (по одной координате) на определённом интервале времени $t \in [t_1, t_2]$ может быть аппроксимирована следующей функцией

$$x(t) = \sum_{i=0}^n a_i T_i(\tau), \quad (4)$$

где $\tau = 2 \frac{t-t_1}{t_2-t_1} - 1$; a_i - коэффициенты, которые содержатся в файлах эфемерид.

Продифференцировав (4) по времени, можно получить соотношения для вычисления скорости на том же временном интервале:

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{2}{t_2-t_1} \sum_{i=0}^n a_i V_i(\tau), \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} V_0(\tau) &= 0; \\ V_1(\tau) &= 1; \\ V_2(\tau) &= 4\tau; \\ V_{i+1}(\tau) &= 2\tau \cdot V_i(\tau) + 2T_i(\tau) - V_{i-1}(\tau), \quad i = \overline{2, n-1}. \end{aligned} \quad (6)$$

Таким образом, зная коэффициенты a_i , можно вычислить позицию и скорость в момент времени $t \in [t_1, t_2]$. Так как коэффициенты a_i уменьшаются по абсолютному значению при росте i , то при вычислении по формулам (4), (5), в связи с ограниченной разрядностью представления вещественных чисел в компьютере для уменьшения погрешности вычислений суммирование нужно производить в обратном порядке $i = \overline{n, 0}$.

Луну аппроксимируем сферой с радиусом равным 1737,4 км. Найдем координаты точки пересечения оптической оси камеры (прямой с началом в точке $\mathbf{R}_{ка}$ и направляющим вектором $\mathbf{R}_к$) и сферы с центром в точке $\mathbf{R}_л$ (рисунок 2).

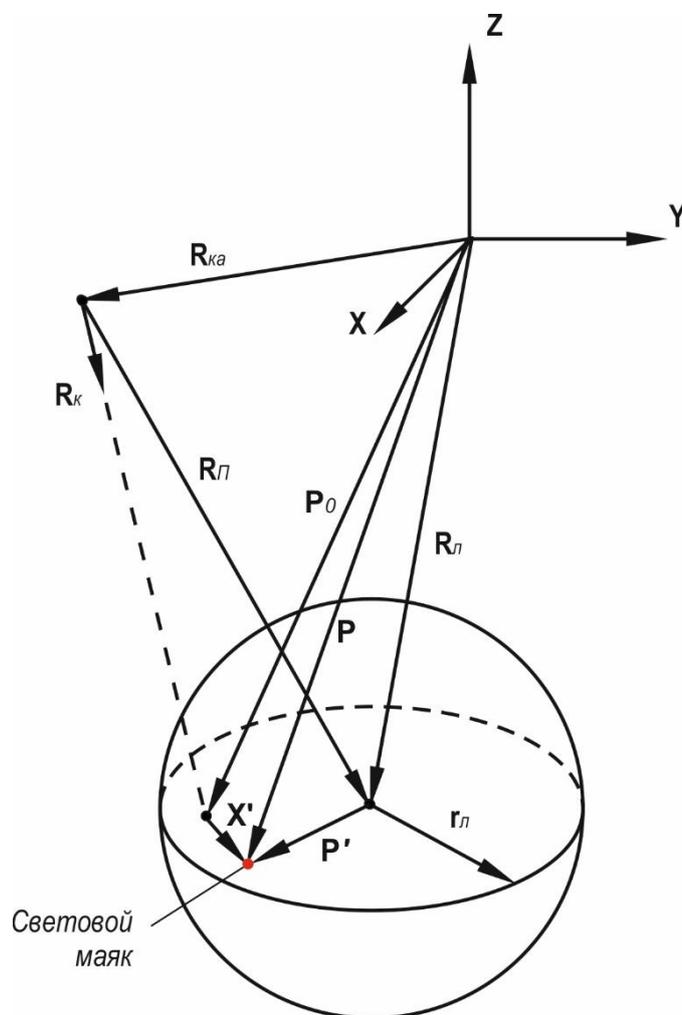


Рисунок 2. Определение пересечения оптической оси камеры с поверхностью Луны

Уравнение сферы

$$(\mathbf{R} - \mathbf{R}_л) \cdot (\mathbf{R} - \mathbf{R}_л) = |\mathbf{r}_л|^2.$$

Уравнение прямой

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_{ка} + t\mathbf{R}_к \cdot (*).$$

Подставим уравнение прямой в уравнение сферы:

$$(\mathbf{R}_{ка} + t\mathbf{R}_к - \mathbf{R}_л)(\mathbf{R}_{ка} + t\mathbf{R}_к - \mathbf{R}_л) = |\mathbf{r}_л|^2.$$

Разрешив квадратное уравнение относительно t (необходимо из решения взять наименьший положительный корень) и подставив его в (*), получим точку пересечения оптической оси камеры с поверхностью Луны.

Пусть известны: единичный вектор ориентации ПЗС-линейки камеры \mathbf{X} , заданный в связанной системе координат; координата засвеченного пикселя (центра светового пятна) на ПЗС-линейке x (рисунок 3); фокусное расстояние f и расстояние от КА до поверхности d .

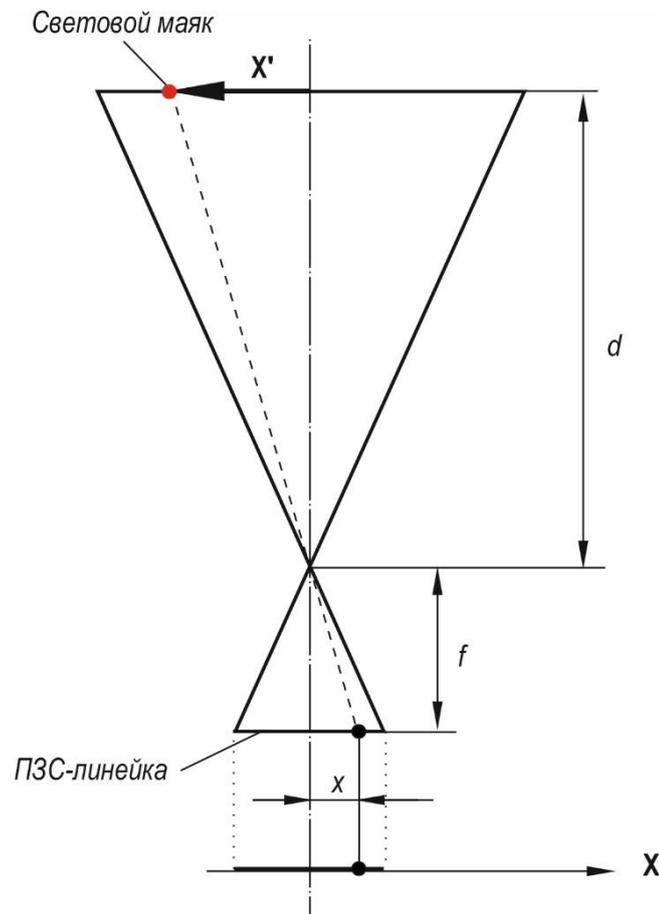


Рисунок 3. Связь положения оптического лазерного маяка с координатой центра светового пятна на ПЗС-линейке

Тогда вектор проекции пикселя на поверхности Луны в ICRS можно определить по формуле:

$$\mathbf{X}' = -\frac{d}{f} x [\Pi \mathbf{X} \tilde{\Pi}]. \quad (7)$$

Окончательно положение оптического лазерного маяка в ICRS можно найти по формуле:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_o + \mathbf{X}', \quad (8)$$

или относительно центра Луны:

$$\mathbf{P}' = \mathbf{P} - \mathbf{R}_L. \quad (9)$$

Если необходимо получить координаты оптического лазерного маяка в сферической системе лунных координат (Lunar Reference System - LRS), то можно воспользоваться рекомендациями Международного астрономического союза (IAU), согласно которым ориентация нулевого меридиана и экватора Луны относительно ICRS определяется тремя углами: α_0 , δ_0 , W (рисунок 4), которые могут быть вычислены по следующим формулам [18]:

$\alpha_0 = 269^\circ.9949$	$+0^\circ.0031T$	$-3^\circ8787\sin E1$	$-0^\circ1204 \sin E2$
	$+0.0700\sin E3$	$-0.0172\sin E4$	$+0.0072\sin E6$
	$-0.0052\sin E10$	$+0.0043\sin E13$	
$\delta_0 = 66.5392$	$+0.0130T$	$+1.5419\cos E1$	$+0.0239\cos E2$
	$-0.0278\cos E3$	$+0.0068\cos E4$	$-0.0029\cos E6$
	$+0.0009\cos E7$	$+0.0008\cos E10$	$-0.0009\cos E13$

$$\begin{aligned}
 W=38.3213 & & +13.17635815d & & -1.4 \times 10^{-12}d^2 & & +3.5610 \sin E_1 \\
 & & +0.1208 \sin E_2 & & -0.0642 \sin E_3 & & +0.0158 \sin E_4 \\
 & & +0.0252 \sin E_5 & & -0.0066 \sin E_6 & & -0.0047 \sin E_7 \\
 & & -0.0046 \sin E_8 & & +0.0028 \sin E_9 & & +0.0052 \sin E_{10} \\
 & & +0.0040 \sin E_{11} & & +0.0019 \sin E_{12} & & -0.0044 \sin E_{13}
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 E_1 &= 125^\circ.045 - 0^\circ.0529921d, & E_2 &= 250^\circ.089 - 0^\circ.1059842d, & E_3 &= 260^\circ.008 + 13^\circ.0120009d, \\
 E_4 &= 176.625 + 13.3407154d, & E_5 &= 357.529 + 0.9856003d, & E_6 &= 311.589 + 26.4057084d, \\
 E_7 &= 134.963 + 13.0649930d, & E_8 &= 276.617 + 0.3287146d, & E_9 &= 34.226 + 1.7484877d, \\
 E_{10} &= 15.134 - 0.1589763d, & E_{11} &= 119.743 + 0.0036096d, & E_{12} &= 239.961 + 0.1643573d, \\
 E_{13} &= 25.053 + 12.9590088d
 \end{aligned}$$

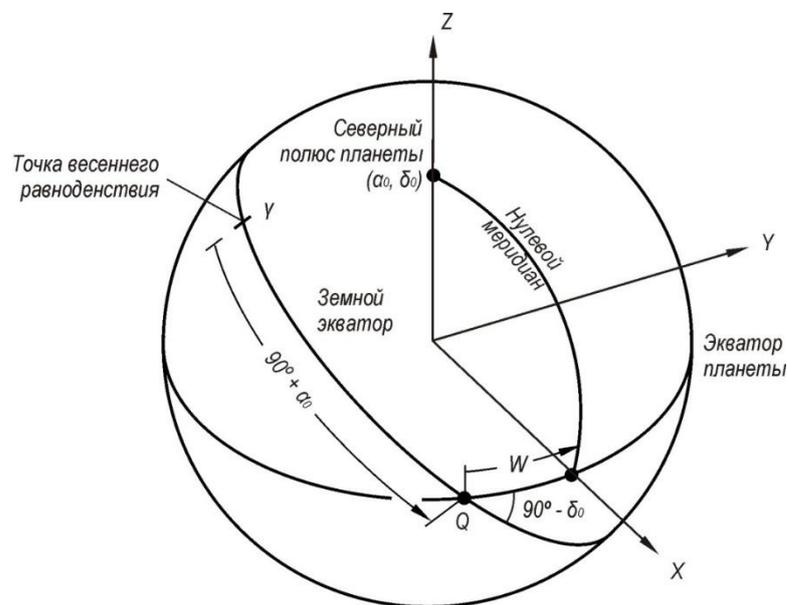


Рисунок 4. Связь между системой небесных координат и системой лунных координат

Кватернион, соответствующий повороту из ICRS в LRS, найдем аналогично (1):

$$\Lambda = [q, \mathbf{v}]; \quad q = \cos\left(\frac{90^\circ - \delta_0}{2}\right) \cos\left(\frac{90^\circ + \alpha_0 - W}{2}\right);$$

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \sin\left(\frac{90^\circ - \delta_0}{2}\right) \cos\left(\frac{90^\circ + \alpha_0 - W}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{90^\circ - \delta_0}{2}\right) \sin\left(\frac{90^\circ + \alpha_0 - W}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{90^\circ - \delta_0}{2}\right) \sin\left(\frac{90^\circ + \alpha_0 + W}{2}\right) \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Преобразуем вектор \mathbf{P}' в LRS:

$$\mathbf{G} = \Lambda \mathbf{P}' \tilde{\Lambda}. \quad (11)$$

Если необходимо определить широту и долготу оптического лазерного маяка,

то:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\sqrt{G_x^2 + G_y^2}}{G_z}\right),$$

$$\lambda = \arctan\left(\frac{G_y}{G_x}\right), \quad (12)$$

где G_x, G_y, G_z - компоненты вектора \mathbf{G} .

Точность получаемых координат оптического лазерного маяка, установленного на борту лунной посадочной станции, будет зависеть от точности определения ориентации ОА относительно звезд [19, 20], разрешающей способности бортовой телекамеры и высоты орбиты спутника. Например, при угловой точности звездных датчиков ОА 6" и угловом разрешении бортовой телекамеры 6"/пиксель на высоте орбиты 100 км точность определения координат оптического маяка будет соответствовать ошибке по положению 3 м (на высоте 50 км –1,5 м).

Связь орбитальных параметров КА и взаимных положений оптических лазерных маяков достигается методом уравнивания большого массива наблюдений (снимков).

Выводы

Таким образом, комплексное использование бортовой научной аппаратуры ОА и привязка проводимых ею измерений к шкале Всемирного времени позволяет определять селенографические координаты точек лунного рельефа в системе LRS. Измерения по предложенной схеме положения оптического лазерного маяка на посадочном модуле дадут возможность на два порядка поднять точность привязки LRS к реперам на лунной поверхности и обеспечить построение системы лунных координат геодезического уровня (на уровне точности в единицы метров по поверхности Луны). В целом данная методика позволит довести картографирование лунной поверхности до точностей, соответствующих детализации снимков лунного рельефа.

Библиографический список

1. Дмитриев А.Л. Полупроводниковые источники света для систем передачи и обработки информации. - СПб: СПбГУИТМО, 2006. - 48 с.
2. Багров А.В., Барабанов А.А., Вернигора Л.В., Вятлев П.А., Мартынов М.Б., Пичхадзе К.М., Сысоев В.К. Применение лазерных диодных маяков для определения координат космических и наземных объектов // Космические

исследования. 2013. Т. 51. № 4. С. 1 - 9.

3. Багров А.В., Вернигора Л.В., Вятлев П.А., Мартынов М.Б., Папченко Б.Н., Сысоев В.К. Создание светодиодных оптических маяков для космических аппаратов // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2011. № 4. С. 37 – 43.

4. Вернигора Л.В., Пичхадзе К.М., Сысоев В.К. Анализ параметров излучателя оптического маяка для системы навигации космических аппаратов // Труды МАИ. 2017. № 95. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=84553>

5. Шевченко В.В., Пугачева С.Г., Новиков В.В., Кварацхелия О.И. Оптические и тепловые характеристики поверхности Луны. - М.: МГУ, 2001. - 150 с.

6. Ширенин А.М., Мазурова Е.М., Багров А.В. Построение высокоточной селенодезической системы координат на физической поверхности Луны с помощью светодиодных маяков, расположенных на ее поверхности // Космические исследования. 2016. Т. 54. № 6. С. 493 - 498.

7. Багров А.В., Дмитриев А.О., Леонов В.А., Митькин А.С., Москатиньев И.В., Сысоев В.К., Ширшаков А.Е. Глобальная оптическая навигационная система для Луны // Труды МАИ. 2018. № 99. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=66381>

8. Чеботарев В.Е., Кудымов В.И., Звонарь В.Д., Внуков А.А., Владимиров А.В. Концепция околорунной навигации // Исследования наукограда. 2014. № 4. С. 14 - 20.

9. Корнеев М.А., Максимов А.Н., Максимов Н.А. Методы выделения точек привязки для визуальной навигации беспилотных летательных аппаратов // Труды МАИ. 2012. № 58. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=33061>

10. Arias E.F., Charlot P., Feissel M., Lestrade J.-F. The Extragalactic Reference System of the International Earth Rotation Service, ICRS // *Astronomy and Astrophysics*, 1995, vol. 303, pp. 604 - 608.
11. Лурье А.И. Аналитическая механика. - М.: Физматгиз, 1961. - 824 с.
12. Кошляков В.Н. Параметры Родрига–Гамильтона и их приложения в механике твердого тела. - Киев: Изд-во Института математики НАН Украины, 1994. - 176 с.
13. Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. - М.: Наука, 1973. - 320 с.
14. Шилов Л.Б. Модели и алгоритмы для выбора углов установки звездных датчиков космических аппаратов наблюдения // Труды МАИ. 2012. № 52. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=29457>
15. Ковалевский Ж. Современная астрометрия. - Фрязино: Век 2, 2004. - 480 с.
16. Эфемериды Лаборатории Реактивного Движения: URL: <http://ssd.jpl.nasa.gov/?ephemerides>
17. Васильев Н., Зелевинский А. Многочлены Чебышева и рекуррентные соотношения // *Квант*. 1982. № 1. С. 12 - 19.
18. Archinal B.A. et al. Report of the IAU Working Group on Cartographic Coordinates and Rotational Elements: 2006 // *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2007, vol. 98, issue 3, pp. 155 – 180.
19. Прохоров М.Е., Захаров А.И., Миронов А.В., Николаев Ф.Н., Тучин М.С. Современные датчики звездной ориентации // Труды 38 международной студенческой научной конференции (Екатеринбург. 2- 6 февраля 2009). –

Екатеринбург: Изд-во Уральского университета, 2009. С. 170 - 186.

20. Дятлов С.А., Бессонов Р.В. Обзор звёздных датчиков ориентации космических аппаратов // Всероссийская научно-техническая конференция «Современные проблемы определения ориентации и навигации космических аппаратов»: сборник трудов (Таруса, 22-25 сентября 2008). - Таруса: Институт космических исследований Российской академии наук, 2009. С. 11 - 32.

Method of lunar landing stations' coordinates measurements using spacecraft optical television means

Kazmerchuk P.V.*, **Vernigora L.V.****, **Sysoev V.K.*****, **Dmitriev A.O.******

*Lavochkin Research and Production Association, NPO Lavochkin,
24, Leningradskay str., Khimki, Moscow region, 141400, Russia*

**e-mail: vlv@laspace.ru*

***e-mail: pavel.kazmerchuk@gmail.com*

****e-mail: sysoev@laspace.ru*

*****e-mail: dao@laspace.ru*

Abstract

The paper describes use of optical laser beacons, with the help of which it is possible accurately and uniquely to determine the location of lunar landing stations when they are observed by optical television means of orbiting spacecraft. The optical beacon installed on the lunar landing station will be detected by the onboard television camera of the orbiter on the basis of a significant excess of light flux above the level of background noise.

Three coordinate systems are used to construct the method of lunar landing stations' coordinates measuring: the International Celestial Reference System (ICRS), the Bound Coordinate System and the Instrument Coordinate System.

The presented technique is based on the quaternion algebra (Rodrigue-Hamilton's parameters). Rodrigue-Hamilton's parameters are widely used in analytical mechanics and they are closely related to Euler's angles and an end-turn vector. They clearly determine the orientation of the solid body in space and do not degenerate by any parameters of rotation. Practice shows that calculation using Rodrigue-Hamilton's parameters provides

the lowest computational efforts compared to other methods, when the same accuracy characteristics are provided.

The accuracy of the optical laser beacon localization depends on the accuracy of determining of the orbiter's orientation according to the measurements of the star sensor, the on-board TV camera resolution and the altitude of the orbiter's orbit. The correlation between the spacecraft orbital parameters and the mutual position of the optical laser beacon is achieved by equalizing of a large array of observations. The equalization method takes into account all measurement errors: from errors in determining of the on-board TV camera orientation to satellite's orbit deviations caused by irregularities of the lunar gravity field.

The presented technique will allow to locate the position of the lunar landing station with an optical laser beacon onboard with an accuracy of units of meters.

Thus, the integrated use of the orbiter on-board equipment and the binding of its measurements to the World Time Scale allows to determine the selenographic coordinates of lunar terrain points in the LRS system. This will allow to use it as a reference point for establishing of a high-precision grid of selenodetic coordinates, and to bring mapping of the lunar surface to the accuracy corresponding to the detail images of the lunar relief.

Keywords: spacecraft, optical beacon, lunar landing station, navigation.

References

1. Dmitriev A.L. *Poluprovodnikovye istochniki sveta dlya sistem peredachi i obrabotki informatsii* (Semiconductor light sources for the transmission and processing of information), Saint Petersburg, SPbGUITMO, 2006, 48 p.

2. Bagrov A.V., Barabanov A.A., Vernigora L.V., Vyatlev P.A., Martynov M.B., Pichkhadze K.M., Sysoev V.K. *Kosmicheskie issledovaniya*, 2013, vol. 51, no. 4, pp. 1 - 9.
3. Bagrov A.V., Vernigora L.V., Vyatlev P.A., Martynov M.B., Papchenko B.N., Sysoev V.K. *Vestnik NPO im. S.A. Lavochkina*, 2011, no. 4, pp. 37 – 43.
4. Vernigora L.V., Pichkhadze K.M., Sysoev V.K. *Trudy MAI*, 2017, no. 95. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=84553>
5. Shevchenko V.V., Pugacheva S.G., Novikov V.V., Kvaratskheliya O.I. *Opticheskie i teplovye kharakteristiki poverkhnosti Luny* (Optical and thermal characteristics of the lunar surface), Moscow, MSU, 2001, 150 p.
6. Shirenin A.M., Mazurova E.M., Bagrov A.V. *Kosmicheskie issledovaniya*, 2016, vol. 54, no. 6, pp. 493 - 498.
7. Bagrov A.V., Dmitriev A.O., Leonov V.A., Mit'kin A.S., Moskatin'ev I.V., Sysoev V.K., Shirshakov A.E. *Trudy MAI*, 2018, no. 99. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=66381>
8. Chebotarev V.E., Kudymov V.I., Zvonar' V.D., Vnukov A.A., Vladimirov A.V. *Issledovaniya naukograda*, 2014, no. 4, pp. 14 - 20.
9. Korneev M.A., Maksimov A.N., Maksimov N.A. *Trudy MAI*, 2012, no. 58. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=33061>
10. Arias E.F., Charlot P., Feissel M., Lestrade J.-F. The Extragalactic Reference System of the International Earth Rotation Service, ICRS, *Astronomy and Astrophysics*, 1995, vol. 303, pp. 604 - 608.
11. Lur'e A.I. *Analiticheskaya mekhanika* (Analytical mechanics), Moscow, Fizmatgiz, 1961, 824 p.

12. Koshlyakov V.N. *Parametry Rodriga–Gamil'tona i ikh prilozheniya v mekhanike tverdogo tela* (Rodrigue–Hamilton parameters and their applications in solid mechanics), Kiev, Izd-vo Instituta matematiki NAN Ukrainy, 1994, 176 p.
13. Branets V.N., Shmyglevskii I.P. *Primenenie kvaternionov v zadachakh orientatsii tverdogo tela* (Application of quaternions in rigid body orientation problems), Moscow, Nauka, 1973, 320 p.
14. Shilov L.B. *Trudy MAI*, 2012, no. 52. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=29457>
15. Kovalevskii Zh. *Sovremennaya astrometriya* (Modern astrometry), Fryazino, Vek 2, 2004, 480 p.
16. *Efemeridy Laboratorii Reaktivnogo Dvizheniya*: URL: <http://ssd.jpl.nasa.gov/?ephemerides>
17. Vasil'ev N., Zelevinskii A. *Kvant*, 1982, no. 1, pp. 12 - 19.
18. Archinal B.A. et al. Report of the IAU Working Group on Cartographic Coordinates and Rotational Elements: 2006, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2007, vol. 98, issue 3, pp. 155 – 180.
19. Prokhorov M.E., Zakharov A.I., Mironov A.V., Nikolaev F.N., Tuchin M.S. *Trudy 38 mezhdunarodnoi studencheskoi nauchnoi konferentsii*, Ekaterinburg, Izd-vo Ural'skogo universiteta, 2009, pp. 170 - 186.
20. Dyatlov S.A., Bessonov R.V. *Vserossiiskaya nauchno-tekhnicheskaya konferentsiya «Sovremennye problemy opredeleniya orientatsii i navigatsii kosmicheskikh apparatov»*, Tarusa, Institut kosmicheskikh issledovaniy Rossiiskoi akademii nauk, 2009, pp. 11 – 32.