

Прототипирование помехоустойчивых кодов в системах связи с кодовым разделением каналов

Волков А.С.*, Солодков А.В.**, Суслова К.О.***, Стрельников А.П.****

Национальный исследовательский университет «Московский институт электронной техники», площадь Шокина, 1, Москва, Зеленоград, 124498, Россия

**e-mail: leshvol@mail.ru*

***e-mail: tcs@miee.ru*

****e-mail: ksenija.suslova@yandex.ru*

*****e-mail: antonstrela@mail.ru*

Статья поступила 13.07.2021

Аннотация

Работа посвящена разработке модифицированного RS–кода с целью применения его для систем с кодовым разделением канала типа CDMA. Главным образом рассматривается укороченный недвоичный циклический RS–код, исправляющий t ошибок. Приведён пример работы кодера и декодера RS–кода. Проведено моделирование в среде MATLAB 2014 и получены графики BER для оценки эффективности применения RS–кода.

Разработан прототип канала связи с применением укороченного RS–кода $(28,24,5)_{GF(2^8)}$ при модуляции BPSK в канале с AWGN на программно-определяемом автономном радиоустройстве NI USRP-2974. Были заданы параметры прототипирования с помощью набора программного обеспечения LabVIEW 2020 (64bit). Найден диапазон расхождения вероятности появления битовой ошибки с использованием RS–кода. Получены графики, доказывающие эффективность

применения модифицированного RS–кода в системе с кодовым разделением канала – CDMA.

Ключевые слова: помехоустойчивость, укороченный код, декодирование помехоустойчивого кода, алгоритм Евклида, алгоритм Ченя, исправление ошибок и стираний, блочный код, прототипирование кода Рида–Соломона.

Введение

В настоящее время коды Рида–Соломона (или RS–коды) являются неотъемлемой частью множества систем цифровой памяти и связи. Их основная задача заключается в исправлении ошибок блоков данных [1]. Для большинства RS–кодов справедливо следующее выражение:

$$(n, k, d_{min}) = (2^m - 1, 2^m - 1 - 2t, n - k + 1), \quad (1)$$

где n – количество кодовых символов, k – число подлежащих кодированию информационных бит, t – это количество ошибочных бит в символе, исправляемое кодом, тогда $n - k = 2t$ – это количество контрольных символов. d_{min} – минимальное кодового расстояние (максимальное количество отличительных элементов двух любых кодовых комбинаций) [2].

Чтобы построить RS–код, сперва надо ввести понятие расширения поля. Пусть p – это любое простое число, тогда существует конечное поле $GF(p)$, которое содержит p элементов. Если это определение распространить на поле из p^m

элементов, то получится $GF(p^m)$ – расширение поля, в котором m – это целое положительное число [3].

Рассмотрим код $RS(28,24,5)_{GF(2^8)}$, адаптированный для использования в системе типа CDMA [4, 5]. Для построения данного кода используются символы из поля расширения $GF(2^8)$. Максимальное количество кодовых символов для этого кода равняется $n = 2^8 - 1 = 255$, но этот код укорочен, поэтому $n = 28$, число информационных бит $k = 24$, количество ошибочных бит, которые код может исправить $t = \frac{n-k}{2} = 2$, минимальное кодовое расстояние $d_{min} = n - k + 1 = 5$ [4]. Для кода $RS(28,24,5)_{GF(2^8)}$ неприводимый примитивный полином будет равен $F(x) = x^8 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$. Чтобы построить порождающий многочлен, необходимо воспользоваться следующим выражением [6]:

$$g(x) = \alpha_0 + \alpha_1 X + \alpha_2 X^2 + \dots + \alpha_{2t-1} X^{2t-1} + X^{2t} = \prod_{i=1}^{2t} (X + \alpha^i). \quad (3)$$

Воспользовавшись формулой (3) и задав $t = 2$, получаем порождающий полином:

$$\begin{aligned} g(x) &= \prod_{i=1}^4 (X + \alpha^i) = (X + \alpha^1)(X + \alpha^2)(X + \alpha^3)(X + \alpha^4) = \\ &= (X^2 + \alpha^2 X + \alpha^1 X + \alpha^1 \alpha^2)(X^2 + \alpha^4 X + \alpha^3 X + \alpha^3 \alpha^4) = \\ &= (X^2 + \alpha^{26} X + \alpha^3)(X^2 + \alpha^{28} X + \alpha^7) = \\ &= (X^4 + \alpha^{28} X^3 + \alpha^7 X^2 + \alpha^{26} X^3 + \alpha^{26} \alpha^{28} X^2 + \alpha^{26} \alpha^7 X + \alpha^3 X^2 + \\ &+ \alpha^3 \alpha^{28} X + \alpha^3 \alpha^7) = X^4 + \alpha^{76} X^3 + \alpha^{251} X^2 + \alpha^{81} X^1 + \alpha^{10}. \end{aligned}$$

В канале могут возникать не только ошибки, но и стирания [7]. RS-код способен исправить все комбинации из e ошибок и S стираний, для которых справедливо следующее выражение:

$$2e - S < d. \quad (4)$$

Первым этапом необходимо сформировать многочлен локаторов стираний [8]:

$$\Gamma(z) = \prod_{k=1}^e (1 - z\alpha^{j_k}). \quad (5)$$

Так, например пусть принятое кодовое слово кода $RS(28,24,5)_{GF(2^8)}$, которое поступило на вход декодера описывается выражением: $r(x) = \alpha^5 x^5 + \alpha^0 x^0$, где в позиции x^5 находится ошибка, а в позиции x^0 – стирание. Тогда многочлен локаторов стираний, рассчитанный по формуле (5), будет выглядеть следующим образом [9]:

$$\Gamma(z) = \prod_{k=1}^1 (1 - z\alpha^{j_k}) = 1 - z\alpha^0. \quad (6)$$

Вторым этапом декодирования является нахождение значений синдрома $S(i)$. Синдром – это результат проверки на четность, которая выполняется над $r(x)$, чтобы выяснить, принадлежит ли $r(x)$ набору кодовых слов. Если $S(i) = 0$, то ошибки нет. В общем виде значения синдрома вычисляются по формуле [10]:

$$S_i = r(x)|_{x=\alpha^i} = r(\alpha^i), \quad (7)$$

где $i = 1, \dots, n - k$.

После чего формируется полином синдрома, описываемый выражением:

$$S(x) = \sum_{i=0}^{d_0-t} S_i x^i. \quad (8)$$

Однако при наличии стираний необходимо заменить в декодируемом векторе все символы с координатами стираний на нулевые, после чего находить $S(x)$. Затем вычисляется модифицированный полином синдрома [11]:

$$SE(z) = (\Gamma(z) * S(z)) \bmod x^{2t}. \quad (9)$$

Предположим, что кодовом слове кода $RS(28,24,5)_{GF(2^8)}$ приемник выдал стирание на позиции 1, поэтому символ в выражении: $g(x) = X^4 + \alpha^{76}X^3 + \alpha^{251}X^2 + \alpha^{81}X^1 + \alpha^{10}$. X^1 заменяется 0, после чего вычисляется значения синдрома: $S_0 = \alpha^{209}$, $S_1 = \alpha^{68}$, $S_2 = \alpha^{197}$, $S_3 = \alpha^{170}$, с помощью которого формируется полином синдрома по формуле (8):

$$S(z) = \alpha^1 z^3 + \alpha^{42} z^2 + \alpha^{33} z^1 + \alpha^{21}. \quad (8)$$

Затем, по формуле (9) получаем модифицированный полином синдрома:

$$SE(z) = \alpha^{158} z^3 + \alpha^{153} z^2 + \alpha^{148} z^1 + \alpha^{21} \bmod z^4. \quad (9)$$

Третьим этапом было нахождение полинома локаторов ошибок с помощью алгоритма Евклида и модифицированного синдрома $SE(z)$.

Для декодирования применяется алгоритм Евклида [12]. Для каждого значения i выполняются следующие вычисления:

1. Нахождение частного от деления многочленов значений ошибок с помощью формулы:

$$q_i(z) = \left[\frac{\Omega_{i-2}(z)}{\Omega_{i-1}(z)} \right]. \quad (10)$$

2. Расчет многочлена локаторов ошибок с помощью следующего выражения:

$$\Lambda(z) = \prod_{k=1}^1 (1 - z\alpha^{jk}) = \Lambda_1 z^1 + \Lambda_0. \quad (11)$$

3. Расчёт многочлена значений ошибок по формуле:

$$\Omega(x) = S(x) * \Lambda(x) \pmod{x^{2t}}. \quad (12)$$

4. Проверка соблюдения работы алгоритма при помощи формулы:

$$\deg \Lambda_i(z) \leq t_m, \quad (13)$$

где t_m вычисляется при помощи выражения:

$$t_m = \begin{cases} t - e/2, \\ t - (e + 1)/2. \end{cases} \quad (14)$$

5. Вычисление многочлена локаторов стираний и ошибок:

$$q(z) = \Gamma(z) * \Lambda_i(z). \quad (15)$$

Алгоритм выполняется с заранее определенными начальными условиями, порядок действий может меняться в зависимости от характерных особенностей каждой итерации i . Схема алгоритма представлена на рисунке 1 [13]:

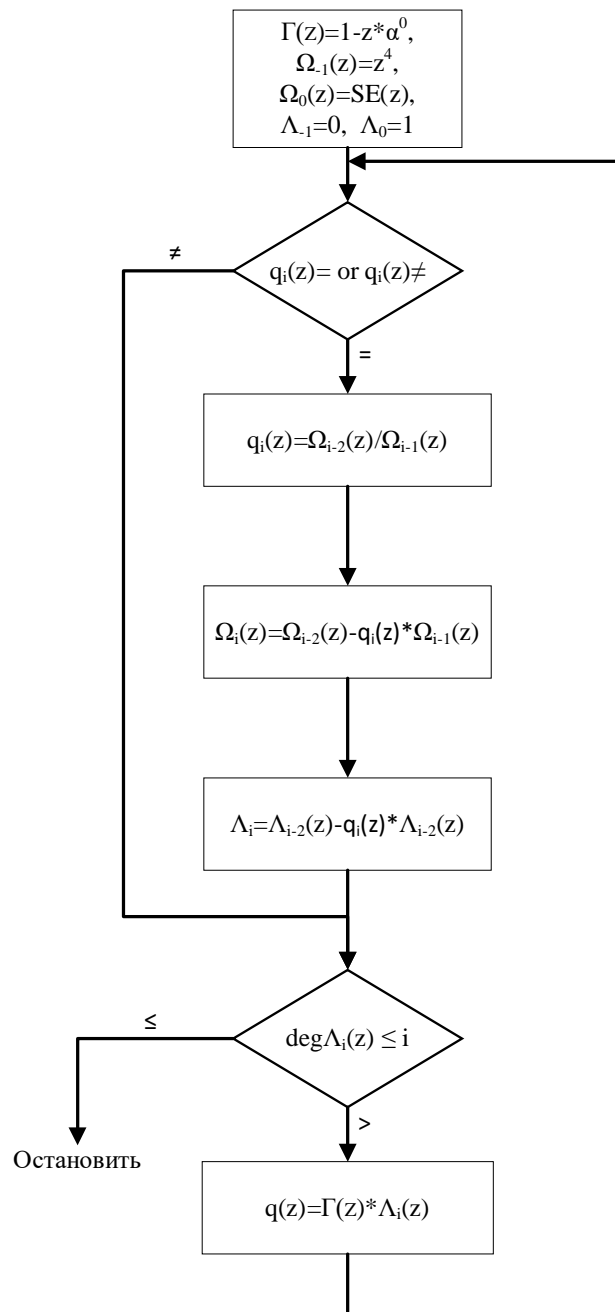


Рисунок 1 – Блок-схема решения алгоритма Евклида для ошибок и стираний для кода $RS(28,24,5)_{GF(2^8)}$

Результаты алгоритма представлены в виде таблицы (таблица 1).

Результаты расчёта многочлена значений ошибок с использованием алгоритма Евклида

Шаг i	-1	0	1
$q(z) = \Gamma(z) * \Lambda_i(z)$	0	$\Gamma(z)$	$\Gamma(z) * \alpha^{97} z^1 + \alpha^{92}$
$\Omega_i(z)$	z^4	$SE(z)$	$\alpha^{235} z^1 + \alpha^{113}$
$\Lambda_i(z)$	0	1	$\Gamma(z) * \alpha^{97} z^1 + \alpha^{92}$
$q_i(z)$	-	-	$\alpha^{97} z^1 + \alpha^{92}$

За начальные условия были приняты следующие значения:

$\Lambda_{-1} = 0$ – значение многочлена локаторов ошибок на итерации $i = -1$,

$\Lambda_0 = 1$ – значение многочлена локаторов ошибок на итерации $i = 0$,

$\Omega_{-1}(z) = z^4$ – значение многочлена ошибок на итерации $i = -1$,

$\Omega_0(z) = SE(z)$ – значение многочлена ошибок на итерации $i = 0$,

$\Gamma(z) = 1 - z\alpha^0$ – многочлен локаторов стираний.

Для $i = -1$ и $i = 0$ были посчитаны многочлены локаторов стираний и ошибок $q(z) = \Gamma(z) * \Lambda_{-1}(z) = 0$ и $q(z) = \Gamma(z) * \Lambda_0(z) = \Gamma(z)$, соответственно

Для $i = 1$ приведены расчёты:

$$q_1(z) = \left[\frac{\Omega_{-1}(z)}{\Omega_0(z)} \right] = \left[\frac{z^4}{\alpha^{158} z^3 + \alpha^{153} z^2 + \alpha^{148} z^1 + \alpha^{21} * \text{mod} z^4} \right] = \alpha^{97} z^1 + \alpha^{92} \quad - \quad \text{частное от}$$

деления многочленов значений ошибок;

$$\Omega_1(z) = \Omega_{-1}(z) - q_1(z) * \Omega_0(z) = z^4 - (\alpha^{97} z^1 + \alpha^{92}) * (\alpha^{158} z^3 + \alpha^{153} z^2 + \alpha^{148} z^1 + \alpha^{21} * \text{mod} z^4) = \alpha^{235} z^1 + \alpha^{113} \quad - \quad \text{многочлен значений ошибок;}$$

$\Lambda_1(z) = \Lambda_{-1}(z) - q_1(z) * \Lambda_0(z) = 0 - (\alpha^{97}z^1 + \alpha^{92}) * 1 = \alpha^{97}z^1 + \alpha^{92}$ – многочлен локаторов ошибок;

$q(z) = \Gamma(z) * \Lambda_1(z) = \Gamma(z) * \alpha^{97}z^1 + \alpha^{92}$ – многочлен локаторов стираний и ошибок.

Для $i = 1$ выполняется условие:

$\text{deg}\Lambda_1(z) \leq 1$, выполнение алгоритма остановлено [14].

$q(z) = \Gamma(z) * \alpha^{97}z^1 + \alpha^{92} = (1 - z\alpha^0) * (\alpha^{97}z^1 + \alpha^{92}) = \alpha^{97}z^2 + \alpha^{230}z^1 + \alpha^{92}$, $q'(z) = \alpha^{230}$.

С помощью процедуры Ченя находим корни многочлена $\Lambda(z) = \alpha^{97}z^1 + \alpha^{92}$. Вместо z^1 подставляем α^j , $j = 1, \dots, N - i$, где $N = 255$. Ошибка будет обнаружена в том случае, если $\Lambda(z) = 0$. После того, как позиции, на которых обнаружены ошибки найдены, значения стертых и ошибочных символов справедливо определить в соответствии с выражением Форни [15]:

$$e_{i_m} = \frac{\alpha^{i_m(1-m_0)}\Omega(\alpha^{-i_m})}{q'(\alpha^{-i_m})}, \quad (16)$$

где i_m – позиция, на которой произошло стирание.

Поиск корней многочлена $\Lambda(z) = \alpha^{97}z^1 + \alpha^{92}$ представлен в таблице 2.

Поиск корней многочлена $\Lambda(z)$

i	j=0	$\Lambda_0 = \alpha^{92}$	$\Lambda_1 = \alpha^{97} * \alpha^j$	$\Lambda(z)$
254	1	α^{92}	α^{98}	$\neq 0$
253	2	α^{92}	α^{99}	$\neq 0$
...				
7	248	α^{92}	α^{90}	$\neq 0$
6	249	α^{92}	α^{91}	$\neq 0$
5	250	α^{92}	α^{92}	$= 0$
4	251	α^{92}	α^{93}	$\neq 0$
3	252	α^{92}	α^{94}	$\neq 0$
2	253	α^{92}	α^{95}	$\neq 0$
1	254	α^{92}	α^{96}	$\neq 0$
0	255	α^{92}	α^{97}	$\neq 0$

В соответствии с выражением (16) вычисляются значения ошибок:

$$r(x) = \frac{\alpha^{235}(\alpha^{-5})^1 + \alpha^{113}}{\alpha^{230}} = \frac{\alpha^{235}}{\alpha^{230}} = \alpha^5.$$

Тогда ошибку в позиции локатора стирания можно определить как:

$$r(x) = \frac{\alpha^{235}(\alpha^0)^1 + \alpha^{113}}{\alpha^{230}} = \frac{\alpha^{230}}{\alpha^{230}} = \alpha^0.$$

Таким образом, $r(x) = \alpha^5 x^5 + \alpha^0 x^0$.

В результате показано, что недвоичный блочный код $RS(28,24,5)_{GF(2^8)}$, исправляет и ошибки, и стирания, являясь составной частью сигнально-кодовой конструкции разрабатываемой системы помехоустойчивой радиосвязи [16].

RS-коды наиболее эффективны при исправлении пакетов ошибок, поэтому их применяют в каналах с памятью. Также они могут применяться в каналах, обладающих большим набором входных символов. Вероятность ошибки в декодированном бите P_B зависит от определенного кода и декодера. Значение такой вероятности можно вычислить по формуле:

$$P_B = \frac{1}{n} \sum_{j=t+1}^n \binom{n}{j} p^j (1-p)^{n-j}. \quad (17)$$

Используя формулу (17), можно вычислить вероятность появления ошибки в декодированном символе P_E через вероятность появления ошибки канального символа p :

$$P_E = \frac{1}{2^{m-1}} \sum_{j=t+1}^{2^m-1} j \binom{2^m-1}{j} p^j (1-p)^{2^m-1-j}. \quad (18)$$

Используя формулы (17) и (18), был получен график зависимости вероятности ошибочного приема канального символа от вероятности появления битовой ошибки, который показан на рисунке 2 [17].

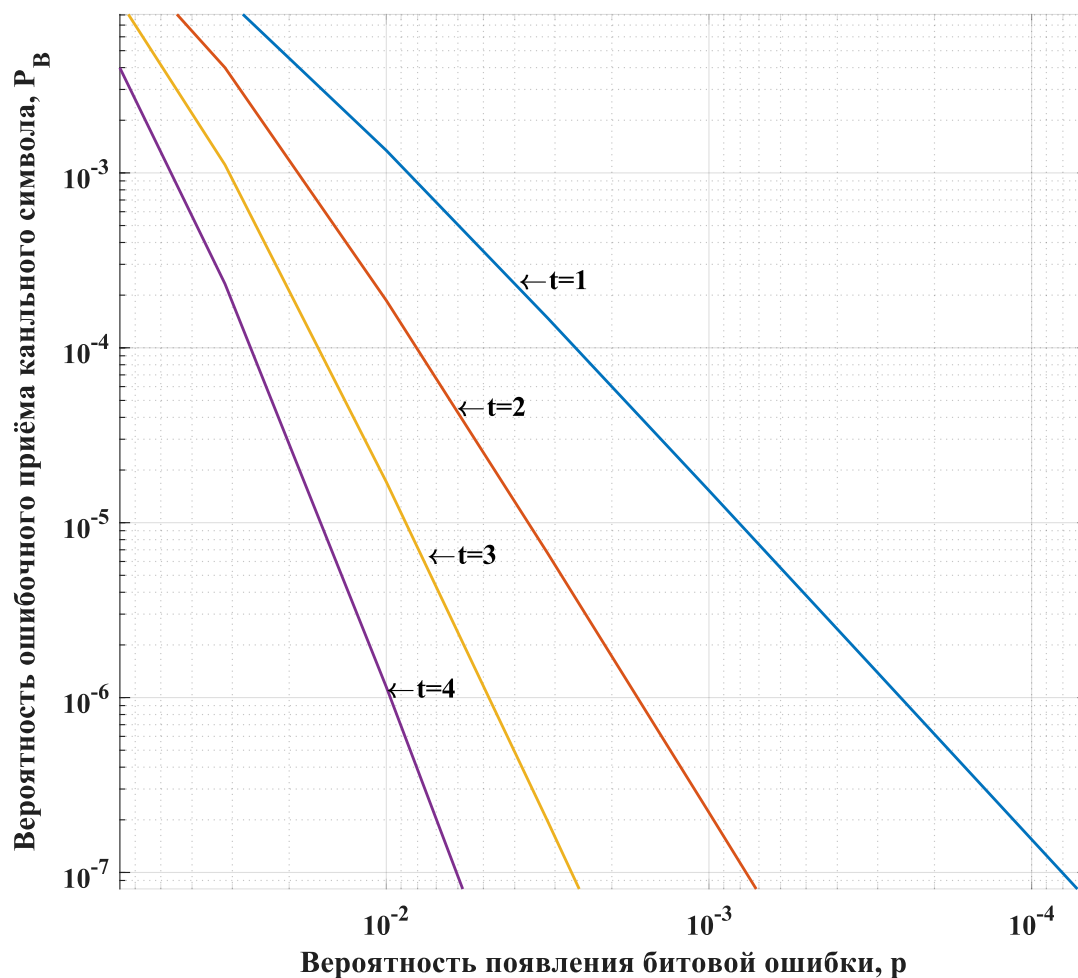


Рисунок 2 – Зависимость P_B от p для выбранного кода $RS(28,24,5)_{GF(2^8)}$

При увеличении числа исправляемых символов t в символе отношение вероятностей уменьшается, что подтверждает эффективность использования кода в каналах с большим количеством входных данных. Важной характеристикой является зависимость вероятности битовой ошибки к отношению сигнал/шум, которая приведена на рисунке 3.

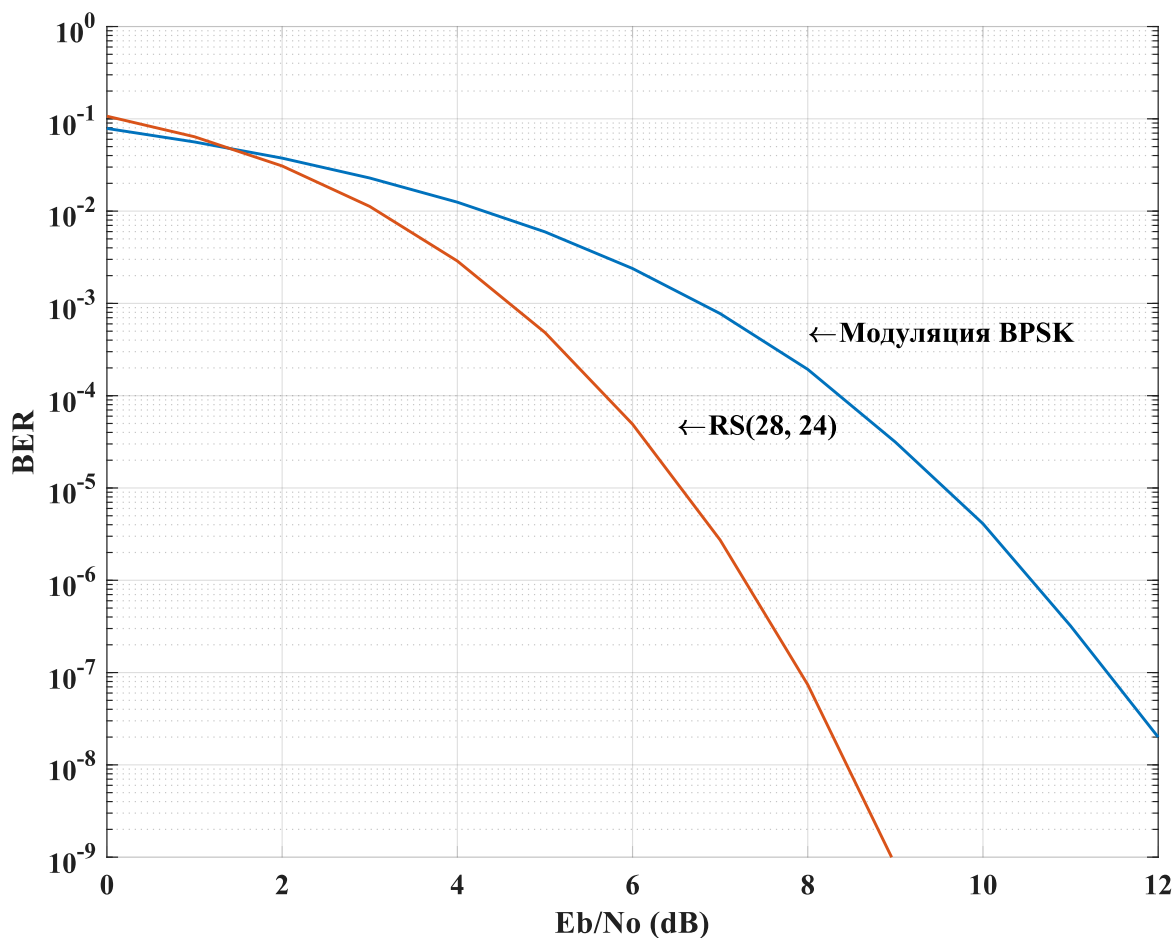


Рисунок 3 – Зависимость BER от E_b/N_0 для модуляции BPSK и выбранного кода

$$RS(28,24,5)_{GF(2^8)}$$

Разработка прототипа модифицированного RS-кода была проведена с использованием программно-определяемого автономного радиоустройства USRP-2974. NI USRP-2974 – это высокопроизводительное автономное устройство, с программно-определяемой радиосвязью (SDR) USRP для проектирования и развертывания систем беспроводной связи следующего поколения. Аппаратная архитектура сочетает в себе два слота дочерних плат с расширенной полосой пропускания, которая охватывает от 10 МГц до 6 ГГц с полосой пропускания до 160

МГц, несколько вариантов высокоскоростного интерфейса (PCIe, двойной 10 GigE), встроенный процессор Intel Core i7, возможность обслуживания большого количества пользователей, программируемая ПЛИС Kintex-7 в удобном настольном или монтируемом в стойку форм-факторе половинной ширины 2U [18].

В результате была получена оценка эффективности разработанного метода кодирования и декодирования укороченного RS-кода. С помощью набора программного обеспечения LabVIEW 2020 (64bit), на приемопередающей стороне были установлены параметры модуляции, как показано в таблице 3.

Таблица 3

Настройка параметров прототипа системы связи CDMA с использованием NI USRP-

2974

Частота, МГц	900
Усиление, дБ	18
Длина передающего пакета, бит	256
Тип модуляции	QPSK
Модель канала	AWGN
Частота дискретизации, МГц	4
Полоса пропускания, МГц	40
Фильтр формирования импульсов	Root Raised Cos

Схема реализации блока кодирования в LabVIEW приведена на рисунке 4, а декодирования – на рисунке 5.

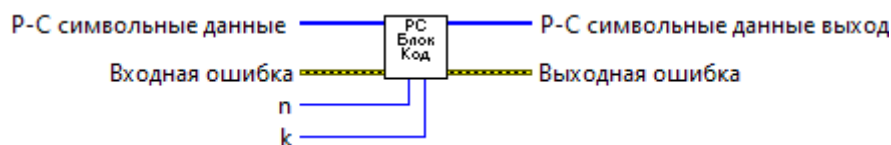


Рисунок 4 – Блок кодирования RS-кода

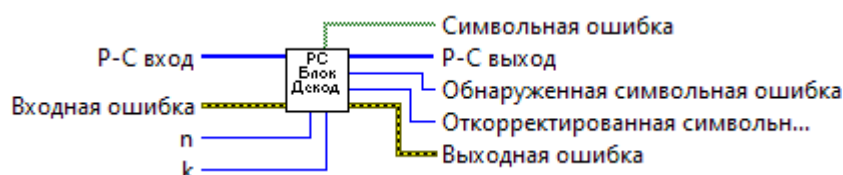


Рисунок 5 – Блок декодирования RS-кода

Рассмотрим более подробно алгоритм декодирования укороченного RS-кода в LabVIEW, поскольку процедура его реализации в разы сложнее блока кодирования.

Ниже на рисунке 6 представлена полная схема процедуры декодирования [19]:

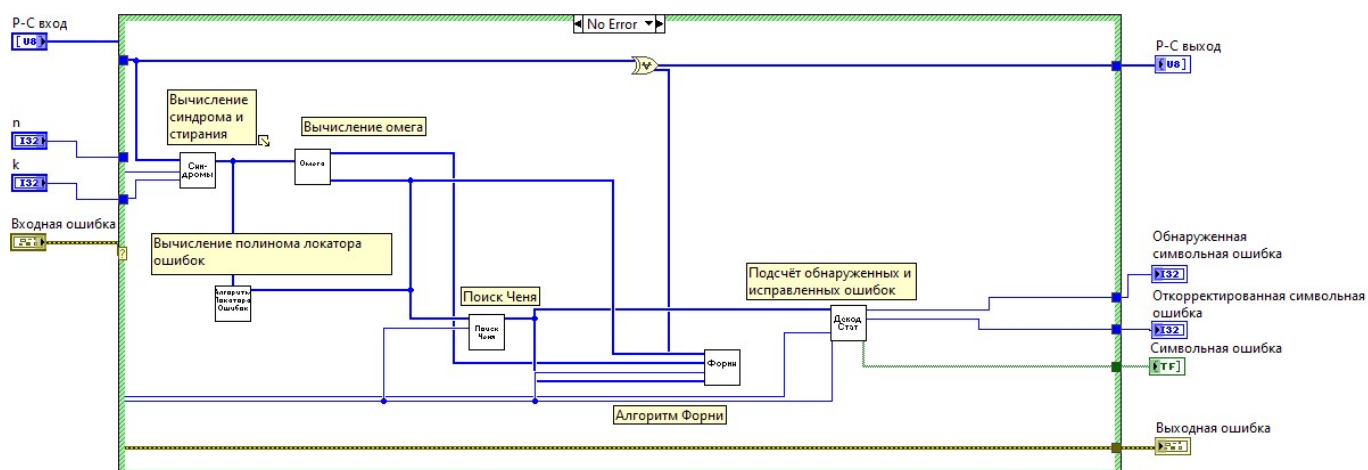


Рисунок 6 – Программная реализация декодирование RS-кода

Данная программа содержит в себе основные этапы процедуры декодирования RS-кода [20]. Сначала вычисляется синдром принятого кодового слова, для чего используется блок, показанный на рисунке 7 (общий вид) и 8 (состав блока).

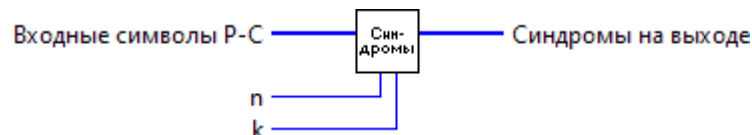


Рисунок 7 – Блок схемы вычисления синдрома

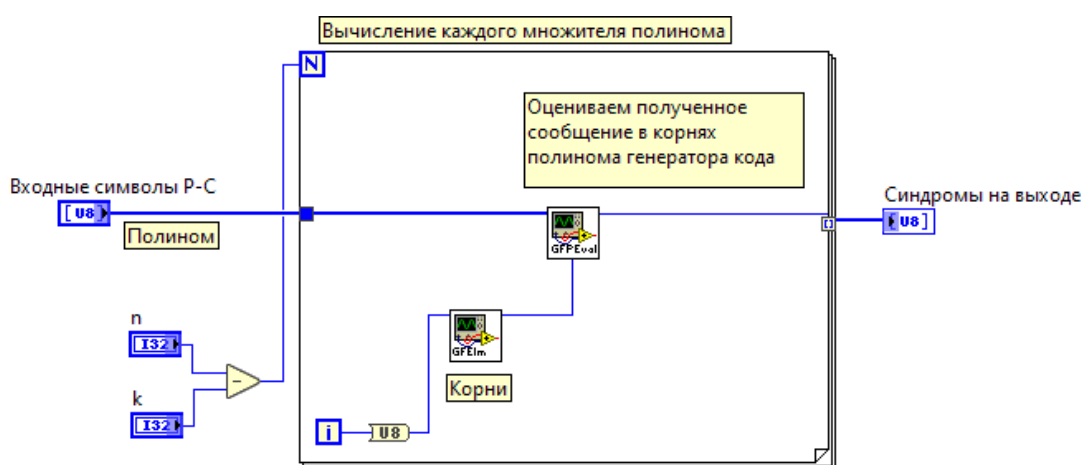


Рисунок 8 – Программная реализация вычисления синдрома

Для вычисления синдрома, применяется цикл (for loop), на вход которого подаётся количество кодовых символов – n , число подлежащих кодированию информационных бит – k , и полином локаторов стирания. Далее формируется полином синдрома и на выходе генерируется синдром [21].

Следующими этапами декодирования являются: нахождение полинома локаторов ошибок при помощи алгоритма Берликемпа (рисунок 11), процедура Ченя – нахождения корней полинома локатора ошибок (рисунок 12), и заключительный

этап декодирования – вычисление величин ошибок по алгоритму Форни, схема представлена на рисунке 13 [22].



Рисунок 11 – Блок-схема алгоритма Берликемпа

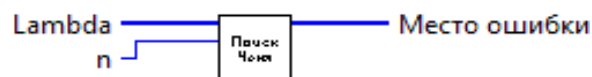


Рисунок 12 – Блок-схема процедуры Ченя

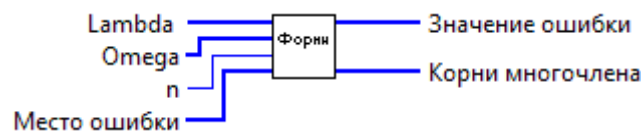


Рисунок 13 – Блок-схема алгоритма Форни

Сигнальное созвездие QPSK приведено на рисунке 14:

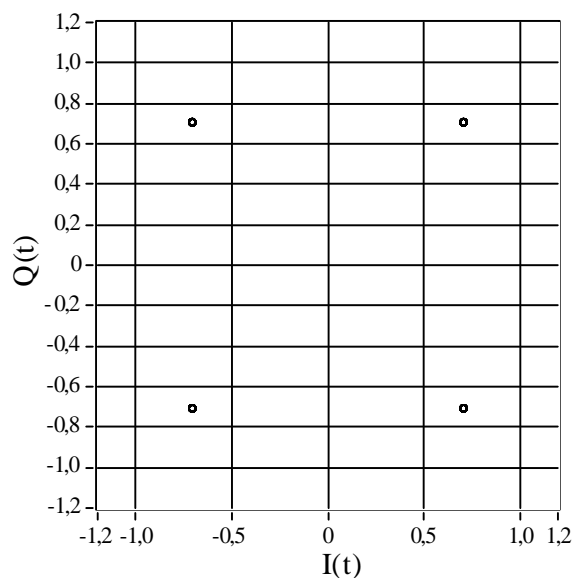


Рисунок 14 – Созвездие QPSK на передатчике

Глазковая диаграмма представлена на рисунке 15:

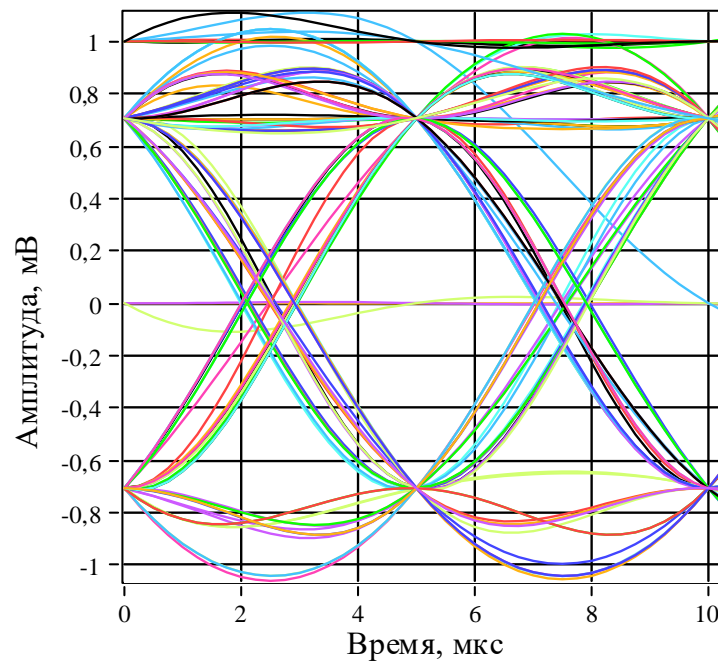


Рисунок 15 – Глазковая диаграмма на передатчике

Созвездие QPSK, полученное на приёмнике отличается от созвездия на передатчике. Из-за существующих помех в канале происходит разброс точек от идеального значения (рисунок 16).

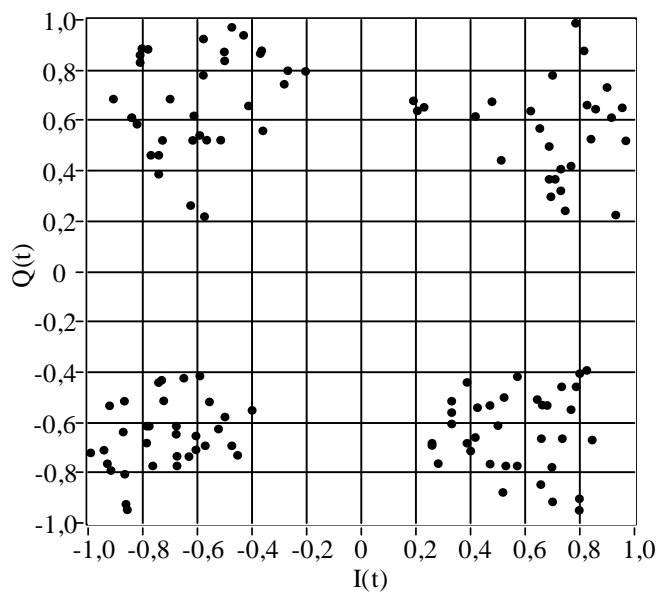


Рисунок 16 – Созвездие QPSK на приёмнике

Глазковая диаграмма на приёмнике с добавлением шума (Рисунок 17):

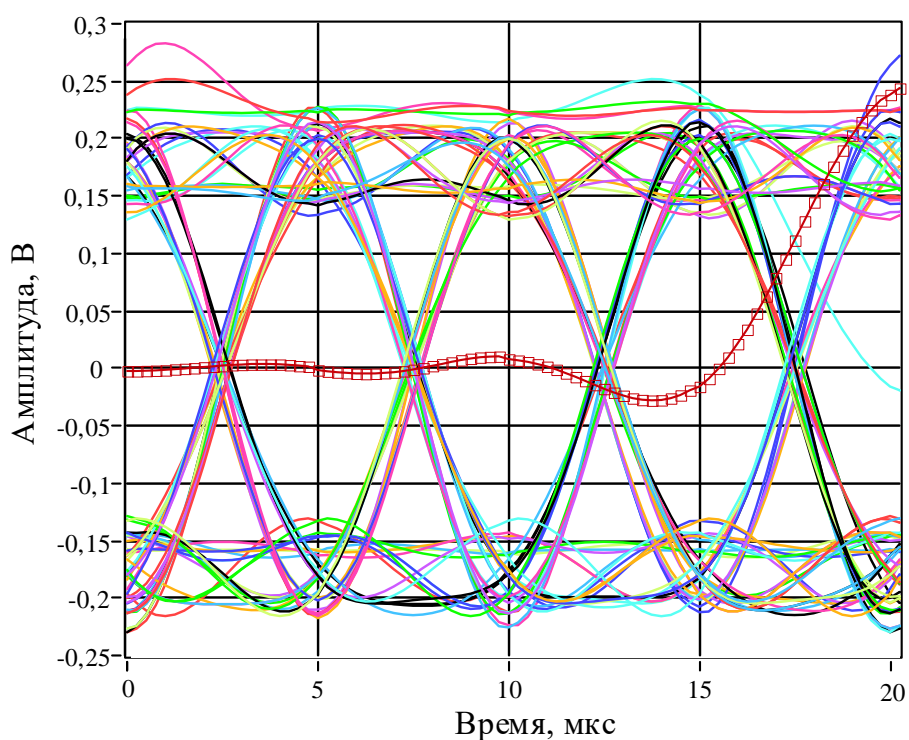


Рисунок 17 – Глазковая диаграмма на приёмнике

Канал с АБГШ имитирует влияние теплового шума с разной мощностью (noise power), что приводит к случайным битовым ошибкам. Таким образом, чем

выше мощность шума, тем больше количество случайных битовых ошибок, что мы и наблюдаем на полученных в результате моделирования графиках.

Зависимость вероятности битовых ошибок от мощности шума представлена на рисунке 18:

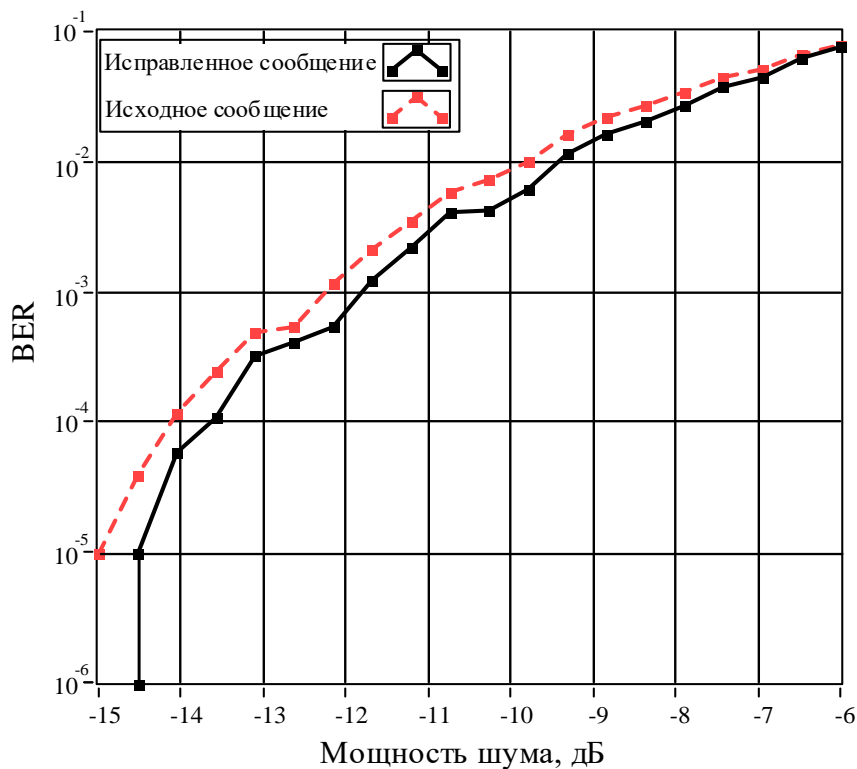


Рисунок 18 – Зависимость BER от мощности шума, канал с АБГШ

Как видно из полученного графика, при одинаковом значении мощности шума вероятность битовой ошибки примерно одинакова для отправленного и принятого сообщения.

Зависимость увеличения числа ошибок переданных символов от мощности шума представлена на рисунке 19:

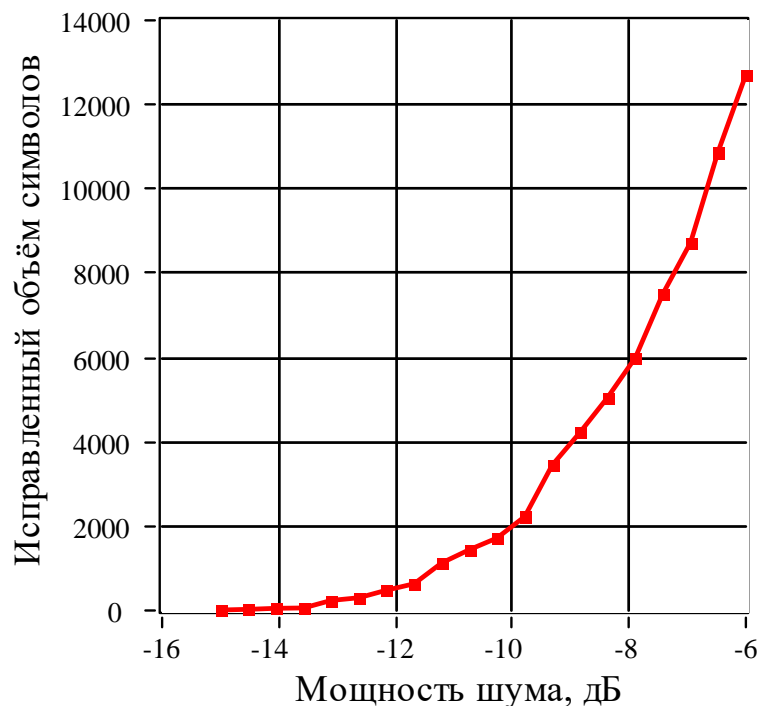


Рисунок 19 – Зависимость переданных ошибочных данных от мощности шума, канал с АБГШ

Следующим этапом было проведено моделирование с использованием двоичного канала стирания. Этот вид канала вызывает стирание символов, приводя к пакетным и, реже, независимым ошибкам и обозначается как вероятность ошибки (probability of error) или $p(e)$. На рисунке 20 видно, что диапазон расхождения вероятности появления битовой ошибки с RS-кодом в промежутке $0,05 \div 0,15$.

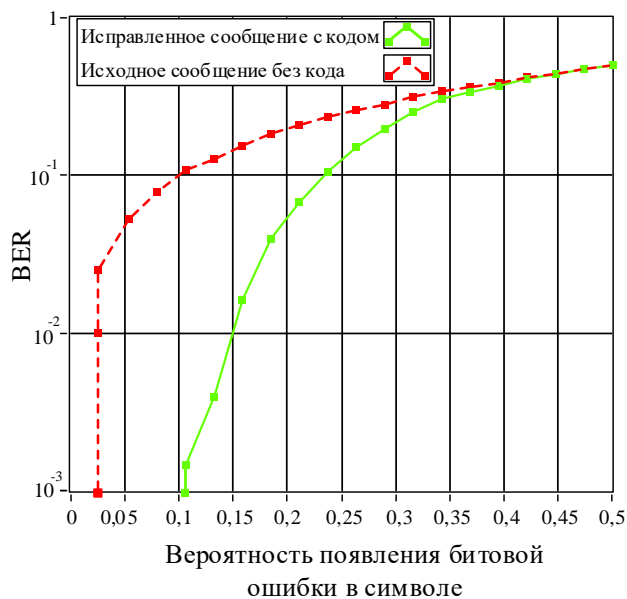


Рисунок 20 – Зависимость BER от вероятности появления битовой ошибки в СИМВОЛЕ

Зависимость частоты ошибок переданных символов от мощности шума представлена на рисунке 21:



Рисунок 21 – Зависимость объема исправленных символов от вероятности появления битовой ошибки

Ниже получены графики процесса преобразования модулированного сигнала синфазной и квадратурной оси (Рисунки 22,23):

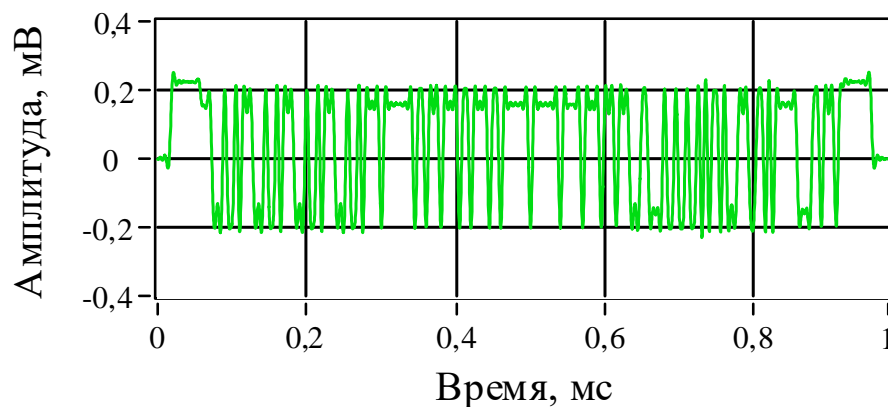


Рисунок 22 – Модулированный сигнал, синфазная ось

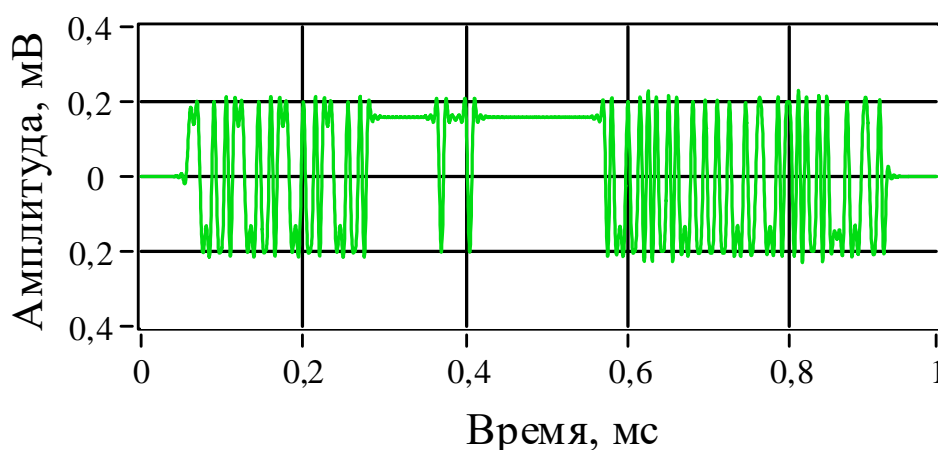


Рисунок 23 – Модулированный сигнал, квадратурная ось

После проведения моделирования было установлено, что при использовании канала с АБГШ выигрыш от применения кодирования составил не более 1 дБ. Это связано с тем, что используется RS-код с большим укорочением ($i = 228$), для которого количество исправляемых ошибок равно 2.

В результате, нужно отметить, что частота битовых ошибок при $p(e) < 0,2$ довольно мала, и количество ошибок на бит в исходном сообщении (без кода) по сравнению с исправленным сообщением (с кодом) становится довольно большим при $p(e) = 0,35$. Таким образом, эффективнее показал себя метод исправления ошибок укороченного RS–кода с использованием двоичного канала со стираниями.

Выводы

Разработан модифицированный RS–код, адаптированный для системы с кодовым разделением каналов – CDMA. Ввиду того, что RS–коды имеют максимально возможное минимальное расстояние для линейных кодов с одинаковой длиной входного и выходного блока и их можно использовать для создания каскадного кода, с большим минимальным расстоянием, эти коды эффективны при исправлении пакетных ошибок, возникающих в системах CDMA.

Представлен пример работы кодера и декодера RS–кода. Описаны процедуры кодирования и декодирования укороченного кода, такие как: алгоритм Евклида для исправления ошибок и стираний, процедура Ченя и выражение Форни. Была собрана и промоделирована модель связи в среде Matlab 2014 для RS–кода.

Построен график BER для оценки эффективности применения RS–кода. При отношении сигнал/шум, равном 8 дБ, RS-код принимает значение 10^{-7} , а модуляция BPSK – приблизительно 10^{-4} . Энергетический выигрыш при использовании RS–кода составит 3 дБ.

Разработан прототип канала связи с применением RS–кода $(28,24,5)_{GF(2^8)}$ при модуляции BPSK в канале с AWGN на основе средств быстрого прототипирования – программно-определяемого автономного радиоустройства NI USRP-2974. Параметры прототипирования задавались с помощью набора программного обеспечения LabVIEW 2020 (64bit).

В результате прототипирования было установлено, что частота битовых ошибок при $p(e) < 0,2$ довольно мала, и количество ошибок на бит в исходном сообщении по сравнению с исправленным сообщением (с укороченным кодом $RS(28,24,5)_{GF(2^8)}$) значительно возрастает при $p(e) = 0,35$. Было найдено расхождение вероятности появления битовой ошибки с использованием RS–кода, оно лежит в диапазоне $[0,05 \div 0,15]$.

Авторы выражают особую благодарность Кузнецову Виталию Степановичу, доктору технических наук, старшему научному сотруднику и профессору кафедры «Телекоммуникационных систем» за консультации и помощь в написании статьи.

Библиографический список

1. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. – М.: Мир, 1976. – 596 с.
2. Мак-Вильямс Ф. Дж., Слоэн Н. Дж. А. Теория кодов, исправляющих ошибки. – М.: Связь, 1979. – 744 с.
3. Лидл Р., Нидеррайтер Г. Конечные поля. В 2-х т. – М.: Мир, 1988. Т. 2. – 430 с.

4. Кузнецов В.С., Волков А.С., Солодков А.В., Сорока В.Г. Моделирование шумоподобной системы связи на основе ансамблей симплексных кодов // Труды МАИ. 2020. № 111. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=115131>. DOI: [10.34759/trd-2020-111-9](https://doi.org/10.34759/trd-2020-111-9)
5. Кузнецов В.С., Мисюто М.В., Волков А.С., Чигринцев В.А., Виноградов К.Е., Солодков А.В. Моделирование и прототипирование систем связи с шумоподобными сигналами. - М.: МИЭТ, 2020. – 204 с.
6. Мак-Вильямс Ф. Дж, Слоэн Н. Дж. А. Псевдослучайные последовательности и таблицы // Труды Института инженеров по электротехнике и радиоэлектронике. 1976. Т. 64. № 12. С. 80 - 95.
7. Сагалович Ю.Л. Введение в алгебраические коды – М.: МФТИ, 2007. – 280 с.
8. Вернер М. Основы кодирования. – М.: Техносфера, 2004. – 288 с.
9. Хассе Г. Лекции по теории чисел. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1953. – 527 с.
10. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки. – М.: Мир, 1986. – 576 с.
11. Бородин В.В., Петраков А.М., Шевцов В.А. Моделирование служебного канала передачи маршрутной информации адаптивной летающей сети связи // Электросвязь. 2016. № 11. С. 41 – 45.
12. Егоров С.И. Коррекция ошибок в информационных каналах периферийных устройств ЭВМ: монография. – Курск: Курский государственный технический университет, 2008. – 252 с.

13. Кларк Дж., Кейн Дж. Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи. – М.: Радио и связь, 1987. – 392 с.
14. Абрамов С.А. Самый знаменитый алгоритм // Квант. 1985. № 11. С. 44 – 46.
15. Бородин В.В., Петраков А.М., Шевцов В.А. Анализ эффективности передачи данных в сети связи группировки беспилотных летательных аппаратов // Труды МАИ. 2015. № 81. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=57894>
16. Золотарев В.В. Коды и кодирование. – М.: Знание, 1990. – 64 с.
17. Морелос-Сарагоса Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение. - М.: Техносфера, 2006. – 320 с.
18. Шевцов В.А., Бородин В.В., Крылов М.А. Построение совмещенной сети сотовой связи и самоорганизующейся сети с динамической структурой // Труды МАИ. 2016. № 85. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=66417>
19. Цымбал В.П. Задачник по теории информации и кодированию. – М.: Гостехиздат, 2014. – 751 с.
20. Ромащенко А.Е. Заметки по теории кодирования. – М.: МЦНМО, 2017. – 281 с.
21. Блох Э.Л., Зяблов В.В. Обобщенные каскадные коды. – М.: Связь, 1976. – 237 с.
22. Сердюков П.Н., Дронов А.Е., Крюков Д.А. Кодирование и декодирование кодов Рида–Соломона // Перспективные направления развития цифровых систем передачи информации: сборник статей. – М.: ГУ НПО "Специальная техника и связь" МВД России, 2001. С. 27 - 30.

Prototyping noise immune codes in communication systems with channels code division

Volkov A.S.*, **Solodkov A.V.****, **Suslova K.O.*****, **Strelnikov A.P.******

National Research University of Electronic Technology,

1, sq. Shokina, Moscow, Zelenograd, 124498, Russia

**e-mail: leshvol@mail.ru*

***e-mail: tcs@mieee.ru*

****e-mail: ksenija.suslova@yandex.ru*

*****e-mail: antonstrela@mail.ru*

Abstract

The article discusses a modified RS-code. The purpose of the work consists in developing a prototype of a shortened noise-immune RS-code using NI USRP-2974 for a CDMA-type system. The CDMA system is intended for information transmission in the air from a base station to a mobile one and vice versa. The subscribers operation in this system proceeds in the common frequency band and on one carrier while separation takes place by various code sequences application, which are being assigned individually for each channel. A shortened modified RS-code was selected for this partition.

The article presents both coding and decoding procedures of the modified shortened RS-code with both errors and erasure correction for the CDMA-type systems. The Euclidean algorithm was being employed for cutting computing time of the key equation. This algorithm automatically obtains a polynomial of error locators in parallel with the key equation solving. This algorithm was being executed with the predetermined initial conditions, and operational procedure was being changed depending on characteristic

features of each iteration. The errors position search was performed by the Chen procedure, and their value by the Forney's algorithm.

The article demonstrated that the shortened modified RS-code corrected errors and erasures being the part of signal-code structures in the communication systems with code division multiplexing under development. The codes are of maximal possible minimal distance for linear codes with similar length of both input and output blocks. They may be employed as well for the concatenated code creation with greater minimal distance. Prototyping of the shortened modified RS-code was performed using the NI USRP-2974 high performance stand-alone device with software defined radio communication (SDR) USRP for system design and deployment of next generation wireless radio communication systems. The discrepancy range of the bit error occurrence probability was found applying the RS-code. Graphs proving effectiveness of the error correcting method of the truncated RS-code by employing the binary channel with erasures were obtained.

Keywords: noise immunity, shortened code, noise-immunity code decoding, Euclid's algorithm, Chen's algorithm, error and erasure correction, block code, Reed-Solomon code prototyping.

References

1. Peterson U., Ueldon E. *Kody, ispravlyayushchie oshibki* (Error-correcting codes), Moscow, Mir, 1976, 596 p.
2. Mak-Vil'yams F. Dzh., Sloen N. Dzh. A. *Teoriya kodov, ispravlyayushchikh oshibki* (Theory of error-correcting codes), Moscow, Svyaz', 1979, 744 p.

3. Lidl R., Niderraiter G. *Konechnye polya* (Finite fields), Moscow, Mir, 1988, 430 p.
4. Kuznetsov V.S., Volkov A.S., Solodkov A.V., Soroka V.G. *Trudy MAI*, 2020, no. 111.
URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=115131>. DOI: [10.34759/trd-2020-111-9](https://doi.org/10.34759/trd-2020-111-9)
5. Kuznetsov V.S., Misyuto M.V., Volkov A.S., Chigrinets V.A., Vinogradov K.E., Solodkov A.V. *Modelirovanie i prototipirovanie sistem svyazi s shumopodobnymi signalami* (Modeling and prototyping of communication systems with noise-like signals: Textbook), Moscow, MIET, 2020, 204 p.
6. Mak-Vil'yams F. Dzh, Sloen N. Dzh. A. *Trudy Instituta inzhenerov po elektrotekhnike i radioelektronike*, 1976, vol. 64, no. 12, pp. 80 - 95.
7. Sagalovich Yu.L. *Vvedenie v algebraicheskie kody* (Introduction to algebraic codes), Moscow, MFTI, 2007, 280 p.
8. Verner M. *Osnovy kodirovaniya* (Fundamentals of coding), Moscow, Tekhnosfera, 2004, 288 p.
9. Khasse G. *Leksii po teorii chisel* (Lectures on theory of numbers), Moscow, Izd-vo inostrannoi literatury, 1953, 527 p.
10. Bleikhut R. *Teoriya i praktika kodov, kontroliruyushchikh oshibki* (Theory and practice of error controlling codes), Moscow, Mir, 1986, 576 p.
11. Borodin V.V., Petrakov A.M., Shevtsov V.A. *Elektrosvyaz'*, 2016, no. 11, pp. 41 – 45.
12. Egorov S.I. *Korreksiya oshibok v informatsionnykh kanalakh periferiinykh ustroystv EVM* (Correction of errors in information channels of computer peripheral devices), Kursk, Kurskii gosudarstvennyi tekhnicheskii universitet, 2008, 252 p.

13. Klark Dzh., Kein Dzh. *Kodirovanie s ispravleniem oshibok v sistemakh tsifrovoi svyazi* (Coding with error correction in digital communication systems), Moscow, Radio i svyaz', 1987, 392 p.
14. Abramov S.A. *Kvant*, 1985, no. 11, pp. 44 – 46.
15. Borodin V.V., Petrakov A.M., Shevtsov V.A. *Trudy MAI*, 2015, no. 81. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=57894>
16. Zolotarev V.V. *Kody i kodirovanie* (Codes and coding), Moscow, Znanie, 1990, 64 p.
17. Morelos-Saragosa R. *Iskusstvo pomekhoustoichivogo kodirovaniya. Metody, algoritmy, primeneniye* (The art of noise-immune coding. Methods, algorithms, application), Moscow, Tekhnosfera, 2006, 320 p.
18. Shevtsov V.A., Borodin V.V., Krylov M.A. *Trudy MAI*, 2016, no. 85. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=66417>
19. Tsymbal V.P. *Zadachnik po teorii informatsii i kodirovaniyu* (Problem book on information theory and coding), Moscow, Gostekhizdat, 2014, 751 p.
20. Romashchenko A.E. *Zametki po teorii kodirovaniya* (Notes on coding theory), Moscow, MTsNMO, 2017, 281 p.
21. Blokh E.L., Zyablov V.V. *Obobshchennyye kaskadnyye kody* (Generalized concatenated codes), Moscow, Svyaz', 1976, 237 p.
22. Serdyukov P.N., Dronov A.E., Kryukov D.A. *Kodirovanie i dekodirovanie kodov Rida–Solomona* (Encoding and decoding of Reed–Solomon codes), Moscow, GU NPO “Spetsial'naya tekhnika i svyaz” MVD Rossii, 2001, pp. 27 - 30.