

Научная статья  
УДК 621.396  
DOI: [10.34759/trd-2023-129-15](https://doi.org/10.34759/trd-2023-129-15)

## ОЦЕНКА ЧАСТОТЫ ПРИ СИММЕТРИЧНОЙ И НЕСИММЕТРИЧНОЙ СТРУКТУРЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ КОМПОНЕНТ ДИСКРЕТИЗИРОВАННОГО ГАРМОНИЧЕСКОГО СИГНАЛА

Альрубей Мохаммед Абдалаббас<sup>1</sup>✉, Александр Дмитриевич Поздняков<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Владимирский государственный университет им. А.Г. и Н.Г. Столетовых,  
Владимир, Россия

<sup>1</sup>[inj.moh3@atu.edu.iq](mailto:inj.moh3@atu.edu.iq)✉

<sup>2</sup>[1alexpoz@mail.ru](mailto:1alexpoz@mail.ru)

**Аннотация.** Оценка частоты дискретизированного гармонического сигнала является важной задачей при обработке сигналов во многих приложениях, таких как радиосвязь, системы мониторинга и управления. и другие. Дискретные спектры можно использовать для измерения частот синусоидальных составляющих сигнала. Такое измерение заключается в оцифровке составного сигнала, выполнении оконной обработки отсчетов сигнала и вычислении их дискретного амплитудного спектра, обычно с использованием алгоритма быстрого преобразования Фурье. Однако частоту синусоидальной составляющей можно определить с улучшенным разрешением, используя моментный метод наибольшего последовательного элемента

спектра, соответствующего этой составляющей. Абсцисса его максимума представляет наилучшее частотное приближение.

Предложен алгоритм оценки частоты дискретизированного гармонического сигнала ограниченной длительности методом моментов, позволяющим получить средневзвешенную оценку положения пика энергетического спектра. Методическая составляющая погрешности зависит от степени близости истинного значения частоты и положения энергетического центра, обусловленного видом оконной функции. Погрешность определяется шагом частотной сетки быстрого преобразования Фурье (БПФ), видом используемой оконной функции, длительностью интервала дискретизации сигнала. Показано заметное влияние четной и нечетной структуры учитываемых спектральных линий. В области симметрии четной структуры спектра при изменении уровней главных компонент образуется скачок методической погрешности, которую можно исключить ведением поправки или ограничить диапазон рабочих частот областью нечетной симметрии. Предложено ввести в алгоритм оценку структуры спектра и автоматически выбирать для расчета частоты четное число спектральных линий для спектра близкого к четной симметрии и нечетное число при нечетной симметрии. При этом максимальная методическая погрешность может быть уменьшена на порядок и более. Некоторые окна позволяют увеличить разрешение измерения частоты более чем на порядок. Целью этой статьи также является показать, что даже лучшие результаты достигаются при использовании окна Чебашевой. Этот метод был использован для настройки систем измерения в системах контроля и управления.

**Ключевые слова:** частота, гармонический сигнал, методы оценки частоты, отсчет, погрешность, спектр, несимметричная структура, БПФ, метод момента

**Для цитирования:** Альрубеи М.А., Поздняков А.Д. Оценка частоты при симметричной и несимметричной структуре спектральных компонент дискретизированного гармонического сигнала // Труды МАИ. 2023. № 129. DOI: [10.34759/trd-2023-129-15](https://doi.org/10.34759/trd-2023-129-15)

Original article

## **FREQUENCY ESTIMATE FOR SYMMETRIC AND ASYMMETRIC STRUCTURE OF SPECTRAL COMPONENTS OF SAMPLED HARMONIC SIGNAL**

**Alrubei Mohammed Abdalabbas<sup>1✉</sup>, Alexander D. Pozdnyakov<sup>2</sup>**

<sup>1,2</sup>Vladimir State University,

Vladimir, Russia

<sup>1</sup>[inj.moh3@atu.edu.iq](mailto:inj.moh3@atu.edu.iq)✉

<sup>2</sup>[1alexpoz@mail.ru](mailto:1alexpoz@mail.ru)

**Abstract.** A sampled harmonic signal frequency estimating is an important task while signal processing in many applications such as radio communications, monitoring and control systems and others. Discrete spectra can be used to measure the frequencies of sinusoidal signal components. Such a measurement consists in digitizing the composite signal, performing window processing of the signal samples and calculating their discrete amplitude spectrum, usually using a fast Fourier transform algorithm. However, the frequency of a sinusoidal component can be determined with improved resolution using the

moment method of the largest consecutive element of the spectrum corresponding to this component. The abscissa of its maximum represents the best frequency approximation.

An algorithm for estimating the frequency of a sampled harmonic signal of limited duration by the method of moments is proposed, which makes it possible to obtain a weighted average estimate of the position of the energy spectrum peak. The methodological component of the error depends on the degree of closeness of the true value of the frequency and the position of the energy center, due to the type of window function. The error is determined by the step of the fast Fourier transform (FFT) frequency grid, the type of window function used, and the duration of the signal sampling interval. A noticeable effect of the even and odd structure of the spectral lines taken into account is shown. In the symmetry region of the even spectrum structure, when the levels of the principal components change, a jump in the methodological error is formed, which can be eliminated by introducing a correction or limiting the operating frequency range to the region of odd symmetry. It is proposed to introduce an estimate of the spectrum structure into the algorithm and automatically select an even number of spectral lines for the spectrum close to even symmetry and an odd number for odd symmetry to calculate the frequency. In this case, the maximum methodological error can be reduced by an order of magnitude or more. Some windows allow you to increase the frequency measurement resolution by more than an order of magnitude. The purpose of this article is also to show that even better results are achieved using the Chebasheva window. This method has been used to set up measurement systems in control and management systems.

**Keywords:** frequency, harmonic signal, frequency estimation methods, reading, error, spectrum, asymmetric structure, FFT, moment method

**For citation:** Alrubei M.A., Pozdnyakov A.D. Frequency estimate for symmetric and asymmetric structure of spectral components of sampled harmonic signal. *Trudy MAI*, 2023, no. 129. : DOI: [10.34759/trd-2023-129-15](https://doi.org/10.34759/trd-2023-129-15)

Частоту периодического сигнала измеряют автономными приборами, а также встроенными модулями, реализующими вычислительные методы измерений на основе цифровой обработки сигналов [1-4]. Методы измерения частоты можно разделить на группы, в основе которых лежит представление сигнала во временной и в частотной области [5-10]. Во временной области наибольшее применение получили методы дискретного счета и интерполяции [11-14], а в частотной - методы спектрального анализа с использованием алгоритмов быстрого преобразования Фурье (БПФ), определение максимальной спектральной составляющей и последующее уточнение координаты максимума посредством математических преобразований, например, путем интерполяции. Разнообразие измерительных задач обуславливает широкий спектр требований к точности, рабочему диапазону, быстродействию, компактности аппаратных средств, возможности интегрирования с другими приборами. В настоящее время интенсивно развиваются различные компьютерные и виртуальные системы алгоритмических измерений [15-19], такие как: обнаружение и непрерывный контроль источников радиоизлучения; системы охранной сигнализации и системы сбора данных на основе преобразователей напряжение – частота (ПНЧ) и др.

Частоту периодического сигнала можно оценить методом моментов [20-22] по положению компонент спектра, полученного в результате быстрого преобразования

Фурье (БПФ). Методическая погрешность определяется шагом частотной сетки, видом используемой оконной функции, числом учитываемых спектральных линий, длительностью интервала дискретизации сигнала. Метод моментов позволяет получить средневзвешенную оценку положения пика энергетического спектра с учетом его растекания. Методическая составляющая погрешности оценки частоты, обусловленная влиянием вида оконной функции зависит от степени близости истинного значения частоты и положения энергетического центра, обусловленного видом оконной функции.

Алгоритм определения частоты с оценкой методической погрешности отклонения положения оконной функции содержит следующие шаги:

1. Для заданного диапазона частот сигнала в соответствии с требуемой точностью выбирается частота дискретизации  $f_\delta$ , временное окно, объем  $N$  дискретных отсчетов сигнала, число учитываемых компонент спектра для четной и нечетной структуры.
2. Вычисляется массив  $u[i/f_\delta]$  в объеме  $N$  дискретных отсчетов сигнала.
3. На полученный массив накладывается временное окно.
4. Вычисляется комплексный спектр  $S[i/f_\delta/N]=\text{FFT}(u_1[i/f_\delta])$ .
5. В комплексном спектре  $S[i/f_\delta/N]$  определяется номер компоненты, амплитуда которой максимальна.
6. Оценивается уровень компонент, ближайших к максимальной составляющей, выбирается алгоритм взвешивания и число компонент для нечетной и четной структуры спектра, оценивается положение центра спектра и частота сигнала.

7. При необходимости повышения точности сужается диапазон рабочих частот дискретизации или рассчитывается поправочное число компенсации погрешности.
8. Вычисляется погрешность для четной или нечетной структуры спектра с компенсацией систематической погрешности.
9. Уточняется значение частоты сигнала и погрешности по формуле:

$$f_c \approx \frac{\sum_{i=m-d}^{m+d} |S_i[i \cdot f_d / N]|^p \cdot i \cdot f_d / N}{\sum_{i=m-d}^{m+d} |S_i[i \cdot f_d / N]|^p}$$

где  $m$  – номер спектральной компоненты максимального уровня;  $S_i$  амплитуды спектральных компонент;  $d$  – число дополнительных линий спектра близких к  $m$  сверху и снизу;  $f_d$  – частота дискретизации и  $N$  объем выборки.

На рис. 1 приведен пример графика погрешности для окна Ханна, числа компонент 3 и объема выборочных значений 16. Диапазон рабочих частот, расположенный в границах  $(0 \dots 0,5) f_c / f_d$ , сужается на ширину используемого окна. При этом диапазон рабочих частот сигнала составляет около 40% от средней частоты с максимальной погрешностью  $8e-3$  или 0,8%. Чем меньше объем выборки, тем меньше линеек оконной функции можно учесть.

Одним из способов снижения методической погрешности является установление такой частоты дискретизации, при которой отношение  $f_c / f_d$  соответствует положению низкой погрешности. На рис. 1 выделено три таких области (1, 2 или 3):

- 1) 0,24 – 0,27 в полосе около 12%;

2) 0,30 – 0,33 в полосе около 10%;

3) 0,36 - 0,38 в полосе около 8%.

Суммарная полоса частот вместо 40% сужается до 30%, а погрешность вместо 0,8% уменьшилась в 8 раз до 0,1%.

Другим способом снижения методической погрешности является ее исключение с помощью аддитивной или мультипликативной поправки, что позволяет сделать ее принадлежность к систематической погрешности.

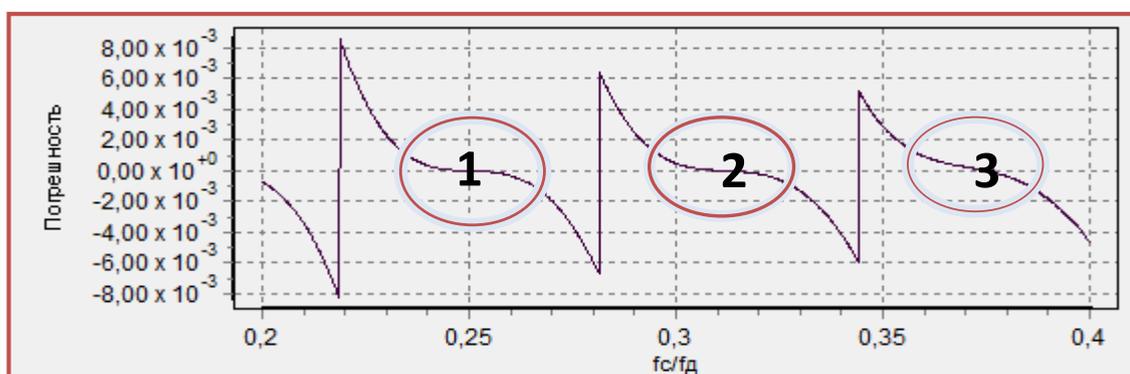


Рис. 1. Относительная погрешность для 16 отсчетов и окна Ханна

В области симметрии четной структуры спектра при изменении уровней главных компонент образуется скачок погрешности, возникающий из-за смещения «площади» и «веса». Моделирование показало, что для спектра с четной симметрией следует учитывать четное число спектральных линий путем добавления дополнительной компоненты со стороны боковой ближайшей к максимуму компоненты. Граница оптимального перехода между четным и нечетным составом компонент должна устанавливаться по результатам исследования влияния

конкретных окон. Нужно учитывать дополнительную компоненту для четного числа составляющих 4, 6, 8, и т.д.

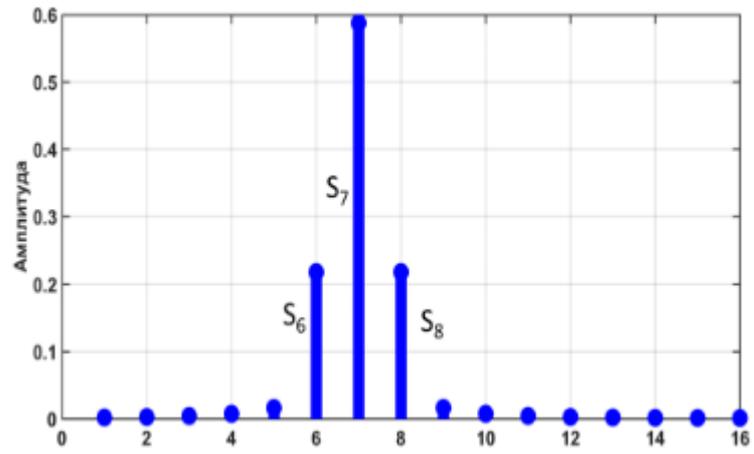
Моделирование показало, что скачкообразный разрыв обусловлен сменой структуры нечетного числа учитываемых компонент в максимуме энергетического спектра с двумя составляющими, как показано на рис. 2.

В зависимости от отношения частоты основной гармоники сигнала к частоте дискретизации можно выделить следующие структуры спектров:

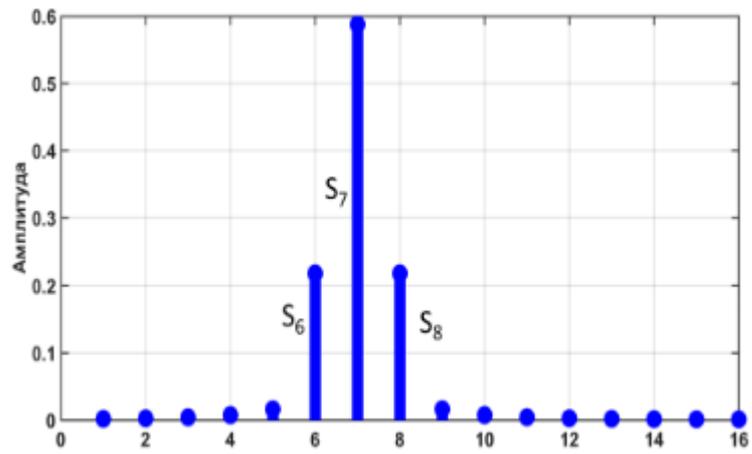
1. Симметрия относительно центральной составляющей, близкой к искомой частоте сигнала (рис. 2а).
2. Симметрия относительно двух соседних компонент, между которыми расположена искомая частота сигнала (рис. 2б,в).

При симметрии спектра относительно одной компоненты учитывается положение одинакового числа соседних линий снизу и сверху. Рассмотрим пример, представленный на рис. 2, в котором учитываются три максимальные по уровню компоненты с номерами 7, 8 и 9.

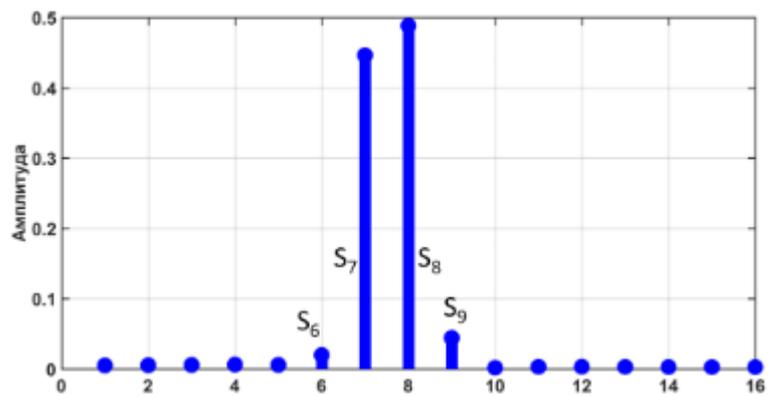
При работе в диапазоне частот формируется спектр нечетной или четной структуры с одной или двумя главными составляющими. В узкой зоне изменения частоты сигнала или дискретизации скачкообразно изменяется положение «центра тяжести» на оси частот.



*a)*



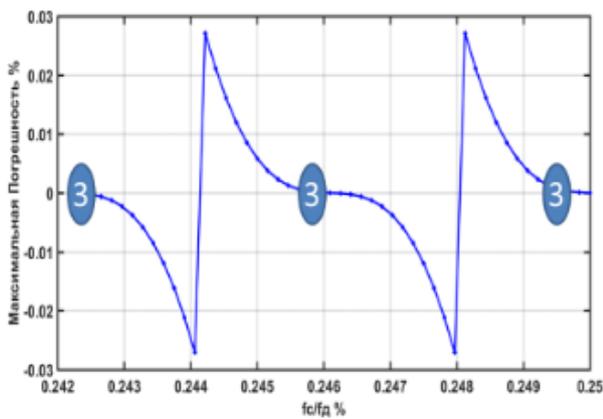
*б)*



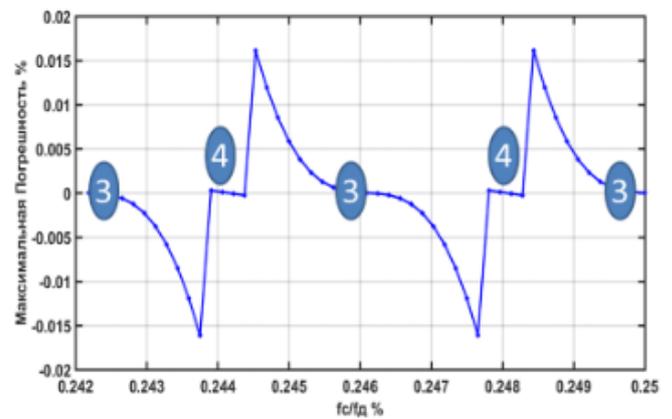
*в)*

Рис. 2. Симметрия нечетной (*a*) и четной (*б, в*) структуры спектральных линий

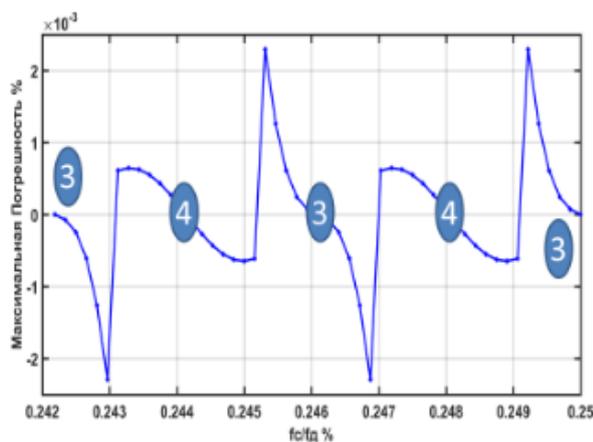
На рис. 2б показан спектр, у которого компонента 7 по уровню немного больше чем 8, поэтому будут учитываться номера 6, 7 и 8. При равенстве амплитуд спектральных составляющих  $S_7=S_8$  в расчетах по 3 компонентам могут учитываться номера 6, 7, 8 или 7, 8, 9 с максимальным смещением вверх и вниз полярности методической погрешности.



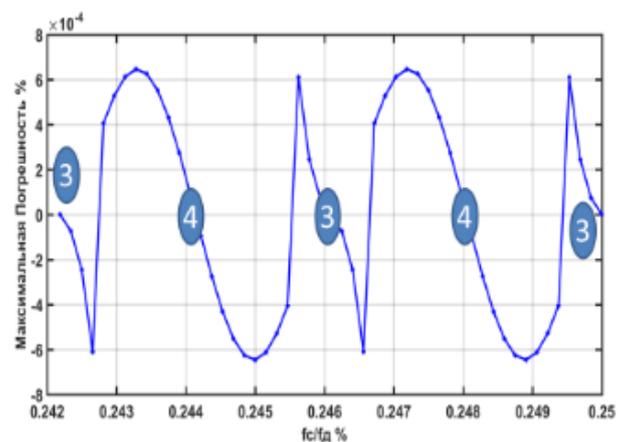
а) только 3 компоненты



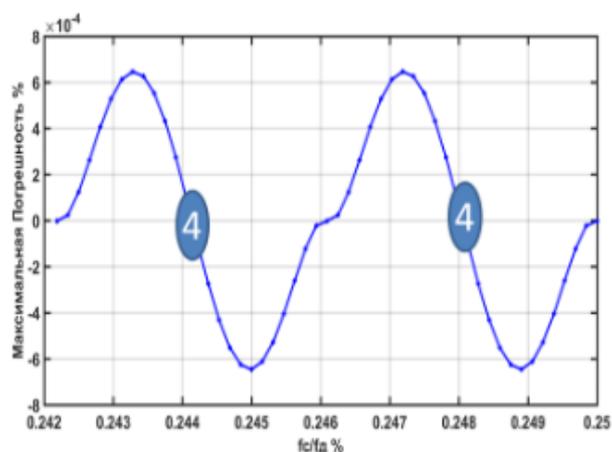
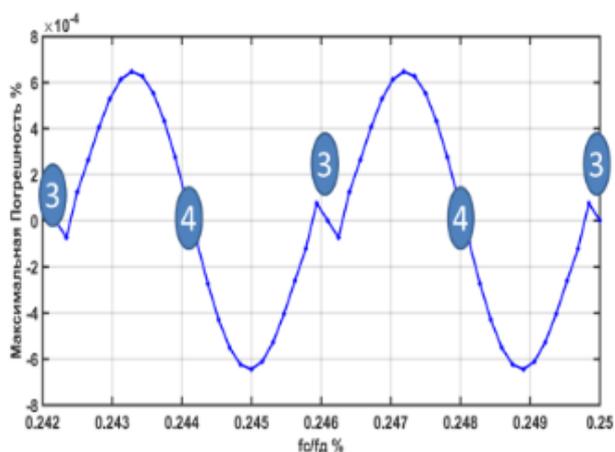
б) 4 компоненты в зоне 0,9



в) 4 компоненты в зоне 0,7



з) 4 компоненты в зоне 0,6



д) 4 компоненты в зоне 0,55

е) только 4 компоненты

Рис. 3 Графики максимальной погрешности для 3-х и 4-х компонент

На рис. 3 приведены графики максимальной погрешности для окна Ханна и отношения частоты сигнала к частоте дискретизации  $f/f_d = 0,242 \dots 0,250$  при разных уровнях перехода от 3-х к 4-м компонентам. Если рассчитывать только по трем максимальным спектральным линиям (см. рис 3а), то для 256 отсчетов погрешность достигает  $\pm 0,027\%$ . Подключение компоненты 4 при приближении к четной структуре с коэффициентом близости 0,9 снижает максимальную погрешность оценки частоты до  $\pm 0,017\%$  (см. рис 3б). При уменьшении коэффициента близости с подключением компоненты 4 зона нечетной структуры уменьшается.

Если компонента 4 подключается на уровне 0,7 максимальной компоненты, то погрешность оценки частоты снижается до  $+0,0024\%$  (см. рис 3в). Если компонента 4, подключается на уровне 0,6 максимальной компоненты, то погрешность оценки частоты снижается до  $+0,00064\%$ . Дальнейшее снижение уровня подключения 0,55 не уменьшает погрешность, так как она полностью зависит от наличия 4-й компоненты. Максимальное снижение погрешности в рассматриваемом случае более 40 раз.

Моделирование позволило оценить влияние шумов и числа отсчетов на погрешность оценки частоты. В таблице 1 представлены результаты для трех окон (Ханна, Чебышева и Треугольное) при использовании семи спектральных компонентов. Сравнение погрешности при отсутствии шума и при отношении сигнал – шум 60 дБ показывает различное влияние числа отсчетов. При числе отсчетов от 32 до 8192 влияние шума более заметное от двух раз для треугольного окна до двух порядков для окна Чебышева.

Таблица 1

N	Максимальная погрешность для окон					
	Треугольное		Ханна		Чебышева	
	Без шума	С/Ш 60 дБ	Без шума	С/Ш 60 дБ	Без Шума	С/Ш 60 дБ
<b>32</b>	1.12E-4	2.01E-4	2.97E-5	1.44E-4	<b>2.07E-6</b>	<b>1.85E-4</b>
<b>64</b>	4.44E-5	7.12E-5	1.14E-5	4.25E-5	<b>6.84E-7</b>	<b>6.68E-5</b>
<b>128</b>	2.15E-5	3.23E-5	5.13E-6	1.54E-5	<b>2.33E-7</b>	<b>2.35E-5</b>
<b>256</b>	1.05E-5	1.44E-5	2.42E-6	6.16E-6	<b>8.33E-8</b>	<b>7.40E-6</b>
<b>512</b>	5.20E-6	6.19E-6	1.17E-6	2.52E-6	<b>3.12E-8</b>	<b>2.61E-6</b>
<b>1024</b>	2.58E-6	2.96E-6	5.76E-7	9.87E-7	<b>1.32E-8</b>	<b>8.98E-7</b>
<b>2048</b>	1.28E-6	1.42E-6	2.85E-7	4.26E-7	<b>5.38E-9</b>	<b>3.16E-7</b>
<b>4096</b>	6.43E-7	6.91E-7	1.42E-7	2.00E-7	<b>2.39E-9</b>	<b>1.20E-7</b>
<b>8192</b>	3.21E-7	3.41E-7	7.08E-8	9.13E-8	1.02E-9	3.97E-8

#### Рекомендации

1. В области симметрии четной структуры спектра при изменении уровней главных компонент образуется скачок методической погрешности, которую можно исключить ведением поправки или ограничить диапазон рабочих частот областью нечетной симметрии.
2. Предложено ввести в алгоритм оценку структуры спектра и автоматически выбирать для расчета частоты четное число спектральных линий для спектра близкого к четной симметрии и нечетное число при нечетной симметрии.

3. При выборе окна необходим учет уровня шума, числа оцифрованных периодов сигнала.

### **Список источников**

1. Терешкин Д.О., Семибаламут В.М. Современные методы измерения частоты и фазы в реальном времени // Автоматика и программная инженерия. 2018. № 2 (24). С. 117-130.
2. Вайс С.Н., Репина М.В. Использование методов интерполяции при разработке тестовых радиолокационных сигналов // Труды МАИ. 2014. № 74. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=49333>
3. Байдаров С.Ю. и др. Использование технологии виртуальных приборов для определения частотных характеристик элементов и устройств систем управления // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. 2012. № 1. С. 105-115.
4. Розенберг В.Я. Введение в теорию точности измерительных систем. – М.: Советское радио, 1975.- 304 с.
5. Harris Fredrick J. Using Windows for Discrete Fourier Transform Harmonic Analysis // IEEE, 1978, vol. 66, no. 1. DOI: 10.1109/PROC.1978.10837
6. Серов А.Н., Шатохин А.А. Применение преобразователей частоты дискретизации для измерения спектра сигнала с помощью быстрого преобразования Фурье // Вопросы применения цифровой обработки сигналов. 2018. Т. 8. № 4. С 79-84.

7. Eric Jacobsen, Peter Kootsookos. Fast, Accurate Frequency Estimators // *IEEE Signal Processing Magazine*, 2007, vol. 24, issue 3, pp. 123-125. DOI: [10.1109/MSP.2007.361611](https://doi.org/10.1109/MSP.2007.361611)
8. Гнездилов Д.С., Матвеев Б.В. Сравнительный анализ цифровых интерполяционных алгоритмов оценки частоты радиосигнала // *Вестник Воронежского государственного технического университета*. 2013. Т. 9. № 2. С. 37-39.
9. Каюков И.В., Манелис В.Б. Сравнительный анализ различных методов оценки частоты сигнала // *Известия вузов. Радиоэлектроника*. 2006. № 7. С. 42-55.
10. Bernard Bischl, Uwe Ligges, Klaus Weichs. Frequency Estimation by DFT Interpolation: A Comparison of Methods // *Journal of Signal Processing*, May 2009. DOI: [10.17877/DE290R-588](https://doi.org/10.17877/DE290R-588)
11. Gasior M., Gonzalez J. L. Improving the resolution of FFT frequency measurements with parabolic and Gaussian interpolation, November 2004. DOI: 10.1063/1.1831158
12. Гнездилов Д.С. и др. Цифровой алгоритм высокоточной оценки частоты гармонического сигнала на фоне аддитивного гауссовского шума // *Вестник Воронежского государственного технического университета*. 2013. Т. 9. № 3-1. С. 124-126.
13. Chang-Gui Xie. Frequency Estimation of Weighted Signals Based On DFT Interpolation Algorithm // *3rd International Conference on Wireless Communication and Sensor Networks (WCSN 2016)*. DOI: 10.2991/icwcn-16.2017.99
14. Xiao Yangcan, Ping Wei. Novel frequency estimation by interpolation using Fourier coefficients // *8th international Conference on Signal Processing*, 2006, vol. 1. DOI: 10.1109/ICOSP.2006.344453

15. Антипов С.А., Гнездилов Д.С., Козьмин В.А., Стопкин В.М. Алгоритмы цифровой интерполяции для оценки частоты гармонического сигнала. Сравнительный анализ // Радиотехника. 2014. № 3. С. 42-46.
16. Peter R. Effective measurements using digital signal analysis // IEEE Spectrum, 1971, vol. 8, issue 4, pp. 62-70. DOI: [10.1109/MSPEC.1971.5218046](https://doi.org/10.1109/MSPEC.1971.5218046)
17. Minda, Andrea Amalia, Constantin-Ioan BARBINITA, and Gilbert Rainer GILLICH. A Review of Interpolation Methods Used for Frequency Estimation. Romanian Journal of Acoustics and Vibration 17.1 (2020): 21-26.
18. Поздняков А.Д., Поздняков В.А. Многоуровневая интерполяция в компьютерных измерителях частоты биомедицинских сигналов // Биомедицинские технологии и радиоэлектроника. 2004. № 3. С. 41-45.
19. Альрубеи М.А., Поздняков А.Д., Сравнительный анализ влияния оконной функции на оценку частоты дискретизированного гармонического сигнала, международная научно-практическая конференция «Fundamental and applied approaches to solving scientific problems» (Уфа, 3 января 2023): сборник статей. – Уфа: НИЦ Вестник науки, 2023. С. 47
20. Поздняков А.Д., Поздняков В.А. Автоматизация экспериментальных исследований, испытаний и мониторинга радиосистем. – М.: Радиотехника, 2004. - 207 с.
21. Поздняков А.Д., Альрубеи М.А. Определение частоты дискретизированного гармонического сигнала по положению энергетического пика спектра // Проектирование и технология электронных средств. 2022. № 2. С. 30–34. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=50117344>

22. Смоляков А.В., Подстригаев А.С. Экспериментальное исследование точности определения частотно-временных параметров импульса в цифровом приемнике с субдискретизацией при односигнальном воздействии // Труды МАИ. 2021. № 121. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=162661>. DOI: [10.34759/trd-2021-121-14](https://doi.org/10.34759/trd-2021-121-14)

## References

1. Tereshkin D.O., Semibalamut V.M. *Avtomatika i programmnaya inzheneriya*, 2018, no. 2 (24), pp. 117-130.
2. Vais S.N., Repina M.V. *Trudy MAI*, 2014, no. 74. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=49333>
3. Baidarov S.Yu. et al. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Povolzhskii region. Tekhnicheskie nauki*, 2012, no. 1, pp. 105-115.
4. Rozenberg V.Ya. *Vvedenie v teoriyu tochnosti izmeritel'nykh system* (Introduction to the theory of accuracy of measuring systems), Moscow, Sovetskoe radio, 1975, 304 p.
5. Harris Fredrick J. Using Windows for Discrete Fourier Transform Harmonic Analysis, *IEEE*, 1978, vol. 66, no. 1. DOI: 10.1109/PROC.1978.10837
6. Serov A.N., Shatokhin A.A. *Voprosy primeneniya tsifrovoi obrabotki signalov*, 2018, vol. 8, no. 4, pp 79-84.
7. Eric Jacobsen, Peter Kootsookos. Fast, Accurate Frequency Estimators, *IEEE Signal Processing Magazine*, 2007, vol. 24, issue 3, pp. 123-125. DOI: 10.1109/MSP.2007.361611
8. Gnezdilov D.S., Matveev B.V. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2013, vol. 9, no 2, pp. 37-39.
9. Kayukov I.V., Manelis V.B. *Izvestiya vuzov. Radioelektronika*, 2006, no. 7, pp. 42-55.

10. Bernard Bischl, Uwe Ligges, Klaus Weichs. Frequency Estimation by DFT Interpolation: A Comparison of Methods, *Journal of Signal Processing*, May 2009. DOI:10.17877/DE290R-588
11. Gasiór M., Gonzalez J. L. *Improving the resolution of FFT frequency measurements with parabolic and Gaussian interpolation*, November 2004. DOI: 10.1063/1.1831158
12. Gnezdilov D.S. et al. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2013, vol. 9, no. 3-1, pp. 124-126.
13. Chang-Gui Xie. Frequency Estimation of Weighted Signals Based On DFT Interpolation Algorithm, *3rd International Conference on Wireless Communication and Sensor Networks (WCSN 2016)*. DOI: 10.2991/icwcsn-16.2017.99
14. Xiao Yangcan, Ping Wei. Novel frequency estimation by interpolation using Fourier coefficients, *8th international Conference on Signal Processing*, 2006, vol. 1. DOI: 10.1109/ICOSP.2006.344453
15. Antipov S.A., Gnezdilov D.S., Koz'min V.A., Stopkin V.M. *Radiotekhnika*, 2014, no. 3, pp. 42-46.
16. Peter R. Effective measurements using digital signal analysis, *IEEE Spectrum*, 1971, vol. 8, issue 4, pp. 62-70. DOI: 10.1109/MSPEC.1971.5218046
17. Minda, Andrea Amalia, Constantin-Ioan BARBINITA, and Gilbert Rainer GILLICH. A Review of Interpolation Methods Used for Frequency Estimation. *Romanian Journal of Acoustics and Vibration* 17.1 (2020): 21-26.
18. Pozdnyakov A.D., Pozdnyakov V.A. *Biomeditsinskie tekhnologii i radioelektronika*, 2004, no. 3, pp. 41-45.

19. Al'rubei M.A., Pozdnyakov A.D. X Mezhdunarodnaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya «Fundamental and applied approaches to solving scientific problems»: sbornik statei. Ufa, NITs Vestnik nauki, 2023, pp. 47.
20. Pozdnyakov A.D., Pozdnyakov V.A. *Avtomatizatsiya eksperimental'nykh issledovaniy, ispytaniy i monitoringa radiosistem* (Automation of experimental research, testing and control of radio systems), Moscow, Radiotekhnika, 2004, 207 p.
21. Pozdnyakov A.D., Al'rubei M.A. *Proektirovanie i tekhnologiya elektronnykh sredstv*, 2022, no. 2, pp. 30–34. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=50117344>
22. Smolyakov A.V., Podstrigaev A.S. *Trudy MAI*, 2021, no. 121. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=162661>. DOI: 10.34759/trd-2021-121-14

Статья поступила в редакцию 31.01.2023

Одобрена после рецензирования 13.02.2023

Принята к публикации 27.04.2023

The article was submitted on 31.01.2023; approved after reviewing on 13.02.2023; accepted for publication on 27.04.2023