

УДК 629.78

Расчёт среднеквадратических отклонений долготы и периода после завершения серии коррекций вблизи геостационарной орбиты

Агишев А.Р.

Корпорация «Комета», ул. Велозаводская, 5, Москва, 115088, Россия

e-mail: artur.agishev@phystech.edu

Аннотация

Описан метод расчета среднеквадратических отклонений долготы космического аппарата и периода его орбиты после выполнения большого числа коррекций вблизи геостационарной орбиты. Эти отклонения возникают из-за ошибок измерения параметров орбиты и ошибок исполнения коррекций. Правильность расчёта подтверждена имитационным моделированием.

Ключевые слова: геостационарная орбита, многовитковые маневры, отклонение долготы КА, отклонение периода КА, ошибки измерений, ошибки коррекций.

Введение

После манёвра космического аппарата (КА) вблизи геостационарной орбиты (ГСО), управляемого заранее спланированной серией из большого числа коррекций, его конечный результат получается со случайными ошибками. Они вызваны отличием используемых в расчёте исходных орбитальных параметров от истинных из-за ошибок их измерений, а также ошибками исполнения коррекций. В

публикациях, посвященных методам расчета маневров КА вблизи ГСО, величины возможных отклонений не рассчитываются [1], или влияние случайных ошибок вовсе не учитывается [2].

Учет ошибок измерений и исполнения коррекций при планировании позволяет уменьшить возможные отклонения в конце манёвра. Ниже описан метод расчёта среднеквадратических отклонений (СКО) долготы КА и периода его орбиты при завершении манёвра. Метод учитывает эволюцию долготы в течение манёвра. Приведены результаты проверки этого метода имитационным моделированием на примерах приведения КА на заданную долготу ГСО при больших начальных отклонениях и перевода на другую долготу.

Метод расчета

Предлагаемый метод расчёта основан на использовании плана трансверсальных и бинормальных коррекций. Рассчитанный план серии коррекций содержит данные о величине, направлении и времени исполнения каждой коррекции. Такой план может быть представлен в виде $\{\{t_i; \tau_{ni}\}, \{t_k; i_{bk}\}\}$. Трансверсальные коррекции, изменяющие период и эксцентриситет орбиты КА, записаны в виде $\{t_i; \tau_{ni}\}$, где t_i – время середины i -ой коррекции, τ_{ni} – расчётная величина изменения периода i -ой коррекцией. Бинормальные коррекции записаны в виде $\{t_k; i_{bk}\}$, где t_k – время середины k -ой коррекции, i_{bk} – расчётная величина изменения наклона k -ой коррекцией. Длительность воздействий при расчете не учитывается, поскольку она мала по сравнению с длительностью всего маневра.

Вместо величин изменения орбитальных параметров в плане могут быть указаны соответствующие изменения (приращения) характеристической скорости [2].

Помимо плана коррекций исходными данными для расчета являются:

t_0 – время начала маневра;

t – время завершения маневра;

τ_0 – среднеквадратическая ошибка измерения периода;

δ_n – относительная среднеквадратическая ошибка трансверсальной коррекции;

δ_b – среднеквадратическая ошибка направления бинормальной коррекции,

T – номинальный период ГСО, $T = 86164,09$ с.

Все ошибки считаются независимыми случайными величинами с математическим ожиданием, равным нулю. Поскольку число коррекций обычно не менее десяти, отклонение периода орбиты и долготы от заданных значений после выполнения манёвра распределено по закону, близкому к нормальному [3].

На отклонения долготы и периода КА, помимо непосредственно ошибок исполнения трансверсальных коррекций, также оказывают влияние ошибки исполнения бинормальных коррекций. При отклонении направления k -ой коррекции наклона от бинормали, возникает трансверсальная составляющая коррекции, которая приводит к изменению τ_{bk} периода после коррекции [4,5]:

$$\tau_{bk} = a i_{bk},$$

где a – коэффициент, учитывающий соотношение приращений периода и наклона ГСО при одинаковой длительности коррекции (или одинаковом расходе скорости), $a = 164\,561,29$ с/рад, при периоде в секундах, наклоне в радианах.

Конечное отклонение периода складывается из ошибки измерения исходных орбитальных параметров и суммарной ошибки изменения периода из-за исполнения коррекций. Так как ошибки независимы, среднеквадратическое отклонение при завершении маневра:

$$\Delta T = \sqrt{\tau_0^2 + \sum_i (\delta_n \tau_{ni})^2 + \sum_k (\delta_b \tau_{bk})^2}.$$

Отклонение периода от расчетного значения при каждой коррекции влечет изменение скорости дрейфа КА по долготе, следовательно, приводит к отклонению долготы КА в конце маневра [6]. Величина отклонения из-за ошибки одной коррекции пропорциональна интервалу времени между моментом возникновения ошибки при этой коррекции и моментом завершения маневра. Такая эволюция долготы должна учитываться в расчёте. Расчет СКО долготы из-за всех ошибок приведен ниже.

Ошибка измерения периода τ за время одного витка приводит к отклонению по долготе:

$$\delta L = -2\pi \frac{\tau}{T}.$$

Через n витков отклонение возрастет до $\Delta L = \delta L \cdot n$. Выражая число витков n через времена начала и окончания маневра, получим для СКО долготы ΔL_0 из-за ошибки измерения периода орбиты при СКО τ_0 в момент завершения маневра:

$$\Delta L_0 = \frac{2\pi}{T} \tau_0 \frac{(t-t_0)}{T}. \quad (1)$$

Ошибка одной i -ой трансверсальной коррекции при СКО $\delta_n \tau_{ni}$ приведет к СКО долготы в конце маневра:

$$\Delta L_{ni} = \frac{2\pi}{T^2} \delta_n \tau_{ni} (t - t_i).$$

Поскольку ошибки при исполнении одиночных коррекций считаются независимыми, среднеквадратическое отклонение долготы в конце маневра из-за ошибок трансверсальных коррекций:

$$\Delta L_n = \frac{2\pi}{T^2} \delta_n \sqrt{\sum_i \tau_{ni}^2 (t - t_i)^2}. \quad (2)$$

Аналогично (2), для среднеквадратического отклонения долготы из-за трансверсальной составляющей ошибки бинормальных коррекций наклона:

$$\Delta L_b = \frac{2\pi}{T^2} \delta_b \sqrt{\sum_k \tau_{bk}^2 (t - t_k)^2}.$$

Среднеквадратическая ошибка отклонения по долготе при маневрировании складывается из независимых ошибок измерения и ошибок исполнения коррекций:

$$\Delta L = \sqrt{\Delta L_0^2 + \Delta L_n^2 + \Delta L_b^2}. \quad (3)$$

Проверка метода расчета имитационным моделированием

Проверка правильности метода проводилась имитационным моделированием [7-10]. Расчет выполнялся для двух вариантов маневров.

В первом варианте КА приводился на долготу стояния при больших начальных отклонениях периода, эксцентриситета и долготы. Во втором варианте

КА переводился на другую долготу. При этом переводе учитывалось ограничение на величину максимального отклонения периода от номинального. Начальные и конечные условия каждого варианта заимствованы из работы [2].

Эволюция орбитальных параметров КА в обоих вариантах приведена на рисунке 1. Во время приведения коррекции орбиты проводятся на каждом витке. При переводе – при увеличении и уменьшении периода орбиты. В рассматриваемых вариантах коррекции наклона не проводятся. Значения отклонений вычислены через каждый час модельного времени. Поэтому на графиках видны колебания долготы на каждых сутках, вызванные эксцентриситетом орбиты[11].

Для каждого варианта по рассчитанному плану коррекций имитационным моделированием была получена выборка из отклонений долготы в конце манёвра для 50 реализаций случайных ошибок измерения периода и исполнения коррекций.

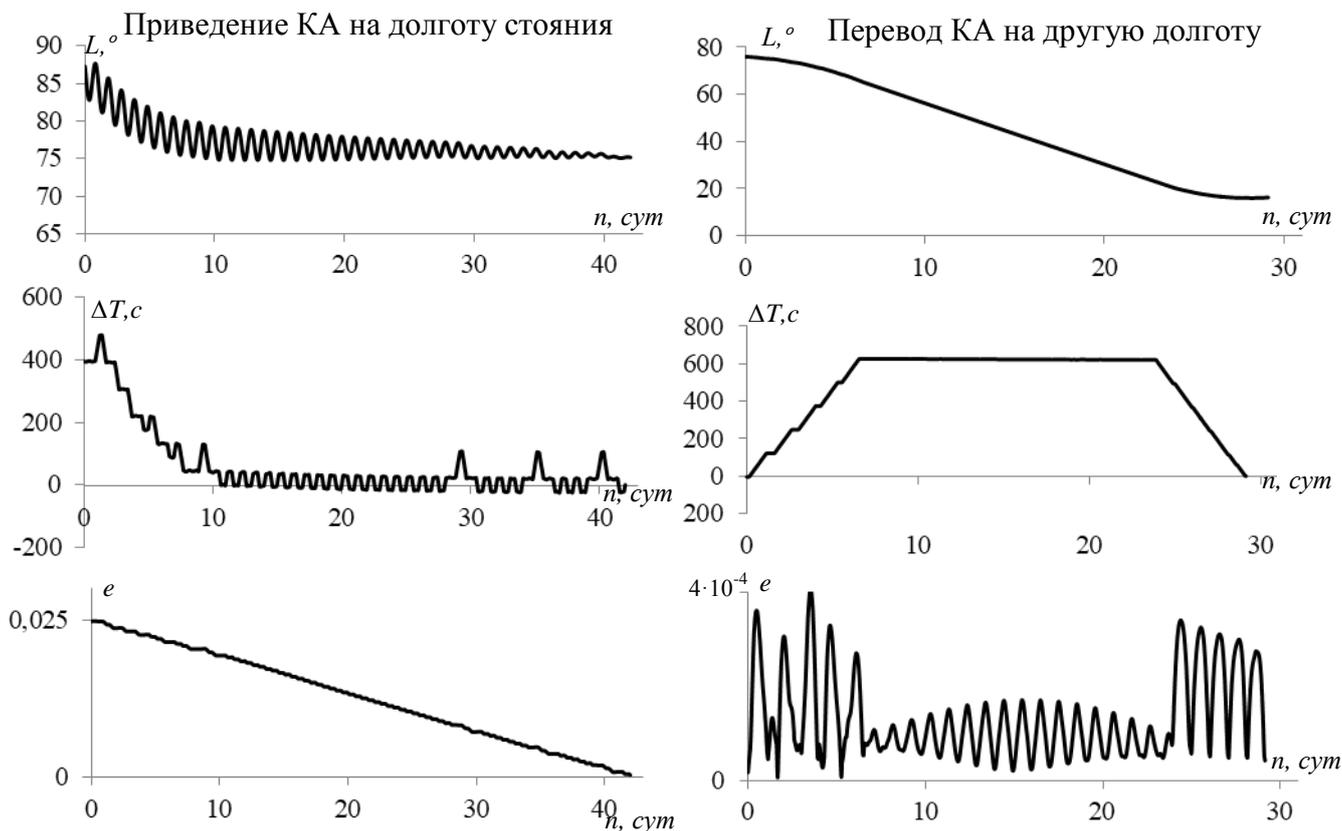
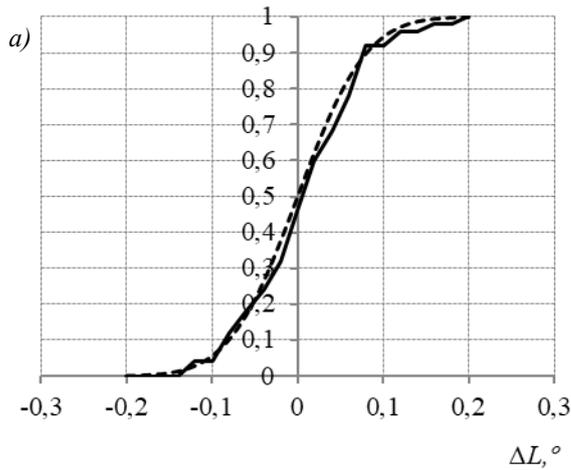


Рис.1. Эволюция долготы, отклонения периода, эксцентриситета в двух вариантах маневра: приведение (слева) и перевод (справа)

Величина утроенной среднеквадратической ошибки измерения периода принималась равной $3\tau_0 = 1,1$ с, утроенная относительная среднеквадратическая ошибка исполнения коррекций $3\delta_n = 6\%$. Такие ошибки характерны для измерений параметров орбиты [12-14] и коррекций движения КА типа «Ямал» [15]. В рассмотренных вариантах не выполнялись коррекции наклона, поэтому $\tau_{bk} = 0$.

На рисунке 2 приведены функции распределения вероятностей конечных отклонений долготы, рассчитанные по формуле (3), а также полученные из выборки.

Приведение КА на долготу стояния



Перевод КА на другую долготу

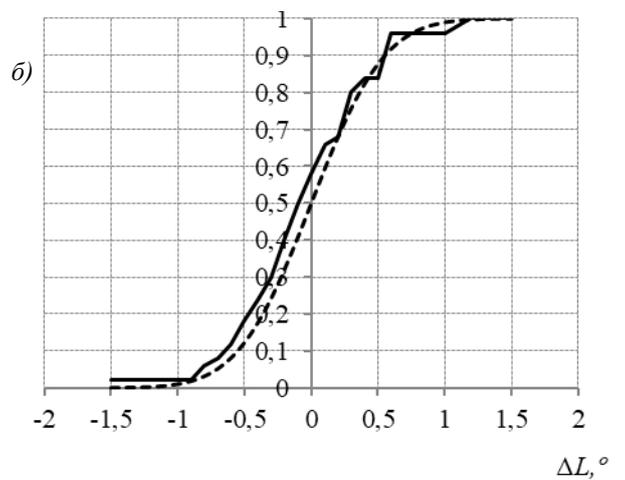
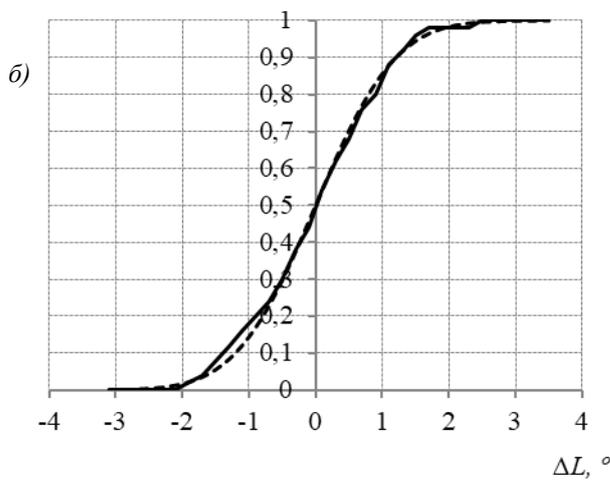
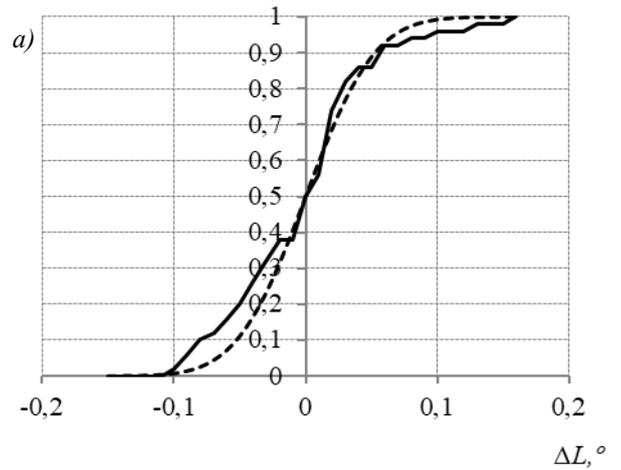


Рис.2. Функции распределения конечных отклонений долготы для приведения (слева) и перевода (справа):

а) при наличии только ошибок измерения орбитальных параметров;

б) при наличии ошибок исполнения коррекций и ошибок измерений.

Сплошная линия – по результатам моделирования, пунктирная – по результатам расчета

Функция распределения при наличии только ошибок исполнения коррекций на рисунках не показана, поскольку она близка к функции распределения при наличии всех ошибок.

В рассмотренных примерах отклонения долготы из-за ошибок исполнения на порядок превышают отклонения из-за ошибок измерений и допуски на отклонения долготы при её поддержании [16 - 19].

Среднеквадратические отклонения долготы для полученных распределений приведены в таблице. СКО по расчету соответствуют с вероятностью $p = 0,99$ доверительному интервалу [20], построенному для СКО по выборке.

Таблица 1.

СКО отклонения долготы после завершения маневра.

Вариант	Вид ошибки	СКО по расчету	СКО по выборке	Доверительный интервал ($p = 0,99$)
Приведение	Ошибка измерений	0,069°	0,063°	(0,05°;0,081°)
	Ошибки исполнения и измерения	0,97°	0,94°	(0,76°;1,22°)
Перевод	Ошибка измерений	0,055°	0,041°	(0,033°;0,053°)
	Ошибки исполнения и измерения	0,49°	0,43°	(0,35°;0,56°)

Заключение

Предложен метод расчёта СКО долготы и периода после серии коррекций движения КА вблизи ГСО, учитывающий эволюцию долготы в процессе манёвра.

При расчёте учитываются ошибки измерений периода и долготы, ошибки исполнения трансверсальных и бинормальных коррекций.

Результаты имитационного моделирования подтверждают правильность расчёта. В рассмотренных примерах отклонения долготы из-за ошибок исполнения на порядок превышают отклонения из-за ошибок измерений и допуски на отклонения долготы при её поддержании.

Описанный метод может использоваться при планировании манёвров КА вблизи ГСО.

Библиографический список

1. Krasilshikov M.N., Fedorov A.V., Kozorez D.A., Sypalo K.I. Low-Thrust Geo Transfer Off-Line Navigation and Control // 25th International Symposium on Space Flight Dynamics, 19-25 October 2015, Munich. URL: http://issfd.org/2015/files/downloads/papers/010_Krasilshchikov.pdf
2. Соколов А.В., Улыбышев Ю.П. Многовитковые манёвры с малой тягой в окрестности геостационарной орбиты // Известия Академии наук. Теория и системы управления. 1999. № 2. С. 95 - 100.
3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. - М.: Академия, 2005. - 576 с.
4. Чернявский Г.М. Бартенев В.А. Орбиты спутников связи. - М.: Связь, 1978. - 240 с.
5. Sidi M.J. Spacecraft Dynamics and Control: A Practical Engineering Approach, Cambridge University Press, Cambridge, 2000, 432 p.

6. Чернявский Г.М., Бартенев В.А., Малышев В.А. Управление орбитой стационарного спутника. - М.: Машиностроение, 1984. - 144 с.
7. Law A. Simulation modeling and analysis, The McGraw-Hill Companies, New York, 2015, 800 p.
8. Малышев В.В., Старков А.В., Федоров А.В. Методика разработки программно-моделирующего комплекса для отработки средств проведения динамических операций космических аппаратов // Труды МАИ. 2012. № 57. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=30798>
9. Chao C. Applied orbit perturbation and maintenance, AIAA, USA, 2005, 264 p.
10. Curtis H. Orbital Mechanics for Engineering Students (Aerospace Engineering), Butterworth-Heinemann, Oxford, 2013, 768 p.
11. Сухой Ю.Г. Коррекции орбит геостационарных спутников. - М.: Спутник+, 2011, Ч. 1. - 21 с.
12. Решетнев М.Ф., Лебедев А.А., Бартенев В.А., Красильщиков М.Н., Малышев В.А., Малышев В.В. Управление и навигация искусственных спутников Земли на околокруговых орбитах. - М.: Машиностроение, 1988. - 336 с.
13. Liu J. Spacecraft TT&C and Information Transmission Theory and Technology, Springer Aerospace Technology, 2015, 531 p.
14. Кружков Д.М. Точностные характеристики бортовой интегрированной навигационной системы автономного космического аппарата // Труды МАИ. 2012. № 57. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=30953>

15. Ганзбург М.Ф., Кропотин С.А., Мурашко В.М. и др. Итоги десятилетней эксплуатации электроракетных двигательных установок в составе двух телекоммуникационных космических аппаратов «Ямал-200» на геостационарной орбите // Космическая техника и технологии. 2015. № 4(11). С. 25 - 39.
16. Radio Regulations, International Telecommunication Union Edition of 2012, chapter IV, article 22, [URL: https://www.itu.int/dms_pub/itu-r/opb/reg/R-REG-RR-2012-ZPF-E.zip](https://www.itu.int/dms_pub/itu-r/opb/reg/R-REG-RR-2012-ZPF-E.zip)
17. Агишев А.Р. Оптимизация величины изменения периода в алгоритме планирования коррекций удержания КА на позиции ГСО // XLIII Международная молодежная научная конференция «Гагаринские чтения – 2017», Москва, 05-19 апреля 2017: тезисы докладов. - М. Изд-во МАИ, 2017. С. 149 - 150.
18. Lee B., Hwang Y., Kim H., Park S. East–West Station-Keeping maneuver strategy for COMS satellite using iterative process // Advances in Space Research, 2011, vol. 47, no. 1, pp. 149 - 159.
19. Sukhanov A., Prado A.F.B.A. On one approach to the optimization of low-thrust station keeping maneuvers // Advances in Space Research, 2012, vol. 50, no. 11, pp. 1478 - 1488.
20. Sahoo P. Probability and mathematical statistics, Department of Mathematics, University of Louisville, 2013, available at: <http://www.math.louisville.edu/~pksaho01/teaching/MathStatII.pdf>