

УДК 629.78.783

Управление движением космического аппарата на высокоэллиптической орбите в заданных ограничениях на ориентацию

М.А. Суворов, И.В. Коломыцев

Аннотация

Рассматривается космический аппарат (КА), функционирующий на высокоэллиптической орбите типа «Молния». Конструкция КА определяет существенные ограничения на угловое положение аппарата в пространстве, зависящие от положения Солнца, участка орбиты и необходимости проведения корректирующих воздействий. При этом необходимо обеспечить проведение коррекций высоты перигея и инерциальной долготы восходящего узла (ИДВУ) с использованием двигателей малой тяги. Использование двигателей малой тяги создаёт ограничения не только на угловое положение космического аппарата, но и на возможность быстрого регулирования контролируемых орбитальных параметров. Анализ влияния конструктивных особенностей аппарата на возможность построения ориентаций, необходимых при проведении коррекций, позволил разработать логику планирования коррекций заданных орбитальных параметров. На основе эволюций контролируемых орбитальных параметров разрабатывается метод управления высотой перигея космического аппарата для поддержания высоты перигея и инерциальной долготы восходящего узла с минимальным расходом топлива.

Ключевые слова

космический аппарат; управление; орбитальные параметры; угловая ориентация; ограничения; эволюция орбитальных параметров.

Расчёт разрешённых интервалов орбиты для проведения протяжённых коррекций орбитальных параметров

Конструкция КА такова, что он имеет существенные ограничения на угловое положение относительно направления на Солнце. Необходимо обеспечить работу КА и

проведение коррекций на заданных интервалах (рис. 1) с использованием двигателей малой тяги.

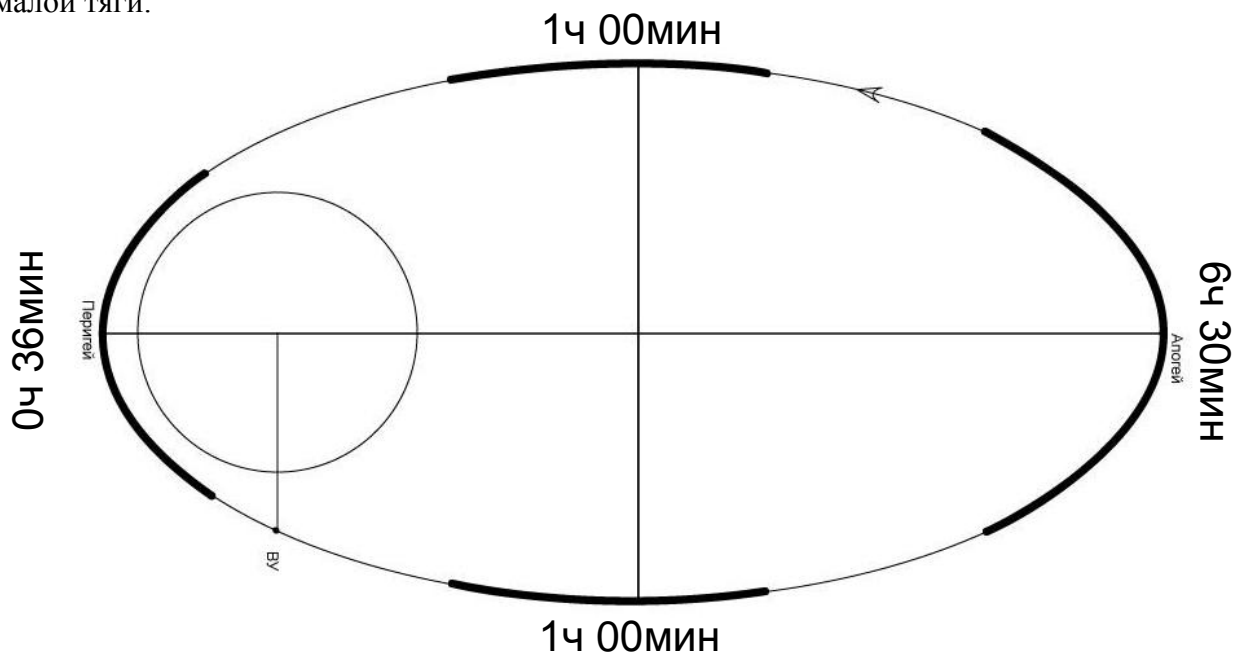


Рисунок 1 – Области проведения протяжённых коррекций

Необходимо определить способ расчёта участков, на которых разрешены коррекции при заданных ограничениях, а также исследование выполнения ограничений на требуемых участках проведения коррекций.

Рассматриваемый КА очень чувствителен к направлению на Солнце (рис. 2): угол с осью $Y_{ССК}$ связанной системы координат должен быть не более 90^0 , угол с плоскостью $X_{ССК}Y_{ССК}$ не должен превышать 30^0 . При этом в течении всего рабочего участка визирная ось $X_{ССК}$ должна направляться на заданную точку земной поверхности, а при проведении коррекций высоты перигея одна из осей $Y_{ССК}$ или $Z_{ССК}$ должна быть параллельна трансверсали.

Для расчёта разрешённых интервалов и их анализа использовалась следующая система координат (АСК), ассоциируемая с плоскостью орбиты – ось X направлена от центра Земли к перигею, ось Z совпадает с бинормалью к орбите. Рассматриваются два типа ориентации – ориентация, при которой все оси параллельны осям ОСК, и ОСК, развёрнутая вокруг трансверсали на заданный угол.

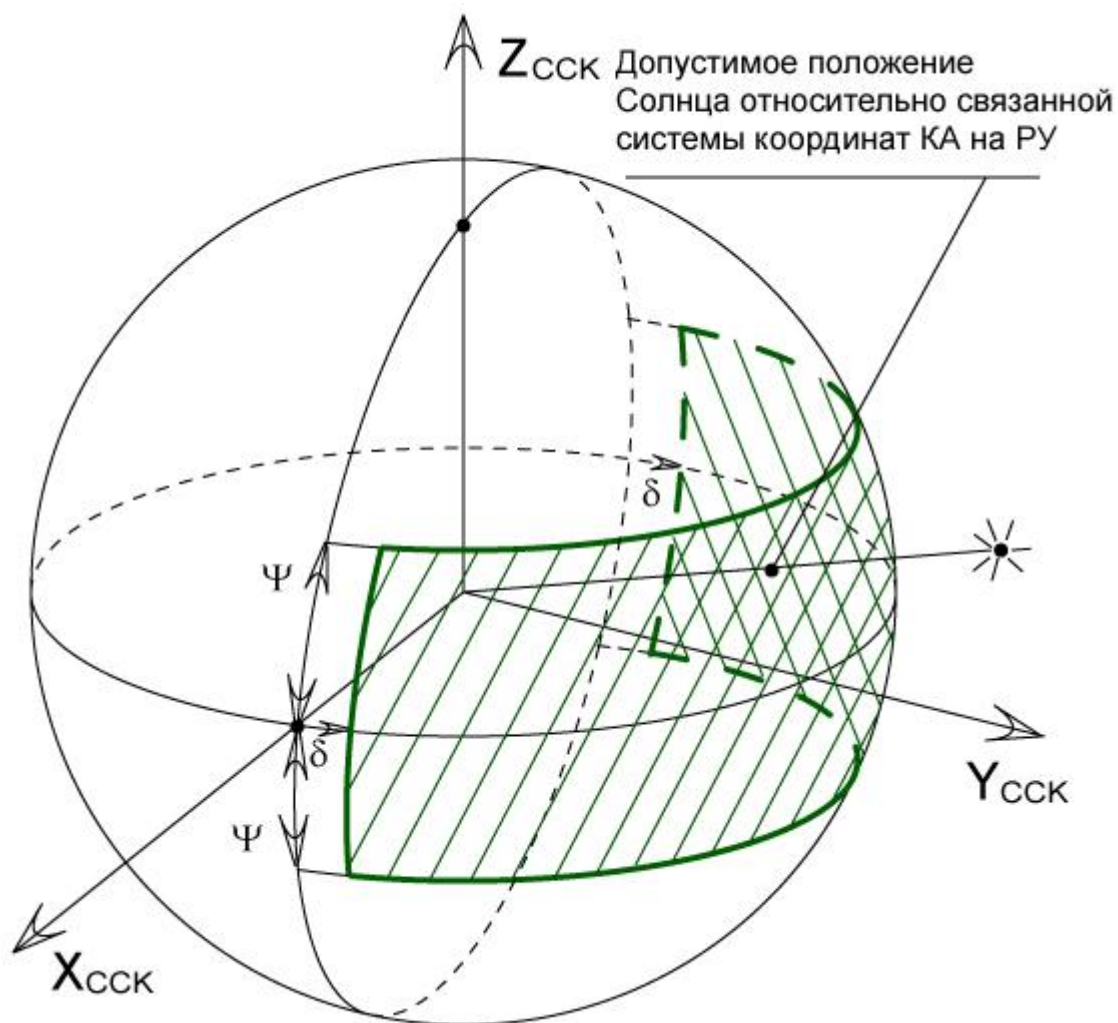


Рисунок 2 – Допустимое положение Солнца относительно связанной системы координат

Аналитически можно рассчитать разрешённые области орбиты при различных ограничениях и положении Солнца для ориентации КА, при которой все оси параллельны осям ОСК. Результирующие интервалы могут быть получены путём объединения полученных решений.

АСК связана с инерциальной геоцентрической системой координат (ИГСК) тремя поворотами, показанными на рис 3.

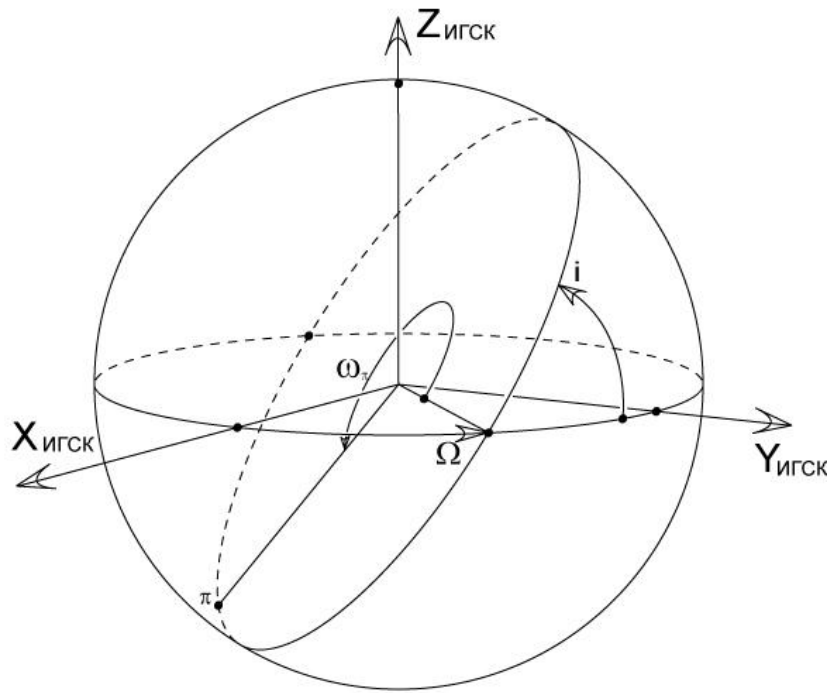


Рисунок 3 – Схема разворотов от ИГСК к АСК

Вектор Солнца в АСК пересчитывается из вектора в ИГСК следующим образом:

$$\vec{S}_C = M_{Z'} * M_{X'} * M_Z * \vec{X}_S,$$

где M – матрица поворота относительно соответствующей оси вращающейся системы координат.

Таким образом, угловые координаты Солнца в АСК можно рассчитать так:

$$S_2 = \arcsin(S_C[2]);$$

Если $S_C[1] \geq 0$, то:

$$S_1 = \arccos\left(\frac{S_C[0]}{\sqrt{1 - S_C[2] * S_C[2]}}\right);$$

Иначе:

$$S_1 = -\arccos\left(\frac{S_C[0]}{\sqrt{1 - S_C[2] * S_C[2]}}\right).$$

Для определения разрешённых интервалов по известным ограничениям на ориентацию, необходимо рассчитать следующие параметры Δ и Θ , определяющие критические для ориентации КА участки орбиты.

Схемы отсчёта величин Δ и Θ представлены на рис 4 и 5 соответственно.

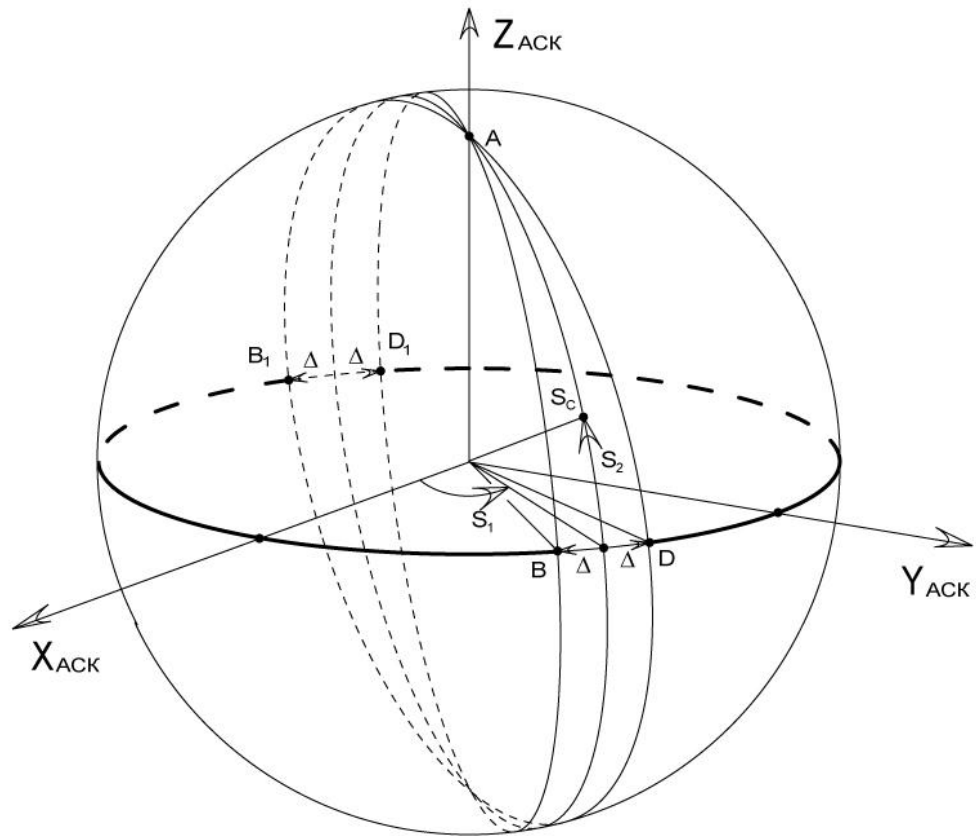


Рисунок 4 – Схема отсчёта величины Δ

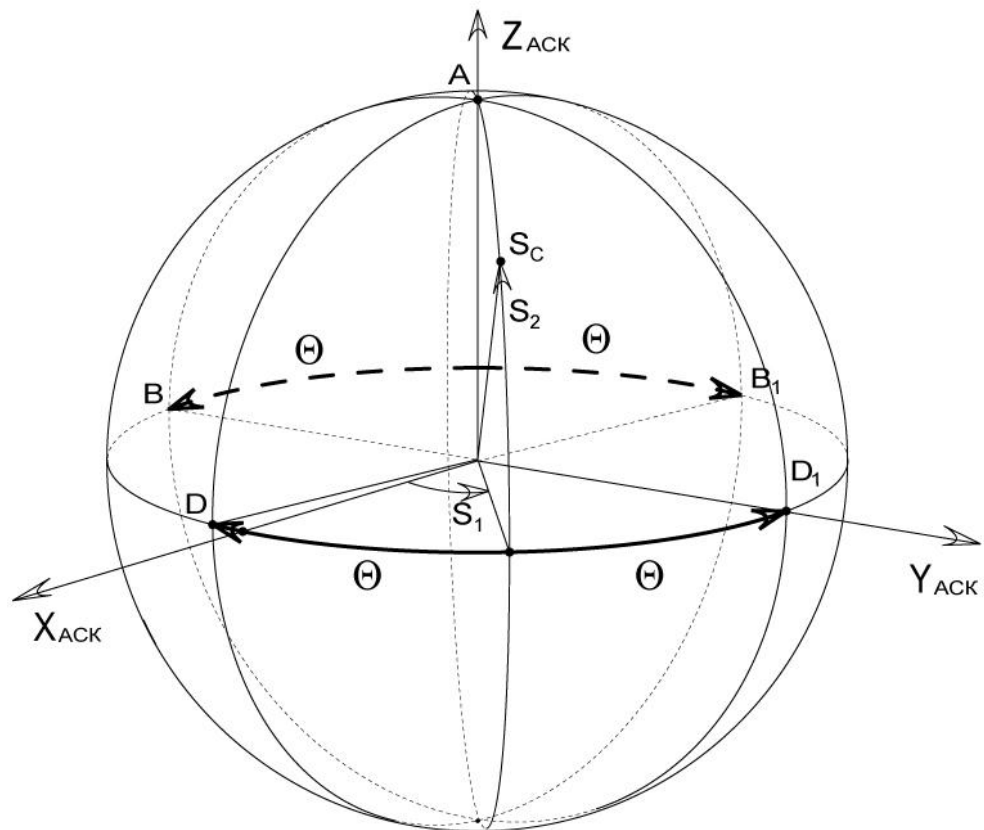


Рисунок 5 – Схема отсчёта величины Θ

На рис. 4 и 5 окружность лежащая в плоскости $X_{ACK}Y_{ACK}$ является проекцией линии орбиты на единичную сферу. Тогда Δ характеризует такой интервал орбиты, на котором расположение оси Y_{CCK} параллельно трансверсали неминуемо приведёт к нарушению ограничения на положение Солнца относительно оси Y_{CCK} . Величина Δ определяется только высотой Солнца над плоскостью орбиты S_2 и ограничением, накладываемым ориентацией КА. При этом направление оси Y_{CCK} на разрешённых интервалах B_1B и DD_1 определяется по направлению на Солнце, т.е. углом S_1 . На интервале B_1B ось Y_{CCK} должна быть направлена по трансверсали, поскольку трансверсаль на участке B_1B образует острый угол с направлением на Солнце. На противоположном интервале DD_1 трансверсаль образует тупой угол с направлением на Солнце, поэтому ось Y_{CCK} должна быть направлена против трансверсали. В случае, когда Солнце настолько высоко над плоскостью орбиты, что составляет с осью Z_{ACK} угол меньший заданного ограничения, расположение Y_{CCK} параллельно трансверсали невозможно на всей орбите.

При рассмотрении ограничения на положение Солнца относительно плоскости $X_{CCK}Y_{CCK}$, т.е. при направлении оси Z_{CCK} параллельно трансверсали, получается симметричная картина за исключением того, что характерный параметр Θ теперь соответствует разрешённой области. Это связано с принципиальным отличием рассматриваемых ограничений. В случае ограничения на ось Y_{CCK} и направление на Солнце речь идёт о запрете на полупространство $-Y_{CCK}$, при этом получается асимметричная относительно плоскости $X_{CCK}Y_{CCK}$ картина. В то время как в случае ограничения на ось Z_{CCK} и направление на Солнце речь идёт о симметричной относительно плоскости $X_{CCK}Y_{CCK}$ картине. Таким образом относительно направления на Солнце S_1 и $S_1+\pi$ образуются симметричные относительно прямой Земля–Солнце разрешённые участки. При этом величина Θ определяется только высотой Солнца над плоскостью орбиты S_2 и ограничением, накладываемым ориентацией КА. Если высота Солнца над орбитой такова, что угол между направлением на Солнце и осью Z_{ACK} меньше заданного ограничения, то интервалы B_1B и DD_1 сливаются, т.е. на всей орбите расположение оси Z_{CCK} параллельно трансверсали становится возможным.

Таким образом, можно рассчитать параметры Δ и Θ по следующим формулам:

$$\Delta = \arcsin\left(\frac{\sin(\delta)}{\cos(S_2)}\right);$$

Если $\frac{\pi}{2} - \text{fabs}(S_2) \leq \delta$, то:

$$\Delta = \frac{\pi}{2}.$$

$$\Theta = \arcsin\left(\frac{\sin(\Psi)}{\cos(S_2)}\right);$$

Если $\frac{\pi}{2} - \text{fabs}(S_2) \leq \Psi$, то: $\Theta = \pi$,

где δ и Ψ характеризуют углы предельного положения Солнца в осях КА.

Далее по известным параметрам Δ и Θ можно определить разрешённые интервалы орбиты при различных вариантах ориентации. Путём сравнения разрешённых интервалов и их перекрытия с заданными участками проведения коррекций определяются оптимальные ориентации КА и области орбиты, где можно проводить коррекции орбитальных параметров.

Исследование влияния разрешённого углового положения космического аппарата на возможность проведения коррекций

Для изменения высоты перигея наиболее оптимально использовать район апогея, с компенсацией нежелательного изменения периода в перигее, при этом космическому аппарату необходимо обеспечить такую угловую ориентацию, которая позволит направить корректирующее воздействие параллельно трансверсали. На основании вышеизложенного можно сравнить заданные области приложений корректирующих воздействий и участки орбиты, на которых возможно построение заданной ориентации в текущий момент времени.

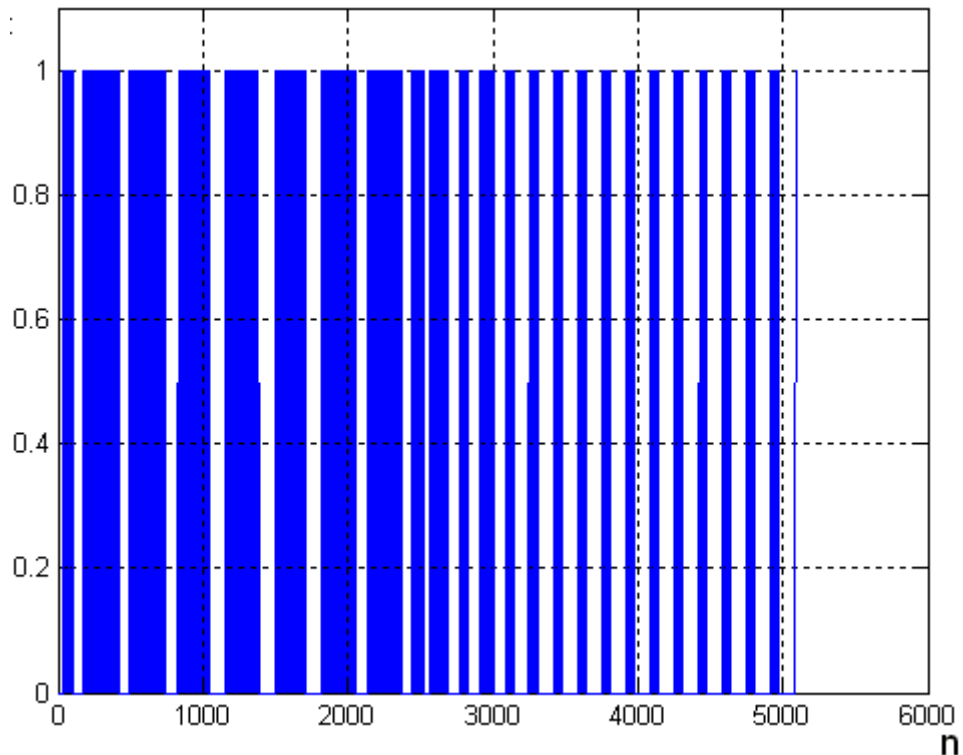


Рисунок 6 – Диаграмма разрешённых витков на интервале 7 лет

На рис. 6 приведен пример длительности разрешенных интервалов (ширина синих столбцов) и их смены запрещёнными интервалами в течении 7 лет. По оси X отложены витки, по оси Y представлен признак возможности построения ориентации – если 1 то построение возможно, причём как в апогейной, так и в перигейной области, если 0 – невозможно. Количество витков, на которых возможно построение ориентации космического аппарата для проведения коррекций высоты перигея, может составлять от 30 до 70 процентов от общего числа в зависимости от заданных начальных условий. То есть коррекции высоты перигея можно проводить в среднем не менее чем на 50 процентах витков.

Общие принципы поддержания заданных параметров

Необходимые корректируемые орбитальные параметры выбираются исходя из условий функционирования космического аппарата и его целевой задачи. В рассматриваемой работе это – период орбиты, высота перигея и ИДВУ, причем ИДВУ корректируется не непосредственно, а через связь скорости её деградации и высоты перигея [1]. Эта связь непосредственно следует из формулы (1), являющейся первым приближением влияния геопотенциала на деградацию инерциальной долготы восходящего узла.

$$\Delta\Omega = 3C_{20} \cdot \frac{\pi R_{\text{Э}}^2 \cos(i)}{p^2}; \quad (1)$$

где $\Delta\Omega$ – изменение инерциальной долготы восходящего узла,
 C_{20} – коэффициент разложения геопотенциала по сферическим функциям,
 $R_{\text{Э}}$ – экваториальный радиус Земли,
 i – наклонение орбиты,
 p – фокальный параметр.

Учитывая, что:

$$p = a(1 - e^2);$$

$$e = 1 - \frac{h_{\pi} + R_{\text{Э}}}{a},$$

a – большая полуось орбиты,
 e – эксцентриситет,
 h_{π} – высота перигея.

Из формул видно, что деградация ИДВУ зависит от квадрата большой полуоси и квадрата высоты перигея. Предполагая период обращения космического аппарата, и, следовательно большую полуось орбиты, постоянными можно заключить, что основное влияние на деградацию инерциальной долготы восходящего узла оказывает высота перигея. Причём, учитывая нелинейную зависимость формулы (1), можно заключить, что изменения высоты перигея будут обладать тем большим влиянием на инерциальную долготу восходящего узла, чем раньше эти изменения будут произведены.

Коррекции периода обращения применяются для поддержания времени прохождения апогея орбиты. Описание принципов планирования коррекций периода приводится в [2].

Метод планирования коррекций высоты перигея

Собственно метод планирования коррекций заключается в разделении общей задачи на составные части, каждая из которых представляет собой законченную подзадачу и решается независимо. При этом длительности сеансов коррекций и места их расположения подбираются таким образом, чтобы не происходило перерегулирования орбитальных параметров, что в свою очередь обеспечивает минимизацию расхода топлива.

Первая подзадача, которая выделяется из общей задачи планирования коррекций, представляет собой коррекцию собственно высоты перигея при нормальной эволюции инерциальной долготы восходящего узла, не приводящей к нарушению заданных границ.

Исходя из анализа влияния высоты перигея на изменение ИДВУ, можно заключить, что в данной ситуации необходимо проводить коррекцию непосредственно в месте нарушения границы, что позволит снизить влияние этой коррекции на эволюцию ИДВУ и тем самым не допустить перерегулирования параметра, не требующего коррекции. На рис. 7 и 8 приведён пример первой подзадачи, на рис. 7 приведена эволюция высоты перигея, на рис. 8 – отклонение деградации инерциальной долготы восходящего узла от идеальной. На графиках синим цветом представлены исходные эволюции параметров, зелёным цветом – эволюции параметров с учётом запланированных коррекций. Красные линии – нарушение установленных границ.

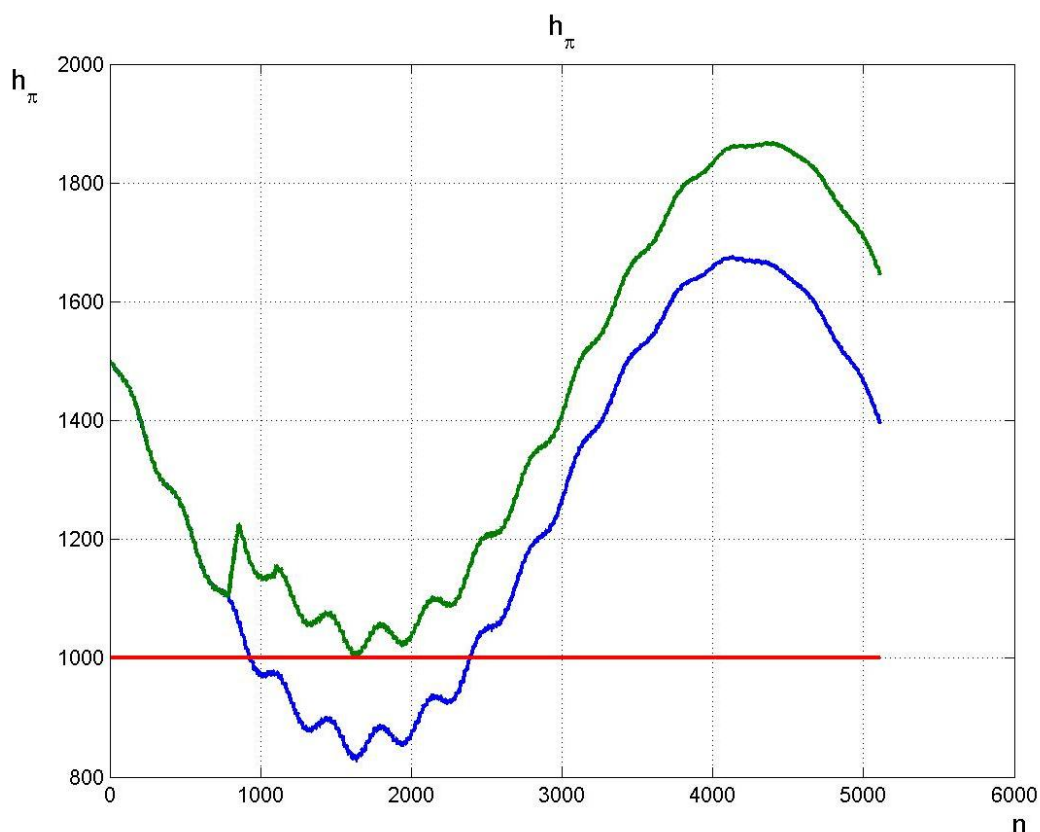


Рисунок 7 – Эволюция высоты перигея в рамках первой подзадачи

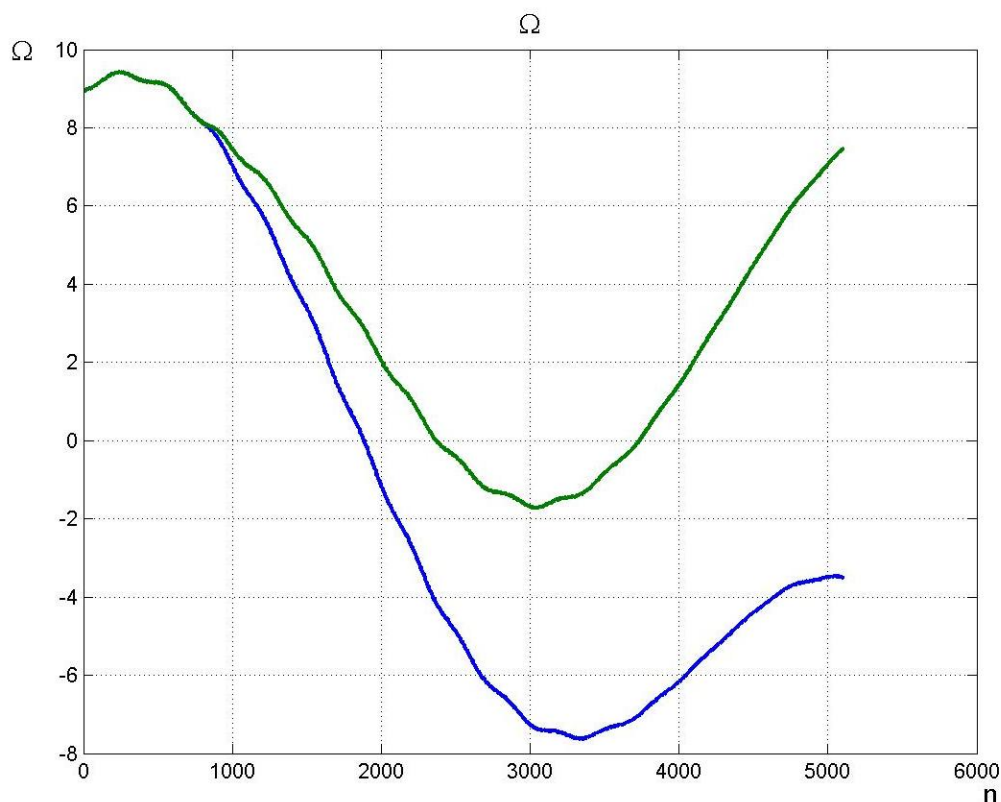


Рисунок 8 – Эволюция инерциальной долготы восходящего узла в рамках первой подзадачи

По графику изменения высоты перигея на рис. 7 видно отклонение реально запланированной коррекции от выраженной ранее идеологии начать коррекцию высоты перигея непосредственно в месте нарушения. Это отклонение связано с невозможностью построения ориентации для проведения коррекций непосредственно в месте нарушения, в данной ситуации запланированная коррекция смещается в ближайшее из возможных положение.

Вторая подзадача, которая выделяется из общей задачи планирования коррекций, представляет собой коррекцию собственно отклонения деградации инерциальной долготы восходящего узла от идеальной при эволюции высоты перигея, не приводящей к нарушениям заданных границ. Исходя из анализа влияния высоты перигея на изменение ИДВУ, можно заключить, что в данной ситуации необходимо проводить коррекцию как можно раньше, что позволит исправить нарушение за минимальный срок. На рис. 9 и 10 приведён пример второй подзадачи, на рис. 9 приведена эволюция высоты перигея, на рис. 10 – отклонение деградации инерциальной долготы восходящего узла от идеальной.

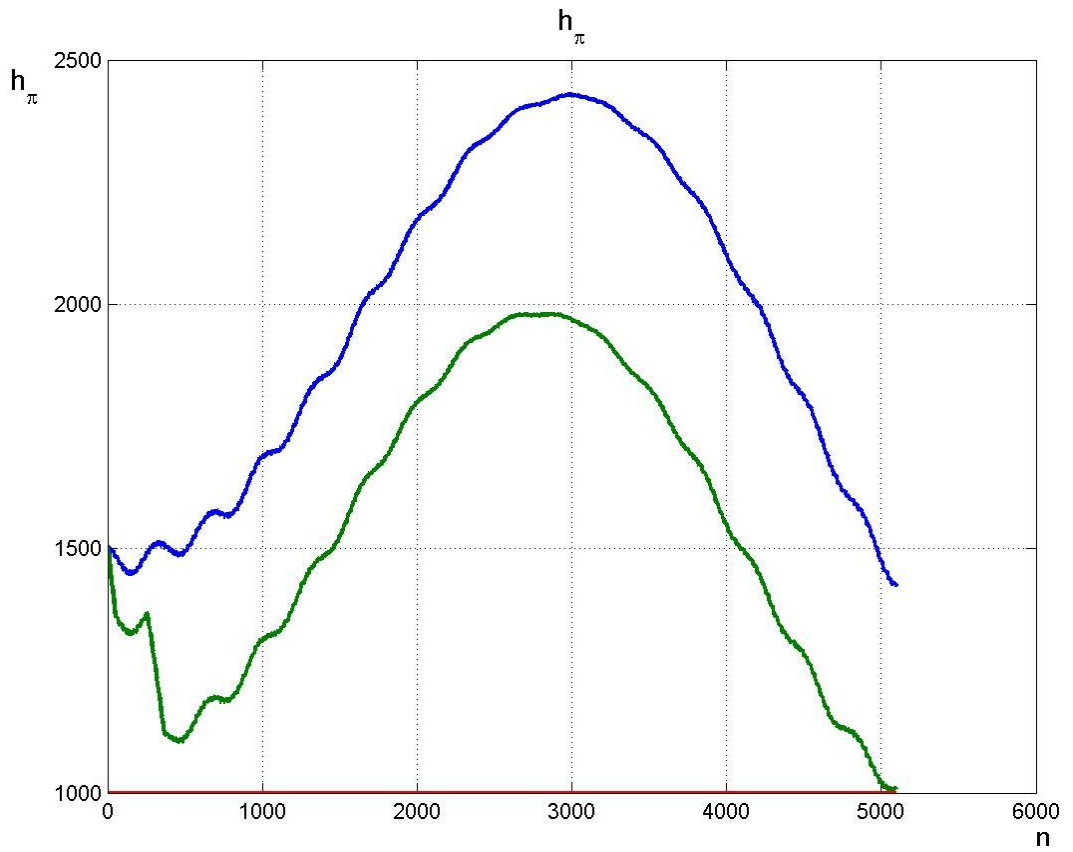


Рисунок 9 – Эволюция высоты перигея в рамках второй подзадачи

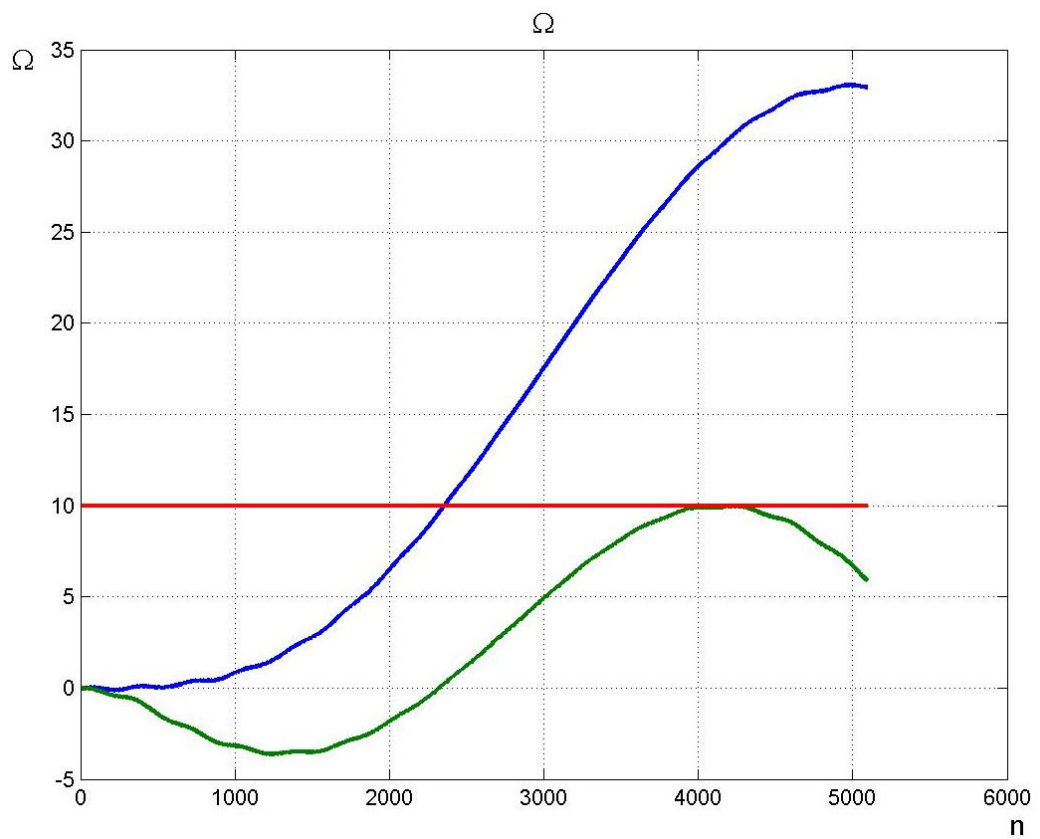


Рисунок 10 – Эволюция инерциальной долготы восходящего узла в рамках второй подзадачи

Третья подзадача, которая выделяется из общей задачи планирования коррекций, представляет собой последовательное нарушение границ высоты перигея и ИДВУ именно в таком порядке, причём нарушения должны быть одноименными. В данной ситуации необходимо проводить коррекцию как можно раньше, что позволит исправить нарушение ИДВУ за минимальный срок. Если при этом проведённой коррекции недостаточно для исправления высоты перигея, то планируется новая коррекция уже по первому сценарию. На рис. 11 и 12 приведён пример третьей подзадачи, на рис. 11 приведена эволюция высоты перигея, на рис. 12 – отклонение деградации инерциальной долготы восходящего узла от идеальной.

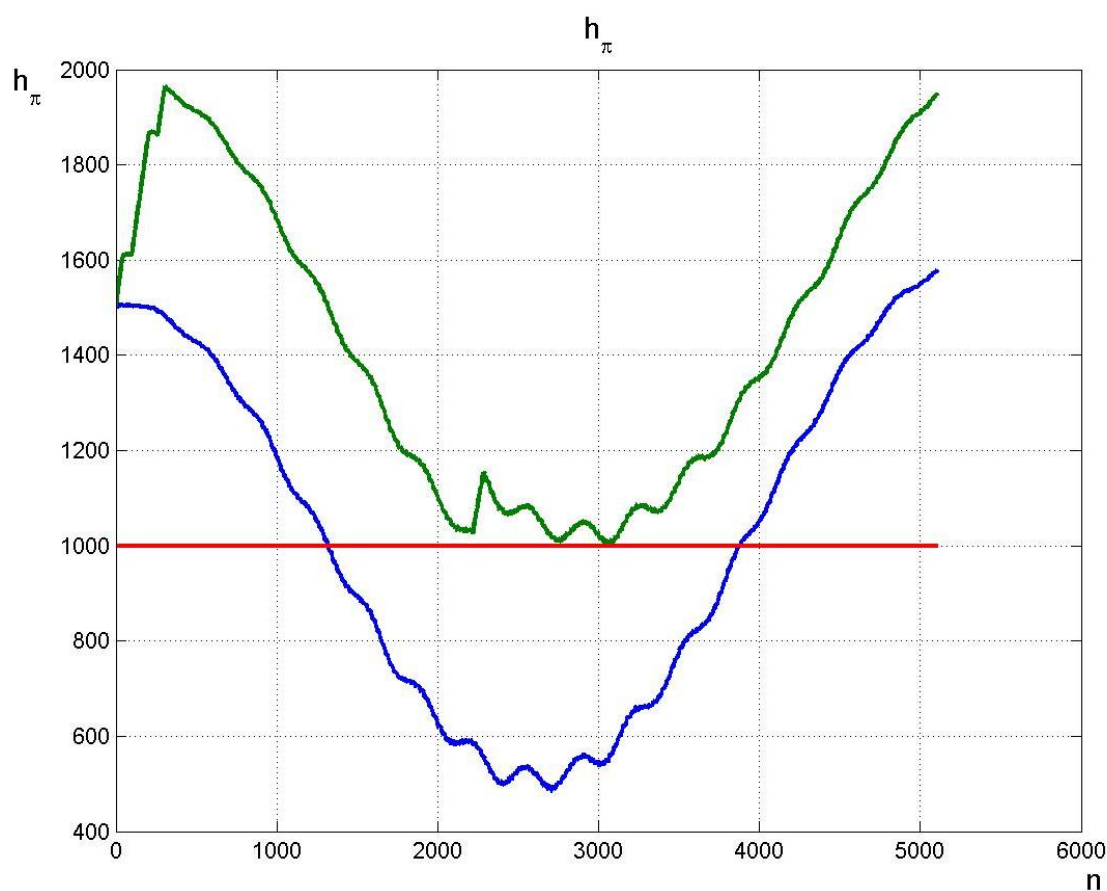


Рисунок 11 – Эволюция высоты перигея в рамках третьей подзадачи

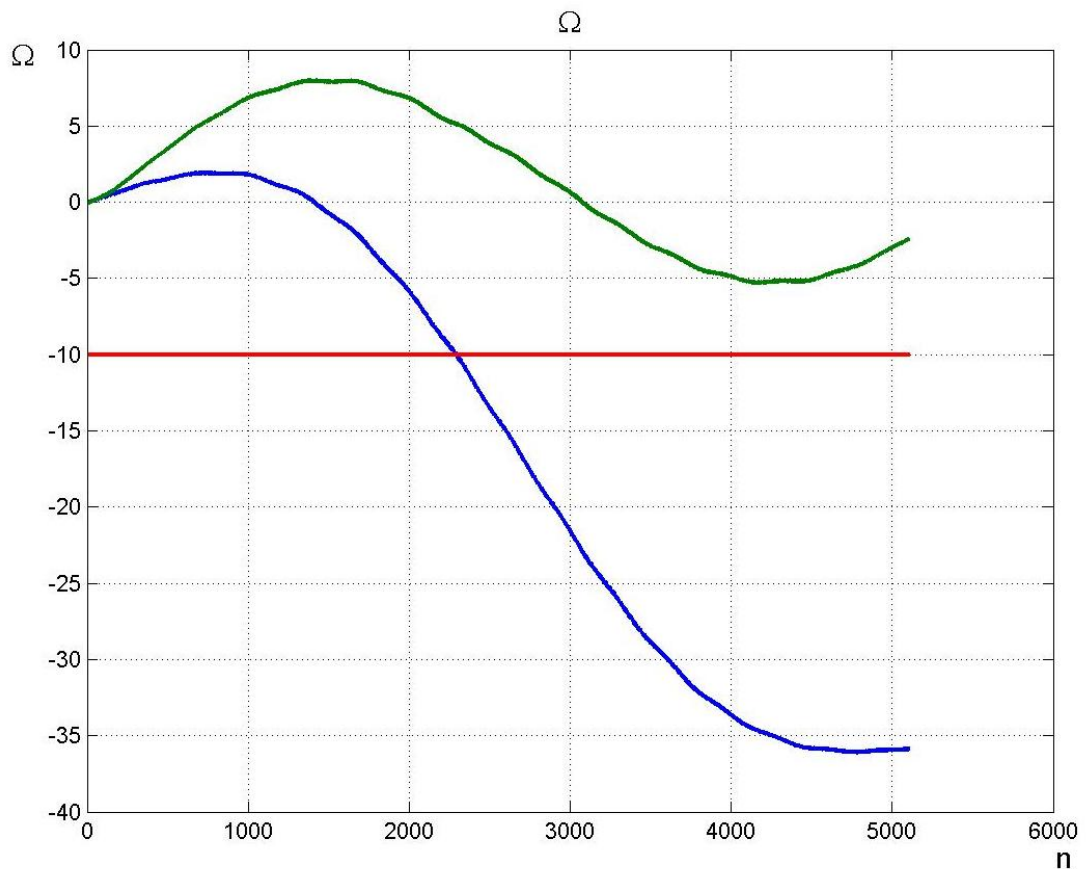


Рисунок 12 – Эволюция инерциальной долготы восходящего узла в рамках третьей подзадачи

Комплексный метод планирования коррекций высоты перигея является синтезом последовательного решения трёх описанных подзадач. Для примера использования комплексного метода решения задачи планирования коррекций высоты перигея разбиением на подзадачи на рис. 13 и 14 приведены графики изменения высоты перигея и инерциальной долготы восходящего узла.

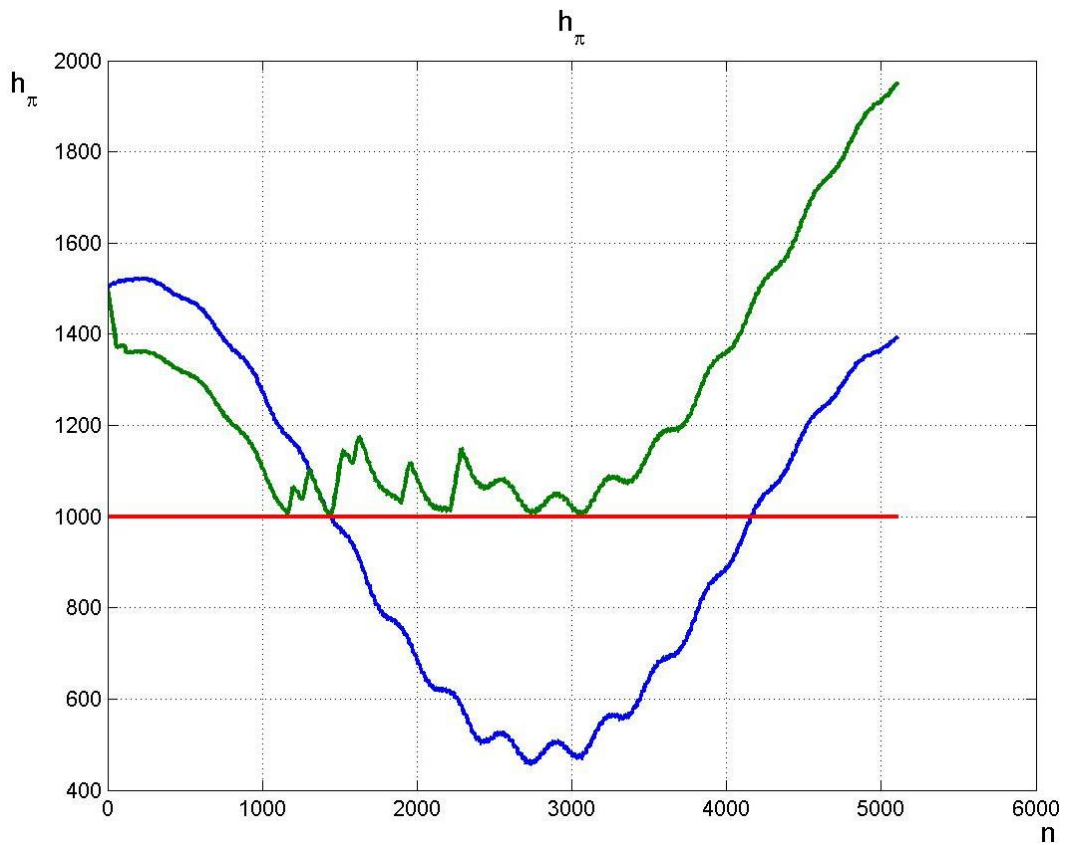


Рисунок 13 – Эволюция высоты перигея с коррекцией в рамках нескольких подзадач

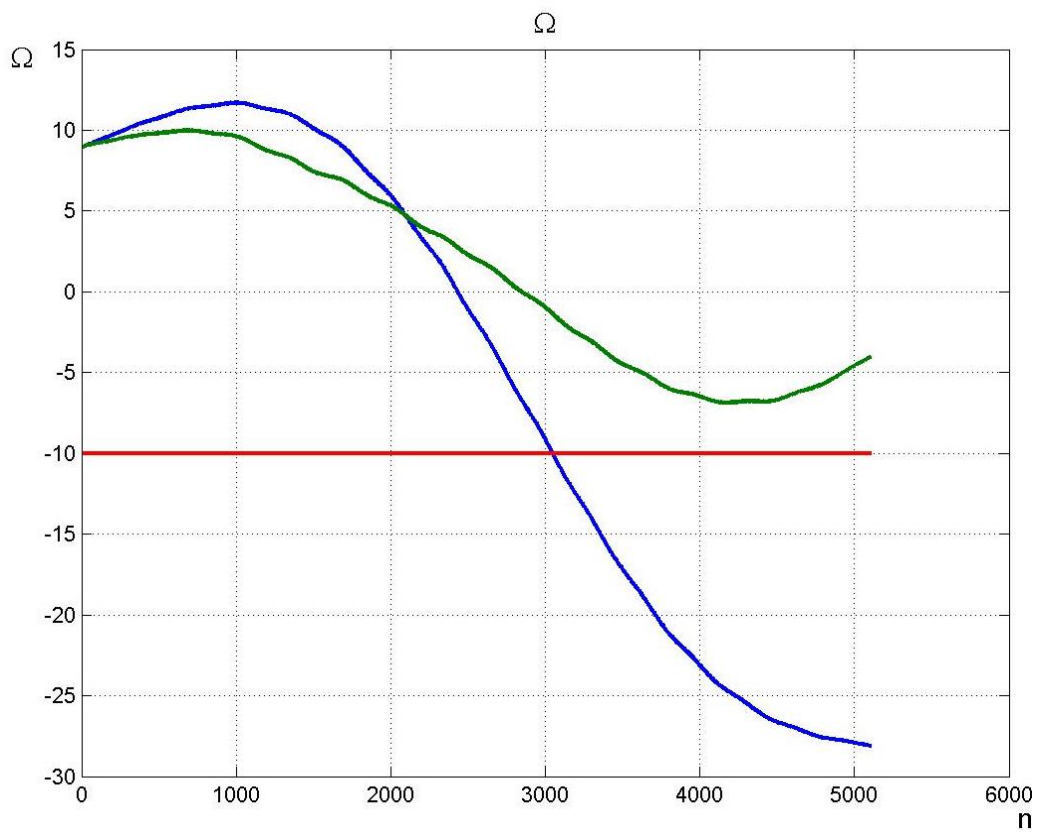


Рисунок 14 – Эволюция инерциальной долготы восходящего узла с коррекцией в рамках нескольких подзадач

Заключение

Разработанный метод планирования коррекций высоты перигея, позволяет поддерживать высоту перигея и ИДВУ в заданных пределах. При этом минимизируется расход топлива на выполнение корректирующих воздействий.

Библиографический список

1. Эльясберг П.Е. «Введение в теорию полёта искусственных спутников Земли», М., «Наука», 1968
2. Коломыцев И.В., Тишина М.Ю. «Разработка экономичных методов коррекции орбитальных параметров космических аппаратов», М., «Сборник тезисов международной конференции по математической теории управления и механике», 2009
3. Чернявский Г.М., Бартенев В.А. Орбиты спутников связи. – М.: «Связь». – 1978.
4. Лебедев В.Н. «Расчёт движения космического аппарата с малой тягой», М., «Вычислительный центр академии наук СССР», 1968

Сведения об авторах

Суворов Михаил Александрович, техник ФГУП «ЦНИИ «Комета»,

тел. 8 (916) 771 7196; e-mail: Vallein@yandex.ru

Коломыцев Иван Вячеславович, ведущий математик ФГУП «ЦНИИ «Комета»,

тел. 8 (926) 562 2333; e-mail: vano031@yandex.ru