

Труды МАИ. 2024. № 139
Trudy MAI. 2024. No. 139. (In Russ.)

Научная статья
УДК 004.942:621.452.32
URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=183465>
EDN: <https://www.elibrary.ru/UQHGKV>

ОСОБЕННОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА ЗАПУСКА АВИАЦИОННОГО ГТД

Юрий Александрович Эзрохи

Центральный институт авиационного моторостроения имени П.И. Баранова,
Москва, Россия
yaezrokhi@ciam.ru

Аннотация. Описываются особенности математического моделирования авиационного ГТД на глубоких переходных режимах, характерных для процесса его запуска. Продемонстрирована методика экстраполяции характеристик узлов двигателя в область глубоких режимов (на примере характеристики компрессора). Представлена методика оценки значения полярного момента инерции роторов двигателя на ранних стадия его проектирования.

Ключевые слова: математическое моделирование, газотурбинный двигатель, процесс запуска, полярный момент инерции

Для цитирования: Эзрохи Ю.А. Особенности математического моделирования процесса запуска авиационного ГТД // Труды МАИ. 2024. № 139. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=183465>

Original article

FEATURES OF THE AVIATION GTE MATHEMATICAL MODELLING OF STARTING

Yuri A. Ezrokhi

Central Institute of Aviation Motors named after P.I. Baranov,

Moscow, Russia

yaezrokhi@ciam.ru

Abstract. The engine mathematical modelling is the important tools applied at all stages of the aviation gas turbine engine (GTE) life cycle. Application of the engine mathematical models (EMM) at the earliest stages of its designing allows most reasonably to choose rational technical constructive species and area of GTE design parameters, thereby it is essential to reduce expenses for its creation.

Validity of decision-making at such choice substantially depends both on potential possibilities ("resolution") EMM, and from its accuracy and adequacy of received settlement results. Last circumstance is almost completely defined by accuracy of the task of the initial data at modelling and, first of all, put characteristics of the basic engine units. This problem especially becomes aggravated, if the modelling of working process on operating mode, which considerable differ from the nominal modes, is considered. The launch starting and in-flight starting modes are the such modes.

To main parameters of the engine, defining its dynamic properties, are: dimension of the engine (trust or air flow), bypass ratio, gas temperature in front of the turbine, total pressure ratio in the compressor, a stability margin of the compressor, and also the moment of inertia of its rotors. The starting arrangement, basically, is characterized by the

maximum value of capacity or a twisting moment on a shaft, and also character of change of this parameter on the shaft rotation speed.

Adequate mathematical modelling of the real processes occurring at GTE starting, is enough intricate problem. Basically it is connected by that at GTE starting the operating modes of all engine units are in the area far leaving for area of nominal characteristics. For this reason in this area of the characteristic of engine units and its elements (both experimental, and settlement) usually are absent. In this connection for their reception it is required carrying out special 3D calculations of the basic engine units on low and ultralow speed modes, or introduction of some the assumptions allowing in special way to extrapolate available characteristic of engine units and elements in area of modes of their work, corresponding to starting process.

On an example of the compressor it is shown a technique of extrapolation of characteristics of the engine units in area of low and ultralow speed modes. The development of Sexton's method, which based on the similarity laws, is used for this purpose. The technique of an estimation of the engine rotors polar moment of inertia on early a stage of its designing is presented. It is described features of aviation GTE mathematical modelling on low transitive modes, appropriated for process of its starting.

Keywords: mathematical modelling, gas turbine engine, starting process, polar moment of inertia

For citation: Ezrokhi Yu.A. Features of the aviation GTE mathematical modelling of starting. *Trudy MAI*. 2024. No. 139. (In Russ.). URL:

<https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=183465>

Введение

Одним из важных инструментов, применяемых на всех этапах жизненного цикла авиационного газотурбинного двигателя (ГТД), является математическое моделирование рабочего процесса двигателя [1]. Применение математических моделей двигателя (ММД) на самых ранних стадиях его проектирования позволяет, проанализировав многочисленные возможные варианты, наиболее обоснованно выбрать рациональный схемно-технический облик и область проектных параметров ГТД, тем самым существенно сократить как временные, так и материальные затраты на его создание. Обоснованность принятия решения по такому выбору в значительной степени зависит как от потенциальных возможностей («разрешающей способности») ММД, так и от ее точности и адекватности получаемых расчетных результатов. Последнее обстоятельство практически полностью определяется точностью задания исходных данных при моделировании и, в первую очередь, закладываемых характеристик основных узлов двигателя. Эта проблема тем более обостряется, если речь идет о моделировании рабочего процесса на режимах работы двигателя, значительно отличающихся от расчетных. К таким режимам в полной мере относятся режимы авторотации двигателя, а также запуска как в наземных условиях, так в полете.

Как известно, протекание процесса запуска в условиях взлета или в полете с режима авторотации авиационного газотурбинного двигателя определяется совокупностью параметров и характеристик как самого двигателя и его элементов, так его пускового устройства (стартера). К основным параметрам двигателя, определяющим его динамические свойства, относятся: «размерность» двигателя

(например, тяга или расход воздуха на взлете), степень двухконтурности, температура газа перед турбиной, суммарная степень повышения давления в компрессоре, запас газодинамической устойчивости компрессора, а также полярный момент инерции его роторов. Пусковое устройство, в основном, характеризуется максимальным значением мощности или крутящего момента на валу, а также характером изменения этого параметра по частоте вращения вала.

Необходимо отметить, что адекватное математическое моделирование реальных процессов, происходящих при запуске ГТД, является достаточно сложной задачей. В первую очередь это связано с тем, что при запуске двигателя режимы работы всех его узлов находятся в области, далеко выходящей за область расчетных характеристик. Именно поэтому в этой области такие характеристики узлов и элементов исследуемого двигателя (как экспериментальные, так и расчетные) обычно отсутствуют. В связи с этим для их получения требуется либо проведение специальных 3D расчетов основных узлов двигателя (в первую очередь, лопаточных машин) на низких и сверхнизких режимах работы, либо введение ряда допущений, позволяющих специальным образом экстраполировать имеющиеся характеристики узлов и элементов авиационного ГТД в область режимов их работы, характерных для авторотации и запуска [2, 3].

Исследованию процесса запуска на земле и в полете с режима авторотации газотурбинного двигателя посвящен целый ряд работ [4 - 10]. Большая часть из них рассматривает рабочий процесс в проточной части авиационного ГТД с учетом ряда упрощающих допущений. Так, при описании работы каскада компрессора в области низких и сверхнизких частот вращения используются допущения о

пропорциональности расхода воздуха, удельной работы и крутящего момента на валу его частоте вращения в первой, во второй и третьей степени, соответственно [9, 10].

Классический подход к описанию работы компрессора и других узлов двигателя в области низких частот вращения описан в [работе](#), в которой были использованы обобщения характеристик основных узлов двигателя в область такого рода режимов работы. Основываясь на ряде упрощающих и достаточно грубых допущениях, были получены зависимости, в принципе позволяющие проводить расчетные оценки параметров ГТД как на установившихся (например, авторотации), так и на переходных режимах - наземного запуска и запуска в полете. Аналогичные подходы были рассмотрены и в [11].

В остальном подходы к моделированию рабочего процесса авиационного ГТД на режимах запуска практически не отличаются от моделирования в области обычных режимов работы. Для этого используется формализованный подход, сводящийся к формированию системы определяющих уравнений совместной работы узлов и элементов двигателя: неразрывности, сохранения импульса и энергии (на неустановившихся режимах - с учетом инерционной ее составляющей), в которых в качестве неизвестных выступают параметры узлов, определяющие режимы их работы [1, 12].

Отдельного внимания при расчете запуска авиационного ГТД требуют вопросы влияния элементов тепловой нестационарности [13] на рабочий процесс в узлах двигателя, особенно его «горячей» части и, в первую очередь, в турбине. Это обстоятельство тем более существенно на режимах наземного запуска в связи с

относительно высокими тепловыми потоками в элементы конструкции запускаемого непрогретого двигателя.

Кроме того, для отработки программы управления двигателем на режимах запуска следует иметь в виду особенности работы системы автоматического управления (САУ) на этих режимах [14, 15], в частности, процесс заполнения топливных коллекторов, а также срабатывания исполнительных механизмов топливной аппаратуры.

Особенности моделирование двигателя

Как известно, особенностью процесса наземного запуска ТРДД является его трехэтапность [5, 7, 16]. В течение первого этапа происходит раскрутка ротора двигателя пусковым устройством до частоты вращения, соответствующей воспламенению топлива в основной камере сгорания (ОКС). Вторым этапом процесса запуска характеризуется дальнейшей раскруткой ротора двигателя стартером совместно с турбиной до частоты вращения, соответствующей отключению пускового устройства; на этом режиме турбина развивает достаточную мощность и способна самостоятельно проводить дальнейшую раскрутку двигателя с необходимым ускорением. Выход двигателя на режим малого газа (МГ) после отключения стартера относится к третьему этапу процесса запуска.

В данной работе используется математическая модель первого уровня (основные положения описаны в [1, 12]), которая позволяет на нестационарных режимах (с учетом незначительных изменений) моделировать все три отмеченных выше этапа процесса запуска.

Как отмечалось в [1], при расчетном исследовании переходных режимов для упрощения моделирования достаточно часто используется допущение о квазистационарности рабочего процесса [17]. Это допущение сводится к следующему:

- предполагается сохранение баланса расходов рабочего тела по тракту двигателя;
- при построении модели двигателя используются «стационарные» характеристики узлов и элементов двигателя;
- не учитывается влияние нестационарного теплообмена между рабочим телом и элементами конструкции двигателя на протекание переходных процессов.

Для того, чтобы понять правомерность первого из перечисленных допущений, можно рассмотреть следующий умозрительный пример. Допустим, в двигатель попадает «пылинка», которая движется вместе с потоком рабочего тела и проходит вдоль всего проточного тракта от входа до выходного сечения из сопла за некоторое время τ_0 . В течение этого времени за счет увеличения режима работы двигателя (в первую очередь, «раскрутки» вентилятора и компрессора) расход рабочего тела в основных сечениях проточного тракта может измениться на величину δG . Так как время нахождения «пылинки» в проточной части двигателя несоизмеримо мало по сравнению со временем всего процесса запуска (то есть $\tau_0 \ll \tau_{\text{запуска}}$), а осредненная скорость нарастания расхода за время запуска равна

$$\left(\frac{\partial G_{\text{в}}}{\partial \tau}\right)_{\text{оср}} = \frac{G_{\text{мг}}}{\tau_{\text{запуска}}},$$

то изменение расхода за время τ_0 будет составлять

$$\delta G \approx \left(\frac{\partial G_B}{\partial \tau} \right)_{\text{оср}} \tau_0 = G_{\text{мг}} \frac{\tau_0}{\tau_{\text{запуска}}},$$

то есть величину, близкую к нулю. Поэтому по сравнению с расходом воздуха на входе в двигатель G_B величиной δG вполне можно пренебречь без заметного ущерба для точности расчетных оценок.

Второе допущение для рассматриваемого случая может быть принято лишь частично, так как в связи с прогревом элементов двигателя в процессе запуска могут заметно измениться размеры радиальных зазоров в лопаточных машинах, влияние которых на их характеристики особенно в области пониженных режимов вполне ощутимо. В связи с этим необходимо на каждом временном шаге рассчитывать величину радиальных зазоров в компрессоре и турбине и по ее изменению оценивать изменение коэффициента полезного действия и пропускной способности для каждой лопаточной машины [13].

Что касается третьего из отмеченных выше допущений о квазистационарности, то его принятие, как уже отмечалось, может привести к значительным погрешностям при оценке протекания как самого переходного процесса, так и времени выхода двигателя на режим малого газа; в связи с этим при расчете запуска авиационного ГТД в его математическую модель необходимо внести ряд дополнений, учитывающих влияние элементов тепловой нестационарности, и подробно описанных в [13].

В отличие от уравнения баланса мощности на валу двигателя для установившегося режима, когда развиваемая мощность турбины N_{Tj} каждого ротора (j - номер вала) расходуется только на вращение компрессора $G_{Kj} * L_{Kj}$ и привод

агрегатов самолета и двигателя, на переходных режимах часть мощности турбины также дополнительно расходуется и на раскрутку ротора $\Delta N_{j_дин}$. Таким образом, уравнения баланса мощностей на каждом валу для неустановившегося режима имеют вид:

$$N_{j_т} * \eta_{мехj} - G_{кj} * L_{кj} - \Delta N_j - \Delta N_{j_дин} = 0 ,$$

Величина динамической составляющей мощности $\Delta N_{j_дин}$ определяется по соотношению:

$$\Delta N_{j_дин} = 4\pi^2 J_j n_j \left(\frac{dn}{d\tau} \right)_j ,$$

где J_j – полярный момент инерции j -того ротора;

$\left(\frac{dn}{d\tau} \right)_j$ - ускорение j -того ротора;

n_j – частота вращения j -того ротора;

$\eta_{мехj}$ – механический КПД j -того ротора;

ΔN_j – отбор мощности с j -того вала на самолетные нужды ($\Delta N_j > 0$) или подвод мощности к j -тому валу от пускового устройства ($\Delta N_j < 0$) .

Так как основная цель расчета процесса запуска связана с анализом рабочего процесса в двигателе, управление двигателем рассматривается в идеализированной постановке:

- на первом этапе запуска при раскрутке ротора двигателя только стартером топливо в камеру сгорания не подается;
- в начальный момент второго этапа запуска (после включения ОКС) происходит некоторый бросок топлива;

- в дальнейшем (на втором и третьем этапе запуска), темп раскрутки ограничивается условием обеспечения минимального запаса газодинамической устойчивости компрессора высокого давления $\Delta K_{y_квд}$; при этом ограничение по минимальному запасу устойчивости компрессора низкого давления $\Delta K_{y_кнд}$ также контролируется, особенно при специальном регулировании проточной части (смесителя и сопла);
- на завершающей стадии запуска (выход на режим малого газа) раскрутка обычно ограничивается максимально допустимой температурой газа перед турбиной $T_{г_макс}^*$, а также частотой вращения, соответствующей режиму МГ.

Таким образом, при расчете характеристик двигателя на неустановившихся режимах запуска необходимо использовать уравнения регулирования в соответствии с конкретной постановкой задачи. Так, подача топлива в основную камеру сгорания может осуществляться по одному из следующих условий:

- подачи топлива в ОКС по временному закону:

$$G_T = G_T(\tau);$$

- поддержанию минимально допустимого уровня запаса газодинамической устойчивости компрессора высокого давления:

$$\Delta K_{y_квд} - \Delta K_{y_квд \text{ мин}} = 0;$$

- по условию ограничения температуры газа перед турбиной $T_{г}^*$ или за ней $T_{т}^*$, а также поддержания частоты вращения, соответствующей режиму МГ:

$$T_{г}^* - T_{г_макс}^* = 0$$

или

$$T_{\Gamma}^* - T_{\Gamma_макс}^* = 0$$

или

$$n_{квд} - n_{квд\ МГ} = 0.$$

Что касается изменения площади критического сечения сопла, то используемое уравнение

$$F_{скр} - F_{скр0}(n_{к}) = 0$$

показывает, что эта площадь в процессе разгона может изменяться, например, в функции частоты вращения одного из роторов, хотя обычно в процессе запуска вплоть до режима малого газа ее значение с целью снижения времени запуска соответствует максимальному.

Для описания неустановившихся режимов двигателя система определяющих уравнений должна быть расширена за счет включения в нее условий для определения частоты вращения каждого ротора на текущем временном шаге $n_{j(i)}$, исходя из частоты вращения на предыдущем временном шаге $n_{j(i-1)}$ и ускорения ротора $(\frac{dn}{d\tau})_j$

$$n_{j(i)} - [n_{j(i-1)} + (\frac{dn}{d\tau})_j \Delta\tau] = 0,$$

где $\Delta\tau$ – временной шаг интегрирования.

Количество таких уравнений определяется количеством роторов двигателя.

Система независимых переменных, значения которых определяют режимы работы основных узлов двигателя и находятся в процессе решения системы определяющих уравнений совместной работы узлов в системе двигателя, в этом

случае также расширяется за счет включения в нее ускорений каждого ротора $(\frac{dn}{d\tau})_j$.

Число таких переменных также определяется количеством роторов двигателя.

***Приближенная экстраполяция характеристик компрессора
в область ниже малого газа***

В соответствии с принципами построения математических моделей первого уровня составные части двигателя (вентилятор, компрессор, камера сгорания, турбина и т.д.) представляются на уровне своих характеристик. В связи с тем, что обычно характеристики узлов задаются только в диапазоне, выше режимов малого газа, возникают определенные трудности с их экстраполяцией в область глубоких режимов, характерных для запуска. Наибольшие проблемы возникают с характеристиками лопаточных машин и, в первую очередь, компрессоров, на примере которых и рассмотрим основные принципы такой экстраполяции.

В используемой здесь математической модели для экстраполяции характеристик компрессоров принят следующий методический подход, являющийся развитием метода Секстона [11] и базирующийся на законах подобия. При этом устанавливается зависимость рабочих характеристик (приведенного расхода воздуха $G_{пр}$, адиабатической удельной работы $L_{ад}$ и мощности N) в подобных рабочих точках (например, при $\frac{\pi_k^*}{G_{пр}} = idem$, где π_k^* - степень повышения давления в компрессоре) в виде степенной функции отношения частот вращения $n_{пр}$.

$$\frac{G_{npn_1}}{G_{npn_2}} = \left(\frac{n_{np1}}{n_{np2}} \right)^p$$

$$\frac{L_{a\partial_{n1}}}{L_{a\partial_{n2}}} = \left(\frac{n_{np1}}{n_{np2}} \right)^q$$

$$\frac{N_{n1}}{N_{n2}} = \left(\frac{n_{np1}}{n_{np2}} \right)^r$$

При этом для определения показателей степени в описанных выше соотношениях (р, q, r) для напорных веток, соответствующих приведенной частоте вращения ниже заданных, необходимо провести экстраполяцию этого показателя по нескольким веткам (обычно 2...3 последним).

$$p = \frac{\ln\left(\frac{G_{np_{n1}}}{G_{np_{n2}}}\right)}{\ln\left(\frac{n_{np1}}{n_{np2}}\right)}$$

$$q = \frac{\ln\left(\frac{L_{a\partial_{n1}}}{L_{a\partial_{n2}}}\right)}{\ln\left(\frac{n_{np1}}{n_{np2}}\right)}$$

$$r = \frac{\ln\left(\frac{N_{n1}}{N_{n2}}\right)}{\ln\left(\frac{n_{np1}}{n_{np2}}\right)}$$

Для определения значения степени повышения давления можно воспользоваться следующими [соотношениями](#):

- для адиабатической температуры за компрессором

$$T_{ad_к}^* = T_{П}(\pi_{к}^*, T_{ex}^*)$$

- для адиабатической энтальпии за компрессором

$$i_{ad_к}^* = I_T(T_{ad_к}^*)$$

- для адиабатической работы компрессора

$$L_{ad_к} = i_{ad_к}^* - i_{ex}^*$$

- для степени повышения давления в компрессоре

$$\pi_{к_{n2}}^* = П_T \left\{ [i_{ad_к}^*(\pi_{к_{n1}}^*, T_{ex}^*) - i_{ex}^*] \left(\frac{n_{np2}}{n_{np1}} \right)^q, T_{ex}^* \right\}$$

где $T_{П}$ - термодинамическая функция, позволяющая определить значение температуры в конце адиабатического процессе сжатия в компрессоре,

I_T - термодинамическая функция, позволяющая определить значение энтальпии по известному значению температуры,

$П_T$ – термодинамическая функция, позволяющая определить изменение давления в адиабатическом процессе по известному значению изменения температуры (или однозначно связанным с ним значением изменения энтальпии).

Для определения (в основном, для сведения) значения коэффициента полезного действия, воспользовавшись соотношением

$$\eta_{\kappa}^* = \frac{G^* L_{a0}}{N},$$

получим

$$\frac{\eta_{\kappa_{n1}}^*}{\eta_{\kappa_{n2}}^*} = \left(\frac{n_{np1}}{n_{np2}} \right)^{p+q-r}$$

Приближенная оценка полярного момента инерции роторов двигателя

При проведении расчетных оценок динамических характеристик авиационных двигателей (приемистости, запуска и других) на самых ранних стадиях их проектирования необходимо задаваться значениями полярных моментов инерции роторов двигателя J_{rot} . В случаях, когда конструктивный облик двигателя еще до конца не известен, для этой цели используются приближенные значения этого параметра, полученные на основании обобщенных данных по двигателям аналогичной схемы и назначения.

Один из наиболее известных методов [17], основанный на обобщениях для одновальных ТРД, рассматривает зависимость относительного полярного момента инерции его ротора от основных параметров двигателя на взлетном режиме и позволяет определить J_{rot} по известным значениям степени повышения давления в компрессоре и расхода воздуха через двигатель. Для расчета значения полярного момента инерции роторов двигателей других схем (двухвальные и трехвальные ТРД и ТРДД) эти двигатели сводятся к условно «эквивалентному одновальному ТРД», на валу которого передается мощность, равная сумме мощностей всех роторов рассматриваемого двигателя. Полученный таким образом [17] «эквивалентный»

полярный момент инерции распределяется между роторами двигателя пропорционально мощности роторов с учетом величины степени двухконтурности двигателя (для ТРДД).

Такой подход в известной мере предполагает весовое и геометрическое подобие всех роторов двигателя между собой, а также использует, в основном, данные двигателей третьего и четверного поколения, поэтому его применение в настоящее время дает не всегда приемлемые по точности результаты. С другой стороны, применение методов, основанных на обобщениях по значительному числу параметров двигателя и его узлов (количество ступеней компрессора, средняя густота его решетки и относительная высота его лопаток, уровень напряжения в дисках и другие), значения которых определяются на более поздних стадиях проектирования [18], при решении данных задач на начальном (концептуальном) этапе создания двигателя не всегда представляется возможным. В связи с этим здесь предложен метод [19], являющийся развитием подхода к.т.н. М.М. Цховребова [20] и основанный на сходных с работой [17] предположениях, но рассматривающий каждый ротор двигателя по отдельности и использующий более современный статистический материал по отечественным и иностранным двигателям [21, 22]. Основные его положения изложены ниже.

В качестве одного из допущений принято, что масса ротора M_{rot} пропорциональна массе всего турбокомпрессора $M_{тк}$ (для современных двигателей масса ротора турбокомпрессора составляет около 60...65% от всей его массы), то есть

$$M_{rot} = \alpha M_{тк}.$$

В качестве второго допущения предполагается, что полярный момент инерции ротора пропорционален массе ротора и квадрату некоторого радиуса инерции, который для подобных или близких к подобным двигателям можно считать пропорциональным абсолютному размеру двигателя, то есть

$$J_{\text{рот}} = \beta M_{\text{рот}} r_{\text{инер}}^2.$$

Для обобщения полярных моментов инерции существующих двигателей удобно рассматривать его величину, относительно квадрата расхода воздуха, то есть равную

$$\bar{J}_{\text{рот}} = \frac{J_{\text{рот}}}{G_6^2}.$$

Таким образом, можно записать

$$\bar{J}_{\text{рот}} = \frac{J_{\text{рот}}}{G_6^2} = \beta \frac{M_{\text{рот}}}{G_6} \frac{r_{\text{инер}}^2}{G_6} = \alpha \beta \frac{M_{\text{тк}}}{G_6} \frac{r_{\text{инер}}^2}{G_6}$$

или

$$\bar{J}_{\text{рот}} = \alpha \beta \mu_{\text{тк}}^{-2} r_{\text{инер}}^{-2},$$

где $\mu_{\text{тк}} = \frac{M_{\text{тк}}}{G_6}$ - удельная масса турбокомпрессора, отнесенная к расходу

воздуха на входе в компрессор данного ротора;

$$\bar{r}_{\text{инер}} = \frac{r_{\text{инер}}}{\sqrt{G_6}} - \text{относительный радиус инерции ротора.}$$

Для двухвального ТРДД относительная величина полярного момента инерции ротора низкого давления $\bar{I}_{\text{рнд}}$ будет равняться

$$\bar{I}_{\text{рнд}} = \alpha \beta (\mu_6 + \mu_{\text{тк}})^{-2} r_{\text{инер}}^{-2},$$

где μ_g, μ_{mg} - удельная масса вентилятора и удельная масса турбины вентилятора, соответственно:

$$\mu_g = \frac{M_g}{G_{6\Sigma}}$$

$$\mu_{mg} = \frac{M_{mg}}{G_{6\Sigma}};$$

$G_{6\Sigma}$ - расход воздуха на входе в двигатель.

Аналогичная величина для ротора высокого давления будет равна

$$\bar{J}_{pвд} = \alpha \beta \mu_{z2} \frac{G_{6\Sigma}^{-2}}{G_{z2}} r_{инер},$$

где μ_{z2} - удельная масса газогенератора:

$$\mu_{z2} = \frac{M_{z2}}{G_{6\Sigma}}.$$

В этих соотношениях массы соответствующих узлов двигателя отнесены к суммарному расходу воздуха на входе в двигатель. Удельные значения массы составных частей двигателя (газогенератора, вентилятора и его турбины) определяются по обобщенным данным в зависимости от основных параметров двигателя на взлетном режиме (степени повышения давления в вентиляторе π_g^* и компрессоре $\pi_{к}^*$, степени двухконтурности t и др.).

Таким образом, величина полярного момента инерции ротора низкого давления двухвального ТРДД может быть определена по формуле:

$$J_{pнд} = \bar{J}_{pнд} G_{6\Sigma}^2 = \alpha \beta r_{инер}^{-2} (\mu_g + \mu_{mg}) G_{6\Sigma}^2 = A (\mu_g + \mu_{mg}) G_{6\Sigma}^2,$$

а ротора высокого давления

$$J_{p\partial} = \bar{J}_{p\partial} G_{22}^2 = \alpha \beta r_{инер}^{-2} \mu_{22} \frac{G_{6\Sigma}}{G_{22}} G_{22}^2 = B \mu_{22} G_{6\Sigma}^2 \frac{1}{(m+1)},$$

где A и B – коэффициенты пропорциональности;

G_{22} – расход воздуха через газогенератор.

Заключение

Предложенные здесь подходы к математическому моделированию процесса запуска авиационного ГТД, [реализованные](#) в математических моделях двигателей различных схем, были неоднократно апробированы при решении большого числа практических задач, продемонстрировав при этом не только свою работоспособность, но и вполне адекватные результаты, хорошо согласующиеся с экспериментом.

Список источников

1. Эзрохи Ю.А. Моделирование двигателя и его узлов. Машиностроение: энциклопедия. Т. IV-21. Самолеты и вертолеты. Кн. 3. Авиационные двигатели. М.: Машиностроение, 2010. С. 341-353.
2. Palme T., Waniczek P., Honen H., Assadi M., Jeschke P. Compressor Map prediction by neural networks // Journal of energy and power engineering. 2012. № 6. P. 1651-1662.
3. Jones G., Pilidis P. Extrapolation of compressor characteristics to the low-speed region for sub-idle performance modeling // Proceedings of ASME Turbo Expo 2002. Amsterdam, Netherlands. GT-2002-30649. DOI: [10.1115/GT2002-30649](https://doi.org/10.1115/GT2002-30649)

4. Kim J.H., Song T.W., Kim T.S., Ro S.T. Dynamic Simulation of Full Start-up Procedure of Heavy Duty Gas Turbines // Journal of Engineering for Gas Turbines and Power. ASME Paper 2001-GT-0017, 2001GT 2007-27193. DOI: [10.1115/1.1473150](https://doi.org/10.1115/1.1473150)
5. Сосунов В.А., Литвинов Ю.А. Неустановившиеся режимы работы авиационных ГТД. - М.: Машиностроение, 1975. - 216 с.
6. Gaudet S.R. Development of a dynamic modeling and control system design methodology for gas turbines. Carleton University. Ottawa, Ontario, Canada. 2007. 312 p. DOI: [10.22215/etd/2008-07827](https://doi.org/10.22215/etd/2008-07827)
7. Кац Б.М., Жаров Э.С., Винокуров В.К. Пусковые системы авиационных газотурбинных двигателей. - М.: Машиностроение, 1976. - 220 с.
8. Zachos P. Gas Turbine Sub-idle Performance Modelling: Altitude relight and windmilling. Ph. D. Thesis. Cranfield. 2010. 239 p. URL: <http://dspace.lib.cranfield.ac.uk/handle/1826/8290>
9. Kurzke J. Correlation hidden in compressor maps // Conference: ASME 2011 Turbo Expo: Turbine Technical Conference and Exposition. ASME Paper GT2011-45519. 2011. DOI: [10.1115/GT2011-45519](https://doi.org/10.1115/GT2011-45519)
10. Ferrer-Vidal L.E., Pachidis V., Tunstall R.J. An enhanced compressor sub-idle map generation method // Global Power and Propulsion Society Forum. Zürich, 10–12 January 2018. GPPS-2018-0004.
11. Мухамедов Н.А., Червонюк В.В. Моделирование запуска авиационного газотурбинного двигателя // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. 2016. Т. 20. № 1 (71). С. 116-121.

12. Кузьмичев В.С., Крупенич И.Н., Рыбаков В.Н. и др. Формирование виртуальной модели рабочего процесса газотурбинного двигателя в САЕ-системе "АСТРА" // Труды МАИ. 2013. № 67. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=41518>
13. Эзрохи Ю.А., Антонов А.Н. Математическое моделирование авиационного газотурбинного двигателя на установившихся и переходных режимах с учетом элементов тепловой и газодинамической нестационарности // Авиационные двигатели и силовые установки: Сборник статей. – М.: ТОРУС ПРЕСС, 2010. С. 160–193.
14. Гольберг Ф.Д., Гуревич О.С., Петухов А.А. Математическая модель двигателя в САУ ГТД для повышения надежности и качества управления // Труды МАИ. 2012. № 58. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=33278>
15. Гуревич О.С., Гольберг Ф.Д., Зуев С. А., Бусурин В.И. Управление органами механизации компрессора газотурбинного двигателя с использованием его математической модели // Труды МАИ. 2017. № 93. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=80286>
16. Литвинов Ю.А., Боровик В.О. Характеристики и эксплуатационные свойства авиационных турбореактивных двигателей. - М.: Машиностроение, 1979. – 288 с.
17. Теория двухконтурных двигателей / Под ред. С.М. Шляхтенко и В.А. Сосунова. - М.: Машиностроение, 1979. - 432 с.
18. Кулагин В.В., Бочкарев С.К., Горюнов И.М. и др. Теория, расчет и проектирование авиационных двигателей и энергетических установок. Кн. 3. - М.: Машиностроение, 2005. – 464 с.

19. Эзрохи Ю.А., Каленский С.М., Кизеев И.С. Оценка массовых показателей турбореактивного двухконтурного двигателя с форсажной камерой на начальной стадии его проектирования // Вестник Московского авиационного института. 2017. Т. 34. № 1. С. 26-37.
20. Цховребов М.М. «Модульное» моделирование весовых характеристик ТРДДФ. ЦИАМ 2001-2005. Основные результаты научно-технической деятельности. Т. 1. / Под ред. В.А. Скибина, В.И. Солониной, М.Я. Иванова. - М.: ЦИАМ, 2005. С. 64-68.
21. Зрелов В.А. Отечественные газотурбинные двигатели. Основные параметры и конструктивные схемы. - М.: Машиностроение, 2005. - 336 с.
22. Шустов И.Г. Авиационные двигатели. - М.: Аэросфера, 2007. - 344 с.

References

1. Ezrokhi Yu.A. *Mashinostroenie: entsiklopediya. T. IV-21. Samolety i vertolety. Kn. 3. Aviatsionnye dvigateli* (Mechanical engineering: Encyclopedia. V. IV-21 Planes and helicopters. Book 3. Aircraft engines). Moscow: Mashinostroenie Publ., 2010. P. 341–353.
2. Palme T., Waniczek P., Honen H., Assadi M., Jeschke P. Compressor Map prediction by neural networks. *Journal of energy and power engineering*. 2012. No 6. P. 1651-1662.
3. Jones G., Pilidis P. Extrapolation of compressor characteristics to the low-speed region for sub-idle performance modeling. *Proceedings of ASME Turbo Expo 2002*. Amsterdam, Netherlands. GT-2002-30649. DOI: [10.1115/GT2002-30649](https://doi.org/10.1115/GT2002-30649)

4. Kim J.H., Song T.W., Kim T.S., Ro S.T. Dynamic Simulation of Full Start-up Procedure of Heavy Duty Gas Turbines. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. ASME Paper 2001-GT-0017, 2001GT 2007-27193. DOI: [10.1115/1.1473150](https://doi.org/10.1115/1.1473150)
5. Sosunov V.A., Litvinov YU.A. *Neustanovivshiesya rezhimy raboty aviatsionnykh GTD* (Unsteady modes of operation of aviation GTE). Moscow: Mashinostroenie Publ., 1975. 216 p.
6. Gaudet S.R. *Development of a dynamic modeling and control system design methodology for gas turbines*. Carleton University. Ottawa, Ontario, Canada. 2007. 312 p. DOI: [10.22215/etd/2008-07827](https://doi.org/10.22215/etd/2008-07827)
7. Kats B.M., Zharov E.S., Vinokurov V.K. *Puskovye sistemy aviatsionnykh gazoturbinykh dvigatelei* (Starting systems of aviation gas turbine engines). Moscow: Mashinostroenie Publ., 1976. 220 p.
8. Zachos P. *Gas Turbine Sub-idle Performance Modelling: Altitude relight and windmilling*. Ph. D. Thesis. Cranfield. 2010. 239 p. URL: <http://dspace.lib.cranfield.ac.uk/handle/1826/8290>
9. Kurzke J. Correlation hidden in compressor maps. *Conference: ASME 2011 Turbo Expo: Turbine Technical Conference and Exposition*. ASME Paper GT2011-45519. 2011. DOI: [10.1115/GT2011-45519](https://doi.org/10.1115/GT2011-45519)
10. Ferrer-Vidal L.E., Pachidis V., Tunstall R.J. An enhanced compressor sub-idle map generation method. *Global Power and Propulsion Society Forum*. Zürich, 10–12 January 2018. GPPS-2018-0004.

11. Mukhamedov N.A., Chervonyuk V.V. Modeling of the launch of an aviation gas turbine engine. *Vestnik Ufimskogo gosudarstvennogo aviatsionnogo tekhnicheskogo universiteta*. 2016. V. 20, No. 1 (71). P. 116-121. (In Russ.)
12. Kuz'michev V.S., Krupenich I.N., Rybakov V.N. et al. Formation of a virtual model of the workflow of a gas turbine engine in the ASTRA SAE system. *Trudy MAI*. 2013. No. 67. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=41518>
13. Ehzrokhi YU.A., Antonov A.N. Mathematical modeling of an aviation gas turbine engine in steady-state and transient modes, taking into account the elements of thermal and gas dynamic unsteadiness. *Aviatsionnye dvigateli i silovye ustanovki: Sbornik statei*. Moscow: TORUS PRESS Publ., 2010. P. 160–193.
14. Gol'berg F.D., Gurevich O.S., Petukhov A.A. A mathematical model of an engine in a GTE ACS to improve reliability and control quality. *Trudy MAI*. 2012. No. 58. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=33278>
15. Gurevich O.S., Gol'berg F.D., Zuev S. A., Busurin V.I. Control of the mechanization organs of a gas turbine engine compressor using its mathematical model. *Trudy MAI*. 2017. No. 93. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=80286>
16. Litvinov Yu.A., Borovik V.O. *Kharakteristiki i ehkspluatatsionnye svoistva aviatsionnykh turboreaktivnykh dvigatelei* (Characteristics and operational properties of aviation turbojet engines). Moscow: Mashinostroenie Publ., 1979. 288 p.
17. Shlyakhtenko S.M., Sosunov V.A. *Teoriya dvukhkonturnykh dvigatelei* (Theory of two-circuit engines). Moscow: Mashinostroenie Publ., 1979. 432 p.

18. Kulagin V.V., Bochkarev S.K., Goryunov I.M. et al. *Teoriya, raschet i proektirovanie aviatsionnykh dvigatelei i ehnergeticheskikh ustanovok. Kn. 3.* (Theory, calculation and design of aircraft engines and power plants. Book 3.). Moscow: Mashinostroenie Publ., 2005. 464 p.
19. Ehzrokhi YU.A., Kalenskii S.M., Kizeev I.S. Evaluation of mass parameters of a turbojet two-circuit engine with an afterburner at the initial stage of its design. *Aerospace MAI Journal*, 2017. V. 34, No. 1. P. 26-37.
20. Tskhovrebov M.M. «Modul'noE» modelirovanie vesovykh kharakteristik TRDDF. *TSIAM 2001-2005. Osnovnye rezul'taty nauchno-tekhnicheskoi deyatel'nosti. T. 1.* ("Modular" modeling of the weight characteristics of turbofan engines. CIAM 2001-2005. The main results of scientific and technical activity. V. 1.). Moscow: TSIAM Publ., 2005. P. 64-68.
21. Zrelov V.A. *Otechestvennyye gazoturbinnyye dvigateli. Osnovnyye parametry i konstruktivnyye skhemy* (Domestic gas turbine engines. Basic parameters and design schemes). Moscow: Mashinostroenie Publ., 2005. 336 p.
22. Shustov I.G. *Aviatsionnyye dvigateli* (Aviation engines). Moscow: Aehrosfera Publ., 2007. 344 p.

Статья поступила в редакцию 21.09.2024

Одобрена после рецензирования 25.09.2024

Принята к публикации 25.12.2024

The article was submitted on 21.09.2024; approved after reviewing on 25.09.2024; accepted for publication on 25.12.2024