УДК 621.391

Быстрое декодирование линейных блоковых кодов.

А.В.Чикин

Предлагается способ быстрого декодирования широкого класса линейных блоковых кодов. В статье приводится описание алгоритма и вероятностный анализ.

Введение.

В настоящее время весьма актуальной является задача декодирования кодов, используемых в целях повышения помехоустойчивости передачи информационных сообщений по каналам радиосвязи. Особенно эта задача актуальна для «длинных» кодов и связана с ограничениями, накладываемыми технической реализацией кодеров и декодеров. Так как в большинстве случаев реализация кодеров существенно проще в техническом отношении, чем реализация соответствующих декодеров, то вопрос об использовании того или иного помехоустойчивого кода, главным образом, упирается в возможность реализации декодеров на существующей элементной базе.

В литературе, например [1-3], известно множество способов декодирования линейных кодов, направленных на снижение вычислительных затрат, однако в большинстве случаев эти способы разрабатывались для некоторых относительно узких классов кодов, что ограничивает их использование. В качестве примера может быть приведен мажоритарный принцип декодирования циклических кодов [1]. Необходимо также отметить важный факт, относящийся к тому, что сложность реализации устройств декодирования растет как показательная функция от длины кода, в связи с чем длинные коды ($n > 200$) до сих пор не находят своего применения. Достаточно иллюстративным тому примером являются алгоритмы передачи информации в мобильных системах связи, например, по стандарту GSM или CDMA [4-5].

В данной работе описывается алгоритм декодирования, который синтезировался исключительно с учетом свойств, объединяющих линейные коды, а именно свойств линейности кодового пространства. В связи с этим, алгоритм является единым для очень широкого класса линейных блоковых кодов.

К сожалению, в связи с ограниченным объемом публикации процедуры синтеза не приводятся. Однако основной задачей данной статьи является изложение методики анализа

вероятностных схем, возникающих при рассмотрении описываемого алгоритма. Синтезированный алгоритм является оптимальным, однако его работа состоит из нескольких последовательных во времени этапов обработки наблюдаемой выборки отсчетов, вероятностные характеристики каждого из которых дают последовательность приближений к оптимальным. Самым быстрым и, следовательно, простым в техническом смысле является первый этап приближения, т.е. последовательная во времени обработка отсчетов без запоминания предыдущих. Именно этот этап описывается в данной статье и приводится подробный вероятностный анализ его характеристик. Как будет видно далее, в широком диапазоне отношений сигнал/шум в канале связи вероятностные характеристики данного этапа отличаются от оптимальных незначительно, при этом техническая сложность получается предельно простой, линейным образом зависящая от объема наблюдений, что позволяет работать с очень длинными кодами. В конце статьи в иллюстративных целях описывается пример использования алгоритма в задаче декодирования циклических кодов, в частности кода (15,4).

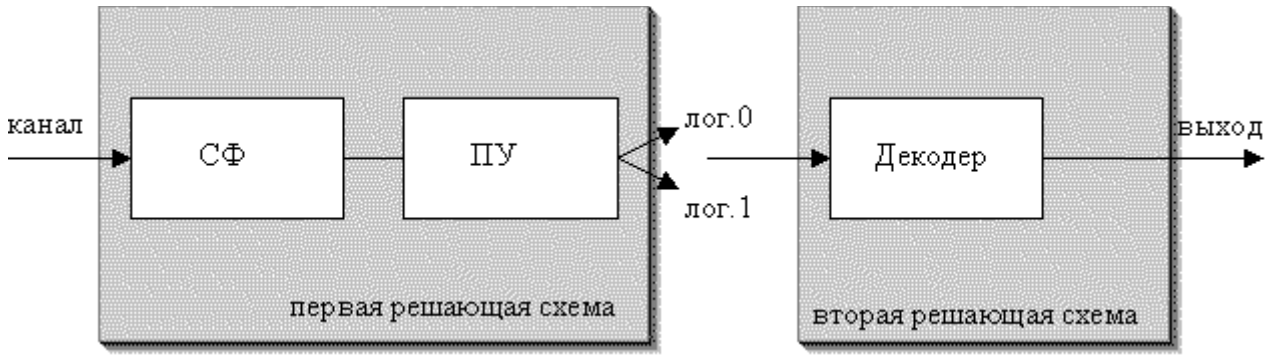

Рис. 1

В работе считается, что система тактовой синхронизации работает идеально и приемное устройство состоит из двух решающих схем, первая из которых (см.рис.1) выносит решения о каждом отдельно принятом символе передаваемой кодовой комбинации, и в данной статье не рассматривается. Исследованию первой решающей схемы посвящена многочисленная литература, например, [6]. Вторая, на входе которой имеются дискретные во времени отсчеты решений первой решающей схемы, выносит окончательные решения о передаваемой кодовой комбинации. При этом структура алгоритма такова, что решения могут выноситься еще до окончания приема кодовой последовательности из канала связи.

Основные определения и постановка задачи.

На передающей стороне формируются кодовые комбинации, принадлежащие заданному линейному двоичному блоковому коду, и представляющие собой полезный сигнал, переносящий

необходимую информацию. Линейный код с параметрами (n_S, m) задается порождающей матрицей кода $\mathbf{G}$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_1 \\ \mathbf{g}_2 \\ \cdots \\ \mathbf{g}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & \cdots & g_{1n_S} \\ g_{21} & g_{22} & \cdots & g_{2n_S} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ g_{m,1} & g_{m,2} & \cdots & g_{m,n_S} \end{bmatrix},$$

где элементы принадлежат полю Галуа $GF(2)$, а строки в матрице линейно независимы. Каждая кодовая комбинация кода в общем случае образуется посредством линейной комбинации строк порождающей матрицы с коэффициентами из поля Галуа $GF(2)$. В векторном виде это записывается как

$$\overline{\mathbf{u}}_S = \overline{\mathbf{c}}_S \mathbf{G},$$

где $\overline{\mathbf{c}}_S$ - вектор строка коэффициентов, по смыслу представляющая собой координатный вектор в базисе $\mathbf{G}$. Множество координатных векторов обозначается $\mathbf{C}_S = \{\overline{\mathbf{c}}_0, ..., \overline{\mathbf{c}}_S, ..., \overline{\mathbf{c}}_N\}$, где $\overline{\mathbf{c}}_S$ - координатный вектор, соответствующий передаваемой кодовой комбинации. Все множество линейных комбинаций , т.е. вся совокупность возможных передаваемых сигналов, образует линейное векторное пространство $\mathbf{V}_S^{n_S}$ с базисом $\mathbf{G}$. Это пространство принято называть *кодовым пространством* или *сигнальным созвездием.* Необходимо также отметить, что помимо базиса $\mathbf{G}$ в пространстве всегда существует *единичный* (естественный [7]) базис $\mathbf{G}_E$, образованный векторами размерности n_S вида $\{10...0, 01...0, ..., 00...1\}$. Линейная оболочка единичного базиса $\mathbf{V}^{n_S} = L(\mathbf{G}_E) \supseteq \mathbf{V}_S^{n_S}$ включает в себя кодовое пространство.

Действие помехи в канале связи представляется в виде аддитивного *вектора ошибок* $\overline{\mathbf{u}}_e \in \mathbf{V}^n$. Таким образом, на выходе первой решающей схемы наблюдается искаженный вектор кодовой комбинации

$$\overline{\mathbf{u}} = \overline{\mathbf{u}}_S + \overline{\mathbf{u}}_e.$$

По смыслу вектор ошибок содержит совокупность нулей и единиц; причем наличие символа единицы в позиции свидетельствует о неправильно принятом символе кодового вектора (кодовой комбинации). Точное значение вектора ошибок не известно и в задачу декодера (второй решающей схемы) входит его определение. Считается, что компоненты вектора ошибок представляют собой независимые случайные элементы со значениями в $GF(2)$; причем значение

1 принимается с вероятностью p, а значение 0 – с вероятностью $1-p$. Модель канала связи, описанная таким образом, известна в литературе как *модель двоично–симметричного канала без памяти* (*ДСК*), которая описывает многие реальные каналы и удобна для анализа [1].

Кодовые комбинации передаются по каналу связи с фиксированной тактовой частотой следования символов. Под определением «канал связи» в работе понимается вся совокупность преобразования сигнала, включающая как процесс модуляции на радиочастоте, необходимой фильтрации, так и детектирование вплоть до решающего устройства о каждом отдельном символе передаваемой кодовой комбинации (первой решающей схемы). На приемной стороне в каждый момент времени n наблюдению доступен отсчет u_n сигнала, принимаемого из канала связи, и выбираемый с периодом, равным тактовой частоте следования символов передаваемой кодовой комбинации.

Необходимо отметить, что, если не ограничиваться конечным временем наблюдения, то вектор ошибок может рассматриваться как дискретный случайный процесс со значениями в $GF(2)$. При этом о конкретных реализациях случайного процесса можно говорить как о *траекториях*. Тогда при фиксированном значении времени наблюдения n отрезок наблюденной траектории может представляться как проекция случайного процесса на n-мерное векторное пространство.

Описание алгоритма.

Рассматривается конечная выборка отсчетов наблюдений $\bar{\mathbf{u}} = \{u_k; k = 1,...,n\}$ как вектор из $\mathbf{V}^n$. Алгоритм оценки формирует достаточную статистику $T(\bar{\mathbf{u}})$ от наблюдений со значениями во множестве $\mathbf{C}_S \times ¥$. Формирование основывается на решении системы уравнений, следующей из

$$\bar{\mathbf{c}} = \pi(\bar{\mathbf{u}})\pi(\mathbf{G})^{-1},$$

где $\pi(g)$ обозначает m-мерную проекцию в естественном (единичном базисе) [7]; при этом запоминается количество появлений в отсчетах каждого полученного в результате решения координатного вектора.

Все множество возможных проекций обозначается B_π^n. Выражение для всего множества B_π^n возможных проекций может быть названо разложением последовательности $\bar{\mathbf{u}}$ по координатному множеству $\mathbf{C}_S$ в выбранном базисе $\mathbf{G}$. После формирования статистики $T(\bar{\mathbf{u}})$ алгоритм выбирает в качестве оценки координатный вектор, которому соответствует максимум.

Таким образом, статистика $L(\bar{\mathbf{u}})$ получается в результате редукции последовательности наблюдений за счет содержащейся в ней информации о месторасположении формирующих ее координатных векторов в базисе $\mathbf{G}$, что в определенной степени может служить доказательством ее достаточности. Таким образом, результат статистики для произвольного $\bar{\mathbf{u}}$ может быть представлен в виде функции $g(\bar{\mathbf{c}}) = g_{\bar{\mathbf{u}}}(\bar{\mathbf{c}})$, заданной на $\mathbf{C}_S$ и принимающей значения в ¥ .

Предлагаемый алгоритм не использует полностью статистику $T(\bar{\mathbf{u}})$, что естественным образом приводит к потерям в оптимальности. Алгоритм не просматривает все множество возможных проекций B_n^m, а только его подмножество, получаемое в результате последовательной во времени обработке последних m отсчетов наблюдений с первой решающей схемы. По аналогии с вейвлет–преобразованиями [8] такое построение может быть названо «скользящим окном».

Таким образом, для каждого момента времени n рассматривается последовательность подмножеств $Z_n^m = \{Z_k, k = 1,2,...,k_{\max}\} \in B_n^m$. Тогда, очевидно, что общее число подмножеств, которые могут быть просмотрены, равно $k_{\max} = n - m + 1$. При этом, необходимо отметить, что дополнение $k-1$-го элемента из Z_n^m до объединения $k-1$-го и k элементов представляет единственный k-й отсчет u_k. Это свойство оказывается удобным при решении уравнений

Достаточно сложной операцией в является необходимость вычисления обратной матрицы над полем элементов $GF(2)$. Однако может быть указан способ для избежания этой трудности. Дело в том, что, разрешив систему уравнений , для некоторого подмножества $Z_{k-1} \in Z_n^m$, т.е. найдя координатный вектор $\bar{\mathbf{c}}_{k-1}$, его значение может быть использовано при нахождении координатного вектора для другого соседнего подмножества $Z_k \in Z_n^m$ в силу указанного выше свойства выбора последовательности Z_n^m . Действительно, так как дополнение $k-1$-го элемента из Z_n^m до объединения $k-1$-го и k элементов представляет единственный k-й отсчет, то координатный вектор $\bar{\mathbf{c}}_k$ может быть представлен в виде суммы вектора $\bar{\mathbf{c}}_{k-1}$ и некоторого неизвестного вектора поправки $\tilde{\mathbf{c}}_k$

$$\bar{\mathbf{c}}_k = \bar{\mathbf{c}}_{k-1} + \tilde{\mathbf{c}}_k,$$

который может принимать лишь два значения; первое, очевидно, является нулевым в случае выполнения равенства $\bar{\mathbf{c}}_{k-1} = \bar{\mathbf{c}}_k$. Проверка соблюдения данного равенства выполняется достаточно

просто и относится лишь к k-му новому отсчету u_k. С учетом соотношение может быть записано как

$$\pi_k(\bar{\mathbf{u}}) = \bar{\mathbf{c}}_k \pi_k(\mathbf{G}) = (\bar{\mathbf{c}}_{k-1} + \tilde{\mathbf{c}})\pi_k(\mathbf{G}) = \bar{\mathbf{c}}_{k-1}\pi_k(\mathbf{G}) + \tilde{\mathbf{c}}_k \pi_k(\mathbf{G}).$$

С другой стороны, левая часть может быть представлена как

$$\pi_k(\bar{\mathbf{u}}) = \bar{\mathbf{c}}_{k-1}\pi_k(\mathbf{G}) + \tilde{\mathbf{e}},$$

где $\tilde{\mathbf{e}} \in \left\{\tilde{\mathbf{e}}_0 = 0\ldots0; \bar{\mathbf{e}}_1 = 0\ldots1\right\}$ - вектор размерности m, который может принимать лишь два значения в зависимости от k-го принятого отсчета. Таким образом, из соотношений и становится ясен алгоритм оценки: если принятый отсчет u_k совпадает с соответствующим вычисленным значением для $\bar{\mathbf{c}}_{k-1}$, то $\bar{\mathbf{c}}_k = \bar{\mathbf{c}}_{k-1}$; в противном случае $\bar{\mathbf{c}}_k = \bar{\mathbf{c}}_{k-1} + \tilde{\mathbf{c}}_k$, где $\tilde{\mathbf{c}}_k$ находится из выражения

$$\tilde{\mathbf{c}}_k = \tilde{\mathbf{e}}_1 \pi_k(\mathbf{G})^{-1}$$

и вычисляется предварительно.

Алгоритм может быть реализован как в программном, так и в «жестком» виде. Из соображений наглядности далее описывается блок-схема алгоритма, см.рис.2.

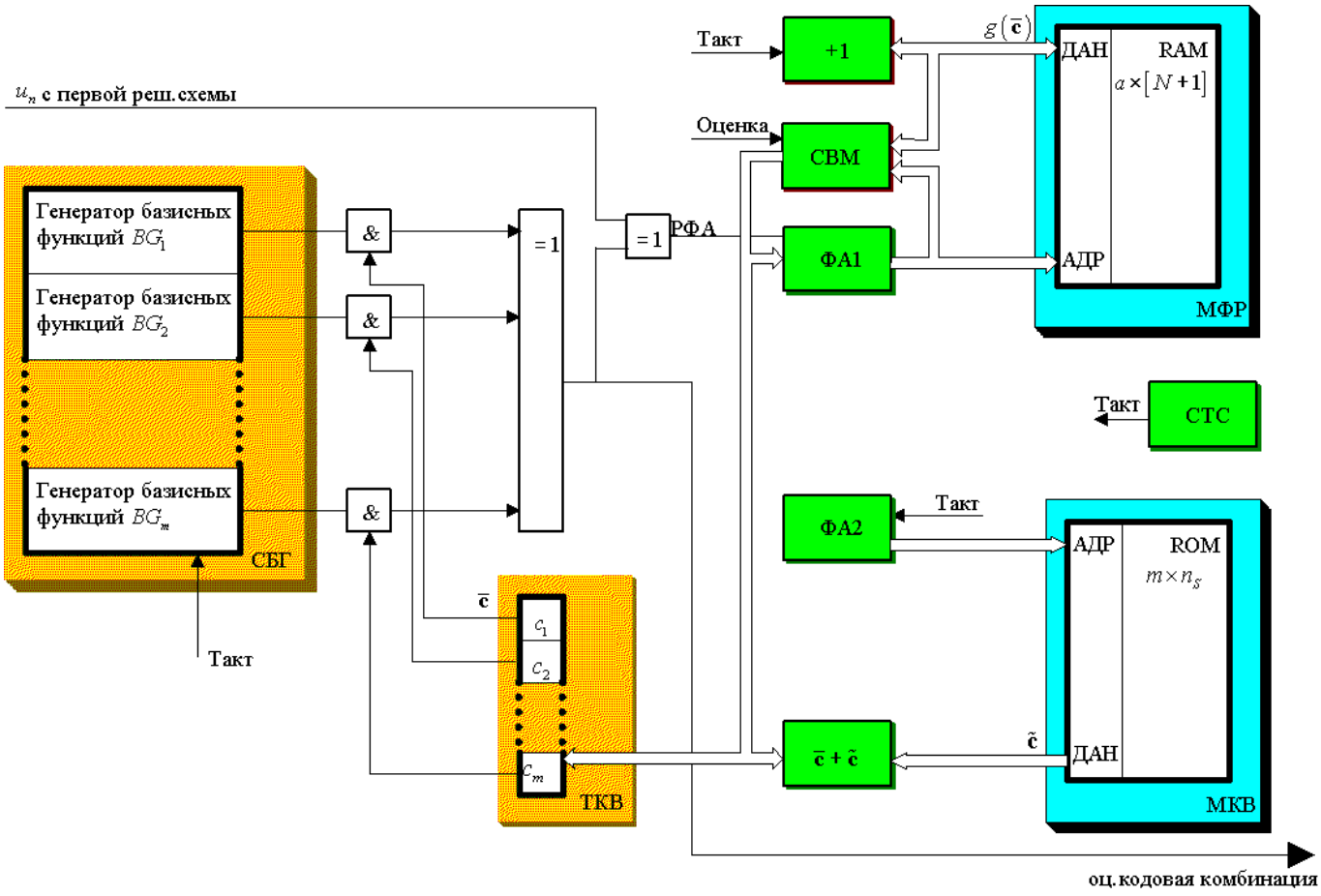

Рис. 2

Система тактовой синхронизации СТС задает временные импульсы для работы всех частей схемы. Основным элементом устройства является система из m базисных генераторов (СБГ), выходными сигналами которых являются вектора, составляющие порождающую матрицу $\mathbf{G}$. Обычно закон формирования указанных векторов достаточно прост и не вызывает затруднений при реализации генераторов. В противном случае вместо системы генераторов всегда может быть использована постоянная память, содержащая матрицу $\mathbf{G}$.

На начальном этапе работы в регистре текущего координатного вектора ТКВ содержится нулевой вектор. Формирователь адреса ФА1 формирует в соответствии с вектором из ТКВ адрес для массива оперативной памяти МФР, содержащий вычисляемые значения функции разложения $g(\overline{\mathbf{c}})$. При нулевом векторе в ТКВ ФА1 формирует нулевой адрес. Количество адресуемых ячеек в МФР равно количеству возможных координатных векторов или, что то же самое, количеству кодовых комбинаций декодируемого кода. В данном случае это значение равно $N+1$.

Поступивший с первой решающей схемы отсчет подается на логический элемент (исключающее ИЛИ), на второй вход которого подается результат линейной комбинации текущих значений генераторов базисных функций и текущего координатного вектора из ТКВ. Логический элемент работает как схема сравнения и формирует на выходе сигнал разрешения формирования нового адреса «РФА» в МФР. Если на входе сигналы совпадают, то сигнал «РФА» не создается и к значению в текущей позиции МФР добавляется единица. В противном случае формируется сигнал «РФА», который разрешает ФА1 сформировать новый адрес по следующему принципу. К текущему координатному вектору добавляется поправочный вектор из постоянной памяти МКВ размером, совпадающим с $\mathbf{G}$, и хранящей предварительно вычисленные поправочные вектора для каждого такта работы декодера. Полученный таким образом новый координатный вектор становится текущим и записывается в регистр ТКВ. В это же время ФА1 формирует новый адрес в МФР в соответствии с новым текущим координатным вектором (удобно, если адрес совпадает с двоичным представлением этого вектора). Далее к значению из соответствующей ячейки добавляется единица.

Указанная процедура повторяется для каждого принятого отсчета с первой решающей схемы. Необходимо отметить, что на каждом такте работы текущий адрес и соответствующее значение в МФР поступает на схему выбора максимума СВМ. Эта схема запоминает максимальное значение и соответствующий ему адрес, поэтому при завершении наблюдений, т.е. при получении с внешней управляющей схемы сигнала «Оценка», СВМ переписывает хранимый адрес в виде координатного вектора в регистр ТКВ и блокирует дальнейшую возможность записи в этот регистр до снятия сигнала «Оценка». Таким образом, со следующего такта работы на

выходе общей схемы появляется оценка принятой кодовой комбинации, из которой выделяется информационное сообщение.

Вероятностные характеристики и анализ.

Далее будут получены соотношения для расчета основной характеристики предлагаемого алгоритма оценки, такой как вероятность правильной оценки $P_{пр}$.

Рассмотрим некоторый интервал времени $\mathbf{T}_n = \{1,...,n\}$. В соответствии с описанием алгоритма на этом интервале осуществляется разложение принятого вектора отсчетов $\overline{\mathbf{u}} = \{u_k; k = 1,...,n\}$ по множеству координатных векторов $\mathbf{C}_\mathbf{G} = \{\overline{\mathbf{c}}_1,...,\overline{\mathbf{c}}_N,\overline{\mathbf{c}}_S\}$ в базисе $\mathbf{G}$. Это означает, что с каждым вектором $\overline{\mathbf{u}}$ взаимнооднозначно связывается множество локально оптимальных координатных векторов $\mathbf{Z}_\mathbf{G} = \mathbf{Z}_\mathbf{G}(\overline{\mathbf{u}}) = \{c_k^u; k = 1,...,n-m+1\}$. Функция, осуществляющая указанное отображение, выше была обозначена как $g = g(\overline{\mathbf{u}})$. Предположим, что в результате разложения g получено ровно i правильных координатных векторов $\overline{\mathbf{c}}_S$ в $\mathbf{Z}_\mathbf{G}$. Тогда вероятностная мера события, заключающегося в правильном вынесении решения алгоритмом, представляется как вероятность того, что в оставшихся $t_Z(i) = n-m+1-i$ элементах из $\mathbf{Z}_\mathbf{G}$ не встретиться большего или равного количества одинаковых координатных векторов. Вероятность данного события обозначается α_i и для всех возможных значений i может быть записана совокупность вероятностей $\{\alpha_i\}$, которая далее будет называться *системой весовых коэффициентов*. Задача первого этапа анализа заключается в поиске способа вычисления этой системы коэффициентов.

Если в $\mathbf{Z}_\mathbf{G}$ истинный координатный вектор встретился ровно i раз, то будет принято, что на оставшихся $t_Z(i)$ позициях появление остальных координатных векторов подчинено равновероятному распределению с параметрами

$$p_N = \frac{1}{N}, \qquad q_N = 1 - p_N.$$

При этом, количество возможных координатных векторов из множества $\mathbf{C}_\mathbf{G}$, равно N, $\mathbf{C}_\mathbf{G} \setminus \overline{\mathbf{c}}_S = \{\overline{\mathbf{c}}_1,...,\overline{\mathbf{c}}_N\}$, за счет исключения истинного вектора. Группой из k элементов будет обозначаться вся совокупность одинаковых координатных векторов одного вида, встретившихся в

разложении $\mathbf{Z}_\mathbf{G}$. Вероятность вынесения правильного решения алгоритмом при некотором значении i может быть записана как

$$\alpha_i = \mathbf{P}\left\{\mathbf{Z}_\mathbf{G} : \mathbf{Z}_\mathbf{G} = \left\{c_S^i, c_1^{k_1}, ..., c_N^{k_N}\right\}, k_1 + ... + k_N = t_Z(i), k_j < i, j \in \{1, ..., N\}\right\},$$

где $c_j^{k_j}$ означена j-я группа одинаковых координатных векторов, состоящая из k_j элементов.

Очевидно, что задача носит перечислительный характер и для ее решения необходимо использовать комбинаторные методы [9-11] . Количество возможных размещений координатных векторов на $t_Z(i)$ позициях может быть описано полиномиальной вероятностной схемой и выражается числом $\frac{t_Z(i)!}{k_1!...k_N!}$. С другой стороны, количество возможных групп представляет собой число k_{gr} ненулевых элементов из множества $\{k_1, ..., k_N\}$. В связи с этим, общее количество возможных групп представляется как число *размещений без повторений* k_{gr} элементов по N позициям

$$A_N^{k_{gr}} = \frac{N!}{k_{gr}!} = N(N-1)...(N-k_{gr}+1).$$

От этой записи возможен переход к биномиальной схеме, т.е.

$$A_N^{k_{gr}} = C_N^1 C_{N-1}^1 ... C_{N-k_{gr}+1}^1 = \prod_{j=0}^{k_{gr}-1} C_{N-j}^1$$

Учитывая все это, может быть приведена аналитическая запись выражения для рассматриваемой вероятностной меры событий

$$\alpha_i = \sum_{k_1+...+k_N = t_Z(i)} \frac{t_Z(i)!}{k_1!...k_N!} p_N^{t_Z(i)} A_N^{k_{gr}}$$

или

$$\alpha_i = \sum_{k_1+...+k_N = t_Z(i)} \frac{t_Z(i)!}{k_1!...k_N!} p_N^{t_Z(i)} \prod_{j=0}^{k_{gr}-1} C_{N-j}^1,$$

где суммирование осуществляется по мультииндексу $k_1, ..., k_N$ такому, что соблюдается равенство $k_1 + ... + k_N = t_Z(i)$.

Необходимо отметить, что для некоторых подмножеств $\mathbf{Z}_\mathbf{G}$ вероятностная мера может принимать точные значения нуля или единицы. Вероятностная мера равна нулю, если при любом исходе количество одинаковых векторов превысит значение $i-1$. Такая ситуация может произойти в случае, когда $t_Z(i) > (i-1)N$. Вероятностная мера будет равна единице в случае,

если при любом исходе количество одинаковых векторов не может превысить значение $i-1$. Эта ситуация произойдет в случае, когда $t_Z(i) < i$.

С вычислительной точки зрения наиболее сложной операцией при расчетах по соотношению является операция суммирования по мультииндексу. В связи с этим определенный интерес представляет рассмотрение других способов вычисления искомой вероятностной меры, в которых указанная трудность либо значительно упрощена, либо отсутствует. Один из таких возможных способов может быть описан следующим образом.

Нетрудно отметить аналогии данной задачи с *классической полиномиальной схемой размещения частиц по ячейкам*, известной в теории вероятностей и комбинаторике [9]. Действительно, координатные вектора могут рассматриваться как частицы, размещаемые в соответствующих ячейках. Считается, что рассматривается схема независимых $t_Z(i)$ испытаний, в каждом из которых может наступить одно из взаимоисключающих событий X_j с вероятностью p_j, причем общее число событий равно N, $j \in \{1,...,N\}$. По завершении испытаний событие X_1 может произойти ровно k_1 раз, X_2 - k_2 раз и т.д., причем $k_1 + k_2 + ... + k_N = t_Z(i)$. Таким образом, может рассматриваться совокупность независимых случайных величин $\eta_1,...,\eta_N$ со значениями во множестве $\{1,...,t_Z(i)\}$ и с условием $\eta_1 + ... + \eta_N = t_Z(i)$. Отсюда вероятность того, что случайные величины $\eta_1 = k_1$, $\eta_2 = k_2$ и т.д. выражается следующим соотношением

$$P\{\eta_1 = k_1,...,\eta_N = k_N \mid k_1 + ... + k_N = t_Z(i)\} = \frac{t_Z(i)!}{k_1!...k_N!} p_1^{k_1}...p_N^{k_N}.$$

Если учесть, что в рассматриваемом случае $p_j = p_N$, то

$$P\{\eta_1 = k_1,...,\eta_N = k_N \mid k_1 + ... + k_N = t_Z(i)\} = \frac{t_Z(i)!}{k_1!...k_N!} p_N^{t_Z(i)}$$

Это соотношение представляет собой полиномиальное распределение вероятностей и описывает события, которые могут произойти в результате случайного размещения $t_Z(i)$ *неразличимых* частиц по m неразличимым ячейкам.

Хорошо известно, что изучение такой вероятностной схемы может быть сведено к изучению общей вероятностной схемы, подробное описание которой может быть найдено в литературе [9]. Согласно этой схеме считается, что заполнения ячеек происходят независимо и вводится в рассмотрение новая система независимых случайных величин $\xi_1,...,\xi_N$, характеризующих количество частиц в каждой ячейке. В рамках данной задачи каждая из

указанных случайных величин будет распределена по биномиальному закону с параметрами $(p_N, t_Z(i))$, где $p_N = \frac{1}{N}$ - вероятность попадания частицы в ячейку, причем для каждой ячейки указанная вероятность одна и та же. Количество частиц в ячейке, или же количество одинаковых координатных векторов одного типа в разложении $\mathbf{Z_G}$, может быть вычислено по формуле для биномиального распределения вероятностей случайной величины

$$p\left(\xi_j = k_j\right) = C_{t_Z(i)}^{k_j} p^{k_j} \left(1-p\right)^{t_Z(i)-k_j}.$$

Сведение задачи к новой системе случайных величин позволяет переписать соотношение следующим образом

$$\alpha(i) = P\left\{\eta_1 = k_1, ..., \eta_N = k_N \mid k_1 + ... + k_N = t_Z(i)\right\} = P\left\{\xi_1 = k_1, ..., \xi_N = k_N \mid \xi_1 + ... + \xi_N = t_Z(i)\right\}.$$

Условная вероятность в правой части может быть расписана в соответствии с формулой полной вероятности

$$\alpha(i) = P\left\{\xi_1 = k_1, ..., \xi_N = k_N \mid \xi_1 + ... + \xi_N = t_Z(i)\right\} = \frac{P\left\{\xi_1 = k_1, ..., \xi_N = k_N, \xi_1 + ... + \xi_N = t_Z(i)\right\}}{P\left\{\xi_1 + ... + \xi_N = t_Z(i)\right\}}.$$

Вероятность того, что сумма случайных величин примет точное значение $t_Z(i)$ вычисляется с помощью пересчета всех возможных ситуаций с учетом того факта, что на совокупности $j \in \left\{1, ..., t_Z(i)\right\}$-х позиций всех ячеек может находиться только одна частица. В связи с этим

$$P\left\{\xi_1 + ... + \xi_N = t_Z(i)\right\} = \left(N\right)^{t_Z(i)} {p_N}^{t_Z(i)} \left(1-p_N\right)^{t_Z(i)N - t_Z(i)}.$$

Здесь учтено то, что для всех ячеек вероятности p_N одинаковы. Совместная вероятность, записанная в числителе , вычисляется посредством пересчета всех возможных ситуаций на множестве ячеек. Для этого изначально необходимо задать минимальное $J_{\min}$ и максимальное $J_{\max}$ значения количества ячеек, возможных для заполнения. Далее для каждого $J_{\min} \le j \le J_{\max}$ вычисляется количество сочетаний ячеек из N возможных, которое равно C_N^j, и количество перестановок, которое равно $j!$. Символом $\Psi\left(t_Z(i), j, \Theta\right)$ будет обозначена перечислительная функция, которая считает количество всех возможных размещений $t_Z(i)$ неразличимых частиц в j различимых ячейках так, чтобы каждая ячейка была заполнена, с ограничивающим условием Θ , которое в рамках данной задачи выражается в том, что количество частиц в одной ячейке не должно принимать значение, равное или большее i.

Вероятностная мера каждого элементарного события – $p^{t_Z(i)} \left(1-p\right)^{t_Z(i)N - t_Z(i)}$. Отсюда

$$\alpha(i)=\frac{{p_N}^{t_Z(i)}\left(1-p_N\right)^{t_Z(i)N-t_Z(i)}\sum\limits_{j=J_{\min}}^{J_{\max}} j!C_N^j\Psi\left(t_Z(i),j,\Theta\right)}{\left(N\right)^{t_Z(i)}\ {p_N}^{t_Z(i)}\left(1-p_N\right)^{t_Z(i)N-t_Z(i)}}=\frac{\sum\limits_{j=J_{\min}}^{J_{\max}} j!C_N^j\Psi\left(t_Z(i),j,\Theta\right)}{\left(N\right)^{t_Z(i)}},$$

где

$$\Theta=\left(k_1<i,...,k_N<i\right).$$

Соотношение является точным и позволяет определить вероятностную меру событий, заключающихся в том, что количество одинаковых координатных векторов не превзойдет заданной величины i, т.е. вероятность правильного вынесения решения алгоритмом оценки при i истинных координатных векторах. Определение $J_{\min}$ и $J_{\max}$ основывается на следующих соображениях. В отсутствии ограничений Θ, очевидно, что $J_{\min}=1$, а $J_{\max}=t_Z(i)$, если $t_Z(i)<N$ и $J_{\max}=N$, если $t_Z(i)\geq N$. При ограничениях вида

$$J_{\min}=\left\lceil\frac{t_Z(i)}{i-1}\right\rceil,$$

$$J_{\max}=\begin{cases}t_Z(i), & t_Z(i)<N\\ N, & t_Z(i)\geq N\end{cases}.$$

Функция $\Psi\left(t_Z(i),j,\Theta\right)$, входящая в , может быть вычислена различными способами. Наиболее простым с аналитической точки зрения является непосредственный пересчет по мультииндексу $\left\{k_1<i,...,k_j<i\right\}$ с использованием индикаторной функции

$$I_{t_Z(i)}\left(k_1,...,k_j\right)=\begin{cases}1, & k_1+...+k_j=t_Z(i)\\ 0, & k_1+...+k_j\neq t_Z(i)\end{cases},\ \text{т.е.}$$

$$\Psi\left(t_Z(i),j,\Theta\right)=\sum_{k_1}^{i-1}...\sum_{k_j}^{i-1}I_{t_Z(i)}\left(k_1,...,k_j\right)$$

В литературе [10] указывается способ вычисления значений указанной функции, основанный на перечислении всех возможных разбиений множества, состоящего из $t_Z(i)$ элементов, на j непересекающихся блоков, размеры которых принадлежат числовому множеству $A=\left\{1,...,i-1\right\}$. Для этого рассматривается производящая функция последовательности разбиений

$$\sum_{t_Z(i)=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{t_Z(i)}\Psi\left(t_Z(i),j,\Theta\right)\frac{t^{t_Z(i)}}{t_Z(i)!}x^j=e^{xA(t)},$$

где $A(t) = \sum_{k \in A} \frac{t^k}{k!}$, из которой может быть выражена искомая функция.

Необходимо отметить, что соотношения и дают одинаковые результаты, но в вычислительном смысле удобнее рассматривать последнее из них. Необходимо также отметить, что при получении указанных соотношений сделано допущение о том, что, если количество одинаковых координатных векторов точно равно i, то это приводит к ошибке оценки алгоритмом. В действительности же реальное устройство выбирает истинный координатный вектор с вероятностью 0.5. Отсюда, учитывая этот факт, найденные соотношения для весовых коэффициентов могут быть уточнены. Однако при очень больших длинах кодов и их мощности (количестве кодовых комбинаций) получаемый за счет учета этого факта вклад в соотношения и настолько мал, что им можно пренебречь.

На следующем этапе необходимо найти вероятностную меру траекторий таких, что в разложении $\mathbf{Z}_{\mathbf{G}}$ будет находиться определенное количество i правильных координатных векторов $\overline{\mathbf{c}}_S$. В соответствии со структурой алгоритма правильный координатный вектор в разложении может появиться в случае, если правильно принято m и более подряд идущих символов, которые будут называться *группой.* При этом будет считаться, что символ, стоящий перед первым символом группы, а также символ, стоящий сразу за последним символом группы, принят с ошибкой, а сами символы будут называться *символами, отмечающими группы*, рис.1.

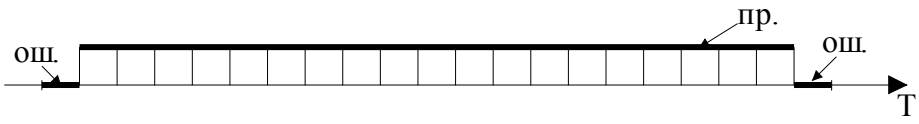

Рис. 3

Количество групп правильно принятых символов на интервале наблюдения обозначается t. Между группами должны находиться как минимум по одному ошибочно принятых символов. Значение величины максимально возможного количества групп $t_{\max}$ удовлетворяет следующему соотношению

$$\begin{cases} t_{\max} = \mathrm{mod}(n/m) - I \\ t_{\max} + t_{\max} - 1 = 2t_{\max} - 1 \le n \end{cases},$$

где $\mathrm{mod}(g)$ - означает взятие целой части аргумента ; $I \in ¥$ - минимальное число, при котором удовлетворяется второе соотношение в .

Каждая группа символов длиной $m+\varepsilon$ в результате действия процедуры обработки алгоритмом оценки приводит к $\varepsilon+1$ появлениям истинного координатного вектора в $\mathbf{Z_G}$. Таким образом, появление в траектории случайного процесса группы рядом стоящих символов длиной $m+\varepsilon$ может быть названо событием X_ε. Событие, соответствующее появлению ровно t групп, длиной не менее m символов каждая, обозначается X^t. Задача подсчета вероятностной меры всех траекторий, содержащих события вида X_ε носит перечислительный характер и может быть решена комбинаторным способом.

Рассмотрим первоначально все траектории случайного процесса, содержащие события вида $X_\varepsilon = X_\varepsilon^1$ для одной группы, $t=1$. Обозначим $L=m+\varepsilon$ длину группы. Вероятность такого элементарного события равна

$$P_{X_\varepsilon} = p^L q^{t+1}.$$

В случае, если группа примыкает к началу или концу интервала наблюдения $\mathbf{T}_n$, то формула записывается как

$$P_{X_\varepsilon} = p^L q^t.$$

Возможен также случай, если группа занимает всю область наблюдений, тогда

$$P_{X_\varepsilon} = p^L = p^n.$$

Теперь рассмотрим случай при $t>1$, причем суммарная длина правильно принятых символов групп равна L. В этом случае, максимальное количество неверно принятых символов, отмечающих группы, равна $2t$, а минимальное – $t+1$. При вычислении вероятности события X_ε^t соответствующие значения должны быть подставлены в . Если же группы примыкают к краям интервала наблюдения или же заполняют его полностью, то вычисления выполняются по соотношениям -, соответственно.

Две рядом стоящие группы могут примыкать друг к другу, в этом случае их разделяет только один символ, причем неверно принятый, или не примыкать, тогда между группами будут находиться два неверно принятых символа. Обозначим как $C_П$ количество таких возможных «примыканий» групп.

Теперь необходимо выполнить пересчет ситуаций для всех возможных длин групп, если известно, что суммарная длина равна L без учета отмечающих группы символов. Обозначим число таких ситуаций C_L. Если известно, что минимальная длина группы равна m, то, например, для двух групп возможны следующие ситуации: $\{m, m+\varepsilon\}, \{m+1, m+\varepsilon-1\}, ..., \{m+\varepsilon, m\}$. Как

нетрудно проверить, число таких комбинаций при каждом t и ε может быть вычислено из следующего соотношения

$$C_L = C_{t-1+\varepsilon}^{t-1},$$

где функция $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ известна в комбинаторике как число сочетаний из k по n. Таким образом, уже может быть записана формула для вычисления вероятностной меры $S(t,L) = P_{X_\varepsilon^t}$ всех возможных событий вида X_ε^t

$$S(t,L) = \sum_{r=t+1}^{2t} C_{П} C_L p^L \left(C_0(t,L,i) q^r + C_1(t,L,i) q^{r-1} + C_2(t,L,i) q^{r-2} \right),$$

где $C_0(t,L,i), C_1(t,L,i), C_2(t,L,i)$ - обозначено количество возможных расположений групп внутри интервала наблюдения без примыканий, с примыканием к одному краю и с примыканием к обоим краям, соответственно. Суммирование в полученном соотношении ведется по всем возможным количествам отмечающих группы символов.

Очевидно, что соотношение должно быть дополнено ограничивающими условиями на суммарную длину правильно и неправильно принятых символов. Действительно, если r выражает количество неправильно принятых символов, то всегда должно выполняться условие $r + L \le n$. Отсюда верхний предел суммирования в , обозначаемый как H, должен быть уточнен следующим образом

$$\begin{cases} H = n - L, \text{если} & 2L + t > n \\ H = 2t, \text{если} & 2 L + t \le n \end{cases}.$$

Однако необходимо учесть также, что, если выполняется неравенство $n + t + 1 > n$, то это означает, что интервал наблюдения полностью заполнен примыкающими группами. В этом случае

$$H = t + 1, \text{если} \quad L1 + t + > n.$$

При некотором фиксированном значении r количество возможных примыканий групп выражается соотношением

$$C_{П} = C_{t-1}^{2t-r}.$$

Действительно, общее число примыканий групп есть $t-1$, а количество «свободных» неправильно принятых символов, благодаря которым группы могут быть «разомкнуты», – $2t - r$, что и приводит к .

Определение значений коэффициентов $C_0(t,L,r), C_1(t,L,r), C_2(t,L,r)$ может быть выполнено следующим образом. Коэффициент $C_0(t,L,r)$ представляет собой количество возможных расположений t групп внутри интервала наблюдения, т.е. без примыканий групп к

краям этого интервала. Также должно учитываться то обстоятельство, что количество отмечающих группы символов равно r . На длине интервала наблюдений количество свободных позиций равно $n-L-r$, общее количество групп равно t и, следовательно, без примыканий к краям количество размещений выражается как число сочетаний из t по $n-L-r$. Так как число примыканий, равное $r-t$, ограничивает эту величину, то количество размещений будет равно числу сочетаний из $r-t$ по $n-L-i+(i-t)=n-L-t$. Однако необходимо учесть, что это значение будет равно нулю, если $n-L-t<0$, что соответствует случаю, когда все группы могут быть расположены только с примыканием к краям интервала наблюдения. Это значение будет равно нулю также, если количество неправильно принятых символов больше величин $n-L$ и $2t$. В обоих случаях это означает невозможность размещения t групп на интервале наблюдения. Отсюда

$$C_0(t,L,r)=\begin{cases}0,\text{если} & n-I0-t<\\ 0,\text{если} & r>n-L\\ 0,\text{если} & 2\ r>\ t\\ C_{n-L-t}^{r-t},\text{в противном случае}\end{cases}.$$

Значение функции $C_1(t,L,r)$ представляет собой количество всех возможных размещений t групп на интервале наблюдения с примыканием к его краям. Для его вычисления необходимо мысленно добавить к интервалу наблюдения одну свободную позицию символа и выполнить пересчет возможного количества размещений t групп внутри интервала длиной $n+1$ символов аналогично для $C_0(t,L,r)$. Это значение будет равно числу сочетаний из $r-t$ по $n+1-L-t$. Далее полученное значение необходимо умножить на два в связи с рассмотрением двух краев интервала наблюдений. Однако, это значение будет включать в себя также все комбинации групп внутри интервала наблюдения, количество которых равно $C_0(t,L,r)$, поэтому в окончательной формуле этот факт должен быть учтен. Другие налагаемые ограничительные условия аналогичны $C_0(t,L,r)$. Отсюда

$$C_1(t,L,r)=\begin{cases}0,\text{если} & 1\ n+\ -I0-t<\\ 0,\text{если} & r\triangleright n+\ -L\\ 0,\text{если} & 2\ r>\ t\\ 2\cdot C_{n+1-L-t}^{r-t}-2\cdot C_0(t,L,r)\end{cases}.$$

Аналогичные рассуждения позволяют получить значение функции $C_2(t,L,r)$, представляющее собой количество возможных размещений групп на интервале наблюдения с примыканием к

обоим его краям. Для этого интервал наблюдения должен быть мысленно продолжен до длины $L+2$ символов. Окончательное соотношение имеет следующий вид

$$C_2(t,L,r)=\begin{cases}0,\text{если} & 2\ n+\ -L0-t<\\ 0,\text{если} & r2>n+\ -L\\ 0,\text{если} & 2\ r>\ t\\ C_{n+2-L-t}^{r-t}-C_1(t,L,r)-C_0(t,L,r)\end{cases}.$$

Еще один факт, который необходимо учесть, заключается в том, что при фиксированном количестве r отмечающих группы символов, помимо $C_0(t,L,r)$ размещений групп внутри интервала наблюдения также будет $C_1(t,L,r+1)$ размещений групп при большем на единицу количестве отмечающих символов и $C_2(t,L,r+2)$ размещений групп, примыкающих к обоим краям интервала, для $r+2$ отмечающих символов. Аналогично при $C_1(t,L,r)$ размещений групп с примыканием к одному краю интервала будет $C_2(t,L,r+1)$ размещений групп с примыканием к обоим краям этого интервала для $r+1$ отмечающих символов. Учитывая все вышеизложенное, соотношение для расчета вероятностной меры событий вида X_ε^t может быть записано в раскрытом виде

$$S(t,L)=C_{t-1+L-tm}^{t-1}\cdot\sum_{r=t+1}^{H}C_{t-1}^{2t-r}\cdot p^L\left(\left[C_0(t,L,r)+C_1(t,L,r+1)+C_2(t,L,r+2)\right]q^r+\right.$$
$$\left.+\left[C_1(t,L,r)+C_2(t,L,r+1)\right]q^{r-1}+C_3(t,L,r)q^{r-2}\right),$$

где значения функций $C_0(t,L,r),C_1(t,L,r),C_2(t,L,r)$ определяются из -, а величина H из -.

Соотношение позволяет вычислять вероятностную меру всех событий вида X_ε^t для фиксированного значения количества правильно принятых символов L и количества групп t. Очевидно, что суммирование значений $S(t,L)$ по всем возможным L приведет к получению значения вероятностной меры событий вида X^t. Однако, непосредственно воспользоваться этим значением нельзя в силу того, что оно содержит в себе вероятностную меру всех событий вида $\left\{X^t,i=1,2,...,t_{\max}-t\right\}$. Для того, чтобы избежать такого «пересчета», могут быть использованы соотношения, полученные Фреше и называемые методом «включения-исключения» [10]. Суть метода заключается в следующем.

Предположим, что задано некоторое множество событий $\{A_1,...,A_n\}$. Необходимо найти вероятностную меру P_r того, что в результате случайного опыта произойдет ровно $r\le n$ событий

из этого множества. Согласно литературе, соответствующее аналитическое выражение записывается как

$$P_r = \sum_{i=r}^{n} (-1)^{i-r} C_i^r S_i,$$

$$S_0 = 1,\ S_i = \sum_{1 \le j_1 < \ldots < j_r \le n} P\left(A_{j_1} \ldots A_{j_r}\right)$$

Следуя этим соотношениям, в данной задаче может быть получено точное значение вероятности события вида X^t. Для этого, выражение для вероятностной меры события вида X_ε^t необходимо просуммировать по всем возможным значениям L, после чего полученное выражение должно быть подставлено в соотношение . Таким образом, окончательно соотношение для вероятностной меры событий вида X^t принимает вид

$$P_{X^t} = \sum_{v=t}^{t_{\max}} (-1)^{v-t} C_v^t \cdot \sum_{L=vm}^{n-v+1} S(v, L).$$

Необходимо отметить, что полученное соотношение представляет собой аппроксимирующую последовательность. Действительно, если ограничить суммирование в некоторым значением $t \le t' < t_{\max}$, то будет получена $t' - t$ степень приближения к истинному решению. Это свойство может быть использовано при очень больших величинах $t_{\max}$, если нет необходимости знать точное значение вероятностной меры соответствующих событий.

Далее возможно получить следующую вероятностную меру

$$P_{HГ} = P_X = \sum_{t=1}^{t_{\max}} \sum_{v=t}^{t_{\max}} (-1)^{v-t} C_v^t \cdot \sum_{L=vm}^{n-v+1} S(v, L)$$

В данной задаче полученное выражение дает нижнюю границу вероятности правильного вынесения решения алгоритмом оценки, так как до сих пор не учитывалось значение вероятности правильной оценки по виду разложения $\mathbf{Z_G}$, т.е. система весовых коэффициентов $\{\alpha_i\}$. Учет данных коэффициентов позволяет получить точное значение вероятности правильного вынесения алгоритмом решения (вероятность правильной оценки $P_{ПР}$). Непосредственная подстановка этих коэффициентов в соотношение , вычисляющего нижнюю границу вероятности правильного решения, затруднительна. Это связано с тем, что метод «включения–исключения» по определению основан на комбинаторном способе выражения вероятностей осуществления заданного числа событий через вероятности пересечений этих событий, однако в данной задаче пересечения событий имеют различный вероятностный вес, обусловленный коэффициентами $\alpha(i)$. Тем не менее, задача может быть решена следующим образом.

Рассмотрим множитель, входящий в правую часть выражения , а именно $C_{t-1+L-tm}^{t-1} = C_{t-1+\varepsilon}^{t-1}$. Этот множитель представляет собой значение, равное количеству возможных представлений длин t групп. Может быть принято, что каждое такое представление имеет единичный вес, что позволяет непосредственно воспользоваться соотношениями Фреше. Зафиксируем некоторое t_ϕ и L или, что равносильно, t_ϕ и ε. Для этих значений может быть непосредственно вычислена вероятностная мера событий вида $X_\varepsilon^{t_\phi}$ с соответствующими вероятностными весами $\{\alpha_i\}$ по следующему соотношению

$$P_{X_\varepsilon^{t_\phi}} = \sum_{L=t_\phi m}^{n-t_\phi+1} S\left(t_\phi, L\right)\alpha_{L-t_\phi m+t_\phi}$$

При этом, очевидно, что все пересечения такого события с событиями этого же вида, но при $t > t_\phi$ будут иметь вероятностный вес, соответствующий для t_ϕ. Отсюда возникает необходимость в рассмотрении формирования суммы $C_{t-1+\varepsilon}^{t-1}$ с целью включения в нее соответствующих весовых коэффициентов. Действительно, если при вычислении вероятностной меры событий вида X_ε^t для каждого $t > t_\phi$ с присвоением весовых коэффициентов, соответствующих t_ϕ, то появляется возможность непосредственного использования формул Фреше для вычисления точной вероятностной меры событий указанного вида.

Очевидно, что множество весовых коэффициентов $\{\alpha_i\}$ задано только для $i = t_\phi, ..., t_\phi + \varepsilon$. Зафиксируем некоторый вес α_i и подсчитаем количество его вхождений в сумму $C_{t-1+\varepsilon}^{t}$. Это число будет равняться произведению двух множителей, что может быть проверено непосредственно. Первый множитель равен числу возможных сочетаний t_ϕ групп общей длиной i. Второй множитель равен числу возможных сочетаний оставшихся $t - t_\phi$ групп с весом $\varepsilon - i$. Для всех i общая формула имеет вид

$$\sum_{i=t_\Phi}^{\varepsilon} \alpha_{t_\phi+i} \cdot C_{t_\phi-1+i}^{t_\phi-1} \cdot C_{t-t_\phi-1+\varepsilon-i}^{t-t_\phi-1} .$$

Это выражение необходимо подставить в и ввести зависимость от t_ϕ

$$S_\phi\left(t, t_\phi L\right) = \left[\sum_{i=t_\Phi}^{\varepsilon} \alpha_{t_\phi+i} \cdot C_{t_\phi-1+i}^{t_\phi-1} \cdot C_{t-t_\phi-1+\varepsilon-i}^{t-t_\phi-1}\right] \cdot \sum_{r=t+1}^{H} C_{t-1}^{2t-r} \cdot p^L \times$$

$$\times\left(\left[C_0\left(t,L,r\right) + C_1\left(t,L,r+1\right) + C_2\left(t,L,r+2\right)\right]q^r + \left[C_1\left(t,L,r\right) + C_2\left(t,L,r+1\right)\right]q^{r-1} + C_3\left(t,L,r\right)q^{r-2}\right).$$

Далее может быть записана вероятностная мера событий вида X^t

$$P_{X^t} = \sum_{L=tm}^{n-t+1} \alpha_{L-tm+t} S(t,L) + \sum_{v=t+1}^{t_{\max}} (-1)^{v-t} C_{v\phi}^{t} \sum_{L=vm}^{n-v+1} S\ (v,t,L)$$

Теперь, подставив данное соотношение в формулы Фреше, может быть получено аналитическое выражение для точного значения вероятностной меры событий вида X, т.е. вероятность правильного вынесения решения алгоритмом $P_{ПР}$

$$P_{ПР} = P_X = \sum_{t=1}^{t_{\max}} \left[\sum_{L=tm}^{n-t+1} \alpha_{L-tm+t} S(t,L) + \sum_{v=t+1}^{t_{\max}} (-1)^{v-t} C_v^t \cdot \sum_{L=vm}^{n-v+1} S_{\phi}(v,t,L) \right].$$

Необходимо отметить, что полученное соотношение представляет и самостоятельный интерес, так как является в некоторой степени обобщением формул Фреше.

Циклический код (15,4)

На рис.4 приводится зависимость вероятности ошибки $P_{ош} = 1 - P_{ПР}$ для циклического кода (15,4) с генераторным полиномом g(x) = $x^4 + x^3 + 1$. Подробнее об этом коде см.[1,12]. Как нетрудно видеть, предложенный алгоритм по характеристикам незначительно проигрывает в сравнении с оптимальным (нижний график). Причем различие становится заметным лишь при больших значениях вероятности ошибки p в канале связи.

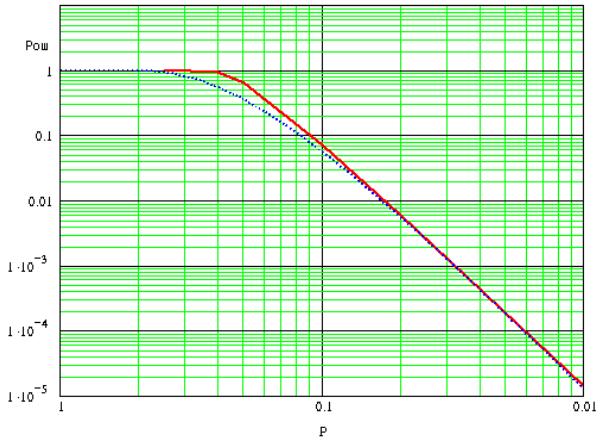

Рис. 4

Заключение.

В статье было приведено описание и вероятностный анализ алгоритма оценки передаваемых по каналу связи кодовых комбинаций линейных блоковых кодов. Отличительной особенностью описанного алгоритма является простота технической реализации, причем

линейным образом зависящая от длины кода. Данный алгоритм по своим вероятностным характеристикам не является оптимальным, однако отличие от оптимальных проявляется тем сильнее, чем ниже отношение сигнал/шум в канале связи. Однако в большом представляющем практический интерес диапазоне отношений сигнал/шум алгоритм может считаться условно оптимальным. Такой «отход» от оптимальности связан с обработкой отсчетов канала связи в текущем времени, без запоминания всей выборки. Тем не менее, в работе указывается способ построения алгоритма с характеристиками близкими к оптимальным с любой наперед заданной точностью. При этом структурная схема будет претерпевать незначительные изменения.

Еще одной важной особенностью предложенного алгоритма является косвенное определение отношения сигнал/шум в канале связи по виду функции разложения g. Поэтому представляет интерес дальнейшее исследование алгоритма в адаптивном режиме.

При небольших изменениях в своей структуре алгоритм может использоваться также и со сверточными кодами с большим расстоянием кодовых ограничений, что в ряде случаев может давать преимущества в использовании данного алгоритма по сравнению, например, с хорошо известным алгоритмом последовательного декодирования Витерби [5].

Список литературы.

1. *Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. – М.: Мир, 1976. – 594с.*
2. *Муттер В.М. Основы помехоустойчивой телепередачи информации. – Л.: Энергоатомиздат, 1990. - 288с.*
3. *Самсонов Б.Б. и др. Теория информации и кодирование. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2002. -288с.*
4. *Громаков Ю.А. Стандарты и системы подвижной радиосвязи. - М.: Эко–Трендз, 2000. - 240с.*
5. *Маковеева М.М., Шинаков Ю.С. Системы связи с подвижными объектами. - М.: Радио и связь, 2002. - 440с.*
6. *Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. - М.: Радио и связь, 1991. - 608с.*
7. *Пугачев В.С. Лекции по функциональному анализу. - М.: МАИ, 1996. - 744с.*
8. *Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. - Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2001. - 464с.*
9. *Колчин В.Ф. Случайные отображения. – М.: Наука, 1984. – 208с.*
10. *Сачков В.Н. Вероятностные методы в комбинаторном анализе. - М.: Наука, 1978. - 288с.*

11. *Кофман А. Введение в прикладную комбинаторику. - М.: Наука, 1975. - 480с.*
12. *Баранников Л.Н., Чикин А.В. Применение циклического кода (15,4), допускающего мажоритарное декодирование в каналах связи с пакетными ошибками.// Бортовые радиотехнические устройства и защита информации: Сб. научн. тр. – М.: МАИ, 2001. – с. 58-66.*

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

Чикин Алексей Викторович, аспирант кафедры радиосистем передачи информации и управления Московского авиационного института (государственного технического университета) e-mail: avchikin@mail.ru.