

Расчёт и проектирование изделий конструкции самолёта из слоистых композитов с учётом межслоевых эффектов

Грищенко С.В.

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия
e-mail: grischenko1911@gmail.com*

Аннотация

Статья посвящена актуальной проблеме проектирования слоистых полимерных композиционных материалов (ПКМ) с учётом возможных негативных межслоевых эффектов, которые приводят к расслоению – виду разрушения композита, который хуже всего прогнозируется на сегодняшний день. Такая проблема наиболее актуальна для зон переменной структуры укладки слоистого композита, иными словами – переходных зон. Ввиду изменения структуры нагрузка между слоями перераспределяется, что приводит к вступлению в работу межслоевого пространства на сдвиг и разрыв.

Соответственно, вопрос расчёта на прочность и проектирования будет рассматриваться, главным образом, применительно к переходным зонам. Приводимые в статье зависимости подходят не только для подбора параметров конструкции при проектировании, но и для расчёта на прочность.

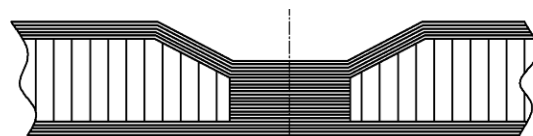
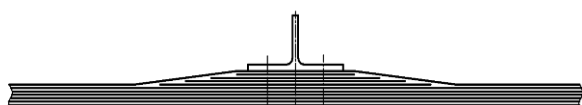
Ключевые слова: композиционный материал, напряжённо-деформированное

состояние, межслоевые напряжения, межслоевой сдвиг, клеяое соединение.

Современные методики проектирования и расчётов на прочность слоистых ПКМ базируются на априорном предположении о постоянстве продольных, сдвиговых и угловых деформаций по толщине пакета. Это предположение в целом справедливо для большей части композитных конструкций в регулярной зоне, так как такое состояние является устойчивым под действием внешних сил. Кроме того, такое предположение удобно для выполнения расчётных процедур при оценке действующих напряжений в слоях.

Однако, в участках с переменной структурой укладки композита, например, зоны с переменной толщиной пакета, происходит перераспределение напряжений между слоями, что заставляет работать хрупкий и слабый материал матрицы между слоями на сдвиг и отрыв.

В этой статье предлагается метод оценки несущей способности пакета слоистого ПКМ с учётом межслоевых напряжений в соответствующих зонах конструкции, что может быть полезно при проектировании и расчёте на прочность. На сегодняшний день участки в изделиях из слоистых ПКМ с переменной структурой укладки (рис.1), где есть вероятность возникновения межслоевых напряжений, являются нерасчётными и проектируются исходя из набора требований и рекомендаций.



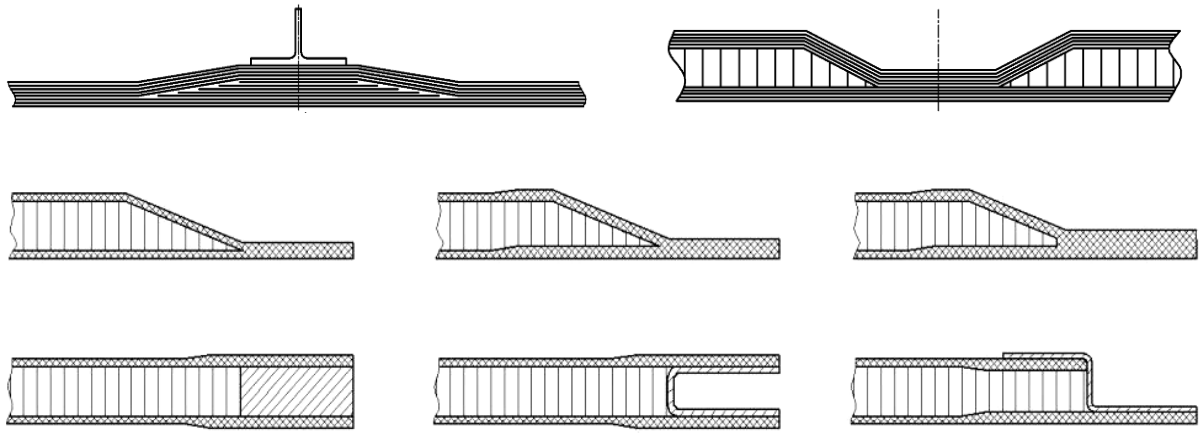


Рис. 1. Участки в конструкциях из ПКМ с переменной структурой укладки

Решение проблемы встречается в работе [5], где подробно рассмотрены вопросы возникновения расслоений в свободных ненагруженных углах панелей из ПКМ, а также в работе Васильева В.В. [12]. В целом, в работах даётся решение задачи теории упругости для идеализированного пространства между слоями композита. Также в работах [7] и [10] слоистый композит рассмотрен как клееная конструкция и НДС межслоевого пространства определялось с позиции именно клеевого соединения.

Наиболее интересной является идея о том, что межслоевые напряжения в слоистом ПКМ аналогичны напряжениям в клеевом соединении. Оно же является наиболее логичным, так как сам по себе слоистый композит представляет из себя набор склеенных между собой слоёв.

Попытки построить достоверную математическую модель клеевого стыка предпринимаются уже давно. Первой и наиболее простой моделью клеевого стыка считают модель Фолькерсена, которая даёт хороший результат в отсутствии изгиба пластин, так как там рассматривается чистый сдвиг клея. Развитием этой модели

является классическая работа Голланда и Рейснера. Предложенные в этой модели подходы на основе вариационных методов позволили распространить модель на случай вязкоупругого состояния клея, а также на случаи температурных деформаций. Подробное описание этих моделей и их вариаций на различные случаи можно найти в работах [1] и [2]. Существуют модели, учитывающие изгибные жёсткости пластин и общий изгиб системы, например в работах [8] и [9].

Поскольку собственные изгибные жёсткости композитного слоя относительно малы, и они жёстко связаны между собой с минимальным эксцентриситетом, то для определения межслоевых напряжений в качестве базовой модели воспользуемся моделью Фолькерсена с несколько изменёнными граничными условиями. На рисунке 2 представлена схема такого соединения.

Считаем, что обе пластины жёстко заделаны с одной стороны, граничные условия там соответствуют состоянию равновесия. Считаем, что напряжения в клеевой прослойке по толщине не изменяются ввиду её небольшой толщины, деформации клея и деталей на границе считают одинаковыми.

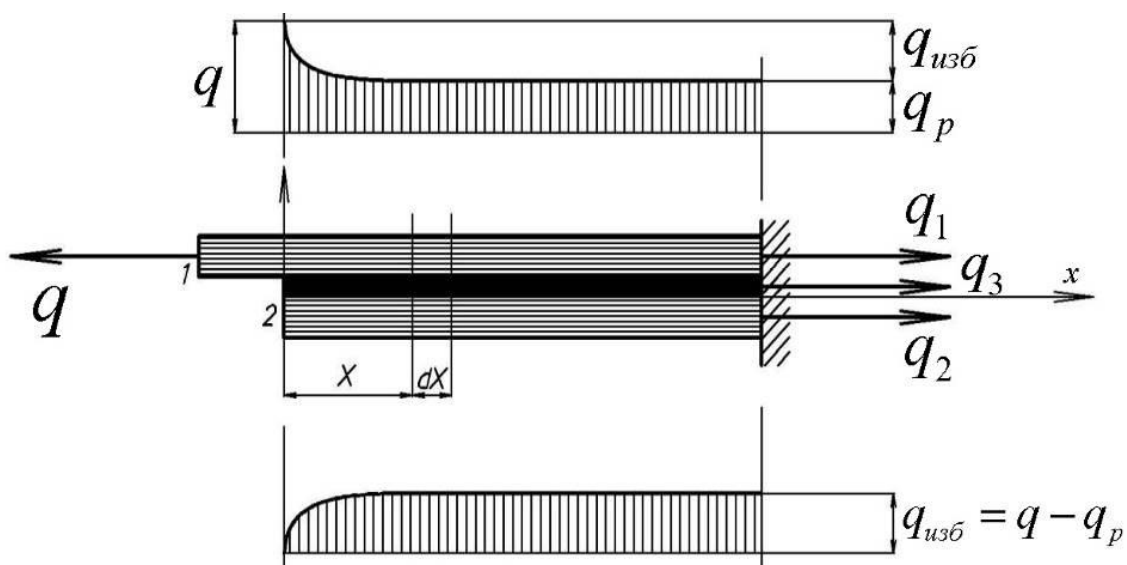


Рис. 2. Модифицированная схема клеевого соединения для ПКМ

Здесь q – внешняя нагрузка на систему; q_1, q_2, q_3 – соответственно погонные усилия в первом, втором и третьем слоях, первые две – величины переменные ввиду перераспределения нагрузок, величину третьей можно считать постоянной, так как её определяет продольная деформация межслоевого пространства композита вдоль X , которая является средней величиной между деформацией первой и второй пластин.

Введём понятия:

Сильный слой – слой, который отдаёт нагрузку при перераспределении;

Слабый слой – слой, который принимает нагрузку в ходе перераспределения;

Равновесное усилие – q_p – усилие, соответствующее состоянию равных деформаций слоёв;

Избыточное усилие – $q_{изб}$ – усилие, которое перераспределяется между слоями.

Для удобства последующего изложения введём понятия жесткостей пластин:

$$\begin{aligned} B_1 &= E_1 \delta_1 \\ B_2 &= E_2 \delta_2 \\ B_3 &= E_3 \delta_3 \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь E_1, E_2 , – соответственно модули упругости в контекстном направлении X для первой и второй пластин; δ_1, δ_2 – соответственно толщины первой и второй пластин; индекс 3 присвоим межслоевому пространству композита.

Общее уравнение равновесия системы можно записать как:

$$q_1 + q_2 + q_3 = q \quad (2)$$

Согласно вышесказанному для q_3 можно принять:

$$q_3 = q \frac{B_3}{B_1 + B_2 + B_3} \quad (3)$$

В данном случае необходимо решить задачу теории упругости для схемы, представленной на рисунке 3.

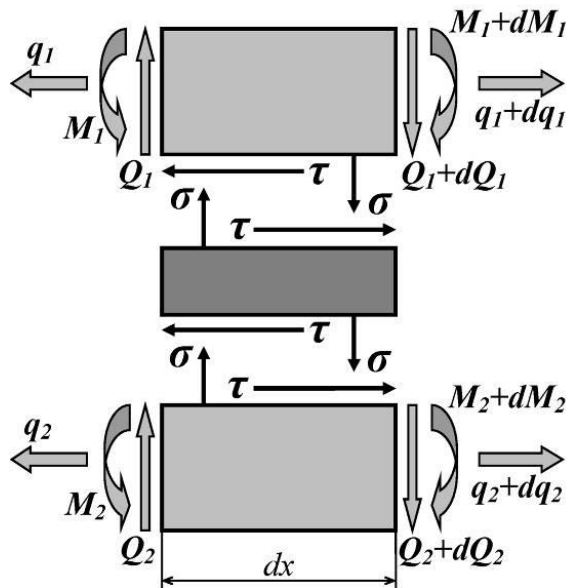


Рис. 3. Напряжения и усилия в слоях клеевого соединения

Дифференциальные уравнения равновесия для такой системы могут быть записаны в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial q_1}{\partial x} - \tau &= 0; & \frac{\partial q_2}{\partial x} + \tau &= 0 \\ \frac{\partial Q_1}{\partial x} - \sigma &= 0; & \frac{\partial Q_2}{\partial x} + \sigma &= 0 \\ \frac{\partial M_1}{\partial x} - Q_1 + \frac{1}{2} \delta_1 \tau &= 0; & \frac{\partial M_2}{\partial x} + Q_2 + \frac{1}{2} \delta_2 \tau &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $q_1, q_2, Q_1, Q_2, M_1, M_2$ – соответственно погонные продольные усилия,

перерезывающие силы и моменты в первой и второй пластине. Система статически неопределима, поэтому необходимо ещё два уравнения совместности деформаций:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \gamma}{\partial x} &= \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\delta_3} + \frac{1}{2\delta_3} \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial x} \delta_1 - \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} \delta_2 \right) \\ \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} &= \frac{1}{\delta_3} \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial x} - \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varphi_1, \varphi_2$ – соответственно продольные и угловые деформации первой и второй пластины; ε и γ – вертикальные и сдвиговые деформации клеевой прослойки. Связь между напряжениями и деформациями описывается уравнениями упругости:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{q_1}{B_1}; \quad \varepsilon_2 = \frac{q_2}{B_2}; \quad \gamma = \frac{\tau}{G}; \quad \varepsilon = \sigma \frac{1 - \mu^2}{E}; \\ \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} &= \frac{12}{B_1 \delta_1^2} M_1; \quad \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} = \frac{12}{B_2 \delta_2^2} M_2 \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь τ, σ – касательные и нормальные напряжения в клеевой прослойке; G, E, μ – соответственно модуль сдвига, модуль упругости и коэффициент Пуассона для межслоевого пространства. В случае с моделью Фолькерсена, то есть в отсутствии изгибов пластин и, соответственно, углов разворота сечений, задача сильно упрощается до одного относительно простого дифференциального уравнения:

$$\frac{\partial^2 q_1}{\partial x^2} - Kq_1 - \frac{q - q_3}{B_2} = 0 \quad (7)$$

$$\text{Где } K = \frac{G}{\delta_3} \left(\frac{1}{B_1} + \frac{1}{B_2} \right)$$

Получили неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с действительными корнями характеристического уравнения. Решив дифференциальное уравнение – получим:

$$q_1 = \frac{q}{B_1 + B_2 + B_3} \left[(B_2 + B_3) \left(\frac{1}{1 - e^{2\sqrt{K} \cdot l}} e^{\sqrt{K} \cdot x} - \frac{e^{2\sqrt{K} \cdot l}}{1 - e^{2\sqrt{K} \cdot l}} e^{-\sqrt{K} \cdot x} \right) + B_1 \right] \quad (8)$$

Для простоты изложения выполним подстановку:

$$\alpha(x) = \frac{1}{1 - e^{2\sqrt{K} \cdot l}} e^{\sqrt{K} \cdot x} - \frac{e^{2\sqrt{K} \cdot l}}{1 - e^{2\sqrt{K} \cdot l}} e^{-\sqrt{K} \cdot x} \quad (9)$$

В этом случае итоговое решение будет записываться как:

$$q_1 = \frac{q}{B_1 + B_2 + B_3} \left[(B_2 + B_3) \alpha(x) + B_1 \right] \quad (10)$$

Исходя из соотношений (4) и учитывая, что в данном случае используется безмоментная модель, можно определить касательные и нормальные напряжения в межслоевом пространстве композита:

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{\partial q_1}{\partial x} = \frac{q \cdot (B_2 + B_3)}{B_1 + B_2 + B_3} \frac{\partial \alpha(x)}{\partial x} \\ \sigma &= \frac{1}{2} \delta_2 \frac{\partial^2 q_1}{\partial x^2} = \frac{1}{2} \delta_2 \frac{q \cdot (B_2 + B_3)}{B_1 + B_2 + B_3} \frac{\partial^2 \alpha(x)}{\partial x^2} = \frac{1}{2} \delta_2 \frac{q \cdot (B_2 + B_3)}{B_1 + B_2 + B_3} K \cdot \alpha(x) \end{aligned} \quad (11)$$

Нормальные напряжения возникают вследствие возникновения местного

момента, который вызывает отрыв пластины. На рисунке 4 изображена схема возникновения местного момента, вызывающего отрыв слоя, на рисунке 5 проиллюстрированы графики распределения продольного усилия в слое, нормальных и касательных напряжений в межслоевом пространстве.

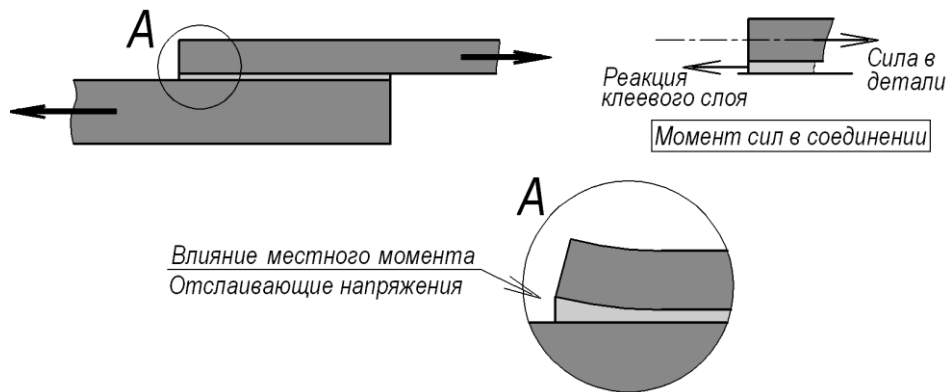


Рис. 4. Механизм возникновения отрыва слоя на концах соединения.

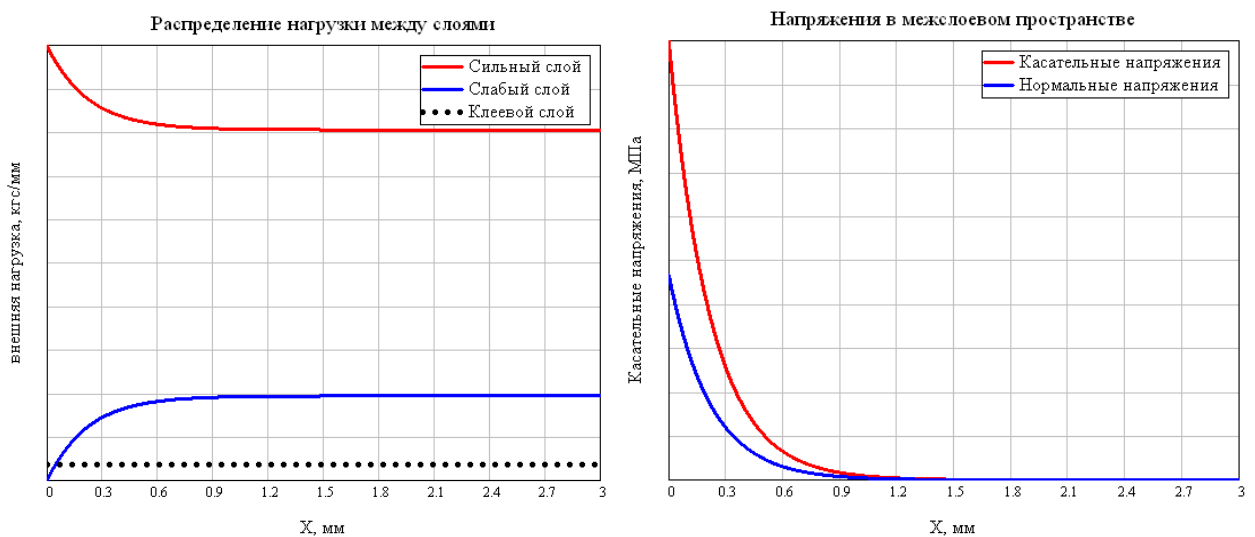


Рис. 5. Распределения нагрузки в слоях и между слоями

Можно сделать вывод, что избыточное усилие в данном случае определяется

как:

$$q_{изб} = \frac{(B_2 + B_3)}{B_1 + B_2 + B_3} \cdot q \quad (12)$$

Индекс 1 в этом случае относится к сильному слою, 2 – к слабому, а 3, соответственно, относится к межслоевому пространству. Используя понятие избыточного усилия, выражения для определения касательных и нормальных напряжений можно несколько упростить:

$$\begin{aligned} \tau &= q_{изб} \cdot \alpha'(x) \\ \sigma &= \frac{1}{2} \delta_2 \cdot K \cdot \alpha(x) \cdot q_{изб} \end{aligned} \quad (13)$$

Иллюстрации распределения напряжений хорошо показывают, что наибольшие значения касательных и нормальных межслоевых напряжений возникают на самых краях слабого слоя, поэтому с точки зрения оценки несущей способности нас будут интересовать главным образом их наибольшие значения.

Для $x=0$ можно записать:

$$\begin{aligned} \tau &= \sqrt{K} \cdot q_{изб} \\ \sigma &= \frac{1}{2} \delta_2 \cdot K \cdot q_{изб} \end{aligned} \quad (14)$$

Из рисунка 5 хорошо видно, что нагрузка перераспределяется между слоями на достаточно небольшой дистанции, и размер этой дистанции зависит во многом как от жёсткости самого связующего материала композита, так и жёсткости сильного и слабого слоёв. На рисунке 6 изображён график, показывающий зависимость дистанции перераспределения усилий между слоями от коэффициента K (7).



Рис. 6. Дистанция перераспределения усилий между слоями.

Точки на рисунке 6 получены в ходе расчёта множества вариантов соотношений жесткостей сильного и слабого слоёв, а также межслоевой прослойки. Полученное множество хорошо аппроксимируется в кривую, уравнение можно записать как:

$$L_q = \frac{8,2558}{\sqrt{K}} \quad (15)$$

Здесь L_q – непосредственно дистанция перераспределения нагрузки, на ней касательные и нормальные напряжения в межслоевом пространстве полностью сходятся к нулю. Это значение может быть полезно для определения шага перехлёста слоёв в зонах с переменной структурой.

На практике, прежде чем определять величину напряжений между слоями, необходимо проанализировать структуру переходной зоны, выделить сильный и

слабый слой, определить их характеристики упругости, толщины. На рисунке 7 изображён пример конструкции переходных зон, где проиллюстрировано, какой слой или совокупность слоёв считать сильным, какой – слабым. В случае с непрерывными слоями может возникнуть необходимость определения отдельной нагрузки на сильный слой или совокупность слоёв, так как её величина может не соответствовать нагрузке на весь пакет.

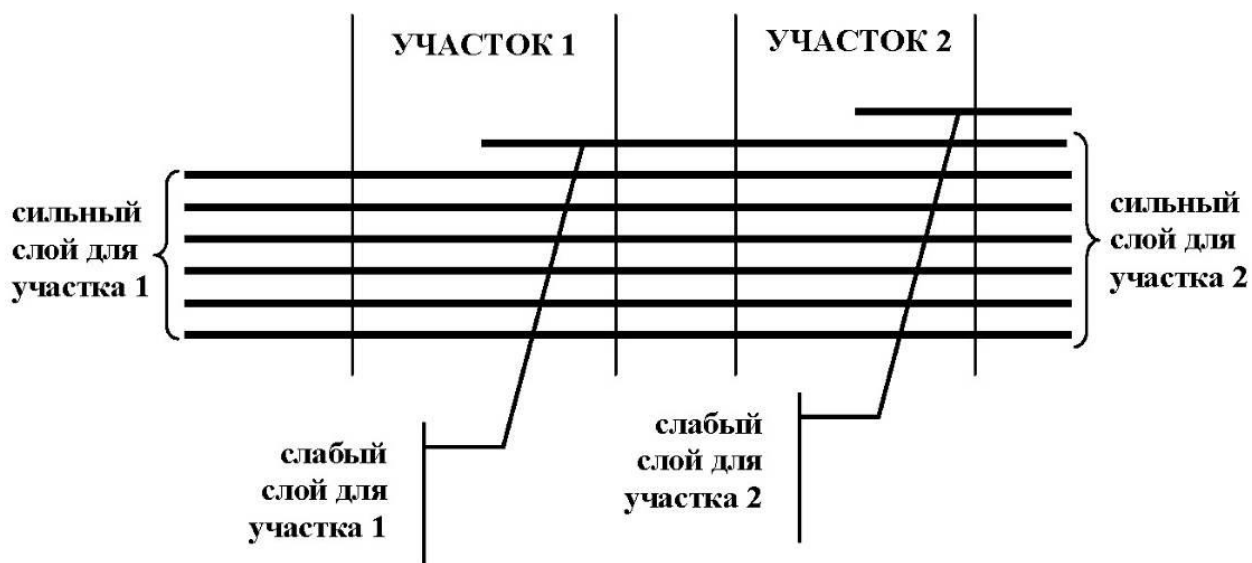


Рис. 7. Сильные и слабые слои.

После определения сильных и слабых слоёв, им, соответственно, присваиваются индексы 1 и 2. Затем необходимо придерживаться следующей последовательности действий:

1. Определить жёсткости (1) сильного и слабого слоёв;
2. При необходимости (в случае наличия непрерывных слоёв), пересчитать нагрузку на сильный слой;
3. Определить коэффициент взаимной жёсткости слоёв K согласно выражению

(7);

4. Рассчитать избыточное усилие по выражению (12);

5. Определить напряжения в межслоевом пространстве согласно выражениям (14).

Для определения прочности по критическому явлению расслоения будем использовать критерий Мизеса-Хилла для трёхмерного напряжённого состояния межслоевого пространства:

$$\frac{(\sigma_X - \sigma_Y)(\sigma_X - \sigma)}{\sigma_{B1}^2} + \frac{(\sigma_Y - \sigma)^2}{\sigma_{B2}^2} + \frac{\tau_{XY}^2}{\tau_{B12}^2} + \frac{\tau}{\tau_{B13}^2} \leq 1 \quad (16)$$

Недостающие компоненты напряжений можно определить через известную жёсткость связующего в межслоевом пространстве:

$$\begin{aligned} \sigma_X &= \frac{E_2}{N \cdot E_{\Sigma X} \delta_M} \cdot q_X \\ \sigma_Y &= \frac{E_2}{N \cdot E_{\Sigma Y} \delta_M} \cdot q_Y \\ \tau_{XY} &= \frac{1}{N \cdot \delta_M} \cdot q_{XY} \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь q_X , q_Y , q_{XY} – внешние нагрузки на пакет; δ_M – толщина одного слоя (монослоя); N – количество слоёв в пакете; E_2 – модуль упругости слоя в направлении поперёк волокон; $E_{\Sigma X}$, $E_{\Sigma Y}$ – совокупные модули упругости пакета.

Система координат $OXYZ$ является привязанной ко всему пакету согласно направлениям действующих нагрузок в исходных данных. Для определения касательных напряжений в межслоевом пространстве необходимо выбрать

нагрузку относительно той оси, вдоль которой происходит перераспределение нагрузки между слоями.

Полученные зависимости хорошо подходят для расчёта переходных зон на прочность. Однако их можно использовать и при проектировании. На рис. 8 изображён общий алгоритм действий конструктора при проектировании зон конструктивного перехода. Он основан на едином алгоритме действий при проектировании конструкции.

В качестве исходных данных можно выделить три основных группы:

- Материалы – конкретная марка композиционного материала, из которого изготовлена конструкция изделия, нерегулярную зону в которой мы рассматриваем. Как правило, применительно к рассматриваемой задаче, материал конструкции уже выбран, так как предварительно разрабатывается конструкция регулярной зоны, материал конструкции уже выбран на этом этапе, поэтому в данном случае марка материала входит в группу исходных данных. Марка материала определяет упругие и механические характеристики монослоёв композита, необходимые в дальнейшем расчёте.
- Действующие нагрузки – выражаются аналогично общей схеме задачи проектирования (см. рис. 4, раздел 1, стр. 14). Однако желательно оси системы координат $OXYZ$ направлять таким образом, чтобы одна из них соответствовала направлению перераспределения нагрузки между слоями.
- Исходная обстановка – представлена на рисунке 9.



Рис. 8. Общий алгоритм действия конструктора при проектировании зон конструктивного перехода слоистых ПКМ



Рис. 9. Исходная обстановка.

Предполагается, что состав и структура укладок 1 и 2 заранее известны, или же одна из них предполагает внесение изменений. Основные варьируемые

параметры – это структура самой зоны перехода (количество и взаимное положение непрерывных и добавляемых слоёв), параметры перехлёста слоёв (ступенчатый или резкий перехлест, длина шага ступени перехлёста), и размеры всей зоны перехода.

В блоке подбора конструктивных параметров предполагается наличие требований и рекомендаций, предъявляемых к зонам конструктивного перехода:

- Желательно сохранять процентный состав укладки при изменении толщины пакета;
- Необходимо избегать стыков и перехлёстов слоёв с разной ориентацией волокон, чтобы избежать межслоевой концентрации напряжений и преждевременного расслоения;
- Не допускаются провалы и пустоты внутри пакета;
- Шаг обрезки слоёв не менее 20 толщин монослоя, что обеспечивает плавность включения и выключения слоёв;
- В зоне перехода должны быть непрерывные слои, между ними допускается не более 4-х обрезаемых слоёв.

Исключение может составлять лишь размер шага перехлёста слоёв, если в требованиях он регламентируется как не менее 20-30 толщин монослоя, то теперь можно использовать аналитическую зависимость (15).

В этом случае размер шага перехлёста слоёв может быть переменным, что предоставляет дополнительные возможности для оптимизации конструкции. Также очевидным становится требование ступенчатого изменения толщины пакета, так

как касательные напряжения при передачи на потенциально более жёсткую группу слоёв (чем на один слой) больше, так как $q_{изб}$, передаваемое в таком случае, больше.

Далее следует определение напряжений и оценка предельного состояния по критерию прочности. После конструктор принимает решение, изменить структуру или закончить решение задачи.

Данная методика позволяет не только умозрительно и конструктивно подобрать параметры конструкции переходной зоны, но и оценить прочность. Также методика даёт представление о физике процесса работы конструкции переходной зоны под нагрузкой, содержит требования и рекомендации, позволяющие эффективно сократить диапазон возможных значений подбираемых параметров и в целом снизить трудоёмкость проектирования. Полученные зависимости открывают дополнительные возможности для параметрической оптимизации конструкций зон конструктивного перехода.

Библиографический список

1. Goland M., Reissner E. The stresses in Cemented Joints // J. App. Mech., Vol. 11, 1944, A11-A27.
2. Hart-Smith L.J., Adhesive-Bonded., Single-Lap Joints / Douglas Aircraft Co., NASA Langley Report CR 112236, 1973.
3. MIL-HDBK-17-3F, Composite materials handbook, volume 3 of 5: polymer matrix composites materials usage, design, and analysis, US Department of Defense

handbook, 2002.

4. Nicolas K. Photiou, Rehabilitation of steel members utilizing hybrid FRP composite materials systems, University of Surrey, School of Engineering, 2005.
5. Пэйгано Н. Межслойные эффекты в композитных материалах: Пер. с англ. – М.: Мир, 1993. – 346 с.
6. Алфутов Н.А., Зиновьев П.А., Попов Б.Г. Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1984. – 264 с.
7. Гришин В.И., Дзюба А.С., Дударьков Ю.И. Прочность и устойчивость элементов и соединений авиационных конструкций из композитов. – М.: Издательство физико-математической литературы, 2013. - 272 с.
8. Куреннов С.С. Моделирование клеевого слоя в соединении двухпараметрическим упругим основанием // Вестник Национального технического университета «ХПИ». 2012. № 54. С. 112-118.
9. Куреннов С.С. Модель двухпараметрического упругого основания в расчёте напряжённого состояния клеевого соединения // Электронный журнал «Труды МАИ», выпуск № 66: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=40246> (дата публикации 27.06.2013).
10. Малышева Г.В. Склеивание в машиностроении: Справочник. - Москва, Наука и технологии, 2005. - 544 с.
11. Попов Б.Г. Расчет многослойных конструкций вариационно-матричными методами: Учебное пособие. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1993 . – 294

с.

12. Васильев В.В., Протасов В.Д., Болотин В.В. Композиционные материалы: Справочник. – М: Машиностроение, 1990. – 512 с.

13. Максименко В.Н., Олегин И.П. Прогнозирование прочности композитных конструкций: Учебно-методическое пособие. – Новосибирск, НГТУ, 1994. – 90

с.