

УДК 629.783-112:621.396

## **Исследование задачи определения эфемерид системы ГЛОНАСС по межспутниковым измерениям на основе орбитального кристалла**

А.К. Гречкосеев, В.Н. Почукаев

### **Аннотация**

Предлагается подход к исследованию задачи уточнения эфемерид системы ГЛОНАСС по межспутниковым измерениям дальности на основе орбитального кристалла. Формулируются и доказываются достаточные условия единственности уточнения орбитального кристалла по межспутниковым измерениям дальности. Показывается выполнимость достаточных условий для системы ГЛОНАСС. Получены аналитические оценки зависимости погрешности уточнения относительных координат орбитального кристалла от погрешностей межспутниковых измерений дальности. Полученные результаты позволяют связать геометрические свойства орбитального кристалла с относительным уточнением опорных эфемерид по мгновенным межспутниковым измерениям дальности.

### **Ключевые слова**

базисные созвездия; межспутниковые измерения; орбитальный кристалл; система ГЛОНАСС; цепочка созвездий; эфемериды.

В космической навигационной системе ГЛОНАСС используется межспутниковая радиолиния, позволяющая проводить измерения дальности между КА орбитальной группировки. На самом деле проводятся измерения псевдодальности, основанные на определении по коду временной задержки распространения сигнала от одного КА до другого. Это измерение зависит как собственно от геометрического расстояния между КА, так и от разницы хода их бортовых часов. Однако поскольку межспутниковые измерения (МСИ) – взаимные измерения псевдодальности, то существуют способы перехода от псевдодальностей к измерениям

дальностей и декомпозиции задачи уточнения эфемерид и параметров ухода бортовых часов на две отдельные.

В данной статье рассматривается только задача уточнения эфемерид по межспутниковым измерениям дальности на борту КА. Первоначально эфемериды навигационных КА определяются в наземном комплексе управления по измерениям наземных средств и закладываются на борт навигационных КА с периодичностью раз в 12 часов или раз в 24 часа и передаются потребителю в навигационном кадре. Назовем их опорными эфемеридами, которые представляют собой прогноз параметров движения навигационных КА на заданный интервал времени. Опорные эфемериды известны с погрешностями в единицы метров, но при увеличении интервала закладки или при функционировании системы в автономном режиме эти погрешности возрастают до десятков и даже сотен метров. Если разложить погрешности эфемерид в орбитальной системе координат, связанной с центром масс КА, на трансверсальную (вдоль орбиты), бинормальную (перпендикулярно плоскости орбиты) и радиальную (по радиусу вектору) составляющие, то именно трансверсальная и радиальная составляющие существенно возрастают при увеличении интервалов закладки [1].

Стоит задача уменьшения погрешностей эфемерид навигационного кадра с использованием МСИ дальностей. Обычный подход к исследованию задачи – численное моделирование процесса проведения и обработки межспутниковых измерений по заданным алгоритмам. Однако этот подход не позволяет генерировать алгоритмы обработки и главное - объяснить почему один алгоритм обработки более эффективен другого. Предлагается новый подход к исследованию задачи уточнения эфемерид по МСИ дальности. Этот подход дополняет математическое моделирование процесса и основан на понятии "орбитальный кристалл" (ОК).

Орбитальную группировку навигационной спутниковой системы можно представить в геометрическом аспекте как движущийся орбитальный многогранник (орбитальный кристалл), в вершинах которого находятся КА. Межспутниковые измерения дальности между вершинами многогранника – длины ребер и диагоналей.

Используя опорные эфемериды можно вычислить опорный орбитальный кристалл, который отличается от точного орбитального кристалла, построенного на точных эфемериды. Если точный ОК повернуть вокруг центра Земли (начала геоцентрической системы координат), то МСИ дальностей не изменятся. Если рассматривать движение вершин ОК в невозмущенном поле сил, то такое вращение ОК не изменит и движение точного ОК. Следовательно, по МСИ дальностей для невозмущенного движения нельзя провести абсолютное уточнение опорного ОК в геоцентрической системе координат.

Поэтому проведем декомпозицию задачи уточнения движения ОК на мерном интервале на две подзадачи:

- определение системы параметров движения ОК, которые могут быть единственным образом определены по МСИ дальности (уточнение относительного движения ОК);
- определение параметров движения ОК, которые не могут быть определены по МСИ (углы разворота движения уточненного ОК относительно точного ОК).

Угловые повороты влияют на углы ориентации плоскостей орбит вершин ОК в ГСК (т.е. на наклонение орбиты и долготу восходящего узла орбиты) и не влияют на внутриплоскостные параметры – большую полуось, эксцентриситет, аргумент перигея, аргумент широты. Если теперь рассматривать интервал автономного функционирования системы, то погрешности опорных эфемерид (погрешности прогноза параметров движения КА, заложенных с Земли, на интервал автономности) ведут себя следующим образом:

- для внутриплоскостных параметров движения они существенно возрастают с течением времени (в орбитальной системе координат это вдоль орбиты и по радиальной составляющей);
- для параметров ориентации плоскости орбиты в инерциальной геоцентрической системе координат они нарастают не существенно (в орбитальной системе координат это по бинормали) на значительных интервалах времени.

Следовательно, главной составляющей в погрешности знания движения ОК на интервале автономного функционирования является погрешность знания относительного движения ОК. Этот факт определяет исключительную важность исследования задачи уточнения по МСИ дальностей относительного движения ОК.

Задачу уточнения относительного движения ОК по МСИ дальностей рассматриваем последовательно: на начальном этапе - уточнение ОК только по измерениям на один момент времени; на последующем этапе - уточнение движения ОК на мерном интервале. В данной статье получены результаты для задачи уточнения ОК по МСИ дальностей на один момент времени.

Итак, пусть между всеми КА орбитальной группировки (ОГ) на дискретные моменты времени проводятся межспутниковые измерения дальности. Предположим, что измерения между всеми КА ОГ проводятся одновременно и мгновенно (влиянием реальных циклограмм проведения межспутниковых измерений в данном случае пренебрегаем и будем учитывать при численном моделировании). В дальнейшем, вместо КА иногда будем употреблять слово «точка».

В дальнейшем рассматриваем только орбитальную группировку космической навигационной системы ГЛОНАСС, хотя данный подход можно применить и к орбитальной группировке системы GPS.

Для системы ГЛОНАСС определены 3 номинальных орбитальных плоскости с наклонениями  $64,8^\circ$  и номинальными долготами восходящих узлов  $\Omega_1, \Omega_2 = \Omega_1 + 120^\circ, \Omega_3 = \Omega_1 + 240^\circ$ . В каждой орбитальной плоскости находится по 8 навигационных КА. При прохождении первым КА восходящего узла номинальные аргументы широты всех КА ОГ вычисляются по формулам

$$u_{io} = \begin{cases} 360^\circ - (i-1) \cdot 45^\circ, & i = 1, \dots, 8 \\ 360^\circ - (i-9) \cdot 45^\circ + 15^\circ, & i = 9, \dots, 16 \\ 360^\circ - (i-17) \cdot 45^\circ + 30^\circ, & i = 17, \dots, 24 \end{cases}, \quad (1)$$

где  $i$  - номер КА в ОГ. В номинальной ОГ все КА движутся по круговым орбитам.

Базисные созвездия точек

Обозначим  $K_1, \dots, K_{24}$  - геометрические точки центров масс КА ОГ на какой-то заданный момент времени  $t$  в трехмерном пространстве.

Обозначим  $\{D^{ij}(t), i < j, i = i_1, \dots, i_n; j = i_2, \dots, i_n; i_1 < i_2 < \dots < i_n\}$  - массив межспутниковых измерений между всеми КА созвездия на момент  $t$ . В созвездии находится  $n$  КА с номерами  $i_1, \dots, i_n$ . Если между  $K_i$  и  $K_j$  нельзя провести межспутниковое измерение (нет взаимной видимости), то полагаем  $D^{ij} = 0$ .

**Определение 1.** Если на момент измерений  $t$  все  $D^{ij} > 0$ , то циклограмма МСИ и данное созвездие называются полными для данного момента времени.

Понятно, что такая циклограмма не может быть технически реализована для всей ОГ из-за отсутствия видимости между антиподными в одной плоскости парами КА, т.е. между  $K_i$  и  $K_{i+4}$  ( $i = 1, \dots, 4$  или  $i = 9, \dots, 12$  или  $i = 17, \dots, 20$ ). Однако если мы возьмем подмножество ОГ, то для него возможна полная циклограмма МСИ. Например  $\{K_1, K_2, K_3, K_4\}$  - созвездие, для которого возможна полная циклограмма МСИ. Следовательно в полном созвездии между всеми точками проведены измерения дальности или существует взаимная видимость. В дальнейшем будем предполагать, что если существует взаимная видимость между точками, то обязательно проводится измерение дальности между этими двумя точками.

Введем понятие цепочки. Пусть  $S_i$  - созвездие точек, между которыми проводятся МСИ дальности.

**Определение 2.** Упорядоченная последовательность разных созвездий  $S_{i_1}, S_{i_2}, \dots, S_{i_k}$  называется цепочкой созвездий, если все последовательные парные пересечения  $S_{i_1} \cap S_{i_2}, S_{i_2} \cap S_{i_3}, \dots, S_{i_{k-1}} \cap S_{i_k}$  содержат не менее 3 точек. Если цепочка созвездий содержит все точки ОГ, то такая цепочка называется полной.

Например, последовательность созвездий  $S_1 = \{1,2,3,4\}, S_2 = \{2,3,4,5\}, S_3 = \{3,4,5,6\}, S_4 = \{4,5,6,7\}, S_5 = \{5,6,7,8\}$  представляет собой цепочку.

Введем понятие базиса. Базис – это три точки с взаимной видимостью или полное созвездие из трех точек.

**Определение 3.** Созвездие называется базисным, если в нем существует базис и все точки созвездия видны базисом. Если три точки базиса принадлежат разным орбитальным плоскостям, то базисное созвездие называется основным.

Очевидно, что полное созвездие – базисное, но обратное неверно. Итак, в базисном созвездии есть три точки с взаимной видимостью и любая другая точка видна этими тремя базисными точками, но не обязательна видимость между точками, которые не базисные. Для базисного созвездия с учетом знания опорных эфемерид справедлива следующая теорема.

**Теорема 1.** Для базисного созвездия можно единственным образом уточнить по МСИ дальности (как геометрическую фигуру) его опорный орбитальный кристалл .

Доказательство.

Пусть  $K_1, K_2, K_3$  - базис, т.е. измерены (известны) расстояния (дальности) между тремя точками  $D_{12}, D_{13}, D_{23}$ . Введем систему координат на базисе  $X^b Y^b Z^b K_1$ : начало в точке  $K_1$ ; ось  $X^b$  проходит через  $K_2$ , ось  $Y^b$  ортогональна  $X^b$  и находится в плоскости, проходящей через три точки  $K_1, K_2, K_3$ , таким образом, что точка  $K_3$  находится в четверти  $X^b K_1 Y^b$ ; ось  $Z^b$  дополняет систему координат до правой (см. рис. 2). Как следует из геометрии орбитальной структуры, три точки базиса не могут лежать на одной прямой.

Если в созвездии только три точки, то теорема доказана, т.к. треугольник однозначно определяется своими сторонами. Координаты точек в  $X^b Y^b Z^b K_1$

$$\begin{aligned}
& K_1(0,0,0), \\
& K_2(D_{12},0,0), \\
& K_3(D_{13} \cdot \cos \alpha_1, D_{13} \cdot \sin \alpha_1, 0),
\end{aligned}$$

где  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  - углы в треугольнике  $K_1K_2K_3$ , которые могут быть однозначно определены через стороны

$$\begin{aligned}
D_{23}^2 &= D_{12}^2 + D_{13}^2 - 2D_{12} \cdot D_{13} \cdot \cos \alpha_1 \\
\sin \alpha_1 &= \sqrt{1 - \cos^2 \alpha_1}
\end{aligned}$$

Пусть в созвездии есть еще другие точки  $K_4, K_5, \dots, K_m$ . Между базисом и точками известны дальности  $(D_{14}, D_{24}, D_{34}), (D_{15}, D_{25}, D_{35}), \dots, (D_{1m}, D_{2m}, D_{3m})$ . Если соединить точки  $K_1, K_2, K_3, K_4$  отрезками, то получим пирамиду с известными ребрами. Пирамида определяется своими ребрами. Однако в каком полупространстве находится точка  $K_4 + Z^b$  или  $-Z^b$  определить только по дальностям нельзя. Здесь необходима дополнительная информация и она есть, так как опорные эфемериды КА позволяют единственным образом определить полуплоскость.

Следовательно, можно единственным образом вычислить координаты  $K_4$  в  $X^b Y^b Z^b K_1$ .

Рассуждая аналогично, можно однозначно вычислить координаты точек  $K_5, \dots, K_m$  и вычислить расстояния между точками, у которых нет взаимной видимости и следовательно единственным образом определить орбитальный кристалл данного созвездия.

Вычислим координаты  $K_4$  в  $X^b Y^b Z^b K_1$ . Обозначим  $(\beta_1, \beta_2, \beta_3), (\delta_1, \delta_2, \delta_3)$  - углы в треугольниках  $K_1K_2K_4$  и  $K_1K_3K_4$ . Все углы однозначно вычисляются через известные (измеренные) стороны треугольников. Опустим из  $K_4$  перпендикуляр на плоскость  $X^b K_1 Y^b$  и пусть он пересекает эту плоскость в т.  $O$ , а из нее проведем перпендикуляр на отрезок  $K_1K_2$  и точку пересечения обозначим  $A$ . Обозначим угол  $\angle OAK_4$  через  $\varphi$ . Угол  $\varphi$  есть угол в сферическом треугольнике со сторонами  $\beta_1, \delta_1, \alpha_1$  и вычисляется по формуле

$$\cos \varphi = \frac{\cos \delta_1 - \cos \beta_1 \cos \alpha_1}{\sin \beta_1 \sin \alpha_1}, \alpha_1 \neq 0, \beta_1 \neq 0$$

Тогда

$$AK_4 = \sin \beta_1 \cdot D_{14}$$

$$AO = AK_4 \cdot \cos \varphi = \cos \varphi \cdot \sin \beta_1 \cdot D_{14}$$

$$AK_1 = \cos \beta_1 \cdot D_{14}$$

$$OK_4 = D_{14} \cdot \sin \beta_1 \cdot \sin \varphi$$

и точка  $K_4$  имеет следующие координаты

$$K_4(D_{14} \cdot \cos \beta_1, D_{14} \cdot \cos \varphi \cdot \sin \beta_1, D_{14} \cdot \sin \beta_1 \cdot \sin \varphi)$$

Таким образом, теорема 1 доказана.

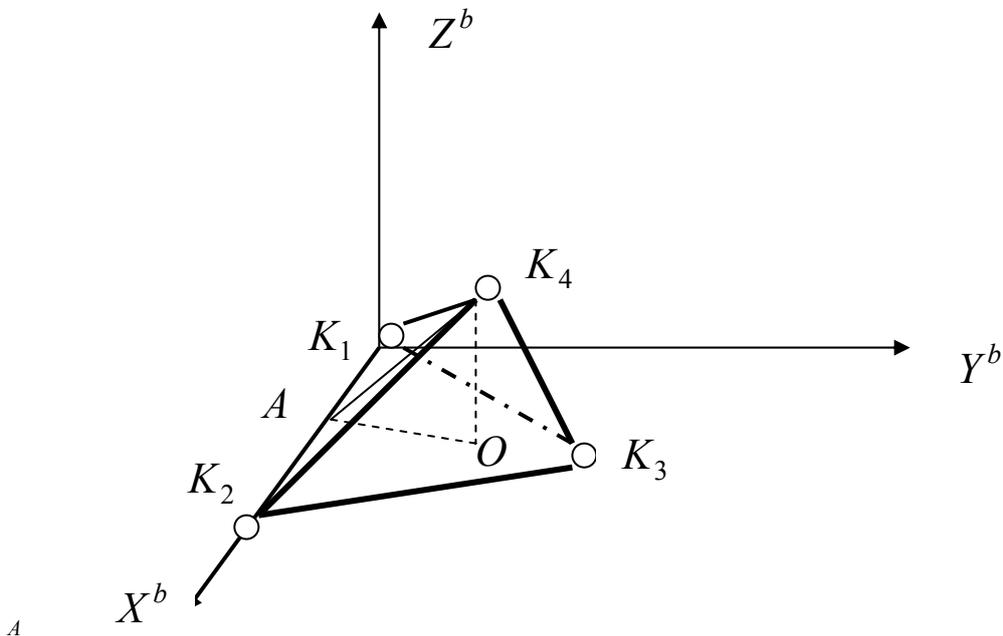


Рис. 1. Точки в системе координат на базисе

Если есть два базисных созвездия  $B_1, B_2$  и их пересечение содержит хотя бы 3 точки, то все точки созвездия  $B_2$  могут быть определены единственным образом в системе координат базиса  $B_1$ . Действительно, общие точки, как следует из теоремы 1, могут быть определены в системе координат созвездия  $B_1$ . Выбираем три общие точки, не лежащие на одной прямой, строим на них систему координат для созвездия  $B_2$ . Поскольку вектора орты данной системы координат единственным образом определены в системе координат на базисе созвездия  $B_1$ , то переход от одной системы координат к другой определен полностью.

Так как базисные точки созвездия  $B_2$  видны тремя общими точками (это следует из определения базисного созвездия), то можно единственным образом вычислить координаты базисных точек созвездия  $B_2$  в системе координат, связанной с тремя общими точками. Но тогда вектора орты, образующие систему координат на базисе созвездия  $B_2$ , будут полностью определены в системе координат, связанной с тремя общими точками, и следовательно будет единственным образом определена матрица перехода и вектор смещения от одной системы координат к другой.

Все точки созвездия  $B_2$  определяются единственным образом в системе координат на базисе созвездия  $B_2$ , как следует из теоремы 1. Но тогда с помощью двух преобразований могут быть вычислены координаты всех точек созвездия  $B_2$  в системе координат на базисе созвездия  $B_1$ . Аналогично показывается для созвездий  $B_2$ ,  $B_3$  и т.д.

Если теперь можно построить цепочку базисных созвездий  $B_1, B_2, \dots, B_m$ , включающую все точки ОГ, то все точки ОГ могут быть вычислены в системе координат первого базиса созвездия  $B_1$ . Таким образом, доказана теорема 2.

**Теорема 2.** Если из множества МСИ дальностей ОГ на момент времени  $t$  можно построить цепочку базисных созвездий, содержащую все точки ОГ, то опорный орбитальный кристалл для всей ОГ уточняется единственным образом.

Если теперь решать задачу уточнения орбитального кристалла всей орбитальной группировки по МСИ дальностей, то достаточно из всего множества МСИ выбрать цепочку базисных созвездий, которая содержит все КА. Обработка МСИ такой цепочки базисных созвездий обеспечивает единственность решения в задаче уточнения орбитального кристалла.

Полученные результаты также имеют значение при автономном уточнении опорных эфемерид по МСИ на борту каждого КА орбитальной группировки. В данном случае, КА имеет видимость не со всеми другими КА орбитальной группировки, а с подмножеством - созвездием. В данном созвездии проведены измерения дальности не только между данным КА и остальными КА, но также между некоторыми из созвездия. Возникает вопрос: можно ли по выборке измерений уточнить орбитальный кристалл? Ответ следует из теоремы 1. Если из данного созвездия можно выбрать базисное созвездие, то массив межспутниковых измерений данного базисного созвездия является достаточным для уточнения орбитального кристалла.

## 2. Построение базисных созвездий

Исследуем выполнимость условий теоремы 2 для орбитальной группировки ГЛОНАСС при различных углах межспутниковой видимости.

Следует отметить, что данные исследования можно проводить как на основе полных моделей движения КА ОГ (численного интегрирования уравнений движения и полного моделирования межспутниковых измерений), так и на основе упрощенных аналитических соотношений. При этом основные выводы о выполнимости условий теоремы 2 не меняются.

Применим, как более наглядный, аналитический подход. Предполагаем, что КА движутся по круговым орбитам радиуса  $r$  в невозмущенном поле сил. Рассмотрим две произвольных точки  $q, k$  из разных номинальных орбитальных плоскостей на один момент времени. Пусть  $r^q, i^q, \Omega^q, u^q$  - радиус, наклонение, долгота восходящего узла и аргумент широты точки  $q$  и  $r^k, i^k, \Omega^k, u^k$  - радиус, наклонение, долгота восходящего узла и аргумент широты точки  $k$ . Обозначим  $\alpha$  - угол между векторами  $r^q$  и  $r^k$ . Учитывая, что  $\cos \alpha = r^q \cdot r^k / r^2$  и используя известные формулы расчета векторов положения КА через оскулирующие элементы можно получить следующую формулу

$$\begin{aligned} \cos \alpha = & \sin u^q \cdot \sin u^k \cdot (\sin i^k \cdot \sin i^q + \cos i^q \cdot \cos i^k \cdot \cos \Delta\Omega) + \\ & \sin u^q \cdot \cos u^k \cdot \cos i^q \cdot \sin \Delta\Omega - \\ & \cos u^q \cdot \sin u^k \cdot \cos i^k \cdot \sin \Delta\Omega + \cos u^q \cdot \cos u^k \cdot \cos \Delta\Omega, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\Delta\Omega = \Omega^k - \Omega^q$ . Угол  $\alpha$  изменяется от  $0^\circ$  до  $180^\circ$ .

Тогда условие видимости для  $(q, k)$  записывается в виде

$$\frac{\alpha}{2} \leq \theta_{mci}, \quad (3)$$

где  $\theta_{mci}$  - угол, определяющий диаграмму направленности антенны межспутниковой радиолинии; отсчитывается от плоскости, касательной к шару радиуса  $r$  в точке  $q$ , до поверхности конуса с вершиной в точке  $q$  и осью, проходящей через центр Земли (рис. 2).

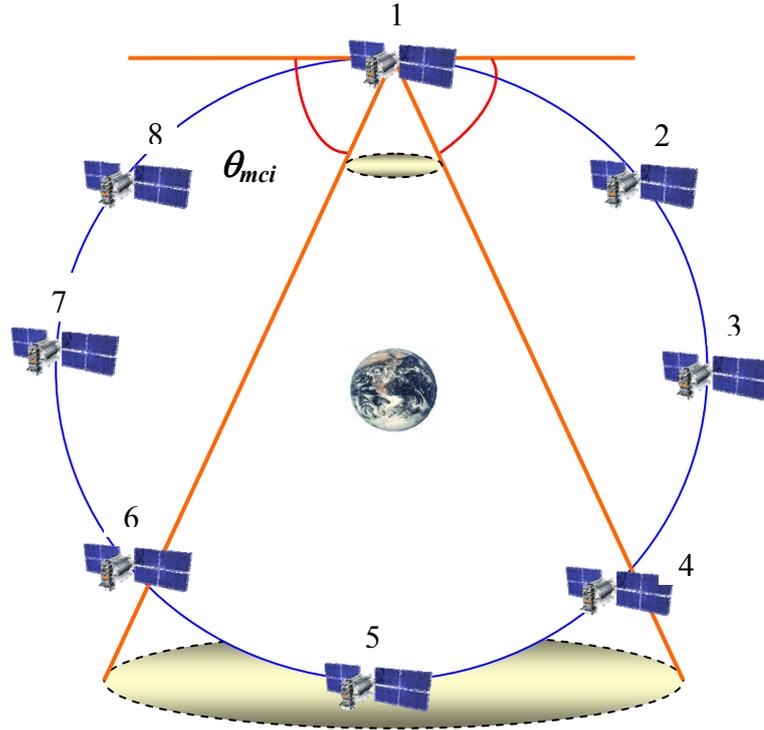


Рис. 2 Диаграмма направленности антенны межспутниковой радиолинии

Условие (3) эквивалентно другому условию

$$\cos \alpha \geq \cos(2 \cdot \theta_{mci}) \quad (4)$$

Так как рассматриваем номинальное движение всех КА по круговым орбитам с одинаковыми угловыми скоростями, радиусами и наклонениями, то формулу (2) можно упростить

$$\begin{aligned} \cos \alpha = & \sin u^q \cdot \sin(u^q + \varphi^{qk}) \cdot (\sin^2 i + \cos^2 i \cdot \cos \Delta\Omega) + \\ & \left[ \sin u^q \cdot \cos(u^q + \varphi^{qk}) - \cos u^q \cdot \sin(u^q + \varphi^{qk}) \right] \cdot \\ & \cdot \cos i \cdot \sin \Delta\Omega + \cos u^q \cdot \cos(u^q + \varphi^{qk}) \cdot \cos \Delta\Omega = \\ & \sin u^q \cdot \sin(u^q + \varphi^{qk}) \cdot (\sin^2 i + \cos^2 i \cdot \cos \Delta\Omega) - \\ & \sin \varphi^{qk} \cdot \cos i \cdot \sin \Delta\Omega + \cos u^q \cdot \cos(u^q + \varphi^{qk}) \cdot \cos \Delta\Omega = \\ & \kappa_1^{qk} \cdot \sin u^q \cdot \sin(u^q + \varphi^{qk}) + \\ & \kappa_2^{qk} \cdot \cos u^q \cdot \cos(u^q + \varphi^{qk}) + \kappa_3^{qk} \sin \varphi^{qk} \end{aligned}$$

где

$$\varphi^{qk} = u_{ko} - u_{qo}, \quad \kappa_1^{qk} = \sin^2 i + \cos^2 i \cdot \cos \Delta\Omega,$$

$$\kappa_2^{qk} = \cos \Delta\Omega, \quad \kappa_3^{qk} = -\cos i \cdot \sin \Delta\Omega$$

$$i^q = i^k = i.$$

Преобразовывая последнее соотношение получим

$$\cos \alpha = A(\Delta\Omega) \cdot \cos(2u^q + \varphi^{qk}) + B(\Delta\Omega) \cdot \cos \varphi^{qk} + C(\Delta\Omega) \cdot \sin \varphi^{qk}, \quad (5)$$

где

$$A(\Delta\Omega) = \frac{1}{2}(k_2^{qk} - k_1^{qk}) = \frac{1}{2} \sin^2 i \cdot (\cos \Delta\Omega - 1)$$

$$B(\Delta\Omega) = \frac{1}{2}(k_2^{qk} + k_1^{qk}) = \frac{1}{2}(\sin^2 i + \cos^2 i \cdot \cos \Delta\Omega + \cos \Delta\Omega)$$

$$C(\Delta\Omega) = -\cos i \cdot \sin \Delta\Omega$$

Используя формулу (5) преобразуем неравенство (4) к виду

$$\cos(2u^q + \varphi^{qk}) \leq \frac{\cos(2 \cdot \theta_{mci}) - B(\Delta\Omega) \cdot \cos \varphi^{qk} - C(\Delta\Omega) \cdot \sin \varphi^{qk}}{A(\Delta\Omega)} \equiv D(\theta_{mci}, \varphi^{qk}, \Delta\Omega), \quad (6)$$

так как  $A(\Delta\Omega) < 0$ ,  $\Delta\Omega \neq 0$ .

Если  $\Delta\Omega = 0$ , т.е. два КА в одной плоскости, то  $\cos \alpha = \cos \varphi^{qk}$  и тогда условие видимости записывается следующим образом

$$\begin{aligned} \frac{\varphi^{qk}}{2} < \theta_{mci}, \text{ для } \varphi^{qk} \leq 180^0 \\ \frac{\varphi^{qk} - 180^0}{2} < \theta_{mci}, \text{ для } \varphi^{qk} > 180^0 \end{aligned} \quad (7)$$

Введем переменную  $u$  - угол, который проходит КА при равномерном движении по круговой орбите, отсчитываемый от восходящего узла. Угол  $u$  будет играть роль «времени» при движении всей ОГ. Положим, что в начальный момент времени  $u$  совпадает с началом отсчета аргумента широты 1-го КА, т.е.  $u(t_o) = u_{1o} = 0$ . Тогда  $u^q = u + u_{qo}$  и соотношение

$$(6) \text{ переписывается в виде } \cos(2u + u_{qo} + u_{ko}) \leq D(\theta_{mci}, \varphi^{qk}, \Delta\Omega).$$

Для того, чтобы решить неравенство нужно найти корни уравнения

$$\cos(2u + u_{qo} + u_{ko}) = D(\theta_{mci}, \varphi^{qk}, \Delta\Omega),$$

которые находятся по формуле

$$u_j^{qk} = \frac{-(u_{qo} + u_{ko}) + 2\pi m \pm \arccos D(\theta_{mci}, \varphi^{qk}, \Delta\Omega)}{2} \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$j = 1, 2, \dots$$

(8)

Однако нужны не все корни, а только корни из интервала  $[0, 2\pi]$ . На основе формулы (8) были получены интервалы видимости для всех точек ОГ на одном витке  $0^\circ \leq u \leq 360^\circ$ . Таблицы интервалов видимости в настоящей статье не приводятся из-за их больших размеров.

Рассмотрим следующий частный алгоритм построения базисных созвездий (заметим, что он не гарантирует нахождение всего множества цепочек).

1. Для каждой точки первой плоскости найдем, используя таблицу видимости, множество возможных базисов. Для каждого базиса определим интервалы видимости на витке. В результате получим восемь множеств базисов  $M_1^B, \dots, M_8^B$ .

2. Каждому базису множества  $M_1^B$  находим базисные созвездия, которые образуют множество  $S_1^B$ . Для этого из орбитальной группировки находим все КА, которые видны базисом, по таблице вычисляем общий интервал видимости этих КА и вводим такие КА в созвездие. Аналогично находим базисные созвездия для  $M_2^B, \dots, M_8^B$ . В итоге получаем, последовательность множеств базисных созвездий  $S_1^B, \dots, S_8^B$  с соответствующими интервалами видимости на витке.

3. Выбираем из каждого множества базисных созвездий по одному. Проверяем для данной комбинации: образуют ли все 8 созвездий цепочку? Находим пересечение всех интервалов видимости  $[a_i, b_i]$ . Если пересечение пусто, то созвездия не могут образовать цепочку не для одного момента времени. Если пересечение – интервал  $[\alpha, \beta]$ , то находим общие точки у последовательных пар базисных созвездий. Если они все последовательно пересекаются хотя бы в трех точках, то данная последовательность  $(B_1, B_2, \dots, B_7, B_8)$  – цепочка на интервале  $[\alpha, \beta]$ .

4. Проверяем: содержатся ли все точки ОГ в цепочке базисных созвездий? Если содержатся, то все условия теоремы 2 выполняются.

5. Повторяем шаг 3 и 4 для всевозможных комбинаций базисных созвездий.

Алгоритм применялся для различных значений углов взаимной видимости и были получены следующие результаты.

1. Для углов от  $45^\circ$  до  $52^\circ$  не удалось построить цепочки на любой момент времени, были интервалы на витке где последовательность из восьми базисных созвездий разбивалась на две последовательности, которые не имели общих трех точек. Таким образом, с

помощью данного алгоритма не удалось построить полные непрерывные цепочки базисных созвездий на витке.

2. Для углов от  $53^0$  до  $67,5^0$  было получено, что для любого момента времени данный алгоритм позволял построить цепочку базисных созвездий  $(B_1, B_2, \dots, B_8)$ , содержащую все точки ОГ. Это является доказательством выполнимости условий теоремы 2 для полной орбитальной группировки системы ГЛОНАСС, начиная с углов взаимной видимости более  $53^0$ . Более того, с помощью данного алгоритма удалось построить для заданного диапазона углов взаимной видимости непрерывные на витке полные цепочки основных базисных созвездий, т.е. таких, у которых базисные точки в разных плоскостях.

### 3. Оценка погрешности уточнения орбитального кристалла

В предыдущих разделах исследовалась возможность построения орбитального кристалла по межспутниковым измерениям дальности. Рассмотрим вопрос о точности определения относительных координат вершин кристалла при наличии погрешности в измерениях межспутниковой дальности.

Пусть все измерения  $\{D^{ij}(t), i < j, i = 1, \dots, 24; j = 2, \dots, 24\}$  проводятся с погрешностями  $\{\xi^{ij}\}$  такими, что либо  $|\xi^{ij}(t)| \leq \Delta$ , где  $\Delta$  - постоянная величина, либо все погрешности независимые с нулевым математическим ожиданием и постоянной дисперсией  $\sigma_\xi^2$ .

Пусть  $B$  - базисное созвездие и  $K_1, K_2, K_3$  - базис, а  $K_4, K_5, \dots, K_m$  - другие точки созвездия. При доказательстве теоремы 1 приводится алгоритм, позволяющий вычислить координаты вершин точек созвездия  $B$  в системе координат базиса. Координаты базисных точек и любой другой точки созвездия (пусть это будет  $K_4$ ) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} &K_1(0,0,0), \\ &K_2(D_{12},0,0), \\ &K_3(D_{13} \cdot \cos \alpha_1, D_{13} \cdot \sin \alpha_1, 0), \\ &K_4(D_{14} \cdot \cos \beta_1, D_{14} \cdot \cos \varphi \cdot \sin \beta_1, D_{14} \cdot \sin \beta_1 \cdot \sin \varphi) \end{aligned}$$

где  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  - углы в треугольнике  $K_1K_2K_3$ , которые могут быть однозначно определены через стороны

$$\begin{aligned} D_{23}^2 &= D_{12}^2 + D_{13}^2 - 2 \cdot D_{12} \cdot D_{13} \cdot \cos \alpha_1 \\ \sin \alpha_1 &= \sqrt{1 - \cos^2 \alpha_1} \end{aligned} ,$$

$(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ ,  $(\delta_1, \delta_2, \delta_3)$  - углы в треугольниках  $K_1K_2K_4$  и  $K_1K_3K_4$  на рис. 3 (все углы однозначно вычисляются через измеренные стороны треугольников);

$$\cos \varphi = \frac{\cos \delta_1 - \cos \beta_1 \cos \alpha_1}{\sin \beta_1 \sin \alpha_1}, \alpha_1 \neq 0, \beta_1 \neq 0,$$

$$\sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi}$$

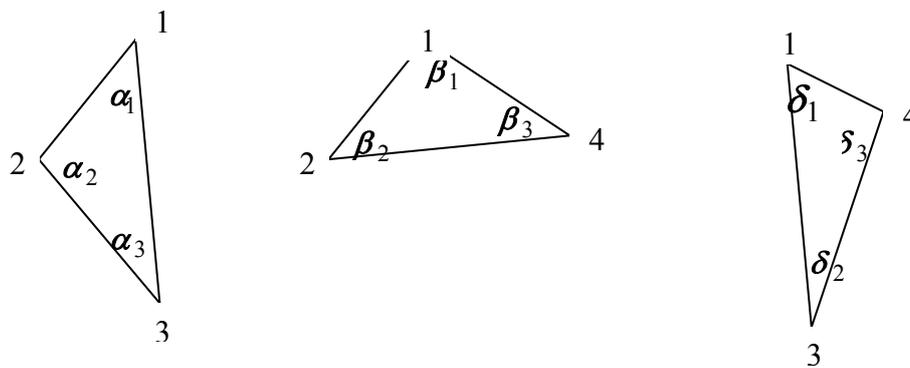


Рис. 3 Треугольники орбитального кристалла базисного созвездия

Очевидно, что погрешность вычисления координат т.  $K_2$  не превышает  $\Delta$ , либо имеет СКО  $\sigma_\xi$ . При вычислении координат любой 4-й точки созвездия участвуют шесть измерений с погрешностями  $\xi^{12}, \xi^{13}, \xi^{23}, \xi^{14}, \xi^{24}, \xi^{34}$ .

Оценим погрешность вычисления первой координаты точки  $K_3$ .

$$(D_{13} \cdot \cos \alpha_1 + v_1) = \frac{(D_{12} + \xi^{12})^2 + (D_{13} + \xi^{13})^2 - (D_{23} + \xi^{23})^2}{2 \cdot (D_{12} + \xi^{12})}, \quad (9)$$

где  $v_1$  - погрешность вычисления первой координаты.

Разложим в окрестности 0 в ряд Тейлора по погрешностям измерений дальности правую часть (9) и ограничимся линейным членом

$$(D_{13} \cdot \cos \alpha_1 + v_1) \approx D_{13} \cdot \cos \alpha_1 + \left( \frac{D_{12}^2 + D_{23}^2 - D_{13}^2}{2 \cdot D_{12}^2} \right) \cdot \xi^{12} + \left( \frac{D_{13}}{D_{12}} \right) \cdot \xi^{13} - \left( \frac{D_{23}}{D_{12}} \right) \cdot \xi^{23}$$

Окончательно

$$\begin{aligned} v_1 &\approx \left( \frac{D_{12}^2 + D_{23}^2 - D_{13}^2}{2 \cdot D_{12}^2} \right) \cdot \xi^{12} + \left( \frac{D_{13}}{D_{12}} \right) \cdot \xi^{13} - \left( \frac{D_{23}}{D_{12}} \right) \cdot \xi^{23} = \\ &= h_{11} \cdot \xi^{12} + h_{12} \cdot \xi^{13} + h_{13} \cdot \xi^{23} \end{aligned} \quad (10)$$

Очевидно, что гарантированная оценка точности запишется в виде

$$|v_1| \leq (|h_{11}| + |h_{12}| + |h_{13}|) \cdot \Delta = \eta_1 \cdot \Delta,$$

а вероятностная оценка

$$\sigma_{v_1} = \sqrt{h_{11}^2 + h_{12}^2 + h_{13}^2} \cdot \sigma_\xi = \theta_1 \cdot \sigma_\xi \quad (11)$$

Оценим погрешность вычисления второй координаты точки  $K_3$

$$(D_{13} \cdot \sin \alpha_1)^2 = D_{13}^2 - (D_{13} \cdot \cos \alpha_1)^2$$

и следовательно

$$(D_{13} \cdot \sin \alpha_1 + v_2)^2 = (D_{13} + \xi^{13})^2 + (D_{13} \cdot \cos \alpha_1 + v_1)^2.$$

Раскрывая скобки и отбрасывая квадраты погрешностей, получим

$$\begin{aligned} (D_{13} \cdot \sin \alpha_1)^2 + 2 \cdot D_{13} \cdot \sin \alpha_1 \cdot v_2 &\approx D_{13}^2 - (D_{13} \cdot \cos \alpha_1)^2 + \\ + 2 \cdot D_{13} \cdot \xi^{13} - 2 \cdot D_{13} \cdot \cos \alpha_1 \cdot v_1 \end{aligned}$$

или

$$v_2 = \frac{\xi_{13}}{\sin \alpha_1} - \operatorname{ctg} \alpha_1 \cdot v_1 = h_{21} \cdot \xi^{12} + h_{22} \cdot \xi^{13} + h_{23} \cdot \xi^{23}$$

$$h_{21} = -\operatorname{ctg} \alpha_1 \cdot h_{11}; h_{22} = \left( \frac{1}{\sin \alpha_1} - \operatorname{ctg} \alpha_1 \cdot h_{12} \right); h_{23} = -\operatorname{ctg} \alpha_1 \cdot h_{13}$$

$$|v_2| \leq (|h_{21}| + |h_{22}| + |h_{23}|) \cdot \Delta = \eta_2 \cdot \Delta \quad (12)$$

$$\sigma_{v_2} = \sqrt{h_{21}^2 + h_{22}^2 + h_{23}^2} \cdot \sigma_\xi = \theta_2 \cdot \sigma_\xi.$$

Оценка погрешности для первой координаты точки  $K_4$  получается аналогично оценке для первой координаты точки  $K_3$

$$v_3 \approx \left( \frac{D_{12}^2 + D_{24}^2 - D_{14}^2}{2 \cdot D_{12}^2} \right) \cdot \xi^{12} + \left( \frac{D_{14}}{D_{12}} \right) \cdot \xi^{14} - \left( \frac{D_{24}}{D_{12}} \right) \cdot \xi^{24} =$$

$$= h_{31} \cdot \xi^{12} + h_{34} \cdot \xi^{14} + h_{35} \cdot \xi^{24}$$

$$|v_3| \leq (|h_{31}| + |h_{32}| + |h_{33}|) \cdot \Delta = \eta_3 \cdot \Delta \quad (13)$$

$$\sigma_{v_3} = \sqrt{h_{31}^2 + h_{32}^2 + h_{33}^2} \cdot \sigma_\xi = \theta_3 \cdot \sigma_\xi.$$

Получим оценку погрешности для второй координаты точки  $K_4$ , ограничиваясь только линейными членами погрешностей

$$D_{14} \cdot \cos \varphi \cdot \sin \beta_1 + v_4 = D_{14} \cdot \frac{\cos \delta_1 - \cos \beta_1 \cdot \cos \alpha_1}{\sin \alpha_1} + v_4 =$$

$$= (D_{14} + \xi^{14}) \cdot \frac{(\cos \delta_1 + \varepsilon_{c\delta}) - (\cos \beta_1 + \varepsilon_{c\beta}) \cdot (\cos \alpha_1 + \varepsilon_{c\alpha})}{(\sin \alpha_1 + \varepsilon_{s\alpha})} \approx \cos \varphi \cdot \sin \beta_1 \cdot \xi^{14} +$$

$$+ \frac{1}{\sin \alpha_1} \cdot D_{14} \cdot \varepsilon_{c\delta} - \operatorname{ctg} \alpha_1 \cdot D_{14} \cdot \varepsilon_{c\beta} - \frac{\cos \beta_1}{\sin \alpha_1} \cdot \frac{D_{14}}{D_{13}} \cdot D_{13} \cdot \varepsilon_{c\alpha} - \frac{\cos \varphi}{\sin \alpha_1} \cdot \frac{D_{14}}{D_{13}} \cdot D_{13} \cdot \varepsilon_{s\alpha}$$

Однако

$$D_{13} \cdot \varepsilon_{c\alpha} = v_1; \quad D_{13} \cdot \varepsilon_{s\alpha} = v_2;$$

$$D_{14} \cdot \varepsilon_{c\delta} = \left( \frac{D_{13}^2 + D_{34}^2 - D_{14}^2}{2 \cdot D_{13}^2} \right) \cdot \xi^{13} + \left( \frac{D_{14}}{D_{13}} \right) \cdot \xi^{14} - \left( \frac{D_{34}}{D_{13}} \right) \cdot \xi^{34};$$

$$D_{14} \cdot \varepsilon_{c\beta} = \left( \frac{D_{12}^2 + D_{24}^2 - D_{14}^2}{2 \cdot D_{12}^2} \right) \cdot \xi^{12} + \left( \frac{D_{14}}{D_{12}} \right) \cdot \xi^{14} - \left( \frac{D_{24}}{D_{12}} \right) \cdot \xi^{24}.$$

Следовательно

$$\begin{aligned}
v_4 &= h_{41} \cdot \xi^{12} + h_{42} \cdot \xi^{13} + h_{43} \cdot \xi^{23} + h_{44} \cdot \xi^{14} + h_{45} \cdot \xi^{24} + h_{46} \cdot \xi^{34} \\
h_{41} &= -ctg\alpha_1 \cdot \left( \frac{D_{12}^2 + D_{24}^2 - D_{14}^2}{2 \cdot D_{12}^2} \right) - \frac{\cos\beta_1}{\sin\alpha_1} \cdot \frac{D_{14}}{D_{13}} \cdot h_{11} - \frac{\cos\varphi}{\sin\alpha_1} \cdot \frac{D_{14}}{D_{13}} \cdot h_{21}; \\
h_{42} &= \frac{1}{\sin\alpha_1} \cdot \left( \frac{D_{13}^2 + D_{34}^2 - D_{14}^2}{2 \cdot D_{13}^2} \right) - \frac{\cos\beta_1}{\sin\alpha_1} \cdot \frac{D_{14}}{D_{13}} \cdot h_{12} - \frac{\cos\varphi}{\sin\alpha_1} \cdot \frac{D_{14}}{D_{13}} \cdot h_{22}; \\
h_{43} &= -\frac{\cos\beta_1}{\sin\alpha_1} \cdot \frac{D_{14}}{D_{13}} \cdot h_{13} - \frac{\cos\varphi}{\sin\alpha_1} \cdot \frac{D_{14}}{D_{13}} \cdot h_{23}; \\
h_{44} &= \frac{1}{\sin\alpha_1} \cdot \frac{D_{14}}{D_{13}} - ctg\alpha_1 \cdot \frac{D_{14}}{D_{12}} + \cos\varphi \cdot \sin\beta_1; \\
h_{45} &= ctg\alpha_1 \cdot \frac{D_{24}}{D_{12}}; \\
h_{46} &= -\frac{1}{\sin\alpha_1} \cdot \frac{D_{34}}{D_{13}}.
\end{aligned}$$

$$|v_4| \leq (|h_{41}| + |h_{42}| + |h_{43}| + |h_{44}| + |h_{45}| + |h_{46}|) \cdot \Delta = \eta_4 \cdot \Delta \quad (14)$$

$$\sigma_{v_4} = \sqrt{h_{41}^2 + h_{42}^2 + h_{43}^2 + h_{44}^2 + h_{45}^2 + h_{46}^2} \cdot \sigma_\xi = \theta_4 \cdot \sigma_\xi$$

Окончательно получим оценку погрешности для третьей координаты точки  $K_4$ , ограничиваясь только линейными членами погрешностей

$$(D_{14} \cdot \sin\varphi \cdot \sin\beta_1 + v_5)^2 = (D_{14} \cdot \sin\beta_1 + D_{14} \cdot \varepsilon_{s\beta})^2 - (D_{14} \cdot \cos\varphi \cdot \sin\beta_1 + v_4)^2$$

$$v_5 \approx \frac{D_{14} \cdot \varepsilon_{s\beta}}{\sin\varphi} - ctg\varphi \cdot v_4;$$

$$D_{14} \cdot \varepsilon_{s\beta} = \frac{\xi_{12}}{\sin\beta_1} - ctg\beta_1 \cdot \left[ \left( \frac{D_{12}^2 + D_{24}^2 - D_{14}^2}{2 \cdot D_{12}^2} \right) \cdot \xi^{12} + \left( \frac{D_{14}}{D_{12}} \right) \cdot \xi^{14} - \left( \frac{D_{24}}{D_{12}} \right) \cdot \xi^{24} \right]$$

$$\begin{aligned}
v_5 &= h_{51} \cdot \xi^{12} + h_{52} \cdot \xi^{13} + h_{53} \cdot \xi^{23} + h_{54} \cdot \xi^{14} + h_{55} \cdot \xi^{24} + h_{56} \cdot \xi^{34} \\
h_{51} &= \frac{1}{\sin \varphi \cdot \sin \beta_1} - \frac{\operatorname{ctg} \beta_1}{\sin \varphi} \cdot \left( \frac{D_{12}^2 + D_{24}^2 - D_{14}^2}{2 \cdot D_{12}^2} \right) - \operatorname{ctg} \varphi \cdot h_{41} \\
h_{52} &= -\operatorname{ctg} \varphi \cdot h_{42} \\
h_{53} &= -\operatorname{ctg} \varphi \cdot h_{43} \\
h_{54} &= -\frac{\operatorname{ctg} \beta_1}{\sin \varphi} \cdot \left( \frac{D_{14}}{D_{12}} \right) - \operatorname{ctg} \varphi \cdot h_{44} \\
h_{55} &= \frac{\operatorname{ctg} \beta_1}{\sin \varphi} \cdot \left( \frac{D_{24}}{D_{12}} \right) - \operatorname{ctg} \varphi \cdot h_{45} \\
h_{56} &= -\operatorname{ctg} \varphi \cdot h_{46} \\
|v_5| &\leq (|h_{51}| + |h_{52}| + |h_{53}| + |h_{54}| + |h_{55}| + |h_{56}|) \cdot \Delta = \eta_5 \cdot \Delta \\
\sigma_{v_5} &= \sqrt{h_{51}^2 + h_{52}^2 + h_{53}^2 + h_{54}^2 + h_{55}^2 + h_{56}^2} \cdot \sigma_\xi = \theta_5 \cdot \sigma_\xi
\end{aligned} \tag{15}$$

Соотношения (11), (12), (13), (14), (15) полностью определяют оценки погрешности вычисления координат КА созвездия, вызываемой погрешностью измерений, в системе координат орбитального кристалла.

Области погрешности вычисления точек орбитального кристалла в собственной системе координат можно представить в виде отрезка для 2-ой базисной точки  $[-\Delta, +\Delta]$  или  $[-\sigma_\xi, +\sigma_\xi]$ , в виде прямоугольника на плоскости для 3-й точки

$$\begin{bmatrix} -\eta_1 \cdot \Delta, +\eta_1 \cdot \Delta \\ -\eta_2 \cdot \Delta, +\eta_2 \cdot \Delta \end{bmatrix} \text{ или } \begin{bmatrix} -\theta_1 \cdot \sigma_\xi, +\theta_1 \cdot \sigma_\xi \\ -\theta_2 \cdot \sigma_\xi, +\theta_2 \cdot \sigma_\xi \end{bmatrix} \text{ и в виде параллелепипеда для любой не базис-}$$

ной точки

$$\begin{bmatrix} -\eta_3 \cdot \Delta, +\eta_3 \cdot \Delta \\ -\eta_4 \cdot \Delta, +\eta_4 \cdot \Delta \\ -\eta_5 \cdot \Delta, +\eta_5 \cdot \Delta \end{bmatrix} \text{ или } \begin{bmatrix} -\theta_3 \cdot \sigma_\xi, +\theta_3 \cdot \sigma_\xi \\ -\theta_4 \cdot \sigma_\xi, +\theta_4 \cdot \sigma_\xi \\ -\theta_5 \cdot \sigma_\xi, +\theta_5 \cdot \sigma_\xi \end{bmatrix}.$$

Вычислим половину диагонали параллелепипеда погрешностей  $i$ -ой точки орбитального кристалла

$$d_g(i) = \Delta \cdot \sqrt{\eta_3^2 + \eta_4^2 + \eta_5^2}(i) = \Delta \cdot \eta(i)$$

$$\text{или } d_p(i) = \sigma_\xi \cdot \sqrt{\theta_3^2 + \theta_4^2 + \theta_5^2}(i) = \sigma_\xi \cdot \theta(i), \quad i = i_1, \dots, i_m$$

$$\eta(i) = \sqrt{\eta_3^2 + \eta_4^2 + \eta_5^2}(i) \text{ или } \theta(i) = \sqrt{\theta_3^2 + \theta_4^2 + \theta_5^2}(i), \quad i = i_1, \dots, i_m$$

**Определение 4.** Величина  $\eta(i)$  или  $\theta(i)$  называется коэффициентом трансформации погрешностей межспутниковых измерений дальности в погрешности относительных координат  $i$  – ой точки орбитального кристалла.

Наибольший на множестве точек базисного созвездия коэффициент трансформации погрешностей измерений можно использовать как критерий для выбора лучших базисных созвездий на момент времени  $t$

$$\begin{aligned} \max_{i=i_1 \dots i_m} \eta(i) &= \eta_B(t), \\ \text{или} & \end{aligned} \tag{16}$$

$$\max_{i=i_1 \dots i_m} \theta(i) = \theta_B(t)$$

Пусть  $S_1^B(t)$  - множество всех базисных созвездий для 1-го КА на момент времени  $t$ . Базисное созвездие для 1-го КА  $B^*(t)$  - оптимальное, если

$$\begin{aligned} B^*(t) &= \arg \min_{B(t) \in S_1^B(t)} \eta_B(t) \\ \text{или} & \end{aligned} \tag{17}$$

$$B^*(t) = \arg \min_{B(t) \in S_1^B(t)} \theta_B(t)$$

Для примера, получим зависимость

$$\theta_B^*(t) = \min_{B(t) \in S_1^B(t)} \theta_B(t)$$

от времени  $t$  на интервале один виток для 1-го КА орбитальной группировки ГЛОНАСС. Для этого на витке моделируем движение всей орбитальной группировки ГЛОНАСС с шагом  $1^\circ$ . Для первого КА получаем множество всех базисных созвездий на заданный момент времени. Вычисляем для каждого базисного созвездия величину  $\theta_B$  и находим среди них минимальное значение. На рис. 4 приведена зависимость  $\theta_B^*$  от времени, выраженного в угле  $u$ .

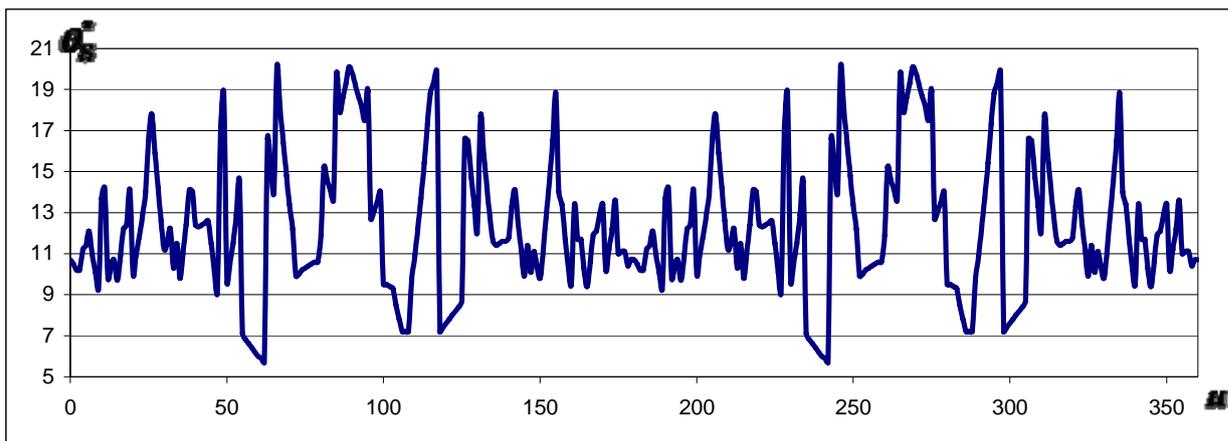


Рис.4. Зависимость от времени движения ОГ наихудшего коэффициента трансформации погрешности измерений для оптимальных базисных созвездий

Как следует из рис. 4 коэффициент трансформации погрешностей межспутниковых измерений в погрешности относительных координат наихудших точек оптимальных базисных созвездий может достигать величин от 5 до 20. Данная оценка является гарантированной и достаточно грубой.

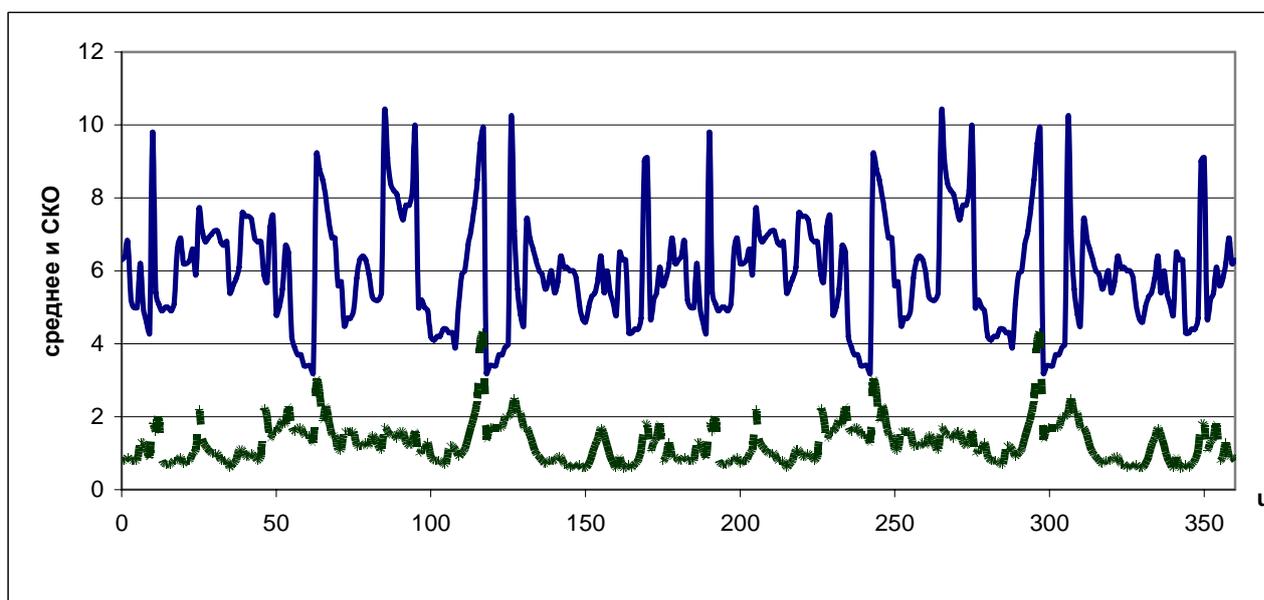


Рис.5. Зависимость от времени движения ОГ среднего и среднеквадратического отклонения (СКО) коэффициента трансформации погрешности измерений на точках оптимальных базисных созвездий

На рис.5 представлены более оптимистические оценки изменения среднего (непрерывная линия) и среднеквадратического отклонения (пунктирная линия) от среднего коэффициентов трансформации по точкам оптимального базисного созвездия .

### **Заключение**

Полученные результаты относятся к задаче уточнения опорных эфемерид по мгновенным межспутниковым измерениям дальности в орбитальной группировке системы ГЛОНАСС. Данная задача сведена к задаче уточнения орбитального кристалла по измерениям его ребер и диагоналей. Доказано, что уточнение орбитального кристалла всей орбитальной группировки с потенциально достижимой точностью, обеспечиваемой полной выборкой межспутниковых измерений, возможно на борту отдельных КА, если на каждом КА уточняется орбитальный кристалл базисного созвездия и базисные созвездия образуют цепочку. Этот факт напрямую может быть использован при разработке алгоритма обработки межспутниковых измерений на борту КА. Показано, что взаимное положение вершин орбитального кристалла (относительных координат КА) определяется с погрешностями, соизмеримыми с погрешностями единичных измерений.

Дальнейшие исследования следует провести по уточнению движения орбитального кристалла по межспутниковым измерениям дальности на мерном интервале виток и более.

### **Библиографический список**

1. В.А. Бартенев, А.К. Гречкосеев. Гарантированная оценка точности коррекции эфемерид ИСЗ по межспутниковым измерениям, Радиотехника, 1998, № 9, стр.79-82.

### **Сведения об авторах**

Гречкосеев Александр Кузьмич, ОАО «Информационные спутниковые системы им. академика М.Ф. Решетнева», начальник отдела баллистического и навигационного обеспечения космических аппаратов и систем, кандидат технических наук.

Контакты: 662972, Красноярский край, г. Железногорск, ул. Ленина, д.52, тел. (39197) 64469; [ak\\_grechkoseev@mail.ru](mailto:ak_grechkoseev@mail.ru)

Почукаев Владимир Николаевич, ЦНИИМаш, ведущий научный сотрудник, доктор технических наук, профессор.

Контакты: 141070, Московская обл., г. Королев, ул. Пионерская, д.4; тел. +7 495 513-58-06