

УДК 519.6, 536.2, 621.

Математическое моделирование сложного теплообмена при разработке лазерных SLM технологий

Лебёдкин И.Ф.^{1*}, Молотков А.А.,^{2}, Третьякова О.Н.^{2***}**

¹НИИ «ЭСТО», просп. Георгиевский, д. 5, стр. 1,

Москва, Зеленоград, 124460, Россия

²Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4,

Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия

**e-mail: ivan_leb@mail.ru*

***e-mail: karacerr@gmail.com*

****e-mail: tretiyakova_olga@mail.ru*

Аннотация

В работе представлена математическая модель нагрева поверхности тела гауссовым пучком лазерного излучения для моделирования SLM процесса. Решена краевая задача теплопроводности с учетом фазовых переходов. Приведены расчёты в двух вариантах: при помощи программного комплекса ANSYS, где используется метод конечных элементов, и при помощи собственного программного обеспечения, где используется явная конечно-разностная схемы. Проведены анализ и сравнение полученных результатов с несколькими работами других авторов.

Ключевые слова: математическая модель, гауссов пучок, лазер, уравнение теплопроводности, фазовые переходы, численное решение.

Введение

Практика создания промышленного технологического оборудования для различных технологий прецизионной лазерной обработки и резки на предприятии ЗАО НИИ ЭСТО группой компаний «Лазеры и аппаратура» отражена в работах [1,2].

Технология селективного лазерного сплавления или SLM технология (Selective laser melting) – это технология производства изделий сложной геометрии при помощи лазерного плавления металлического, керамического или пластикового порошка. Аддитивные технологии производства в последние годы сформировали интенсивно развивающийся инновационный сегмент технологии машиностроения. Технология послойного лазерного сплавления - SLM (*selective laser melting*), относится к группе новых аддитивных технологий, которые в последние годы активно развиваются и все шире применяются в промышленности. SLM процесс представляет собой послойное сплавление детали из металлического (пластикового, керамического) порошка.

При помощи аддитивных технологий непосредственного изготовления деталей порошков методом селективного лазерного сплавления пользователи могут создавать функциональные детали напрямую из компьютерных моделей в формате 3D-CAD. Это обеспечивает возможность действовать значительно более гибко по сравнению с классическими технологиями, когда для начала необходимо обеспечить наличие инструментов и оснастки. Кроме того, использование SLM технологий обеспечивает широкие возможности при конструировании сложных геометрических

форм, создания точных металлических или керамического изделия с внутренними полостями и каналами, которых не дают никакие другие технологии. Прирост рынка аддитивных технологий в последние годы составляет в среднем 25–30% в год [3,4]. Причем, примеров их использования становится все больше в стратегических отраслях, таких как аэрокосмическая промышленность, машиностроение и энергетика [5-17]. Причем каждая компания ведет полный цикл разработок самостоятельно, сохраняя коммерческую тайну.

На предприятии ЗАО НИИ ЭСТО ведется разработка нового промышленного лазерного технологического оборудования для реализации технологии SLM. В наших публикациях [18-21] на начальном этапе совместной работы проведен анализ физико-математических проблем и обсуждена возможность математического моделирования и предложена методика экспериментального исследования для разработки SLM технологии. К настоящему времени на предприятии ЗАО НИИ «ЭСТО» группой компаний «Лазеры и аппаратура» уже созданы установки - 3D-принтеры серии МЛ6, Рис.1, позволяющие изготавливать детали сложной формы методом послойного селективного лазерного сплавления металлических порошков в соответствии с компьютерной 3D-CAD моделью. При разработке был учтен мировой опыт эксплуатации установок данного типа и дополнительно разработан целый ряд новых запатентованных системных решений, компонентов и узлов установки, а также собственное управляющее программное обеспечение.



Рис.1. Промышленный 3D принтер по металлу МЛ6.

Отличительной особенностью машин МЛ6-1 является открытое программное обеспечение для управления установкой, обеспечивающее возможность пользователю производить собственные настройки технологических режимов сплавления, и тем самым, возможность работы с различными типами металлических порошков. Основными используемыми материалами являются порошки нержавеющей стали, никелевых сплавов, кобальт-хромовых сплавов, алюминия. Практически полное отсутствие кислорода позволяет избежать оксидации расходного материала, что делает возможной 3D печать такими материалами, как титан.

На Рис. 2,3,4 показаны, созданные на установке МЛ6 изделия сложной геометрии, составные конструкции, изделие с внутренними полостями.

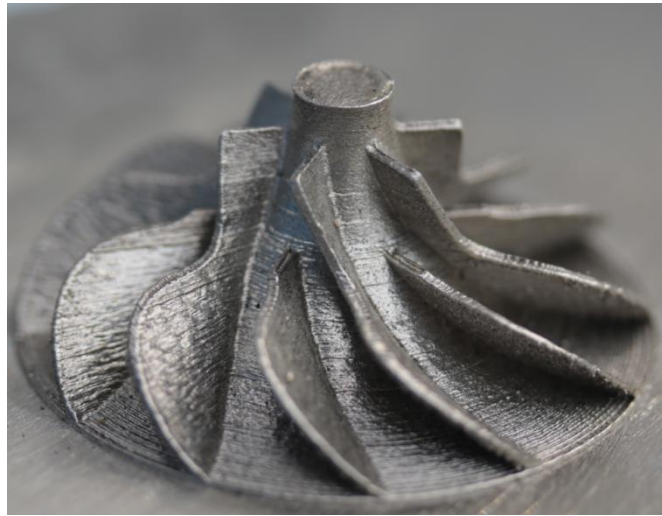


Рис.2. Изделие сложной геометрии, созданное на МЛ6.



Рис.3. Составная конструкция сложной геометрии, созданная на МЛ6.

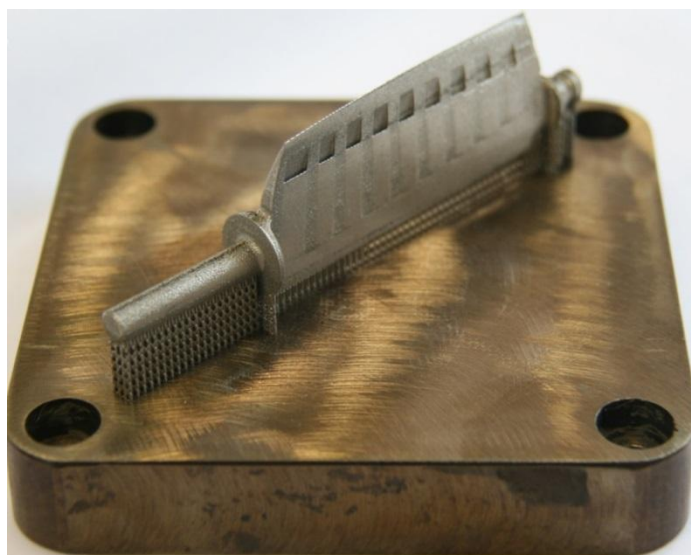


Рис.4. Изделие с внутренними полостями, сделанное на МЛ6.

Большое количество варьируемых параметров процесса селективного лазерного сплавления, оказывающих значительное влияние на результат работы установки, почти неограниченное число вариантов формы и состава изделия и высокая цена используемых материалов ограничивают возможность выбора технологических режимов работы установки экспериментальным путём. Для эффективного использования возможностей данной технологии требуется математическая модель, которая, с одной стороны, реалистично отражала бы протекающие во время работы установки физические процессы, а с другой стороны, была бы достаточно простой, чтобы сократить объем и время проводимый расчетов.

Для разработки необходимо решить трехмерную нестационарную задачу о нахождении поля температур в детали сложной конфигурации в процессе радиационно-кондуктивного теплообмена с учетом фазового перехода. Это позволит подобрать технологические режимы в зависимости от мощности, диаметра

пучка лазерного излучения и скорости его движения, существенно сократить объем дорогостоящих и трудоемких экспериментальных исследований.

Библиография по методам математического моделирования задач радиационно-кондуктивного теплообмена в различных постановках огромна, и не является предметом данной статьи. Методы решения варьируются в зависимости от условий практической задачи и предпочтений авторов. Различным подходам к численному моделированию задач сложного теплообмена посвящены, например, работы последних лет [17-20]. Вопросы моделирования тепловых процессов для разработки различных лазерных технологий затрагивались, в частности, в наших работах [21-25].

Нами было проведено численное моделирование SLM процесса, включающее моделирование пучка лазерного излучения и его взаимодействия с поверхностью материала. Численного моделирования первоначально проводилось с использованием пакета прикладных программ Ansys, затем была создана программа SLMT1. Результаты моделирования обоими способами сравнивались с работами других авторов.

Постановка задачи

В первом приближении для моделирования SLM процесса создана математическая модель процесса нагрева металлического объекта подвижным источником тепла. Источник тепла представляет собой унимодальный гауссов пучок лазерного излучения. Часть падающего излучения отражается. Нагреваемый материал в ходе расчётов претерпевает процессы плавления и отвердевания.

Модель гауссова пучка

Для задания гауссова пучка поверхность нагреваемого тела разбивалась на несколько областей. На каждой области задавалось граничное условие второго рода, где приходящий поток тепла рассчитывался через интенсивность излучения, падающего на данную область в определённый момент времени. Такой подход позволил провести аппроксимацию гауссовой функции распределения мощности пучка кусочно-линейной функцией. Из соотношений [1-2]

$$I = I_0 e^{-\frac{2r^2}{\omega^2}} \quad (1)$$

$$P_0 = 2\pi \int_0^\infty I(r)rdr = \frac{\pi}{2} \omega^2 I_0 \quad (2)$$

получаем

$$I(r) = \frac{2P_0}{\pi\omega^2} e^{-\frac{2r^2}{\omega^2}} \quad (3)$$

где ω - характерный радиус пучка (расстояние от центра пучка, на котором интенсивность уменьшается в e^2 раз), I_0 - максимум интенсивности, P_0 -мощность лазера, I - интенсивность, r -расстояние до центра пятна, приходим к зависимости интенсивности в конкретной точке пространства от мощности источника, Рис.5, 6.

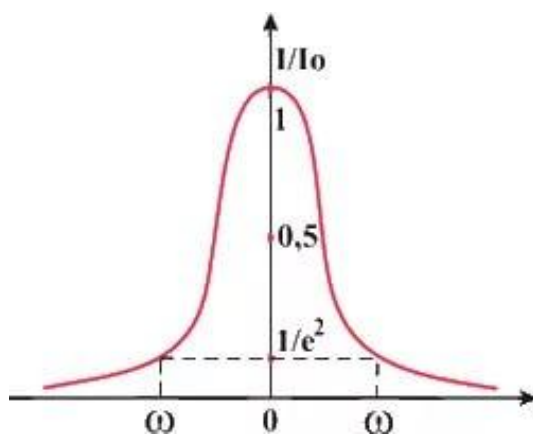


Рис.5. Гауссово распределение относительной интенсивности излучения

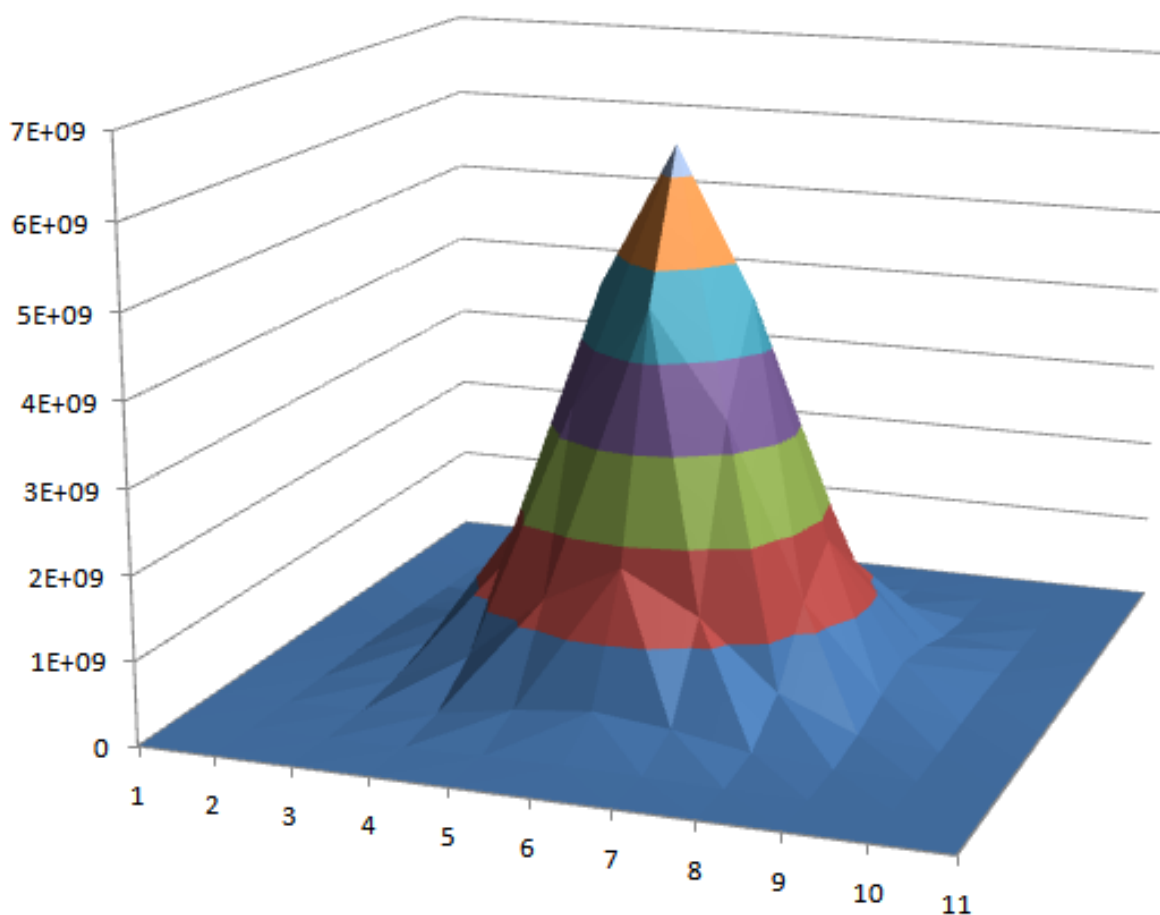


Рис.6. Расчётное распределение интенсивности излучения I ($\text{Вт}/\text{м}^2$) для пучка мощностью 30 Вт, диаметром 60 мкм.

Движение луча представлялось в виде изменения интенсивности падающего излучения на конкретных областях поверхности, по которым проходила траектория луча. Таким образом, луч на всей своей траектории движения представляет собой совокупность малых стационарных поверхностных источников тепла переменной мощности, причем мощность каждого такого источника изменяется во времени сопоставимое со скоростью движения луча в реальности. Рис.7, 8.

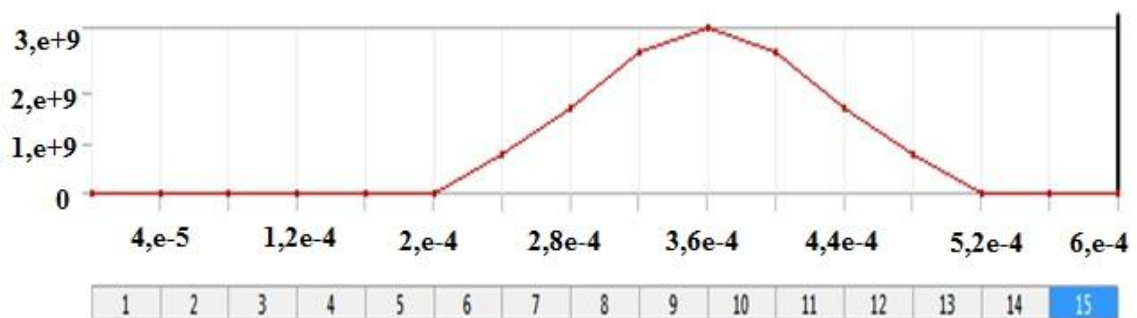


Рис.7. Пример изменения мощности на одном из малых стационарных поверхностных источников тепла.

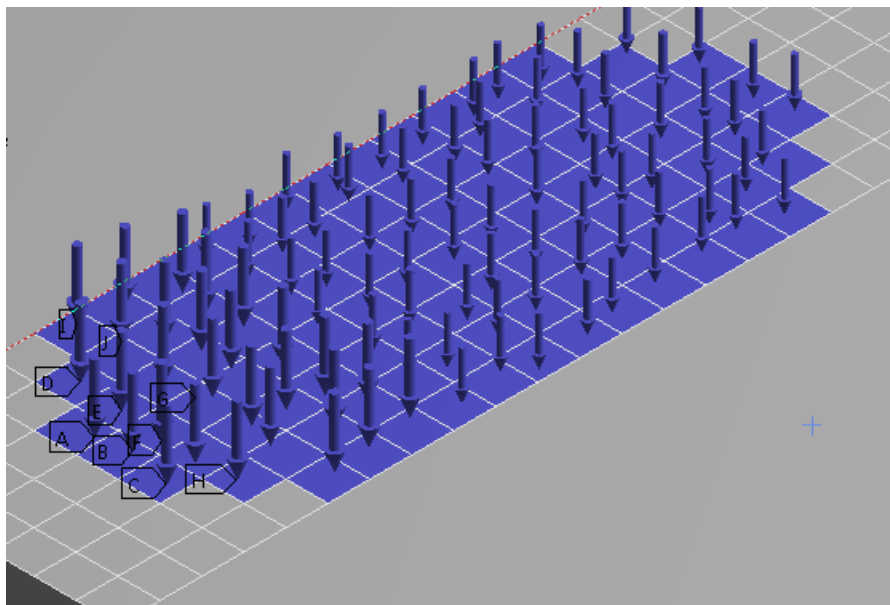


Рис.8. Траектория луча.

При решении необходимо было учитывать существенное влияние отражения части излучения от поверхности металла. В нашем решении отражение учитывается непосредственно при расчёте интенсивности излучения I (поверхностной плотности мощности). Тогда формула для интенсивности, которая используется нами используется в дальнейших расчётах, излучения выглядит следующим образом

$$I(r) = (1 - R) \frac{2P_0}{\pi\omega^2} e^{-\frac{2r^2}{\omega^2}} \quad (4)$$

где R – коэффициент отражения поверхности металла.

Фазовые переходы

В SLM процессе облучаемый материал в областях, близких к траектории луча, нагревается до температур существенно более высоких, чем температура плавления, в связи с этим влияние фазовых переходов в материале также нельзя не учитывать. В нашей модели фазовые переходы в материале (плавление и отвердевание) учитываются в виде резкого увеличения теплоёмкости материала на малом интервале температур в окрестности критической точки. Данный подход прост, но имеет существенный недостаток: при численном решении с большим временным шагом фазовый переход можно «проскочить». Причиной такой ситуации появляются характерные для рассматриваемой задачи большие температурные градиенты. Если интервал скачка теплоёмкости будет мал, а шаг по времени - велик, то во время расчёта полученное значение температуры на предыдущем временном слое может оказаться меньше температуры, являющейся началом фазового перехода, а значение температуры на следующем временном слое может превзойти температуру окончания перехода. Таким образом, за пределами указанного

интервала оказывается одновременно как начальное, так и конечное значение температуры на шаге расчёта. Тогда в обоих случаях будет использоваться стандартное значение теплопроводности, фазовый переход не будет учтён и, в итоге, мы получим существенную ошибку в результатах. Для исключения данной ситуации интервал расширяется, а теплопроводность в каждой точке интервала уменьшается. В условиях недостатка информации о материале данный интервал составляет 50 градусов, но, возвращаясь непосредственно к физике процесса, было бы правильнее связать его с температурами солидуса (температуры, при которой плавится самый легкоплавкий компонент) и ликвидуса (температура, при которой плавится самый тугоплавкий компонент порошка.)

Результаты расчёта в Ansys

В начале наших работ [22-24] для решения поставленной задачи применялась расчётная платформа Ansys Workbench, использующая метод конечных элементов для решения трёхмерной нестационарной задачи теплопроводности. При использовании описанной выше модели и её расчёте в программном пакете Ansys была получена следующая картина распределения температур в облучаемом материале. Рис.9.

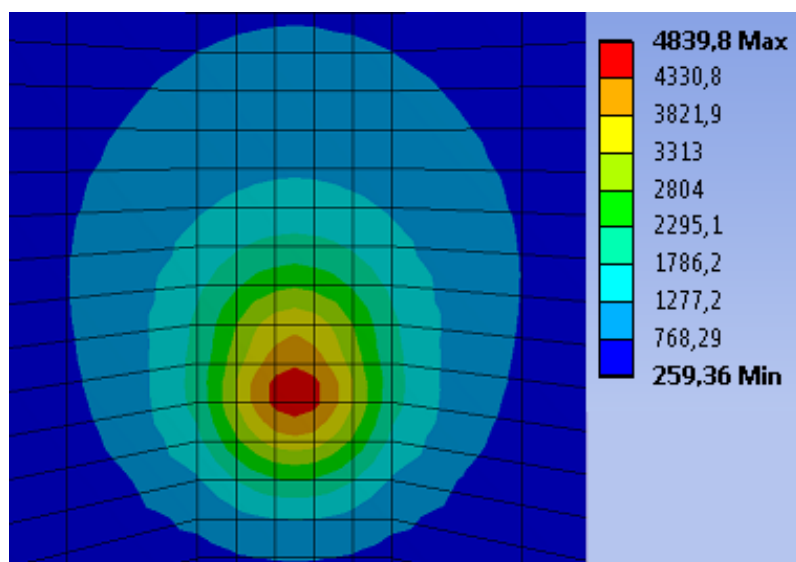


Рис.9. Результаты моделирования поля температур, полученные нами, при взаимодействии движущегося пучка лазерного излучения с поверхностью.

Для сравнения представлены результаты моделирования поля температур при взаимодействии движущегося пучка лазерного излучения с поверхностью, полученные в одинаковых условиях нами и авторами статьи [26]. Рис.10.

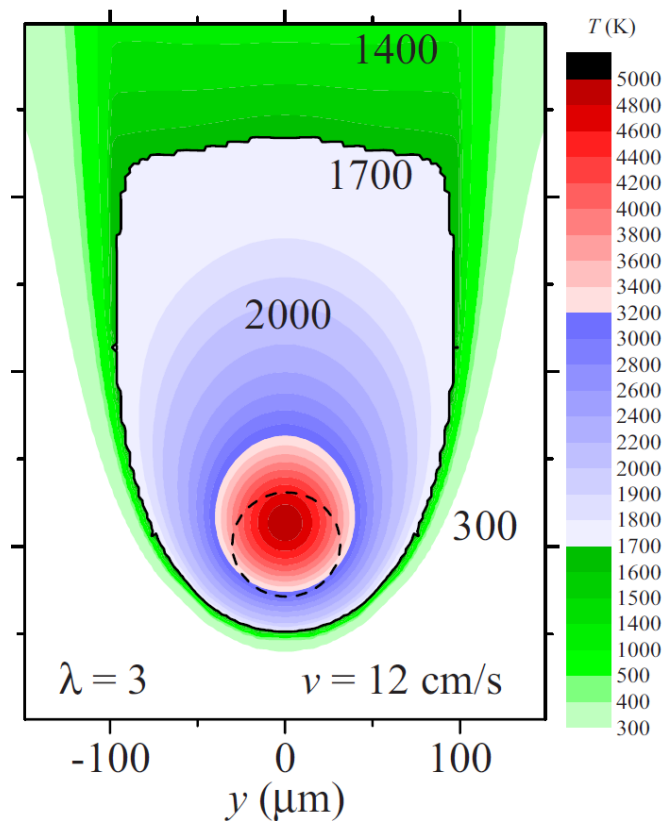


Рис.10. Результаты моделирования поля температур, полученные авторами статьи [26], при взаимодействии движущегося пучка лазерного излучения с поверхностью.

В работе [26] приведена картина распределения температур на поверхности материала для разных скоростей и двух значений оптической толщины материала $\lambda = kl$ в законе Бугера-Ламберта-Бера для параллельного монохроматического пучка света.

$$I(l) = I_0 e^{-kl} \quad (5)$$

где k - коэффициент ослабления, R - коэффициент отражения поверхности материала. Мы приняли $k = (1-R)$.

Поскольку мы решаем упрощенную идеализированную задачу, считаем, что тепло поглощается поверхностью материала, хотя на самом деле это не так. Слой

материала, как минимум, не представляет собой сплошную среду, а является совокупностью малых частиц порошка, между которыми имеются зазоры. Излучение, попадая в эти зазоры, подвергается многократному диффузному отражению, поэтому правильнее было бы учитывать это при решении, что и сделали авторы статьи [26], использующие более сложную математическую модель радиационно-кондуктивного теплообмена. Из той же статьи [26] знаем два факта: во-первых, чем больше величина λ , тем меньше влияет её изменение на результат решения и, как видно из результатов авторов [26] при $\lambda > 3$ это изменение крайне мало. Во-вторых, чем выше λ , тем ближе оно к рассматриваемому нами случаю, поэтому из статьи [26], для сопоставления взят рисунок при $\lambda = 3$, Рис.10.

В состоятельности нашей модели фазовых переходов можем убедиться благодаря сравнению с результатами авторов [27,28], Рис.11,12.

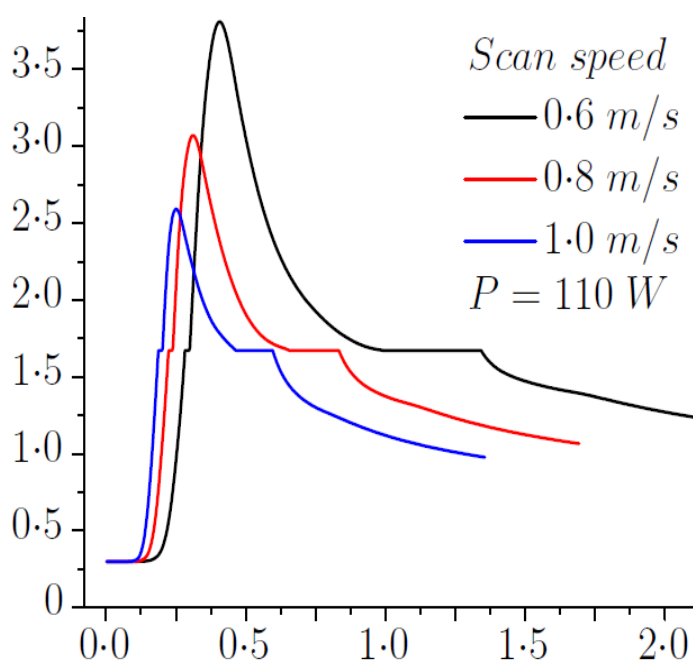


Рис.11 Зависимость температуры от времени в некоторой точке пространства в расчётах из работы [27].

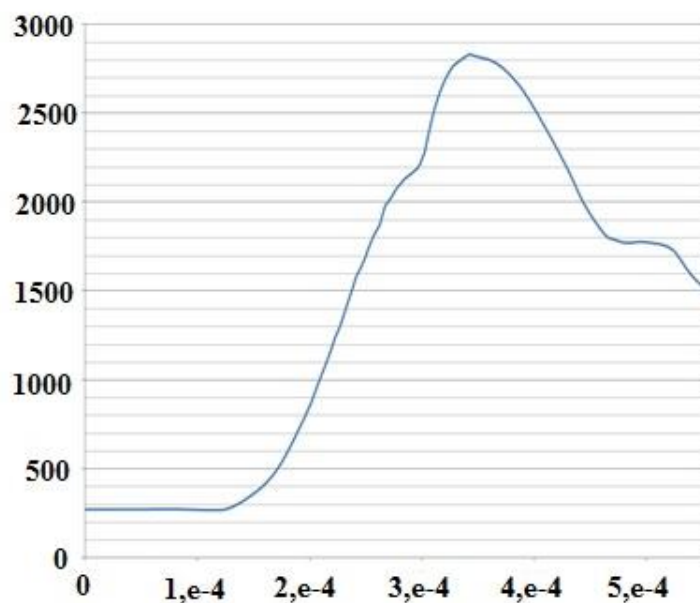


Рис.12.Зависимость температуры от времени в некоторой точке пространства в нашем расчёте.

Получено качественное соответствие между представленными результатами, но имеются некоторые расхождения, основной причиной которых стало использование разных моделей фазовых переходов. При учете фазового перехода скачком теплоёмкости на интервале температур, фазовый переход на графике отображается в виде медленного уменьшения температуры, а не горизонтальным участком. Рис.13. Такое явление наблюдаем и в результатах работы [28]. На Рис.13, авторов работы [28], использующих схожую модель переходов, видим описанную выше ситуацию.

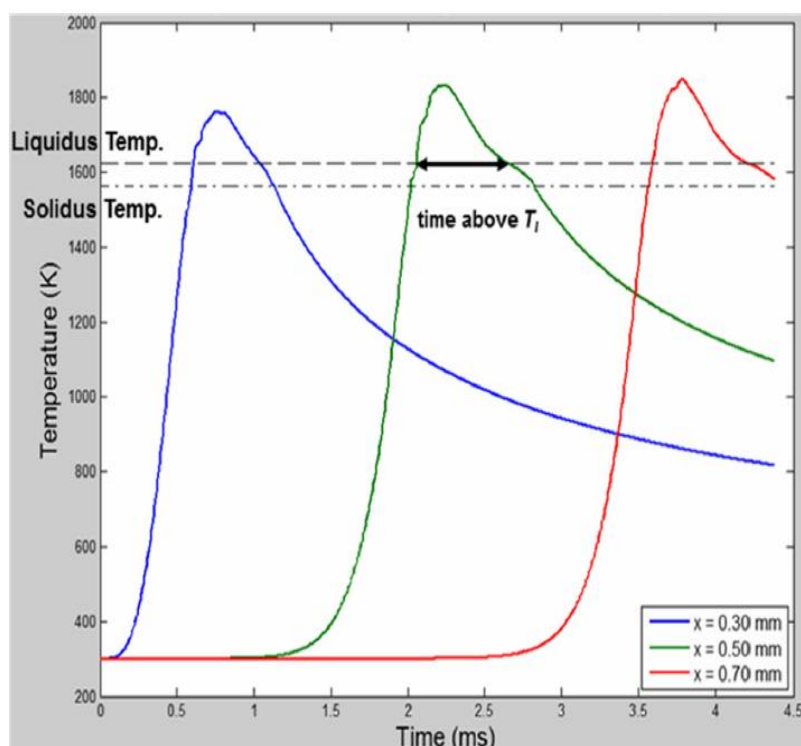


Рис.13.Зависимость температуры от времени в нескольких точка пространства в расчёте из работы [28].

В итоге, можем сделать вывод о том, что картина изменения температуры сильно зависит от положения точки в пространстве, даже несмотря на то, что приведённые на Рис.13 точки находятся на одной прямой, совпадающей с направлением движения лазерного луча. Рис.14.

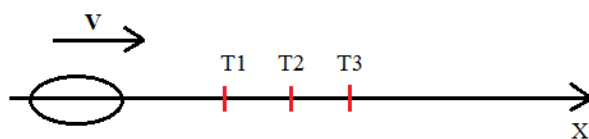


Рис.14. Схематичное изображение рассматриваемых выше точек.

Получено хорошее соответствие результатов, несмотря на использование нами значительно более простой, чем авторами работы [26] математической модели процесса теплообмена.

В ходе исследования мы столкнулись с проблемой, которая не связана непосредственно с моделью, но влияла на ход работ. Дело в том, что при расчётах Ansys вычислял и сохранял большой объём данных, что хорошо в рамках первичного исследования, но существенно замедляет расчёт даже на небольшом числе элементов. Это, в совокупности с необходимостью последующего улучшения модели и, как следствие, изменении метода непосредственного численного расчёта подвело нас к необходимости написания собственной расчётной программы SLMT1.

Создание расчётной программы

На платформе .Net на языке C# была создана программа SLMT1 расчёта температурных полей при решении задачи теплообмена в процессе селективного лазерного сплавления.

В основе математической модели лежит уравнение теплопроводности, которое описывает распределение температуры в заданной области пространства и ее изменение во времени.

$$\rho C(T) \frac{\partial T}{\partial t} = K \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (6)$$

где ρ - плотность, $C(T)$ -функция зависимости теплоёмкости от температуры, K - коэффициент теплопроводности, T - температура, x, y, z - пространственные переменные, t - время. С начальными условиями $T(x, y, z, 0) = 300^0 C$

и смешанными граничными условиями

$$\begin{cases} T(0, y, z, t) = 300^{\circ} C \\ T(l_x, y, z, t) = 300^{\circ} C \\ T(x, 0, z, t) = 300^{\circ} C \\ T(x, l_y, z, t) = 300^{\circ} C \\ q(x, y, 0, t) = Q \\ T(x, y, l_z, t) = 300^{\circ} C \end{cases}$$

Тепловой поток на границе вычисляется с использованием формулы (4).

Данная дифференциальная краевая задача при помощи формул численного дифференцирования

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{i,j,m}^{n+1} - T_{i,j,m}^n}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{K}{h_x^2} (T_{i+1,j,m}^n - 2T_{i,j,m}^n + T_{i-1,j,m}^n)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{K}{h_y^2} (T_{i,j+1,m}^n - 2T_{i,j,m}^n + T_{i,j-1,m}^n)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{K}{h_z^2} (T_{i,j,m+1}^n - 2T_{i,j,m}^n + T_{i,j,m-1}^n)$$

преобразуется в конечно-разностную краевую задачу вида

$$\begin{aligned} pC \frac{T_{i,j,m}^{n+1} - T_{i,j,m}^n}{\Delta t} = & \frac{K}{h_x^2} (T_{i+1,j,m}^n - 2T_{i,j,m}^n + T_{i-1,j,m}^n) + \\ & + \frac{K}{h_y^2} (T_{i,j+1,m}^n - 2T_{i,j,m}^n + T_{i,j-1,m}^n) + \frac{K}{h_z^2} (T_{i,j,m+1}^n - 2T_{i,j,m}^n + T_{i,j,m-1}^n) \end{aligned} \quad (7)$$

Данная явная конечно-разностная схема (7) имеет первый порядок точности по времени и второй по пространству. В силу трёхмерности задачи на шаги по пространству и по времени накладываются сильные ограничения для достижения сходимости. При использованных нами размерах разбиения величины физических параметров материала и исследуемого процесса (шаг по пространству 2,5 мкм) схема устойчива при шаге по времени порядка 10^{-7} с. В программе SLMT1 используется схему (7).

Сравнения новых результатов

Расчёт, проведенный с использованием указанной выше явной конечно-разностной схемы (7) в программе SLMT1 позволил нам получить результаты, представленные на Рис.15, схожие с результатами расчёта с использованием комплекса Ansys (см.Рис.9), полученными нами ранее [22, 23] и результатами авторов статьи [26].

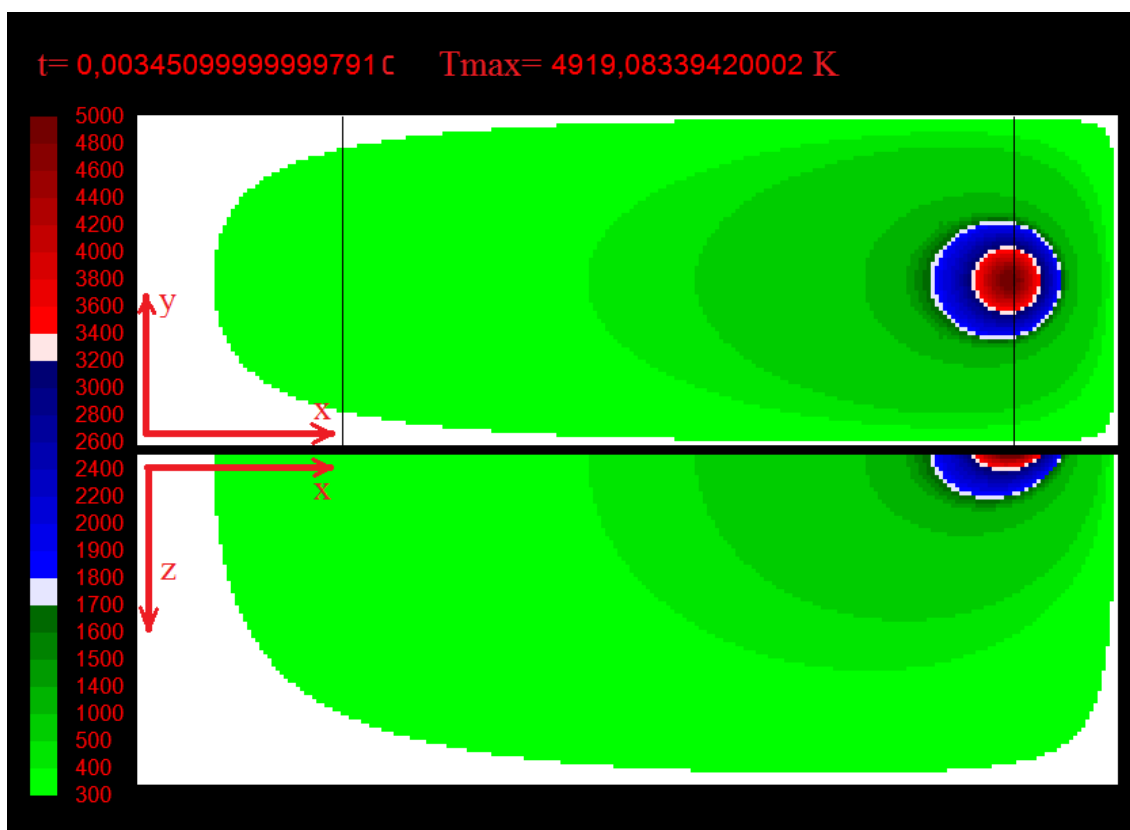


Рис.15. Результаты проведённого расчёта

Стоит отметить интересный факт, на Рис.9, Рис.10 и Рис.15 можно заметить, что максимум температуры на поверхности тела находится не в центре луча, а на некотором удалении позади него. Это связано с тем, что даже убывающий по величине поток тепла продолжает быть достаточно велик в области за центром пятна, чтобы превосходить отток тепла посредством кондуктивного теплообмена и продолжать нагревать облучаемую зону. Это продолжается до того момента, пока центр лазерного пятна не уйдёт от рассматриваемой области на столь большое расстояние, что отводимое тепло превысит его приток от излучения и более нагретых частей тела. Использование собственной программы SLMT1 позволило

обойти ограничения, накладываемые использованием стороннего программного обеспечения, тем самым увеличив точность результата, и ускорить расчёт.

В описании SLM процесса есть ещё множество неучтённых факторов, оказывающих значительное влияние на результат моделирования процесса. Поэтому требуются дальнейшие теоретические и экспериментальные исследования, уточнение физических и математических моделей для выбора режимов работы установки МЛБ, реализующей технологический процесс.

Библиографический список

1. Вакс Е.Д., Миленький М.Н., Сапрыкин Л.Г. Практика прецизионной лазерной обработки. - М.: Техносфера, 2013. - 696 с.
2. Вакс. Е.Д., Лебёдкин И.Ф., Миленький М.Н., Сапрыкин Л.Г., Толокнов А.Ф. Резание металлов излучением мощных волоконных лазеров. - М.: Техносфера, 2016. - 352 с.
3. Моргунов Ю.А., Саушкин Б.Л. Аддитивные технологии для авиакосмической техники // Аддитивные технологии. 2016. № 1. С.30 - 38.
4. Раевский Е.В., Цыганцова А.Л. Лазерные аддитивные технологии: перспективы применения // Аддитивные технологии. 2016. № 1. С.10 - 12.
5. Schmidt M. The Additive manufacturing in production: Challenges and opportunities // Proc. SPIE. 2-nd Int. Symp. on Laser 3D Manufacturing, 2015, no. 9353, pp. 9353-2.

6. Alkhayat M. Comparison of Geometrical Properties of Parts Manufactured by Powder Bed Based (SLM) and Powder Fed Based (LMD) Laser Additive Manufacturing Technologies // Proc. ICALEO. Laser Materials Processing Conference, 2014, Paper 1502.
7. Choi J., Han L., Hua Y. Modeling and Experiments of Laser Cladding With Droplet Injection // Journal Heat Transfer. ASME. 2005, 127(9), pp. 978–986,
available at: <https://www.flow3d.com/wp-content/uploads/2014/06/Simulation-of-Laser-Additive-Manufacturing-and-its-Applications.pdf>
8. Bugeda G., Cervera M., Lombera G. Numerical Prediction of Temperature and Density Distributions in Selective Laser Sintering Processes // Rapid Prototyping Journal, 1999, no. 5, pp. 21 – 26, available at: <http://cervera.rmee.upc.edu/papers/1999-IJRP-laser-sintering.pdf>
9. Xiao B., Zhang Y. Numerical Simulation of Direct Metal Laser Sintering of Single-Component Powder on Top of Sintered Layers // ASME Journal Manufacturing Science and Engineering, 2008, no. 130, pp. 041002, available at: http://www.academia.edu/20776977/Numerical_Simulation_of_Direct_Metal_Laser_Sintering_of_Single-Component_Powder_on_Top_of_Sintered_Layers
10. Abe F., Osakada K., Shiomi M., Uematsu K., Matsumoto M. The manufacturing of hard tools from metallic powders by selective laser melting // Journal of materials processing technology, 2001, no. 111(1), pp. 210–213, available at: https://www.researchgate.net/publication/257344311_The_manufacturing_of_hard_tools_from_metallic_powders_by_selective_laser_melting

11. Badrossamay M., Childs T. Further studies in selective laser melting of stainless and tool steel powders // International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2007, no. 47(5), pp. 779 - 784, available at: <https://www.researchgate.net/publication/223811554>
Further studies in selective laser melting of stainless and tool steel powders
12. Vandenbroucke B., Kruth J.-P., Selective laser melting of biocompatible metals for rapid manufacturing of medical parts // Rapid Prototyping Journal, 2007, vol. 13, no. 4, pp. 196 - 203, available at: <http://sffsymposium.engr.utexas.edu/Manuscripts/2006/2006-15-Vanderbroucke.pdf>
13. Yasa E., Kruth J. Application of laser re-melting on selective laser melting parts // Advances in Production Engineering & Management 6, 2011, no. 4, pp. 259 - 270, available at: http://apem-journal.org/Archives/2011/APEM6-4_259-270.pdf
14. Yap C.Y., Chua C.K., Dong Z.L., Liu Z.H., Zhang D.Q., Loh L.E., Sing S.L. Review of selective laser melting: Materials and applications/ Applied Physics Reviews, December 2015, vol. 2, Issue 4, id.041101, available at: https://www.researchgate.net/publication/286497734_Review_of_selective_laser_melting_Materials_and_applications
15. Yuan P., Gu D. Molten pool behaviour and its physical mechanism during selective laser melting of TiC / AlSi10Mg nanocomposites: simulation and experiments // Journal of Physics D: Applied Physics, 2015, no. 48(3), 035303, available at: https://www.researchgate.net/publication/273186399_Molten_pool_behaviour_and_its_physical_mechanism_during_selective_laser_melting_of_TiCAlSi10Mg_nanocomposites_Simulation_and_experiments

16. Papadakis L., Loizou A., Risse J., Bremen S. A thermo-mechanical modeling reduction approach for calculating shape distortion in SLM manufacturing for aero engine components, January 2014 available at: https://www.researchgate.net/publication/287542993_A_thermo-mechanical_modeling_reduction_approach_for_calculating_shape_distortion_in_SLM_manufacturing_for_aero_engine_components
17. Формалев В.Ф. Тепломассоперенос в анизотропных твердых телах. Численные методы, тепловые волны, обратные задачи. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2015. - 280 с.
18. Формалев В.Ф., Колесник С.А. Методика, алгоритм и программный комплекс по определению теплового состояния охлаждаемых микроракетных двигателей // Труды МАИ. 2014. № 78. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=53710>
19. Горюнов А.В., Молодожникова Р.Н, Прокофьев А.И. Нелинейная задача теплопроводности для тонкой оболочки // Труды МАИ. 2013. № 71. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=46856>
20. Горюнов А.В., Молодожникова Р.Н., Прокофьев А.И. Температурное поле подкрепленной тонкостенной конструкции при одностороннем нагреве // Труды МАИ. 2013. № 71. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=46842>
21. Лебёдкин И.Ф., Третьякова О.Н. Анализ физико-математических проблем при проектировании технологического оборудования для технологии послойного лазерного сплавления // Материалы XXIII Международный симпозиум «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных

сред» им. А.Г. Горшкова. (Вяичи, 13-17 февраля 2017).– М.: ТРП, 2017. Т.1. С. 155 - 157.

22. Лебёдкин И.Ф., Молотков А.А., Третьякова О.Н. Математическое моделирование тепловых процессов для разработки лазерных SLM технологий // Российская научно-техническая конференция с международным участием «Оптические технологии, материалы и системы» ОПТОТЕХ – 2017. Сборник докладов. (Москва, 14-15 декабря 2017). -М.: Московский технологический университет (МИРЭА). 2018. С. 61 - 67.

23. Лебёдкин И.Ф., Молотков А.А., Третьякова О.Н. О возможности математического моделирования и методике экспериментального исследования SLM процессов для разработки нового лазерного технологического оборудования // XII Международная конференция по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (NPNJ'2018). (Алушта, 24-31 мая 2018). – М.: Изд-во МАИ, 2018. С. 496 - 497.

24. Кондратенко В.С., Третьякова О.Н. Проблемы создания новых лазерных технологий. Монография: - М.: Изд-во МАИ, 2018. - 160 с.

25. Кондратенко В.С., Высоканов А.А., Сакуненко А.Ю., Третьякова О.Н., Молотков А.А., Тикменов В.Н. Разработка металлгибридного термоинтерфейса: экспериментальное исследование и математическое моделирование // Успехи прикладной физики. 2018. № 2. С. 166 - 173.

26. Gusarov A.V., Yadroitsev I., Bertrand Ph., Smurov I. Model of Radiation and Heat Transfer in Lazer-Powder Interaction Zone at Selective Lazer Melting // Journal of Heat

Transfer, 2009, vol. 131: 072101-1-9, available at:
<https://www.researchgate.net/publication/275383373>

27. Dayal Ram. Numerical Modelling of Processes Governing Selective Laser Sintering. Technische Universität, Darmstadt, Ph.D. Thesis, 2014, available at:
<http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/3988/>

28. Luis E. Ciales, Yiğit M. Arısoy and Tuğrul Özel. MSEC2015-9321 A sensitivity analysis study on the material properties and process parameters for selective laser melting of inconel 625 // 2015 ASME International Conference on Manufacturing Science and Engineering, 8-12 June, 2015, Charlotte, NC, available at:
<https://www.researchgate.net/publication/282293995>