

Математическое моделирование электромагнитного процесса для гравитационно-волнового канала связи

Денисова И.П.

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия
e-mail: kaf.pmitet.mai@yandex.ru*

Аннотация

Построена математическая модель электромагнитного процесса, приводящего к излучению гравитационных волн. Согласно проведенному расчету, при распространении электромагнитных волн в постоянных магнитных полях происходит излучение высокочастотных гравитационных волн. Этот процесс может быть использован при поиске путей практического овладения радио, СВЧ и оптического диапазонов гравитационно - волнового канала связи. Показано, что учет кривизны фронта электромагнитной волны существенно изменяет асимптотику амплитуды рожденной гравитационной волны. Это обстоятельство необходимо учитывать при оценке эффективности превращения электромагнитной волны в гравитационную волну в астрофизических условиях, а также при расчете лабораторных источников гравитационного излучения.

Ключевые слова: математическое моделирование, гравитационные волны, электромагнитные волны, уравнения Эйнштейна, гравитационно – волновой канал связи.

Введение

Гравитационные волны, как известно, являются одним из наиболее красивых предсказаний общей теории относительности Эйнштейна [1]. Возможность распространения возмущений метрического тензора в виде волн в этой теории следует из гиперболического типа уравнений Эйнштейна [2], записанных в их неупрощенном нелинейном виде.

Однако все попытки зарегистрировать гравитационные волны или какие-либо их проявления достаточно долгое время оканчивались неудачей. Поэтому в научной литературе иногда высказывались сомнения о реальности существования гравитационных волн.

Эта ситуация кардинально изменилась после того как наблюдения за двойной пульсарной системой PSR 1913+16, начатые еще в 1975 году, показали [3], что эта система теряет энергию на излучение гравитационных волн в соответствии с предсказаниями общей теории относительности Эйнштейна. Этот важный результат, как известно, был отмечен присуждением Р. Халсу и Дж. Тэйлору Нобелевской премии по физике 1994 года.

Наиболее же убедительное доказательство существования гравитационных волн было продемонстрировано в сентябре 2015 года, когда обсерватория LIGO зарегистрировала [4] достаточно мощный импульс гравитационного излучения.

Таким образом, сомнения в существовании гравитационных волн исчезли и на первый план выходит вопрос о их регистрации в земных условиях. Однако из-за малости константы гравитационного взаимодействия сделать это очень и очень не просто. Поэтому в настоящее время одной из важнейших задач теории гравитации является теоретический анализ процессов, приводящих к излучению и регистрации гравитационных волн, и поиск путей к практическому овладению гравитационно-волновым каналом связи.

Такие исследования в научной литературе стали проводиться систематически, начиная с работ Дж. Вебера [5]. Исторически первыми в качестве источников и детекторов гравитационных волн были рассмотрены механические системы.

Наряду с механическими системами в качестве излучателей и детекторов гравитационных волн исследовались и электромагнитные системы, в которых происходит взаимное превращение гравитационных и электромагнитных волн.

Как известно, при распространении электромагнитных и гравитационных волн во внешних электромагнитных полях в результате взаимодействия возникают гравитационные и электромагнитные излучения. Эти процессы в настоящее время рассматриваются как основные, с помощью которых предполагается изучать поведение высокочастотных гравитационных волн в лабораторных и в астрофизических условиях. Как показывают предварительные оценки, в области высоких частот излучатели и детекторы гравитационных волн этого типа оказываются более эффективными по сравнению с механическими системами. Поэтому перспективы овладения радио, СВЧ и оптическим диапазонами

гравитационно - волнового канала связи во многом будут зависеть от успехов в разработке излучателей и детекторов гравитационных волн этого типа.

Постановка задачи

Основными уравнениями математической модели, описывающей процессы, приводящие к генерации высокочастотных гравитационных волн, являются уравнения Максвелла и уравнения общей теории относительности Эйнштейна:

$$R_{nk} - \frac{1}{2} g_{nk} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{nk}, \quad (1)$$

где – R_{nk} тензор Риччи, R - скалярная кривизна, g_{nk} - метрический тензор, G гравитационная постоянная, c - скорость света, T_{nk} - тензор энергии импульса материи.

Однако из-за нелинейности уравнений (1), описывающих взаимодействие гравитационных и электромагнитных полей, их точные решения получены в очень небольшом числе идеализированных частных случаев [6]. Поэтому для расчета таких взаимодействий в теории гравитации используются линеаризованные уравнения [7], которые применимы для случая слабых гравитационных полей.

Так как в большинстве реальных ситуаций условие малости амплитуды гравитационных полей выполняется, то полученные при решении линеаризованных уравнений результаты имеют широкую область применимости.

В научной литературе [8] был рассмотрен случай взаимодействия плоской электромагнитной волны частоты ω с постоянным и однородным магнитным полем. В результате у рожденной гравитационной волны частоты ω амплитуда возрастала линейно при $r \rightarrow \infty$.

Такой нефизический результат является, очевидно, следствием слишком упрощенной математической модели. А так как этот процесс является одним из возможных механизмов возникновения высокочастотного гравитационного излучения, то для оценки различных источников необходима разработка более корректной математической модели.

Таким образом, возникает необходимость построить математическую модель электромагнитного процесса, приводящих к излучению высокочастотных гравитационных волн, рассматривая в качестве ее источника сферическую (а не плоскую) электромагнитную волну, распространяющуюся в постоянном и однородном электромагнитном поле и выяснить, как сказывается учет сферичности фронта электромагнитной волны на амплитуде возникающего гравитационного излучения.

Решение уравнений

Предположим, что в точке $\mathbf{r}=\mathbf{r}_0$ находится источник сферических электромагнитных волн частоты ω , интенсивность которого равна P . Найдем излучение слабых гравитационных волн этой волной, распространяющейся через постоянное и однородное магнитное поле.

В этом случае из уравнений Эйнштейна (1) в линейном приближении по малому возмущению метрики получим:

$$\square \Psi_{nk} = \frac{16\pi G}{c^4} T_{nk}, \quad (2)$$

где Ψ_{nk} - компоненты гравитационной волны, а $n,k=0,1,2,3$.

Тензор энергии-импульса электромагнитного поля имеет вид [9]:

$$T_{nk} = \frac{1}{4\pi} \left[-F_{n \cdot p} F_{pk} + \frac{1}{4} g_{nk} F^{pj} F_{pj} \right], \quad (3)$$

где F_{pj} - тензор электромагнитного поля.

Так как согласно уравнениям Максвелла этот тензор в рассматриваемом случае состоит из суммы тензора $F_{pj}^{(0)}$ - постоянного магнитного поля

$$(F_{12}^{(0)} = -H_z, \quad F_{13}^{(0)} = H_y, \quad F_{23}^{(0)} = -H_x)$$

и тензора f_{pj} электромагнитной волны частоты ω , то выражение (3) примет вид:

$$T_{nk} = T_{nk}(0) + T_{nk}(\omega) + T_{nk}(2\omega), \quad (4)$$

где $T_{nk}(0)$ - не зависящий от времени тензор, $T_{nk}(\omega)$ - тензор,

изменяющийся с частотой ω , а $T_{nk}(2\omega)$ - тензор, изменяющийся с частотой 2ω .

Из выражения (4) следует, что решением уравнений (2) будет суперпозиция постоянного гравитационного поля и слабых гравитационных волн частоты ω и 2ω . Так как нас интересует только гравитационная волна, возникающая в результате взаимодействия электромагнитной волны с постоянным магнитным полем, то сосредоточим основное внимание на волне с частотой ω .

Эта задача сводится к решению уравнения:

$$\square B_{\alpha\beta} = \frac{4G}{c^4} F_{\alpha\beta}^{(0)} \frac{\exp[i(kR - \omega t)]}{R}, \quad (5)$$

где $\alpha, \beta = 1, 2, 3$, а $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|$.

Следует отметить, что комплексная форма записи этого уравнения принята для удобства дальнейших вычислений; на самом деле во всех выражениях необходимо оставлять только действительную часть.

Запаздывающее решение уравнения (5) имеет вид:

$$B_{\alpha\beta} = -\frac{2G_i}{kc^4} F_{\alpha\beta}^{(0)} \exp[i(kR - \omega t)].$$

Предполагая, что источник электромагнитных волн находится в начале отсчета $\mathbf{r}_0 = 0$, оставляя только асимптотически главные члены в волновой зоне, для компонент гравитационной волны получим:

$$\begin{aligned} \Psi_{11} &= \Phi[H_z yz - H_y(x^2 + z^2) - H_x xy], \\ \Psi_{12} &= \Phi[H_x(x^2 + y^2) - H_y xy], \quad \Psi_{13} = \Phi_y[H_z x + H_x z], \\ \Psi_{22} &= -\Psi_{11} + 2\Phi H_z yz, \quad \Psi_{23} = \Phi[H_z(x^2 + y^2) - H_y yz], \\ \Psi_{33} &= \Phi[H_x xy - H_y(x^2 + z^2) - H_z yz], \quad \Psi_{00} = \Psi_{11} + \Psi_{22} + \Psi_{33}, \\ \Psi_{01} &= \Phi H_y xr, \quad \Psi_{02} = \Phi[H_x x + H_z z]r, \quad \Psi_{03} = \Phi H_y zr, \end{aligned} \quad (6)$$

где для сокращения записи введено обозначение:

$$\Phi = \frac{2ikbG}{c^4 r^2} \exp[i(kr - \omega t)].$$

Поскольку взаимодействие электромагнитной волны с постоянным полем при данной постановке задачи происходит во всем пространстве, то компоненты гравитационной волны (6) не могут быть приведены к ТТ- калибровке [10].

Заключение

Таким образом, математическое моделирование показало, что при распространении электромагнитной волны в постоянном магнитном поле частота возникающей гравитационной волны совпадает с частотой электромагнитной волны. Поэтому этот процесс может использоваться для излучения высокочастотных гравитационных волн. Кроме того, показано, что учет кривизны фронта электромагнитной волны существенно изменяет асимптотику амплитуды рожденной гравитационной волны (6): $\psi_{nk} \sim O(1) \exp[i(kr - \omega t)]$.

Это обстоятельство необходимо учитывать при оценке эффективности превращения электромагнитной волны в гравитационную волну в астрофизических условиях, а также при расчете лабораторных источников гравитационного излучения.

Такие расчеты необходимы для поисков путей практического использования радио, СВЧ и оптического диапазонов гравитационно - волнового канала связи.

Библиографический список

1. Эйнштейн А. Собрание научных трудов. Т.1, - М.: Наука, 1965. -700 с.

2. Фок В. А. Теория пространства, времени и тяготения. - М.: Физматгиз, 1961. – 504 с.
3. Taylor J.H., Fowler L.A., McCulloch P.M. Measurements of general relativistic effects in the binary pulsar PSR 1913+16. // Nature, 1979, v. 277, p. 437-440.
4. B. P. Abbott et al. Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger. // Physical Review Letters, 2016, V. 116, P. 061102.
5. Вебер Дж. Общая теория относительности и гравитационные волны. - М.: Изд-во Иностранной литературы, 1962. -271 с.
6. Крамер Д. и другие. Точные решения уравнений Эйнштейна. - М.: Энергоиздат, 1982, - 376 с.
7. Захаров В.Д. Гравитационные волны в теории тяготения Эйнштейна. М.: Наука, 1972. - 210с.
8. Герценштейн М.Е. Волновой резонанс световых и гравитационных волн. // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1961. Т. 41, С. 113-114.
9. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. - М.: Наука, 1988. - 510 с.
10. Cooperstock F. I. The essence of gravitational waves and energy.
// International Journal of Modern Physics D 2015, Vol. 24, No. 12, P. 1543005.