

## Современное состояние теории шимми

А. А. Загордан

### Аннотация

На основе обзора публикаций в отечественной и зарубежной печати проведен анализ современного состояния проблемы теоретического описания явления шимми колеса шасси самолета. Рассмотрены как классические математические модели, так и современные подходы к описанию колебательной неустойчивости качения тела по твердой поверхности, в первую очередь различные варианты учета сухого трения. На основе результатов анализа сформулированы предложения по дальнейшему совершенствованию теории шимми применительно к высокочастотным колебаниям колес неуправляемых стоек шасси самолетов.

### Ключевые слова

колебания; неустойчивость; качение; трение сухое; шасси самолета; шимми

### Введение

Шимми – автоматические колебания колеса вследствие неустойчивости прямолинейного качения. Явление шимми выражается в совместном интенсивном движении колеса по рысканию, в боковом и продольном направлениях, вызванном взаимодействием между взлетно-посадочной полосой, пневматиком, колесной стойкой и планером летательного аппарата (ЛА). Типичная частота колебаний лежит в диапазоне 10 - 30 Гц, при этом амплитуда может возрасти до уровня, влияющего на работоспособность пилота или приводящего к разрушению элементов конструкции шасси и планера. Шимми чаще всего наблюдается на носовой стойке шасси с ориентирующимся колесом, однако может возникать и на неуправляемых главных стойках. Последний случай является наименее исследованным, обладает рядом особенностей и представляет существенный интерес, как с теоретической точки зрения, так и с точки зрения конструктивных мер по его минимизации при проектировании шасси ЛА. В настоящей работе проведен анализ существующих на настоящий момент математических моделей шимми колеса, причем особое внимание уделяется описанию взаимодействия колеса со взлетно-посадочной полосой, так как силовые факторы сухого трения, не учитываемые в классических моделях шимми ориентирующегося носового колеса, могут оказаться

существенными для описания высокочастотных колебаний жестко закрепленных основных стоек.

### **Классические теории шимми колеса**

Первые попытки теоретического описания шимми были предприняты во Франции в 1920-х годах применительно к управляемым колесам автомобильного шасси. В 1925 году Д. Брулье в работе [1] были опубликованы основные результаты исследования влияния взаимодействия пневматика шины с дорогой на устойчивость движения колесного экипажа. В это же время С. де Лаво сформулировал первую простейшую модель шимми на основе описания шины колеса как абсолютно твердого тела [2]. Х. Фромм одним из первых выявил решающее влияние радиальной жесткости деформируемой шины на вертикальное перемещение шасси автомобиля и обнаружил сходство неустойчивости движения автомобиля с неустойчивыми колебаниями колес самолетов [3]. Исследования проскальзывания при качении деформируемого колеса привели Х. Фромма к необходимости изучения бокового сноса и рыскания колес при воздействии боковых сил. В работе [3] было показано, что боковые силы влияют на колебательное движение за счет возникновения момента сил относительно продольной оси колесного экипажа.

Б. фон Шлиппе и Р. Дитрих в 1941 г. представили в работе [4] модель контакта деформируемой шины с дорожным полотном без проскальзывания, названную впоследствии «струнной теорией». Боковое смещение элементов шины определяется искривлением ее экваториальной линии. В области контакта колеса с опорной поверхностью при отсутствии проскальзывания экваториальная линия имеет форму траектории колеса, тогда как за пределами контактной площадки деформация экваториальной линии уменьшается до нуля подобно деформации натянутой струны, оттягиваемой боковыми пружинами. Сила и момент, действующие на колесо со стороны опорной поверхности, определяются интегрированием уравнения экваториальной линии. При качении получившей боковую и угловую деформацию шины в направлении, параллельном плоскости обода, с определенным углом увода, боковая деформация элемента шины возрастает по экспоненциальному закону до входа в контакт с опорной поверхностью; после входа в контакт деформация возрастает линейно. Для применения струнной теории необходимо знать длину области контакта, боковую жесткость шины, отнесенную к единице длины, и параметр жесткости, называемый релаксационной длиной.

Используя модель пневматика фон Шлиппе – Дитриха, Л. Сиджел описал боковую силу и момент, действующие на пневматик, как функции частоты колебаний [5]. В основу

модели [5] положена гипотеза о совпадении формы экваториальной линии в области контакта и траектории качения колеса, причем впереди области контакта экваториальная линия имеет общую касательную к экваториальной линии внутри области контакта. Л. Сиджел рассмотрел боковую силу и момент при боковых колебаниях плоскости обода («чистый» боковой увод), а также при боковых и угловых колебаниях плоскости обода при отсутствии угла увода («чистый» поворот) и показал, что боковая сила и момент, вызванные вращательными колебаниями относительно вертикальной оси колеса, являются суперпозицией сил и моментов, соответствующих «чистому повороту» и «чистому уводу». Проскальзывание в области контакта и соответствующее ему трение в модели Л. Сиджеля также не рассматривалось.

Первые исследования шимми ориентирующейся стойки шасси самолета были проведены А. Контровичем. В работе [6] была сформулирована модель «кинематического шимми» в предположении о невесомости колеса, отсутствии его выноса и малых скоростях гармонического колебательного движения. При рассмотрении «динамического шимми» А. Контрович фактически постулировал уравнения движения пневматика, что привело к неудовлетворительным результатам, как было впоследствии показано М. В. Келдышем в работе [7].

М. В. Келдыш в 1945 г. сформулировал наиболее полную теорию качения колеса без проскальзывания на упругом пневматике [7]. Деформация пневматика характеризуется тремя кинематическими переменными; кривизна линии качения связана с ними линейным уравнением с тремя коэффициентами («кинематическими коэффициентами» Келдыша). Уравнения неголономных кинематических связей получены для центральной точки области контакта пневматика с опорной поверхностью. Трение скольжения в произвольной точке области контакта, не совпадающей с его центром, при угловых колебаниях колеса относительно вертикальной оси (верчении), также как и трение качения колеса, не учитывается. Масса деформируемой части пневматика предполагается пренебрежимо малой. Кинематическим переменным соответствуют три обобщенные силы, связанные с параметрами деформацией пневматика системой линейных уравнений. Матрица системы положительно определена, т.е. постулируется существование потенциала системы.

В работе [7] приведены уравнения движения с учетом наклона стойки, произвольного выноса и поперечной упругости колеса, проведено исследование шимми вертикальной стойки и указаны пути предотвращения колебаний. Кроме того, впервые проведен анализ устойчивости движения стойки с двумя колесами, как связанными жесткой осью, так и вращающимися независимо.

В работе [8] Г. Е. Чупилко представлены результаты натурных исследований шимми авиационных пневматиков на вращающемся барабане, подтверждающие справедливость

теории М.В. Келдыша. Показано, что границы устойчивости качения существенно зависят от типа пневматика и стойки, геометрических параметров установки колеса и режима работы.

В работе А. В. Смирчека [9], последовавшей за работой М. В. Келдыша, было доказано существование т. н. «кинематического шимми» при нулевом выносе колеса и малых скоростях его движения. Показана зависимость возникновения шимми от начального возмущения, рассмотрено влияние выноса и величины нагрузки на критическую скорость шимми и сделан вывод о малом влиянии наклона стойки на величину критической скорости шимми. Трение в области контакта А. В. Смирчеком также не учитывалось.

Полная модель М. В. Келдыша достаточно сложна. Ее практическое применение, особенно при отсутствии вычислительной техники, было сопряжено с заметными трудностями, вследствие чего определенное развитие получили более простые модели качения колес с упругими шинами.

В работе И. Рокара [10] была предложена модель колеса с одной дополнительной кинематической переменной, характеризующей деформацию пневматика – углом бокового увода. Применяя ньютонов формализм, И. Рокар не использовал уравнение кинематической связи, а непосредственно ввел в уравнения движения поперечную силу, пропорциональную углу бокового увода. Трение в области контакта в модели И. Рокара также учтено не было.

Теорию качения пневматика, учитывающую две возможные деформации – изгиб и скручивание шины, разработал Й. Х. Грейданус [11]. В основу кинематики качения в модели [11] был положен постулат о совпадении касательной к траектории качения и касательной к экваториальной линии деформированного пневматика. Й. Х. Грейданусом получены уравнения кинематических связей, накладывающих ограничения на возможные движения колеса при качении без проскальзывания, а также за счет введения дополнительной степени свободы учтено влияние наклона обода на деформацию экваториальной линии пневматика. Уравнения кинематических связей приведены к центральной точке площадки контакта без учета конечности размера области контакта.

Во многих более поздних моделях, фактически развивающих теорию И. Рокара, в частности, в работах Е. А. Чудакова [12], Г. А. Гаспарянца [13] и Я. М. Певзнера [14] явление бокового увода рассматривалось как основная причина неустойчивости колеса при качении. При отсутствии проскальзывания реакции опорной поверхности, приведенные к центру области контакта, сводились к поперечной силе и моменту, являющимися линейными функциями угла увода, при этом момент стремился уменьшить угол увода. В работе [14] Я. М. Певзнер показал, что одна только боковая сила, приложенная к колесу, не может вызвать увода; увод колеса возникает лишь при наличии момента.

Е. А. Чудаков [15] и Ю. А. Ечеистов [16] исследовали явление увода, возникающее при качении колеса, наклонного к опорной поверхности и удерживаемого от бокового перемещения, по прямолинейному пути. В этом случае реакции опорной поверхности приводятся к поперечной силе и моменту, стремящемуся повернуть колесо в сторону угла наклона. В работе [15] введен в рассмотрение радиус качения, т.е. радиус фиктивного жесткого колеса, которое при отсутствии пробуксовывания и проскальзывания и одинаковой с действительным колесом скорости вращения имеет и ту же, что и у реального колеса, скорость качения. Радиус качения определяется при измерении пути, пройденного колесом за определенное число оборотов. Кроме того, исследовано влияние на радиус качения передаваемой через колесо окружной силы: в случае тяговой силы радиус уменьшается, а при тормозной силе - увеличивается. Это явление объясняется соприкосновением с опорной поверхностью сжатых элементов шины при передаче тяговой силы или растянутых элементов при передаче тормозной силы. Показано, что учет изменения радиуса качения имеет существенное значение при исследовании устойчивости шасси со заблокированными колесами.

В. И. Неймарк и Н. А. Фуфаев в монографии [17] на базе общей теории М. В. Келдыша рассмотрели ряд частных случаев, допускающих возможность упрощения уравнений движения экипажа на баллонных колесах. В основу построений был положен метод малого параметра, позволяющий разложить фазовое пространство системы на подпространства быстрых и медленных движений. В. И. Неймарк и Н. А. Фуфаев показали, что частные случаи теории Келдыша при движении с большой скоростью и при больших значениях кинематических коэффициентов содержат обобщение теорий, основанных на гипотезах увода И. Рокара, Е. А. Чудакова, Ю. А. Ечеистова и других. Эти модели следуют из теории М. В. Келдыша при пренебрежении переходными процессами деформирования пневматика.

Было также показано, что при большой скорости движения силы и моменты, действующие на экипаж со стороны колес, выражаются через обобщенные координаты, в число которых не входят параметры деформации пневматиков. При этом удается понизить порядок характеристического уравнения линеаризованной системы на величину, равную удвоенному количеству колес. В случае достаточно жестких колес, т. е. при больших значениях параметров, связывающих обобщенные силы и моменты в точке контакта с обобщенными деформациями пневматика, и, соответственно, при больших значениях кинематических коэффициентов Келдыша возможно понижение порядка характеристического уравнения на величину количества колес. При этом для ориентирующей стойки шасси самолета вместо двух уравнений кинематических связей может быть записано одно, содержащее два коэффициента увода, связанные с кинематическими коэффициентами Келдыша.

В работе [18] В. С. Гоздеком и Е. Г. Бибером предложен способ приближенной оценки устойчивости движения колес по частотным характеристикам с заменой упругих колес дисками. В точке диска, соответствующей точке приложения боковой силы на к упругому пневматику, прикладывается боковая сила, изменяющаяся по гармоническому закону, причем ее частота находится в диапазоне предполагаемой частоты шимми. Определяются боковое смещение колес, их поворот относительно вертикальной и продольной осей и сила, которая действовала бы на пневматик, вызывая измеренные величины смещения и поворота. При рассмотрении отношения сил как передаточной функции разомкнутой системы устойчивость движения можно оценить по критерию Найквиста. Кроме того, данный способ позволяет оценить также декремент колебаний.

В 2002 году вышла работа Х. Б. Пасейки [19], объединившая большой накопленный опыт автора в области динамики колесных средств, а также существующие на тот момент теории в данной области.

С. Габор использовал энергетический подход для классического шимми колеса с помощью уравнений Аппеля-Гиббса [20]. С. Габор рассмотрел классическую задачу пространственного движения упруго подвешенного колеса по шероховатой поверхности в свете новых разработок теории нелинейных колебаний, бифуркаций и хаотических движений. Было определено наименьшее число степеней свободы механической модели, которая предсказывает неустойчивое стационарное качение и хаос. С. Габор дал объяснение неустойчивости, основанное на потоках энергии в системе при наличии и отсутствии вязкого демпфирования.

### **Учет упругих деформаций пневматиков при качении в рамках классических моделей шимми**

Следует отметить, что для исследования системы уравнений при больших значениях кинематических параметров согласно [17] необходимо и достаточно располагать коэффициентами увода. Поскольку по этим коэффициентам существует достаточное количество экспериментальных данных, препятствия к использованию теории М. В. Келдыша уменьшаются, тогда как использование модели в самом общем случае требует наличия экспериментальных данных по кинематическим коэффициентам шин.

Среди работ, посвященных экспериментальному определению характеристик пневматиков, наиболее полной является работа Р. Ф. Смайла и В. Б. Хорна [21]. Исследование сил и моментов, действующих на катящийся пневматик, провели Д. Л. Норден и А. Д. Кортезе [22]. Параметры пневматика, необходимые для исследования устойчивости ориентирующейся стойки шасси, нашли Р. Л. Коллинз и Р. Д. Блэк [23]. Параметры пневматика, необходи-

мые для определения боковой силы и момента, приложенного со стороны опорной поверхности к колесу, определялись на стенде с вращающимся барабаном. Было показано, что этот способ приводит к более достоверным результатам, чем испытания на плоской плите.

В работе [24] К. Кенига проведен анализ математических моделей нестационарной динамики пневматиков и показано отсутствие на 1995 год единой теории.

Приближенные уравнения для определения боковой силы, действующей на авиационные шины, и результаты экспериментов по определению боковых сил для четырех типоразмеров пневматиков на вращающемся барабане приводятся в статье П. И. Бландова [25]. Экспериментальные зависимости боковой силы и момента от угла увода являются существенно нелинейными в случае вертикальной нагрузки уже при малых величинах угла. Работа Дж. Е. Стивенса [26] посвящена теоретическому определению релаксационных характеристик и параметров пневматика. Г. Е. Чупилко в [27] проанализировал результаты экспериментального определения боковой и крутильной жесткостей ряда авиационных пневматиков в зависимости от нагрузки. В статье [8] представлены вибрационные характеристики пневматиков, определенные при отсутствии демпфирования или при частичном демпфировании колебаний.

Авиационные шины в большинстве случаев имеют диагональную структуру армирования. В 90-е годы было начато производство радиальных шин; характеристики радиально армированных пневматиков были получены Т. Дж. Ягером с соавторами [28] и П. А. Дэвисом [29,30]. Эмпирические выражения для «релаксационной длины» радиальной шины были впервые опубликованы С. Б. Олсбруком в работе [31].

Развитие модели качения упруго деформируемого пневматика при отсутствии проскальзывания в области контакта предложил В. С. Гоздек. В работе [32] описан способ нахождения связи между обобщенными деформациями шины, рассматриваемой как упругое тело с конечным числом степеней свободы, на основе анализа средней линии шины в окрестности точек начала и конца контакта, и построил вариант «балочной» модели шины с учетом длины контакта. Уравнения движения упругого пневматика, полученные В. С. Гоздеком, представляют собой дальнейшее развитие модели М. В. Келдыша. В дальнейшем В. С. Гоздек развил метод составления уравнений качения без проскальзывания упругого колеса, свободный от ограничений в отношении схемы упругой шины [33], и сформулировал задачу о малых колебаниях катящегося колеса, как краевую задачу для уравнений с частными производными, при этом приближенно учел инерцию деформирования шины. Основные результаты теоретических и экспериментальных исследований В. С. Гоздека по проблеме устойчивости движения ориентирующейся стойки шасси самолета с упругим колесом изложены в работе [34].

Развитие теории шимми ориентирующихся колес в направлении учета динамических свойств шины при использовании упрощенной постановки задачи качения было предложено Ю. С. Козыревым в [35]. Модель Ю. С. Козырева основана на гипотезе увода и учитывает упругие, демпфирующие и инерционные свойства пневматика, а также момент, возникающий в центре области контакта.

В работе [36] Х. Б. Пасейки предложены усовершенствованные полуэмпирические модели шины, позволяющие поставить задачу динамики колеса для высоких скоростей движения и высоких частот колебаний.

### **Уточнение классических теорий шимми колеса**

Большинство описанных выше классических моделей неустойчивого качения колеса основано на двух основных предположениях:

- о качении колеса по опорной поверхности без проскальзывания;
- о возникновении неустойчивости качения под действием упругих сил, возникающих в деформируемом пневматике.

Уточнение перечисленных моделей шимми в рамках данных гипотез в основном сводится к учету различных дополнительных факторов. Так, Х. Б. Пасейка в работе [37] описывает шимми, возникающий вследствие упругого деформирования пневматика на основе модели «бегущей ленты» Фон Шлиппе – Дитриха. В дополнение к данной модели учитывается влияние профильных элементов протектора, демпфирующий момент, возникающий при учете ненулевой ширины площадки контакта, масса пневматика, сухое трение в подшипнике шкворня колеса, характеристика пневматика с насыщением и зазор в подшипнике колеса. Три последних явления приводят к нелинейной системе уравнений движения. Для стационарного режима качения при любой величине угла увода получены выражения для боковой силы и момента. Для нестационарного режима качения при малых углах увода без проскальзывания в плоскости контакта построены частотные характеристики сил и моментов, действующих на пневматик. На основе анализа зависимости сил и моментов от формы экваториальной линии показано, что экваториальную линию в области контакта можно считать прямой, касательной к криволинейной экваториальной линии в передней точке границы области контакта. Получена оценка демпфирующее влияние гироскопического эффекта вследствие поперечных колебаний пневматика ненулевой массы. На базе частного случая предложенной модели – пневматика нулевой ширины без протектора – исследована устойчивость движения автомобиля и стойки шасси самолета. Проведен анализ влияния на устойчивость качения каждого из факторов, порождающих нелинейность.

В работе В. С. Гоздека [38] даны уравнения движения ориентирующей стойки шасси при учете крутильной и боковой упругой деформации и определены границы области устойчивости в зависимости от различного сочетания жесткостных параметров. Описана методика лабораторных испытаний ориентирующей стойки на копровом стенде с подвижной опорой. В работе [39] В. С. Гоздеком исследовано качение заблокированных ориентирующихся колес шасси, получены уравнения кинематических связей и выражения для сил и моментов, действующих на пневматик при его поперечных и продольных колебаниях. Уравнения движения заблокированных колес построены с учетом боковой изгибной и крутильной жесткости упругой стойки, крутильной упругости вала, связывающего колеса, и наличия демпфера колебаний. Получены оценки минимально допустимой крутильной жесткости стойки шасси. Показано, что введение блокировки колес аналогично включению между ориентирующей и неориентирующей частями стойки с независимо вращающимися колесами дополнительной пружины и соединенного последовательно с ней дополнительного демпфера с линейной характеристикой. Сделан вывод о целесообразности введения блокировки в случае высокой боковой жесткости стойки и высокой жесткости блокирующего вала, что позволяет снизить требования к величине жесткости заблокированных колес шасси.

В работе Е. И. Ларькина [40] на примере вертикальной жесткой стойки, упруго подвешенной к фюзеляжу и имеющей демпфер кручения с линейной характеристикой, проведена сравнительная оценка теории Келдыша, струнной теории и теории точечного контакта. Результаты решения задачи определения потребной жесткости стойки и коэффициента демпфирования проанализированы при различных величинах выноса колеса и горизонтальных скоростях движения в случае ориентирующегося, неориентирующегося и управляемого одиночного колеса или для сдвоенных колес.

В работе [41] В. С. Метрикина и М. А. Пейселя представлены модель качения колеса шасси с демпфером шимми при известной из экспериментальных данных зависимости динамической жесткости демпфера от частоты.

В эксперименте, описываемом В. Дж. Мореландом в работе [42], сила, изменяющаяся во времени по гармоническому закону, прикладывалась к оси ориентирующей стойки авиационного шасси в направлении, перпендикулярном оси самолета. Эксперимент показал значительное изменение боковой силы в зависимости от частоты в нормальных пределах шимми. В. Дж. Мореланд обнаружил экспериментально и описал теоретически сдвиг фаз между боковой силой и углом поворота оси площадки контакта относительно обода колеса.

В труде Бесселинка [43] рассмотрено влияние используемой модели пневматика, упругодемпфирующих свойств стойки, зазоров, амортизационной и тормозной системы шасси,

схемы стойки, а также массово-инерционных характеристик системы на решение задачи об устойчивости качения. Приведены результаты расчета авиационных шасси в ряде практических случаев.

Д. Притчард опубликовал обзор работ в области шимми, возбуждаемого тормозом колеса. В работе [44] описаны различные теории и методики стендовых и летных испытаний самолетного шасси. Отмечены расхождения в экспериментальных результатах, получаемых на инерционных станах и в летных испытаниях. На сегодняшний день окончательного решения проблемы предотвращения возбуждаемых тормозом колебаний стоек шасси не найдено.

### **Теории качения твердых тел с проскальзыванием**

Во всех моделях качения колеса, используемых до настоящего времени, принимались различные гипотезы взаимодействия упругого пневматика с опорной поверхностью, упрощающие полные модели контактного взаимодействия деформируемых тел, а также постулировалось отсутствие относительного проскальзывания в точке контакта. В последние 10-12 лет были предприняты попытки теоретического объяснения экспериментально обнаруженного явления шимми колеса без пневматика, модель которого близка к абсолютно твердому телу. Классическая теория шимми, объясняющая неустойчивость качения колеса его упругими деформациями, в данном случае неприменима. На основе анализа сходных задач о качении абсолютно твердых тел по недеформируемым поверхностям были высказаны предположения о влиянии на устойчивость сил сухого трения скольжения и момента сухого трения вращения.

Учет проскальзывания и трения в моделях шимми колеса предпринимался и ранее параллельно с разработкой классических моделей. Кинематические связи, описывающие качение как жесткого, так и упругого колес, были сформулированы в работе А. Б. Протопопова [45]. В диссертации В. И. Жулева [46] приближенно учтено влияние скольжения и сопутствующих ему сил трения на автоколебания упругих ориентирующихся колес. В. И. Жулевым был рассмотрен ряд моделей колеса и сделан вывод о решающей роли боковой деформации пневматика в возникновении колебательной неустойчивости качения; в то же время показано, что при больших скоростях движения и больших углах отклонения колеса от оси ориентировки колебания колес происходят со скольжением.

Учет сил сухого трения опирается на различные модели, которые условно могут быть разделены на три группы [47]. Простейшие модели сухого трения опираются на закон Амонтона-Кулона, например, [48]. Недостаточность модели Амонтона-Кулона для описания

трения качения и вращения твердого тела, находящегося на абсолютно твердой поверхности, обнаружил П. Контенсу [49]. Учитывая существование конечной области контакта и используя теорию контактного взаимодействия Г. Герца [50], П. Контенсу построил зависимость силы сухого трения от отношения скорости скольжения к скорости вращения. В предположении, что обе соприкасающиеся поверхности локально сферические, а область контакта круговая, П. Контенсу показал, что при наличии сколь угодно малого вращения сила трения трогания обращается в нуль, и условие отсутствия проскальзывания не может быть реализовано. Момент сил трения в работе [49], однако, рассмотрен не был.

Дальнейшее обобщение теории П. Контенсу было построено В. Ф. Журавлевым. В работе [51] с помощью переноса центра координат в мгновенный центр скоростей были получены точные аналитические выражения силы трения и момента трения в зависимости от отношения скорости скольжения к скорости вращения. Была предложена приближенная модель на основе аппроксимаций Паде точных выражений силы и момента трения и построено решение задачи о качении по плоскости однородного шара [51]. Дальнейшие исследования привели к созданию комбинированной модели сухого трения первого порядка [52], основанной на прямом построении дробно-линейных аппроксимаций Паде силы и момента трения для круговых площадок контакта. С помощью модели первого порядка было установлено, что скорость скольжения и скорость вращения вращающегося тела при качении по плоскости при любых начальных условиях обращаются в нуль одновременно. Модель поликомпонентного сухого трения для малой круговой области контакта была положена в основу решений задач о движении по плоскости вращающегося волчка [53] и динамики кельтского камня [54].

А. А. Киреев предложил обобщение модели трения скольжения и вращения на тот случай, когда область контакта не является близкой к точечной [55]. Теория Контенсу-Журавлева была применена к решению задачи о движении по плоскости однородного вращающегося диска. Были построены точные выражения и аппроксимации Паде силы и момента трения для области контакта в форме круга. В работе [55] было показано, что модели сухого трения для круговых площадок с использованием аппроксимации Паде первого и второго порядка отличаются мало, и при решении задач динамики достаточной является модель первого порядка. В. Ф. Журавлев также ввел понятие «зоны застоя» - области в пространстве  $\square^2$ , графически описывающей взаимосвязь силы и момента в окрестности нуля [52]. Модель на основе аппроксимации Паде второго порядка приводит к существенно более точному описанию зоны застоя, граница которой становится выпуклой.

В основу теории Контенсу-Журавлева положена гипотеза о локальной сферичности контактирующих тел, при этом распределение нормальных напряжений в площадке контакта описано соотношением, следующим из теории Герца [50]:

$$\sigma = \frac{3N}{2\pi R^2} \sqrt{1 - \frac{\rho^2}{R^2}},$$

где  $N$  - реакция опорной поверхности,  $R$  - радиус круговой области контакта,  $\rho$  - расстояние от центра до произвольной точки круга контакта. А. А. Киреевским в [55] для случая плоской области контакта с постоянной границей было использовано распределение нормальных напряжений в виде

$$\sigma = \frac{N}{2\pi R^2 \sqrt{1 - \rho^2}}.$$

В более общем случае распределение контактных напряжений при взаимодействии упругого тела с опорной поверхностью может быть описано на основе различных аналитических решений, построенных Н. И. Мухелишвили [56, 57], Л. А. Галиным [58, 59], Дж. Гладуэллом [60]. В монографии К. Джонсона [61] было предложено первое приближение для деформируемого пневматика малой жесткости, в соответствии с которым нормальное контактное напряжение равно давлению в пневматике, а площадь области контакта определяется известной реакцией опорной поверхности.

На основе анализа решений задач о качении твердых тел по шероховатым поверхностям [47, 51-54] Д. М. Климовым и В. Ф. Журавлевым в 2009 г. была предложена теория возникновения шимми вследствие сухого трения. В работе [62] было показано, что при качении с верчением, обязательно возникающим при шимми абсолютно жесткого колеса, формулировка условия качения в виде неголономной кинематической связи оказывается несостоятельной. На основе линеаризации уравнений движения колеса и критерия Раусса-Гурвица была построена оценка области устойчивости качения и тем самым принципиально доказана возможность шимми стойки шасси с абсолютно жестким колесом. В статье [48] Д.М. Климов и В.Ф. Журавлев в 2010 г. более широко описали постановку и аналитическое решение задачи качения колеса, затронутой в. Результаты решения модели сравнены с экспериментальными данными по зависимости силы трения от кинематических компонент, полученных в МФТИ.

## Заключение

Как следует из ряда экспериментальных данных и опыта эксплуатации самолетов, проскальзывание является распространенным явлением на начальном этапе пробеге при движении самолета на колесах основных стоек. Для данного этапа качения характерно скольжение, как в силу конечного углового ускорения раскрутки колеса, так и бокового сноса, и верчение колеса. В то же время деформации пневматика высокого давления сравнительно невелики. Следовательно, при исследовании устойчивости качения колес основных стоек шасси на начальном этапе пробеге влияние сил трения может оказаться сопоставимым с влиянием сил, порождаемых упругими деформациями пневматика. Кроме того, для начального этапа пробеге весьма существенно влияние коэффициента сцепления на полосе.

Существующие на сегодняшний день модели шимми колеса шасси самолета, перечисленные шасси самолета выше, характеризуются следующими основными особенностями.

1. Классическая теория шимми (теория М. В. Келдыша), разработанная для описания неустойчивого движения ориентирующихся колес носовых стоек, основана на предположении о решающем влиянии упругих деформаций пневматика на возникновение колебаний при качении. Более простые модели шимми, такие, как, например, различные гипотезы увода, являются частными случаями общей модели М. В. Келдыша.
2. Уточнение теории шимми в течение всего периода ее развития в основном было связано с учетом различных дополнительных факторов – трения в стойке шасси, влияния различных демпферов и т.д. на базе общей модели М. В. Келдыша или модели увода.
3. В абсолютном большинстве моделей сцепление колеса с опорной поверхностью предполагается идеальным, проскальзывание в области контакта при скольжении и верчении колеса в расчет не принимается.
4. В наиболее современных работах, показано, что явление шимми осуществимо и в случае колеса, близкого к недеформируемому, при этом решающую роль играют сила и момент сухого трения при скольжении и верчении. В то же время опубликованные результаты были получены только для шасси простейшей конфигурации без продольного и бокового выноса и в рамках герцевой модели контакта.

Очевидно, что модель шимми на основе классической теории может не полностью описывать процесс неустойчивого качения колеса основной стойки с проскальзыванием на начальном этапе пробеге. Для достоверного теоретического описания шимми основной стойки требуется анализ влияния сил трения на основе моделей поликомпонентного сухого трения в сочетании с различными моделями контакта колеса с опорной поверхностью.

## Библиографический список

1. Broulhiet, G. The Suspension of the Automobile Steering Mechanism Shimmy and Tramp // BULL Soc. / Ing. Civ. Fr. 78, pp. 540-554, July 1925.
2. De Lavaud S., D. Shimmy, Pseudo-Shimmy and Tramp of an Automobile // C.R. Acad. Sci., Paris, Fr. 185, pp. 254-257, July 1927.
3. Fromm, H. Brief Report on the History of the Theory of Shimmy // NACA TM 1365, , 1954, p. 181.
4. Von Schlippe B., Dietrich R. Das flattern eines beneuten Rades. Beriant der Lilinthal-Gesellseharft, 140, 1941.
5. Segel L. Force and moment response of pneumatic tires to lateral motions inputs // Transactions ASME, Journal of Engineering for Industry, 88B, 1966.
6. Kontrowitz A. Stability of Castering wheels for aircraft landing gear // NACA, Rep. №686, 1940.
7. Келдыш М. В. Шимми переднего колеса трехколесного шасси // Труды ЦАГИ, № 564, 1945.
8. Чупилко Г. Е. Вибрационные характеристики свободно ориентирующихся колес шасси // Техника воздушного флота, № 11, 1951.
9. Смирчек А. В. Расчет и испытания ориентирующихся колес на шимми // Труды ЦАГИ С-519, 1950.
10. Рокар И. Неустойчивость в механике. Автомобили. Самолеты. Висячие мосты. – М.: Изд. Иностран. Литературы, 1959.
11. Greidanus J. H. Besturing en stabiliteit van het neuswielonderstel // Raport V1038, National Luchtvaartlaboratorium, 1942.
12. Чудаков Е. А. Качение автомобильного колеса. – М: Машгиз, 1947.
13. Гаспарянц Г. А. Боковой увод автомобильного колеса // Сборник статей машиноведения, изд. АН СССР, 1950.
14. Певзнер Я. М. Проблемы устойчивости и управляемости автомобиля // Сборник статей «Вопросы машиноведения», изд. АН СССР, 1950.
15. Чудаков Е. А. Качение автомобильного колеса при наклонном расположении его средней плоскости // Докл. АН СССР, т. 90, №3, 1953.
16. Ечеистов Ю. А. Исследование увода мотоциклетных шин // Сборник статей «Вопросы машиноведения». Изд. АН СССР, 1950.
17. Неймарк Ю. И., Фуфаев Н. А. Динамика неголономных систем. – М: «Наука», 1967.

18. Гоздек В. С., Бибер Е. Г. Новый способ проверки устойчивости движения колес самолета // *Авиационная промышленность*, № 6, 1965.
19. Pacejka H. B. *Tyre and Vehicle Dynamics*. Butterworth-Heinemann, SAE, 2002/2006.
20. Gabor S. Appell-Gibbs equations for classical wheel shimmy - an energy view // *J. Comput. and Appl. Mech.* 2002. 3, N 1, pp. 85-92.
21. Smiley R. F., Horne W. B. Mechanical properties of pneumatic tires special reference to modern aircraft tires // *NACA Techn. Rep. NR64*, 1960.
22. Nordeen D. L., Cortese A. D. Force and Moment Characteristics of rolling tires // *SAE Trans.*, 1964.
23. Collins R. L., Black R. J. Experimental determination of tire parameters for aircraft landing gear shimmy stability studies // *AJAA, Paper, №68-311*, 1968.
24. Koenig K. Unsteady tire dynamics and the application thereof to shimmy and landing load computations // *AGARD Meeting*, 1995.
25. Бландов П. И. К расчету боковых сил на пневматике авиаколес // *Известия ВУЗов «Авиационная техника» №1*, 1963.
26. Stevens J. E. Relaxation characteristics of pneumatic tires // *Journal of the AeroSpace Sciences*, N6, v. 26, 1959.
27. Чупилко Г. Е. Статические упругие характеристики пневматиков авиаколес // *Техника воздушного флота*, № 4, 1951.
28. Yager T. J., Stubbs S. M., Davis P. A. Aircraft radial-belted tire evaluation. SAE technical paper 901913, 1990.
29. Davis P. A. et al. 26x6.6 radial-belted aircraft tire performance // *SAE technical paper 912157*, 1991.
30. Davis P. A. Comparison of 30x11.5-14.5 bias-ply and radial-belted tire characteristics // *SAE technical paper 922012*, 1992.
31. Alsobrook C. B., Vogel M. G. Relaxation behavior of aircraft tires // *SAE technical paper 961300*, 1996.
32. Гоздек В. С. К постановке задачи о взаимодействии с землей катящегося колеса с упругой шиной при его колебаниях // *Доклады АН СССР*, 1969, 186, №5.
33. Гоздек В.С. Об уравнениях качения колеса с упругой шиной // *Ученые записки ЦАГИ*, т. XV, №2, 1984.
34. Гоздек В. С. Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук, ЦАГИ, 1971.

35. Козырев Ю. С. Методика определения устойчивости движения и частот шимми ориентирующихся колес с учетом динамических свойств шины. Автореферат на соискание ученой степени кандидата технических наук, Харьков, 1985.
36. Pacejka H. B. The Delft Semi-Empirical Dynamic Tyre Model // Symposium of Advances in Contact Mechanics: a tribute to Prof. J. J. Kalker, Delft, The Netherlands 22 - 24 October 2008.
37. Pacejka H. B. The wheel shimmy phenomenon. A theoretical and experimental investigation with particular reference to the non-linear problem. Diss. doct. techn. sci. Techn. Hogeschool Delft, 1966.
38. Гоздек В. С. Расчет и испытания ориентирующихся колес самолета на шимми // Руководство для конструкторов самолетов и крылатых ракет, т. IV, выпуск II, 1962.
39. Гоздек В. С. Устойчивость качения сблокированных колес шасси самолета // Труды ЦАГИ, вып. 1196, 1970.
40. Ларькин Е. И. Сопоставление различных теорий качения пневматика в применении к задаче шимми колес самолета // Труды ЦАГИ, вып. 1893, 1977, с. 3-17.
41. Метрикин В. С., Пейсель М. А. К исследованию шимми опоры шасси с учетом частотных характеристик демпфера // Известия Вузов, Авиационная техника, 2009, № 2. с.69-71.
42. Moreland W.J. The story of shimmy // Journal of the Aeronautical Sciences, vol. 21, №12, 1954.
43. Besselink I. J. M. Shimmy of Aircraft Main Landing Gears. Proefschrift, Technische Universiteit Delft, 2000, 201 p.
44. Pritchard J. Overview of landing gear dynamics // J. Aircraft. 2001.
45. Протопопов А. Б. Кинематика качения ориентирующихся колес шасси самолета // Труды ВВИА им. Жуковского, вып.140, 1945.
46. Жулев В. И. Самоколебания ориентирующихся колес самолета. Автореферат на соискание ученой степени канд. техн. наук, ВВИА им. Н.Е.Жуковского, 1951.
47. Журавлев В. Ф., Киреенков А. А. О разложениях Паде в задаче о двумерном Кулоновом трении // Изв. РАН, МТТ, 2005, №2.с.3-13.
48. Журавлев В. Ф., Климов Д. М. Теория явления шимми // Изв. РАН, МТТ, 2010 №3, с.22-29
49. Контенсу П. Связь между трением скольжения и трением верчения и ее учет в теории волчка. В кн.: Проблемы гироскопии. – М: Мир.1967. – с.60-77.

50. Hertz N. Uber die Berührung fester elastischer Korper und uber die Harte // Verrhandlungen des Vereins zur Berforderung des Gewerbefleisses, Leipzig, Nov.1882.
51. Журавлев В. Ф. О модели сухого трения в задаче качения твердых тел // ПММ 1998, т. 62, вып. 5, с. 762-767.
52. Журавлев В. Ф. Закономерности сухого трения при комбинации скольжения и верчения // Изв. РАН, МТТ, 2003. № 4. с. 81-88.
53. Журавлев В. Ф., Климов Д. М. О динамике волчка Томпсона (тип-топ) на плоскости с реальным сухим трением // Изв. РАН, МТТ, 2005, № 6, с.157-168.
54. Журавлев В. Ф., Климов Д. М. Глобальное движение кельтского камня // Изв. РАН, МТТ, 2008, №3, с.8-16.
55. Киреенков А. А. О движении однородного вращающегося диска по плоскости в условиях комбинированного трения // Изв. РАН, МТТ, 2002, № 1. с. 60-70.
56. Мусхелишвили Н. И. Сингулярные интегральные уравнения. Граничные задачи теории функций и некоторые их приложения к математической физике. – М.-Л: Гостехиздат, 1946. – 448 с.
57. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. Основные уравнения. Плоская теория. Кручение и изгиб. – М.- Л: Изд-во АН СССР, 1949. – 635 с.
58. Галин Л. А. Вдавливание штампа при наличии трения и сцепления // ПММ, 1945, т.9, вып. 5, с.413-414.
59. Галин Л. А. Контактные задачи теории упругости. М.: Гостехтеоретиздат, 1953, 264 с.
60. Gladwell G. M. L. Contact Problems in the Classical Theory of Elasticity theory. Alphen an den Rijn: Sijthoff and Noordhoff, 1980.
61. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия: Пер. с англ. – М: Мир, 1989. – 510 с.
62. Журавлев В. Ф., Климов Д. М. О механизме явления шимми // ДАН, 2009, т. 428, № 6, с.761-764.

## **Сведения об авторе**

Загордан Анатолий Александрович; аспирант Московского авиационного института (национального исследовательского университета), инженер-конструктор 2 категории; ОАО «РСК «МиГ», Инженерный Центр «ОКБ им. Микояна»; т.: 8-926-185-31-89; e-mail: zagordan@inbox.ru