Научная статья
УДК 531
URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=189681
EDN: https://www.elibrary.ru/IYEQBS

УПРАВЛЕНИЕ РАСКАЧИВАНИЕМ И СТАБИЛИЗАЦИЕЙ ТРОСОВОЙ СИСТЕМЫ В ТОЧКАХ ЛИБРАЦИИ L1, L2 СИСТЕМЫ МАРС-ФОБОС

Д.В. Нерядовская ✉

Акционерное общество «СЕТ-1», г. Москва, Россия

✉neryadovskayadv@yandex.ru

Цитирование: Нерядовская Д.В. Управление раскачиванием и стабилизацией тросовой системы в точках либрации L1, L2 системы Марс-Фобос // Труды МАИ: электрон. журнал. № 150. URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=189681

Аннотация. В работе исследуется динамика тросовой системы, закрепленной в точке либрации L_1 или L_2 системы Марс–Фобос и предназначенной для сбора реголита с поверхности Фобоса. Рассматриваемая система представляет собой перспективный подход к взаимодействию с поверхностью малого небесного тела без необходимости полноценной посадки, что является существенным преимуществом в условиях слабой гравитации и значительных динамических возмущений, осложняющих традиционные операции посадки и отбора проб. Особое внимание уделяется движению аппарата, соединенного с тросом, а также возможности управления его положением относительно поверхности Фобоса. Предложен закон управления, учитывающий вязкоупругие свойства материала троса, возмущения, обусловленные полярным сжатием Марса J_2, а также эксцентриситет орбиты Фобоса. Эти факторы включены в математическую модель для более точного описания динамики системы вблизи точек либрации. Предложенный закон управления обеспечивает реализацию двух основных режимов функционирования. Первый режим – стабилизация относительно положения равновесия, при которой аппарат удерживается в заданном

положении относительно точки либрации или целевого участка поверхности. Второй режим – управляемое раскачивание, при котором аппарат совершает направленное колебательное движение над поверхностью, обеспечивая перемещение между различными участками без непосредственной посадки. Результаты численного моделирования показывают, что при положительном значении параметра управления (параметра перекрестной связи) колебания системы со временем затухают, что свидетельствует об устойчивом управляемом движении. Напротив, отрицательное значение этого параметра приводит к неограниченному росту колебаний, что указывает на потерю устойчивости. Для точек либрации L_1 и L_2 были получены качественно идентичные результаты, демонстрирующие универсальность предложенного закона управления и его применимость к различным конфигурациям тросовой системы Марс–Фобос.

Ключевые слова: тросовая система; точка либрации; управление; стабилизация; раскачивание.

SWINGING CONTROL AND STABILIZATION OF A TETHER SYSTEM AT THE L1 AND L2 LIBRATION POINTS OF THE MARS–PHOBOS SYSTEM

D.V. Neryadovskaya ✉

Joint Stock Company «SET-1», Moscow, Russia

✉neryadovskayadv@yandex.ru

Citation: Neryadovskaya D.V. Swinging control and stabilization of a tether system at the L1 and L2 libration points of the Mars–Phobos system // Trudy MAI. 2026. No. 150. (In Russ.).
URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=189681

Abstract. This paper investigates the dynamics of a tether system anchored to the L_1 or L_2 libration point of the Mars–Phobos system, designed for collecting regolith from the surface of Phobos. This system offers a promising approach for interacting with the surface of a small celestial body without requiring a full landing, a significant advantage given the weak gravity and substantial dynamical perturbations that complicate conventional landing and sampling operations. Particular focus is placed on the motion of the spacecraft connected to the tether and the feasibility of controlling its position

relative to Phobos' surface. A control law is proposed that incorporates the viscoelastic properties of the tether material, perturbations from Mars' J_2 polar oblateness, and the eccentricity of Phobos' orbit. These factors are integrated into the mathematical model to provide a more accurate representation of the system dynamics near the libration points. The proposed control law enables two primary operational modes. The first mode is stabilization relative to the equilibrium position, in which the spacecraft is maintained at a prescribed position relative to either the libration point or the target surface region. The second mode, controlled swinging, involves directed oscillatory motion above the surface, facilitating displacement between different regions without direct landing. Numerical simulations demonstrate that for a positive value of the control parameter (cross-coupling parameter), the system's oscillations decay over time, indicating stable, controlled motion. Conversely, a negative value of this parameter leads to unbounded oscillation growth, indicating a loss of stability. Qualitatively identical results were observed for both the L_1 and L_2 libration points, demonstrating the universality of the proposed control law and its applicability across various configurations of the Mars–Phobos tether system.

Keywords: tether system; libration point; control; stabilization; swinging.

Введение

Одним из перспективных направлений исследования планет и их спутников является получение новых данных о структуре и химическом составе грунта Фобоса. В рамках японской программы MMX планируется использование пневматической системы для сбора реголита после приземления аппарата на Фобос и Деймос, а также проведение дистанционных исследований геологии, состава и внутренней структуры Фобоса с близким пролётом Деймоса [1]. В программе NASA «PHLOTE» применяется тросовая система, состоящая из двух космический аппаратов, соединенных тросом [2]. Однако для реализации такой космической программы необходима разработка специализированных систем управления, обеспечивающих стабилизацию и управляемое движение троса в условиях сложного гравитационного поля и возмущений.

Влияние возмущения J_2 и эксцентриситета орбиты на динамику тросовых систем исследовано в ряде работ. В статье [3] представлено влияние возмущения J_2, а также теплового потока, инфракрасного излучения Земли и собственного инфракрасного излучения троса на динамику тросовой системы при ее развертывании и свертывании. В работе [4] проанализирована нелинейная динамика тросовой системы в эллиптической ограниченной задаче трёх тел Земля-Луна с учетом возмущений. Ученые в статье [5, 6] изучили динамику и управление трёхзвенной тросовой системы на эллиптических орбитах большого эксцентриситета, а также подавление либрации тросовых мультиспутниковых систем.

Помимо внешних возмущений, при моделировании тросовой системы необходимо учитывать вязкоупругие свойства самого троса для более детального анализа и приближения к реальным условиям эксплуатации. Для космических тросовых систем используются такие материалы, как кевлар, спектра, нейлон и другие, обладающие высокой прочностью при малом диаметре и небольшом весе. При больших деформациях троса его вязкоупругие свойства могут приводить к гистерезису и диссипации энергии, что существенно влияет на либрационное движение [7-9]. Для рассматриваемой задачи максимальная длина троса ограничена 3,5 км – это необходимо для безопасного сбора грунта с поверхности Фобоса без риска столкновения аппарата со спутником.

Точки либрации L_1 и L_2 являются неустойчивыми в рамках ограниченной задачи трёх тел [10-12], что не позволяет поместить орбитальный аппарат в эти точки без постоянно работающих двигателей. Однако при размещении аппарата на гало-орбите вокруг точки либрации затраты топлива уменьшаются в несколько раз по сравнению с пролетной схемой, а аппарат с приборами для наблюдения и устройством для сбора грунта может находиться в рабочей зоне значительно дольше.

Вместе с тем, задачи стабилизации и управляемого раскачивания троса в условиях совместного действия вязкоупругих свойств материала троса, возмущения J_2 Марса и эксцентриситета орбиты Фобоса остаются недостаточно изученными. Между тем, именно эти факторы вносят существенный вклад в

динамику системы при выполнении длительных операций по сбору грунта и маневрированию вблизи поверхности Фобоса. Кроме того, систематический анализ режимов управляемого движения тросовых систем на эллиптических орбитах и их оптимизация являются актуальными задачами, рассматриваемыми в современной литературе [13-15]. Особое внимание уделяется условиям существования предельных циклов и устойчивым режимам движения связанных объектов на эллиптической орбите [16]. Орбита Фобоса имеет эксцентриситет $e = 0{,}0151$, что приводит к периодическому изменению гравитационного момента и натяжения троса. Аналогичные эффекты для других систем анализировались в работах [5, 6, 17].

Наряду с классическими аналитическими методами, для анализа динамики тросовых систем активно применяются и новые численные подходы, например, с использованием искусственных нейронных сетей [18], что позволяет с высокой точностью аппроксимировать сложные нелинейные зависимости. При этом ключевое значение для управления имеют задачи стабилизации [19] и выбора оптимальных режимов движения [20]. В работах, посвященных развертыванию, также детально анализируется влияние конструктивных особенностей, таких как асимметрия элементов системы, на ее вращательную динамику [21].

В смежных работах исследовались вопросы устойчивости маятниковых колебаний [22, 23], эволюции орбит в круговой задаче трёх тел [24, 25], а также поддержания расстояния между станциями, соединенных тросом [26].

В работах [27, 28] исследована возможность размещения тросовой системы в коллинеарных точках либрации L_1 и L_2 системы Марс-Фобос, получены аналитические решения и найден закон управления свертыванием троса. Настоящая работа развивает эти результаты для режимов стабилизации и раскачивания с учетом вязкоупругости и возмущений. Различные подходы к управлению развертыванием и свертыванием тросовых систем предложены в работах [29-32], однако их применяемость к условиям Марс-Фобос с учетом вязкоупругости и возмущения J_2 не исследовалась.

Цель настоящей работы – вывод закона управления тросовой системой для сбора грунта с поверхности Фобоса.

Научная новизна настоящей работы заключается в одновременном учёте вязкоупругих свойств троса, гармоники J_2 Марса и эксцентриситета орбиты Фобоса при разработке закона управления, обеспечивающего: стабилизацию и управляемое раскачивание. В отличие от известных исследований, впервые предложен закон, учитывающий диссипативные свойства материала троса и переменную угловую скорость вращения системы координат, обусловленную эллиптичностью орбиты.

Математическая модель

Движение тросовой системы рассматривается во вращающейся барицентрической системе координат, начало которой совмещено с точкой либрации L_1 или L_2 системы Марс-Фобос. Для вывода уравнений движения тросовой системы приняты следующие допущения:

- трос рассматривается как прямолинейный, но обладающий вязкоупругими свойствами с сосредоточенной массой на конце;
- масса троса значительно меньше массы аппарата с датчиками и распределена равномерно;
- движение системы происходит в плоскости орбиты Фобоса.

Положение аппарата массы m на конце невесомого троса переменной длины $\ell(t)$ задается полярными координатами(ℓ, φ), где φ – угол отклонения от линии Марс-Фобос, как показано на рисунке 1.

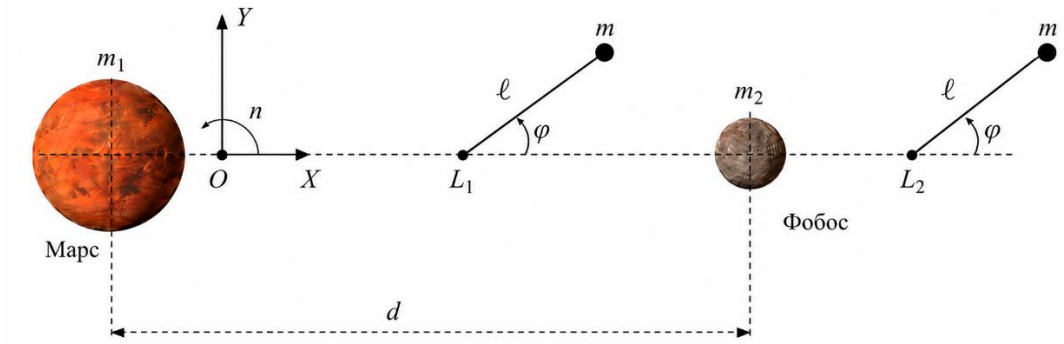


Рисунок 1 – Тросовая система

Кинетическая энергия системы во вращающейся системе координат примет следующий вид

$$T = \frac{m}{2}\left(\dot{\ell}^2 + \ell^2(\dot{\varphi} + \Omega)^2\right), \quad (1)$$

где $\Omega = n\frac{(1+e\cos f)^2}{(1-e^2)^{3/2}}$ – мгновенная угловая скорость; $n = \sqrt{\frac{G(m_1+m_2)}{d^3}}$ – среднее движение; G – гравитационная постоянная; m_1 – масса Марса; m_2 – масса Фобоса; d – расстояние между центрами Марса и Фобоса; e – эксцентриситет; $f(t) = nt + e\sin(nt)$ – истинная аномалия.

Потенциальная энергия системы записывается в следующем виде

$$U = -mG\left(\frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2}\right) - \frac{m}{2}\Omega^2(\sigma - \ell\cos\varphi)^2 - m\frac{m_1 G J_2 R^2}{2{r_1}^3}(3\sin^2\varphi - 1), \quad (2)$$

где $r_1 = \sqrt{(\sigma - \ell\cos\varphi)^2 + (\ell\sin\varphi)^2}$ – расстояние от аппарата до центра Марса; $r_2 = \sqrt{(d - \sigma + \ell\cos\varphi)^2 + (\ell\sin\varphi)^2}$ – расстояние от аппарата до центра Фобоса; J_2 – гармоника Марса; R – радиус Марса. Параметр σ определяет положение коллинеарной точки либрации: $\sigma = 1 - \sqrt[3]{\frac{\mu}{3}}(1 + e\cos f)$ для L_1, $\sigma = 1 + \sqrt[3]{\frac{\mu}{3}}(1 + e\cos f)$ для L_2; $\mu = \frac{m_2}{m_1+m_2}$ – массовый параметр.

Активное управление реализуется через изменение натяжения троса $F(t)$. Закон управления включает пропорциональную, демпфирующую, перекрестную (управляющую) и вязкоупругую составляющие. Методика синтеза закона управления основывается на подходе, разработанном в работе [33]. В соответствии с принятой структурой, управляющая сила натяжения троса определяется выражением:

$$F = m\left(k_\ell(\ell - \ell_f - \lambda\dot{\varphi}\sin\varphi) + c_v\dot{\ell} + E\frac{\ell-\ell_f}{\ell_f} + \eta\frac{\dot{\ell}}{\ell_f}\right), \quad (3)$$

где k_ℓ – коэффициент жесткости; c_v – коэффициент демпфирования; λ – параметр управления (перекрестной связи); E – модуль упругости; η – вязкость материала троса.

Уравнения движения

Уравнения движения тросовой системы, закрепленной в точке либрации, получены из уравнений Лагранжа второго рода в следующем виде

$$\ddot{\varphi} = -\frac{\sigma\sin\varphi}{\ell} + \frac{G\sin\varphi}{\ell}\left(\frac{m_1\sigma}{r_1^3} - \frac{Gm_2(d-\sigma)}{r_2^3}\right) - \frac{2\dot{\ell}}{\ell}(\Omega + \dot{\varphi}) - \dot{\Omega} - \frac{3}{2\ell}\frac{J_2 m_1 GR^2}{r_1^5}\sin\varphi(1 - 3\sin^2\varphi), \quad (4)$$

$$\ddot{\ell} = \sigma\cos\varphi - G\cos\varphi\left(\frac{m_1(\sigma-\ell\cos\varphi)}{r_1^3} - \frac{m_2((d-\sigma)+\ell\cos\varphi)}{r_2^3}\right) + \ell(\Omega + \dot{\varphi}) + \frac{F}{m} + \frac{3}{2}\frac{J_2 m_1 GR^2}{r_1^5}\cos\varphi(1 - 3\sin^2\varphi). \quad (5)$$

Уравнения описывают колебания системы с двумя степенями свободы под действие гравитационных сил Марса и Фобоса, центробежной силы, возмущающего влияния второй зональной гармоники J_2 гравитационного поля Марса, а также эллиптичности орбиты Фобоса в рамках плоской задачи трёх тел. Кроме того, колебательная система подвержена управлению (3) через силу натяжения троса. Параметр λ в законе управления регулирует характер динамики: в зависимости от его знака и величины колебания троса затухают или нарастают, а также изменяется скорость переходных процессов.

Численное моделирование

В численном моделировании все расстояния нормированы на d, а время на $1/n$. Безразмерные уравнения получаются из уравнений движения тросовой системы с помощью замен

$$\tilde{\ell}_f = \frac{\ell_f}{d}, \quad \tilde{t} = nt, \quad \tilde{m}_1 = 1 - \mu, \quad \tilde{m}_2 = \mu, \quad \tilde{\Omega} = \frac{\Omega}{n}, \quad \tilde{F} = \frac{F}{mn^2 d}.$$

В безразмерной форме $\tilde{d} = 1$, $\tilde{n} = 1$, $\tilde{G} = 1$ В результате обезразмеривания основные параметры системы принимают значения, приведенные в таблице 1.

Таблица 1

Безразмерные параметры системы

μ	e	J_2	$\tilde{R}$	$\tilde{\ell}_f$
$1{,}67 \times 10^{-8}$	0,0151	$1{,}9555 \times 10^{-3}$	$3{,}577 \times 10^{-4}$	$3{,}69 \times 10^{-4}$

Выбраны следующие начальные условия: $\tilde{\varphi}_0 = 0{,}05$ рад, $\dot{\tilde{\varphi}}_0 = 0$ рад/с, $\tilde{\ell}_0 = \ell_f$, $\dot{\tilde{\ell}}_0 = 0$. Вязкоупругие параметры: $E = 0{,}05$, $\eta = 0{,}005$. Параметры управления для стабилизации: $k_\ell = -10000$, $c_v = -1000$, $\lambda = 0{,}0004$, для раскачивания: $k_\ell = -5000, c_v = -1000, \lambda = -0{,}0004$.

При положительном значении параметра управления (перекрестной связи) $\lambda = 0{,}0004$ система демонстрирует затухающие колебания как по углу, так и по удлинению, как показано на рисунках 2 и 3. Начальное угловое отклонение $\varphi_0 = 0.05$ рад и начальное удлинение $\Delta\ell_0 = 1$ м приводит к кратковременному переходному процессу, в течение которого амплитуда колебаний экспоненциально уменьшается. Через $t = 50$ (безразмерных единиц), что соответствует примерно 3-4 периодам обращения Фобоса, угол φ практически достигает нуля.

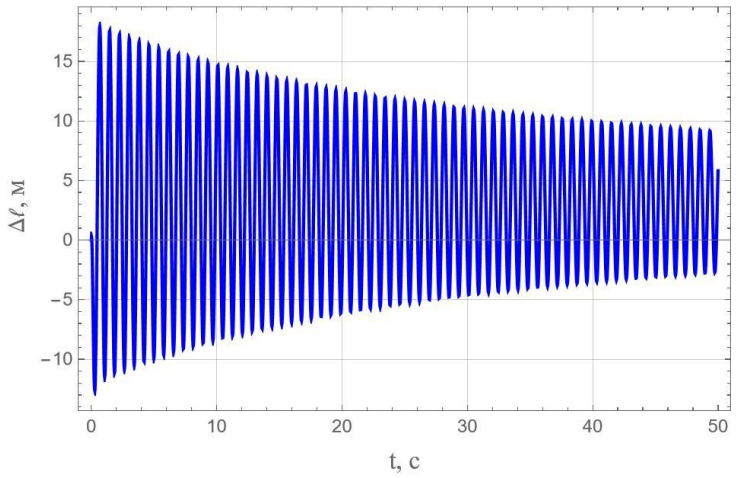


Рисунок 2 – Удлинение троса в точке L_1 при $\lambda > 0$

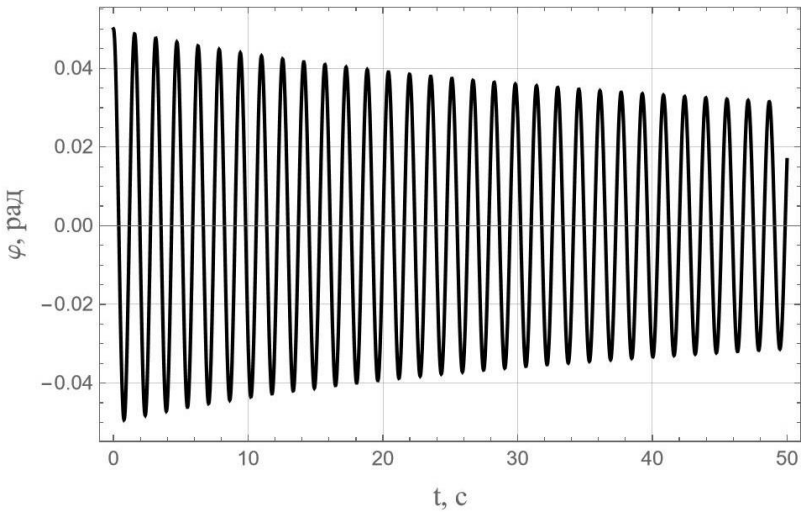


Рисунок 3 – Угол отклонения троса в точке L_1 при $\lambda > 0$

При изменении знака параметра перекрестной связи $\lambda = -0{,}0004$ система переходит в режим раскачивания. В этом случае даже малые начальные возмущения приводят к монотонному нарастанию амплитуд угловых и продольных колебаний, как показано на рисунках 4 и 5.

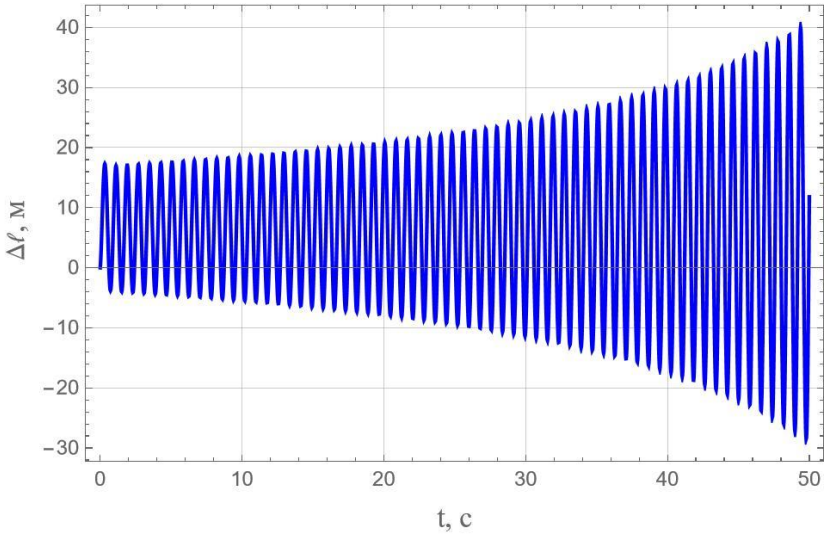


Рисунок 4 – Удлинение троса в точке L_1 при $\lambda < 0$

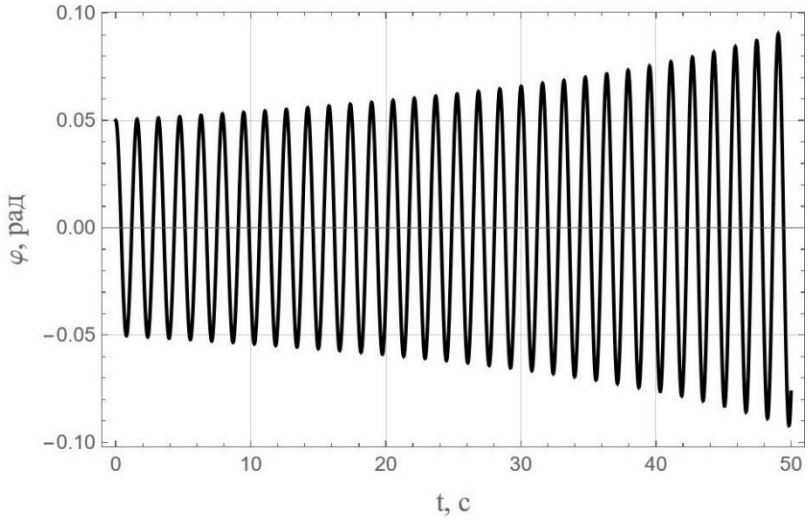


Рисунок 5 – Угол отклонения троса в точке L_1 при $\lambda < 0$

Численное моделирование для точки либрации L_2 с заменой $\sigma = 1 + \sqrt[3]{\frac{\mu}{3}}(1 + e\cos f)$ показало качественно такие же результаты, как и для L_1: при $\lambda > 0$ наблюдается затухание, при $\lambda < 0$ – раскачивание. Количественные отличия в виде небольшого изменения амплитуды и частоты не влияют на общие

выводы. Поэтому основные закономерности иллюстрируются на примере точки либрации L_1.

Фазовые портреты угловых колебаний, представленные на рисунках 6 и 7, наглядно демонстрируют разницу в динамике. При $\lambda = 0{,}0004$ фазовая траектория закручивается в сходящуюся спираль, стягиваясь к равновесию, что подтверждает устойчивость системы. При $\lambda = -0{,}0004$ траектория удаляется от начала координат, что соответствует неустойчивом поведению – раскачиванию троса.

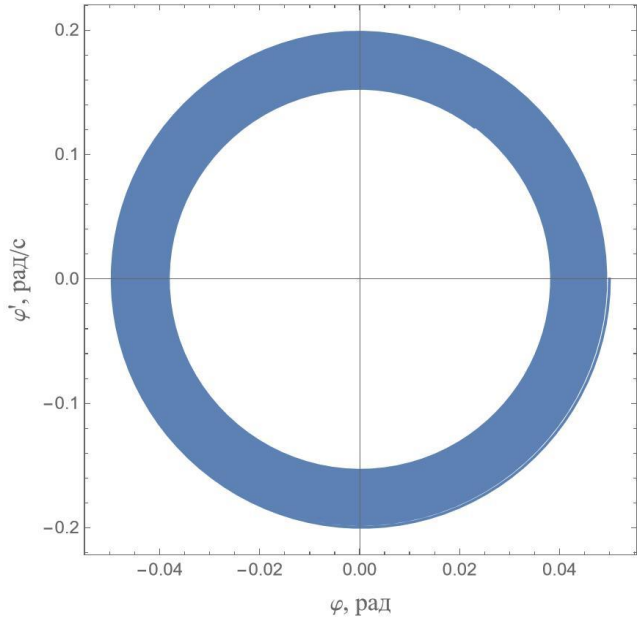


Рисунок 6 – Фазовый портрет системы при $\lambda > 0$

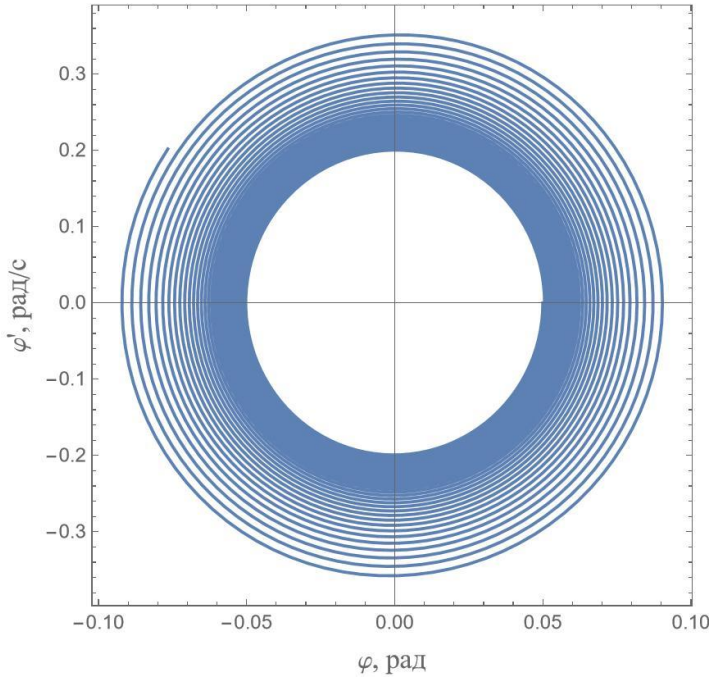


Рисунок 7 – Фазовый портрет системы при $\lambda < 0$

Заключение

В работе рассмотрена динамика тросовой системы, закрепленной в коллинеарной точке либрации L_1 или L_2 системы Марса-Фобос, предназначенной для сбора грунта с поверхности Фобоса. С учётом гармоники J_2 Марса, эксцентриситета орбиты Фобоса и вязкоупругих свойств троса получены уравнения движения, разработан закон управления, обеспечивающий стабилизацию и управляемое раскачивание троса. Численное моделирование подтвердило эффективность предложенного подхода: параметр управления λ регулирует характер динамики – затухание или нарастание колебаний. Для точки либрации L_2 получены качественно аналогичные результаты, подтверждающие универсальность предложенного закона.

Разработанное управление и математическая модель могут быть использованы для проектирования активных систем стабилизации космических тросов в миссиях к малым телам Солнечной системы. Дальнейшие исследования могут включать учет трёхмерности движения, солнечного давления и оптимизацию закона управления для уменьшения энергетических затрат на стабилизацию и раскачивание.

Конфликт интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Conflict of interest

The author declares no conflict of interest.

Список источников

1. Usui, T. et al. The importance of Phobos sample return for understanding the Mars-moon system // Space Science Reviews 2020, vol. 216, no. 49, pp. 1-18. DOI: https://doi.org/10.1007/s11214-020-00668-9

2. Kempton, K. et al. Phase 1 study for the Phobos l1 operational tether experiment (PHLOTE). Report No. HQ-E-DAA-TN58811, 2018. 91 p. URL: https://ntrs.nasa.gov/api/citations/20190000916/downloads/201900_00916.pdf (дата обращения: 06.04.2026)

3. Yu B.S., Jin D.P. Deployment and retrieval of tethered satellite system under J2 perturbation and heating effect // Acta Astronautica, 2010, vol. 67, pp. 845-853. DOI: 10.1016/j.actaastro.2010.05.013

4. Liu J.F., Qu W.L., Yuan L.H., Cui N.G. Nonlinear dynamics of a space tethered system in the elliptic Earth–Moon restricted three-body system // Journal of Aerospace Engineering, 2019, vol. 32, no 1. DOI: 10.1061/(ASCE)AS.1943-5525.00009

5. Shi G., Zhu Z., Zhu Z.H. Dynamics and control of three-body tethered system in large elliptic orbits // Acta Astronautica, 2018, vol. 144, pp. 397-404. DOI: 10.1016/j.actaastro.2018.01.032

6. Shi G., Zhu Z., Zhu Z.H. Dynamics and control of tethered multi-satellites in elliptic orbits // Aerospace Science and Technology, 2019, vol. 91, pp. 41-48. DOI: 10.1016/j.ast.2019.04.054

7. Awawdeh O.S., Zu J.W. Chaotic libration and control of a space tether-sail system in Earth polar orbits with J2 perturbation // Applied Mathematical Modelling, 2024, vol. 136. DOI: 10.1016/j.apm.2024.07.024.

8. Sun G., Zhu Z.H. Fractional-order tension control law for deployment of space tethered system // Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2014, vol. 37, no. 6, pp. 2057–2062. DOI: 10.2514/1.G000496

9. Zakrzhevskii A.E. Method of deployment of a space tethered system aligned with the local vertical // Journal of the Astronautical Sciences, 2016, vol. 63, pp. 221–236. DOI: 10.1007/s40295-016-0087-z

10. Маркеев, А. П. Точки либрации в небесной механике и космодинамике. М.: Наука. Глав. ред. физ.-мат. лит., 1978, 312 с.

11. V. Szebehely, The Restricted Problem of Three Bodies, Academic Press Inc., New York, 1967. DOI: 10.1016/B978-0-12-395732-0.X5001-6

12. Родников А. В. Точки либрации обобщенной ограниченной круговой задачи трёх тел. – М.: Изд-во МАИ, 2024. – 172 с.

13. Rigatos G., Abbaszadeh M., Pomares J., Siano P., Al-Numay M., Cuccurullo G. Nonlinear optimal control for triangular tethered multi-satellite formations // Advances in Space Research, 2024, vol. 74, no. 3, pp. 1437–1459. DOI: 10.1016/j.asr.2024.05.013

14. Luo C., Chen T., Wen H., Jin D. Learning-based control for deployment and retrieval of a spinning tethered satellite formation system // Acta Astronautica, 2024, vol. 225, pp. 788–800. DOI: 10.1016/j.actaastro.2024.09.061

15. Cheng Y., Shan M., Shi L. Detumbling control of an underactuated tethered satellite system based on a tension regulation method // Acta Astronautica, 2025, vol. 228, pp. 357–369. DOI: 10.1016/j.actaastro.2024.12.004.

16. Купреев С. А. Условия существования предельных циклов у динамической системы движения связанных объектов на эллиптической орбите // Труды МАИ, 2016, № 88. URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=69696. (дата обращения: 06.04.2026).

17. Kojima H., Trivailo P.M. Model predictive control for deployment of a tethered satellite system // Acta Astronautica, 2019, vol. 64, no. 8, pp. 1537–1548. DOI: 10.1016/j.asr.2019.07.025.

18. Акалу Й.А., Ван Ч., Еленев Д.В., Лу Х. Применение нейронных сетей для анализа движения космической тросовой системы // Труды МАИ, 2025, № 142. URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=185113 (дата обращения: 06.04.2026).

19. Наумов О.Н. Анализ влияния статической и динамической асимметрии на вращательное движение капсулы при управляемом развертывании тросовой системы // Труды МАИ, 2011, № 43. URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=24767 (дата обращения: 06.04.2026).

20. Купреев С.А. Метод формирования оптимальных режимов управляемого движения тросовых систем при решении практических задач // Труды МАИ, 2015, № 84. URL: https://trudymai.ru/upload/iblock/4df/kupreev_rus.pdf (дата обращения: 06.04.2026).

21. Ледков А.С., Соболев Р.Г. Стабилизация электродинамической тросовой системы на круговой орбите // Труды МАИ, 2019, № 107. URL: https://trudymai.ru/upload/iblock/a11/Ledkov_Sobolev_rus.pdf (дата обращения: 06.04.2026).

22. Бардин Б.С. О трансцендентном случае в задаче об орбитальной устойчивости маятниковых колебаний тяжелого твердого тела // *XII Международная научная Четаевская конференция*. Казань, Казанский

национальный исследовательский технический университет им. А. Н. ТУПОЛЕВА – КАИ. С. 10-13. URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=88929132 (дата обращения 07.04.2026)

23. Бардин Б. С. Об устойчивости периодической гамильтоновой системы с одной степенью свободы в одном трансцендентном случае // ДАН, 2018. – Т. 479. – №. 5. – С. 485-488.

24. Красильников П.С. Вращение твердого тела относительно центра масс в ограниченной задаче трёх тел. – М.: Изд-во МАИ, 2018. – 172 с.

25. Доброславский, А. В., Красильников П.С. Об эволюции орбит в фотогравитационной круговой задаче трёх тел. Внутренняя задача // Письма в Астрономический журнал. – 2021. – Т. 47, № 5. – С. 369-380. – DOI: 10.31857/S0320010821040069.

26. Rodnikov A.V. On Keeping the Distance between Space Stations Tethered by a Handrail // Rus. J. Nonlin. Dyn., RJND. 2025. №4. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/on-keeping-the-distance-between-space-stations-tethered-by-a-handrail (дата обращения: 07.04.2026).

27. Ledkov A.S., Neryadovskaya D.V., Aslanov V.S. Retrieval control of a space tether system anchored at the L1 Mars–Phobos libration point // Russian Journal of Nonlinear Dynamics, 2025, vol. 21, no. 4, pp. 551–561. DOI: 10.20537/nd251002.

28. Aslanov V.S., Neryadovskaya D.V. A tether system at the L1, L2 collinear libration points of the Mars–Phobos system: analytical solutions // Aerospace, 2023, vol. 10, no. 6. DOI: 10.3390/aerospace10060541.

29. Wen H., Zhu Z.H., Jin D.P., Hu H.Y. Tension control of space tether via online quasi-linearization iterations // Advances in Space Research, 2016, vol. 57, pp. 754–763. DOI: 10.1016/j.asr.2015.11.037.

30. Kang J., Zhu Z.H. Hamiltonian formulation and energy-based control for space tethered system deployment and retrieval // Transactions of The Canadian Society for Mechanical Engineering, 2019, vol. 43. DOI: 10.1139/tcsme-2018-0215

31. Bourabah D., Botta E.M. Length-rate control for libration reduction during retraction of tethered satellite systems // Acta Astronautica, 2022, vol. 201, pp. 152–163. DOI: 10.1016/j.actaastro.2022.08.037.

32. Ji Z., Shi G. Adaptive neural dynamics-based speed control strategy for stable retrieval of tethered satellite system // Advances in Space Research, 2023, vol. 71, no. 12, pp. 4987–4994. DOI: 10.1016/j.asr.2023.01.061.

33. Aslanov V. S. Stability of a pendulum with a moving mass: the averaging method // Journal of Sound and Vibration, 2019, vol. 445, pp. 261-269. DOI: 10.1016/j.jsv.2019.01.021

References

1. Yu B.S., Jin D.P. Deployment and retrieval of tethered satellite system under J2 perturbation and heating effect, *Acta Astronautica*, 2010, vol. 67, pp. 845-853.

2. Liu J.F., Qu W.L., Yuan L.H., Cui N.G. Nonlinear dynamics of a space tethered system in the elliptic Earth–Moon restricted three-body system, *Journal of Aerospace Engineering*, 2019, vol. 32, no. 1.

3. Shi G., Zhu Z., Zhu Z.H. Dynamics and control of three-body tethered system in large elliptic orbits, *Acta Astronautica*, 2018, vol. 144, pp. 397-404.

4. Shi G., Zhu Z., Zhu Z.H. Dynamics and control of tethered multi-satellites in elliptic orbits, *Aerospace Science and Technology*, 2019, vol. 91, pp. 41-48.

5. Awawdeh O.S., Zu J.W. Chaotic libration and control of a space tether-sail system in Earth polar orbits with J2 perturbation, *Applied Mathematical Modelling*, 2024, vol. 136.

6. Sun G., Zhu Z.H. Fractional-order tension control law for deployment of space tethered system, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2014, vol. 37, no. 6, pp. 2057–2062.

7. Zakrzhevskii A.E. Method of deployment of a space tethered system aligned with the local vertical, *Journal of the Astronautical Sciences*, 2016, vol. 63, pp. 221–236.

8. Usui, T. et al. The importance of Phobos sample return for understanding the Mars-moon system, *Space Science Reviews*, 2020, vol. 216, no. 49, pp. 1-18.

9. Kempton, K. et al. Phase 1 Study for the Phobos L1 Operational Tether Experiment (PHLOTE). Report No. HQ-E-DAA-TN58811, 2018, 91 p. URL: https://ntrs.nasa.gov/api/citations/20190000916/downloads/20190000916.pdf (accessed 06.04.2026)

10. Markeev, A. P. *Tochki libratsii v nebesnoi mekhanike i kosmodinamike* (Libration points in celestial mechanics and cosmodynamics). Moscow, Nauka, 1978, 312 p.

11. V. Szebehely, The Restricted Problem of Three Bodies, Academic Press Inc., New York, 1967. DOI: 10.1016/B978-0-12-395732-0.X5001-6

12. Rodnikov A. V. *Tochki libratsii Obobshchennoi ogranichennoi krugovoi zadachi trekh tel* (Libration points of the generalized restricted three-body problem). Moscow, MAI, 2024, 172 p.

13. Rigatos G., Abbaszadeh M., Pomares J., Siano P., Al-Numay M., Cuccurullo G. Nonlinear optimal control for triangular tethered multi-satellite formations, *Advances in Space Research*, 2024, vol. 74, no. 3, pp. 1437–1459.

14. Luo C., Chen T., Wen H., Jin D. Learning-based control for deployment and retrieval of a spinning tethered satellite formation system, *Acta Astronautica*, 2024, vol. 225, pp. 788–800.

15. Cheng Y., Shan M., Shi L. Detumbling control of an underactuated tethered satellite system based on a tension regulation method, *Acta Astronautica*, 2025, vol. 228, pp. 357–369.

16. Kupreev S. A. *Elektronnyi zhurnal "Trudy MAI"*, 2016, no. 88, available at: https://trudymai.ru/published.php?ID=69696 (accessed 06.04.2026).

17. Kojima H., Trivailo P.M. Model predictive control for deployment of a tethered satellite system, *Acta Astronautica*, 2019, vol. 64, no. 8, pp. 1537–1548.

18. Akalu I.A., Van Ch., Elenev D.V., Lu Kh. *Elektronnyi zhurnal "Trudy MAI"*, 2025, no. 142, available at: https://trudymai.ru/published.php?ID=185113 (accessed 06.04.2026).

19. Naumov O.N. *Elektronnyi zhurnal "Trudy MAI"*, 2011, no. 43, available at: https://trudymai.ru/published.php?ID=24767 (accessed 06.04.2026).

20. Kupreev S.A. *Elektronnyi zhurnal "Trudy MAI"*, 2015, no. 84, available at: https://trudymai.ru/upload/iblock/4df/kupreev_rus.pdf (accessed 06.04.2026).

21. Ledkov A.S., Sobolev R.G. *Elektronnyi zhurnal "Trudy MAI"*, 2019, no. 107, available at: https://trudymai.ru/upload/iblock/a11/Ledkov_Sobolev_rus.pdf (accessed 06.04.2026).

22. Bardin B.S. *XII Mezhdunarodnaya nauchnaya Chetaevskaya konferentsiya* (The 12th International Chetaev Conference), Kazan, 2025, pp. 10-13.

23. Bardin B.S. On the stability of a periodic hamiltonian system with one degree of freedom in a transcendental case, *Doklady Mathematics*, 2018, vol. 97, no. 2, pp. 161-163.

24. Krasilnikov P.S., *Vrashchenie tverdogo tela otnositel'no tsentra mass v ogranichennoi zadache trekh tel* (Rotation of a rigid body relative to the center of mass in a constrained three-body problem), Moscow, MAI, 2018, 172 p.

25. Dobroslavskiy A.V., Krasilnikov P.S. On the evolution of orbits in a photo-gravitational circular three-body problem: the inner problem, *Astronomy Letters*, 2021, vol. 47, no. 5, pp. 345-356.

26. Rodnikov A.V. On Keeping the Distance between Space Stations Tethered by a Handrail, *Rus. J. Nonlin. Dyn*, 2025, no. 4. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/on-keeping-the-distance-between-space-stations-tethered-by-a-handrail (accessed 07.04.2026).

27. Ledkov A.S., Neryadovskaya D.V., Aslanov V.S. Retrieval control of a space tether system anchored at the L1 Mars–Phobos libration point, *Russian Journal of Nonlinear Dynamics*, 2025, vol. 21, no. 4, pp. 551–561.

28. Aslanov V.S., Neryadovskaya D.V. A tether system at the L1, L2 collinear libration points of the Mars–Phobos system: analytical solutions, *Aerospace*, 2023, vol. 10, no. 6.

29. Wen H., Zhu Z.H., Jin D.P., Hu H.Y. Tension control of space tether via online quasi-linearization iterations, *Advances in Space Research*, 2016, vol. 57, pp. 754–763.

30. Kang J., Zhu Z.H. Hamiltonian formulation and energy-based control for space tethered system deployment and retrieval, *Transactions of The Canadian Society for Mechanical Engineering*, 2019, vol. 43.

31. Bourabah D., Botta E.M. Length-rate control for libration reduction during retraction of tethered satellite systems, *Acta Astronautica*, 2022, vol. 201, pp. 152–163.

32. Ji Z., Shi G. Adaptive neural dynamics-based speed control strategy for stable retrieval of tethered satellite system, *Advances in Space Research*, 2023, vol. 71, no. 12, pp. 4987–4994.

33. Aslanov V. S. Stability of a pendulum with a moving mass: the averaging method, *Journal of Sound and Vibration*, 2019, vol. 445, pp. 261-269. DOI: 10.1016/j.jsv.2019.01.021

Информация об авторах

Дарья Владимировна Нерядовская, инженер, АО «СЕТ-1», г. Москва, Россия; аспирант, МАИ, г. Москва, Россия; e-mail: neryadovskayadv@yandex.ru; ORCID: https://orcid.org/0009-0007-0352-9910; Scopus Author ID: 58450159100; SPIN-код: 8754-3576

Information about the authors

Darya V. Neryadovskaya, Engineer, JSC «SET-1», Moscow, Russia; postgraduate student, MAI, Moscow, Russia; e-mail: neryadovskayadv@yandex.ru; ORCID: https://orcid.org/0009-0007-0352-9910; Scopus Author ID: 58450159100; SPIN-code: 8754-3576

Получено 08 июня 2026 ● Принято к публикации 20 июля 2026 ● Опубликовано 30 октября 2026
Received 08 June 2026 ● Accepted 20 July 2026 ● Published 30 October 2026