

---

УДК-629.7.017.1+519.852

## **Назначение динамических приоритетов при обслуживании самолетов с произвольным курсом во время захода на посадку и полета в строю**

Горбачев Ю.В., Тин ПхонЧжо, Рыбников С.И., Степаньянц Г.А.

Решена задача вычисления динамических приоритетов на вход пассажирского самолета в заданный воздушный эшелон или строй. При этом учтена возможность повышения этого приоритета при ограниченном запасе топлива.

Ключевые слова: контроль безопасности, оптимальное управление, летательные аппараты, динамическое программирование, функция риска.

### **Введение**

Существует ситуации, когда летящие произвольным курсом самолеты должны попасть на заданную линию пути или в заданный строй. К таким случаям относится, в частности, ситуация внезапного изменения условий посадки на различные ВПП по метеорологическим или техническим причинам.

Одна из сложных задач управления комплексом самолетов – внезапная переориентация самолетов, находящихся в зонах ожидания и на круге, и на посадку на удаленный запасной аэродром. При возникновении такой необходимости большая группа самолетов должна лететь с сохранением безопасных расстояний между ними, а значит реконфигурирована в строй для перелета с последующим перестроением в эшелон ожидания посадки.

В зависимости от начального расположения самолетов относительно трассы перелета, их сбор в строй выполняется как сбор на промежуточном круге, так сбор на трассе, при формировании неупорядоченного их множества, отвечающего условием полета в заданном направлении при ограничениях фактических и прогнозируемых расстояний между ними.

Таким образом, естественно, указать в текущий момент времени очередность или приоритет в обслуживании каждого судна и последовательно вводить их в заданный эшелон, проверяя при этом возможность соблюдения гарантированной безопасности полета.

В данной работе этот подход предложено реализовать путем вычисления динамических приоритетов в виде некоторых количественных оценок, учитывающих удаленность воздушного судна от заданной трассы, ожидаемую его близость к судам, движущимся уже в эшелоне, а также от оставшегося запаса топлива. При этом, если очередной приоритет мал, то это означает существование такого риска несоблюдения безопасности совместного движения в эшелоне, при котором происходит отказ от попытки введения судна в эшелон или строй, и дается команда ухода на повторный круг.

### **Постановка задачи.**

Рассмотрим решение задачи назначения динамических приоритетов при следующих допущениях:



4. В качестве постоянных параметров принимаются, как известные скорость полета  $V$ , максимальное допустимое боковое ускорение  $a$  при разворотах, минимальная дистанция  $r$  безопасного движения судов в эшелоне и запас топлива  $\Delta U$ , отведенной на маневрирование и определяющий оставшейся на последующие действия запас топлива как  $(\Delta U - x_4)$ . В частности, принято  $V=0.1$  км/сек,  $a=1$  м/сек\*сек,  $r=6$  км.

5. Принимаемое окончательное решение относится к одной из двух альтернатив ( $j=1,2$ )

- При  $j=1$  принимается решение о введении ЛА в воздушный эшелон, если соответствующий ему риск невелик.

- При  $j=2$  дается команда об уходе ЛА на повторный круг, если существует угроза возникновения аварийной ситуации в воздухе из-за опасного сближения судов.

6. Каждая из координат  $x_i$  текущего состояния ЛА меняется в соответствии с известными дифференциальными уравнениями движения, описывающими динамику полета. При этом для простоты каждой координате  $x_i$  соответствует одно дифференциальное уравнение. Эти дифференциальные уравнения имеют следующий вид.

Для координаты  $x_1$  принято

$$\dot{x}_1 = \begin{cases} \frac{r - x_1}{0.5(T_1 + T_2)} & \text{при } j = 1 \\ -V & \text{при } j = 2 \end{cases} \quad (1)$$

В данной работе ориентировочно было принято  $T_1=90$  сек,  $T_2=180$  сек.

Формула (1) показывает, что при «втягивании» ЛА на линию пути воздушное судно аperiodически постепенно стремится обеспечить безопасную дистанцию  $r$ , при этом постоянная времени  $(T_1+T_2)$  аperiodического процесса есть время  $T_2$  попадания ЛА на саму линию пути плюс время  $T_1$  ускоренного движения по линии пути до точки  $(x_1+r)$ , имеющей безопасное расстояние  $r$  до соседнего ЛА<sub>0</sub>(см. рис.1)

Для координаты  $x_2$  принято

$$\dot{x}_2 = \begin{cases} \frac{x_2}{2T_2} & \text{при } j = 1 \\ \frac{-x_2}{2T_0} & \text{при } j = 2 \end{cases} \quad (2),$$

Где  $T_0 > T_2$  – время движения ЛА на повторном круге.

В данной работе это время было принято равным  $T_0=2\pi V \cong 600$  сек .

Динамику изменения курса при входе на заданную линию пути можно описать дифференциальным уравнением, аналогичным (2).

$$\dot{x}_3 = \begin{cases} \frac{x_3}{2T_2} & \text{при } j = 1 \\ \frac{-x_3}{2T_0} & \text{при } j = 2 \end{cases} \quad (3)$$

Расход топлива для обеспечения полета должен определяться с учетом того, что на самой линии пути изменение дистанции между летящими ЛА осуществится на форсированном режиме тяги двигателей, при этом расход увеличится в  $(l+\lambda)$  раз, а «скорость догона» одного ЛА по отношению к соседнему ЛА будет лишь  $V^\lambda$ . Поэтому в первом приближении можно записать

$$\dot{x}_4 = \begin{cases} \frac{w_0 (T_2 + (l + \lambda)T_1)}{T_0} & \text{при } j = 1 \\ w_0 & \text{при } j = 2 \end{cases} \quad (4)$$

где  $w_0$  – заданная скорость расхода топлива в обычном режиме работы двигателя, в частности при уходе на повторный круг.

В данной работе принято  $\lambda = 0.2$ , что соответствует также повышению скорости полета по линии пути на 20% для увеличения безопасной дистанции.

7. Одним из наиболее важных допущений является выбор интегрального критерия оптимальности управления воздушным движением, который должен в свертке оценивать одновременно безопасность и экономичность полета. В данной работе в качестве такого критерия принят минимум интегрального функционала, который учитывает как штрафные нежелательные отклонения  $x_2$  от линии пути и снижение дистанции  $x_1$  между соседними ЛА на самой линии, так и опасные чрезмерные затраты топлива  $x_4$  на маневрирование, что в целом позволяет предложить следующую модель критерия

$$I = \int_0^{tk} f_0(\bar{x}_4, j) dt \rightarrow \min \quad (5)$$

Поясним формулу (5). При  $j=1$ , т.е. при «втягивании» ЛА на линию пути, в каждый момент времени штрафуются квадрат отклонения  $(r - x_1)^2$  от безопасной точки, квадрат отклонения  $x_2^2$  от линии пути и относительный расход топлива  $\frac{x_4}{\Delta U}$ . Чем меньше эти слагаемые, тем лучше и тем быстрее ЛА войдет в эшелон с малыми затратами топлива.

Нужно сразу заметить, что правильность назначения самих весовых коэффициентов  $k_1, k_2, k_3$  всегда вызывало дискуссию в теории и практике оптимального управления. В данной работе было принято пойти по пути неизменного достижения заданных гарантированных дистанций между ЛА безопасного движения, поэтому фактически штрафуются время, а значит израсходованное топливо для достижения нужной полетной ситуации, что очень важно.

При  $j=2$  отклонения  $x_1$  и  $x_2$  от линии пути при полете по повторному кругу значения не имеют, но есть опасность пересечения полета с траекториями движения других судов.

Чем больше радиус  $R=$  этого круга по сравнению с дистанцией  $r$  безопасного движения, тем хуже, поэтому функцию  $f_0(j)$  введена величина  $L$  штрафов встречи с другими судами, равная

Кроме того, ввиду большого времени полета по повторному кругу в формулу (4) введено дополнительное слагаемое  $\frac{k_3 x_4^2}{\Delta V^2}$ , имеющее существенную поправку при  $x_4 \rightarrow \Delta V$

- 
8. Отдельно заметим, что фактически штраф за пересечение траекторий полета пока не рассматривается, а учитывается лишь в среднем значении  $L$ . Затем в полученных ниже выводах предлагается при фактической встрече двух судов нужным образом понижать динамический приоритет этой пары и проводить планирование полетов повторно.
- 

### Подход к решению задачи с помощью динамического программирования

Пользуясь этим подходом при решении поставленной задачи, будем вычислять ординаты риска в нужном числе полетных ситуаций и затем, приравнивая их, найдем аппроксимацию функции Беллмана  $S'$ , а значит и текущие функции риска  $F_j$  ( $j = 1, 2$ ), определяющие приоритет в принятии решений. Чем больше величина  $F_1$  риска входа в эшелон и чем меньше величина  $F_2$  риска ухода на повторный круг, т.е. чем меньше  $\Delta F = F_2 - F_1$ , тем меньше шансов на попадание в эшелон. Значит, если взять величину  $\Delta F$  в качестве приоритета  $\Pi$ , то можно проранжировать все воздушные суда и поочередно планировать их введение в эшелон до тех пор, пока условия безопасности не нарушатся.

Решение начнем с записи уравнения Беллмана для двух альтернатив  $j=1, 2$ , пользуясь заданными соотношениями (1-5) и задавшись следующей аппроксимацией Беллмана  $S$  в виде степенного полинома [1].

$$S = \alpha + \beta_1 x_1 + \gamma_1 \frac{x_1^2}{2} + \beta_2 x_2 + \gamma_2 \frac{x_2^2}{2} + \beta_3 x_3 + \gamma_3 x_3 + \beta_4 x_4 + \gamma_4 \frac{x_4^2}{2} + \psi_{12} x_1 x_2 \quad (6)$$

$$\psi_{13} x_1 x_3 + \psi_{14} x_1 x_4 + \psi_{23} x_2 x_3 + \psi_{24} x_2 x_4 + \psi_{34} x_3 x_4$$

Тогда нужные частные производные будут равны

$$\frac{\partial S}{\partial x_1} = \beta_1 + \gamma_1 x_1 + \psi_{12} x_2 + \psi_{14} x_4; \quad \frac{\partial S}{\partial x_2} = \beta_2 + \gamma_2 x_2 + \psi_{12} x_1 + \psi_{24} x_4;$$

$$\frac{\partial S}{\partial x_4} = \beta_4 + \gamma_4 x_4 + \psi_{14} x_1 + \psi_{24} x_2$$

где  $\beta_i, \gamma_i, \psi_{ik}$  - искомые коэффициенты, которые необходимо определить. Представляя эти производные и известные соотношения (1-5) и (6) в условие оптимальности, можно получить

$$-\frac{\partial S}{\partial t} = \min_{j=1,2} \{F_j(x_1, x_2, x_4)\} \quad (7)$$

где функции риска при  $j = 1$  и  $j = 2$  равны:

$$\begin{aligned}
F_1 &= \frac{k_1(r-x_1)^2}{r^2} + \frac{k_2x_2^2}{r^2} + \frac{k_3x_4}{\nabla v} + \frac{r-x_1}{0.5(T_1+T_2)}(\beta_1 + \gamma_1x_1 + \psi_{12}x_2 + \psi_{14}x_4) - \\
&- \frac{x_2}{0.5T_2}(\beta_2 + \gamma_2x_2 + \psi_{12}x_1 + \psi_{24}x_4) + \frac{w_o}{T_o}[T_1(1+\lambda) + T_2](\beta_4 + \gamma_4x_4\psi_{14}x_1 + \psi_{24}x_2) \quad (8) \\
F_2 &= l + k_3\left(\frac{x_4}{\nabla v} + \frac{x_4^2}{\nabla v^2}\right) - v(\beta_1 + \gamma_1x_1 + \psi_{12}x_2 + \psi_{14}x_4) - \frac{x_2}{0.5T_o}(\beta_2 + \gamma_2x_2 + \psi_{12}x_1 + \psi_{24}x_4) \\
&+ \psi_o(\beta_4 + \gamma_4x_4\psi_{14}x_1 + \psi_{24}x_2)
\end{aligned}$$

**Решение задачи назначения динамических приоритетов при движении судов с произвольным курсом.**

Рассмотрим более общий случай при  $x_3 \neq 0$ . Тогда, вычисляя группу ординат риска  $C_3^-, C_{13}^-, C_{34}^-$  и приравнявая их друг другу, можно убедиться, что  $\psi_{13}=\psi_{34}=0$ . Таким образом, можно доопределить три коэффициента  $\beta_3, \gamma_3, \psi_{23}$  функции Беллмана S в общем случае, если основные коэффициенты найдены в простом случае полета с параллельным курсом [3]. Для этого, вычислим дополнительно ординаты  $C_3^+, C_{23}^+$ , что позволит найти окончательный ответ, если из условия физического смысла решаемой задачи принять  $\beta_3 = 0$ . Тогда получим  $\gamma_3 = -0.73; \psi_{23}^- = 0.2 * 10^{-3}$ .

Это позволяет с учетом формул (1-8) и представление интересующих нас приоритетов  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ , понимаемых как величины  $\Pi_1 = -F_1, \Pi_2 = -F_2$ , получить в завершение аналитическую форму возможного ранжирования воздушных судов

$$\begin{aligned}
\Pi_1 &= [1,45\Phi(y_1) + 2.8y_4 - 1.07y_1y_4 - 1.4] + [0.013y_2x_3 - 0.008x_3^2 - 0.266y_2^2] = \quad (9) \\
&= L_1 + L_2
\end{aligned}$$

$$\text{где } \phi(y_1) = \begin{cases} y_1 & \text{при } \begin{cases} y_1 \leq 1.2 \\ y_1 \geq 1.2 \end{cases} \\ 1.2 & \end{cases}$$

$$\Pi_2 = [0.35y_4 - 0.54] + [0.004y_2x_3 - 0.0024x_3^2 - 0.006y_2^2]$$

Здесь  $\Pi_1$  - приоритет входа ЛА в воздушный эшелон,  $\Pi_2$  - приоритет ухода на повторный круг. По существу эти приоритеты соответствуют количественной оценке затрат топлива при обязательном соблюдении заданных дистанций безопасного движения. Первому слагаемому в квадратных скобках соответствует перевернутая призма на рис. 2, второе слагаемое опускает или поднимает эту призму вниз или вверх.

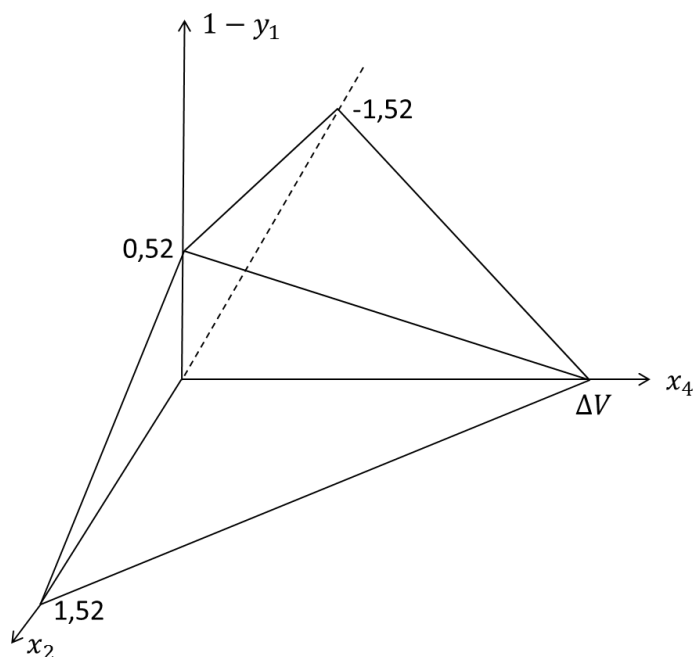


Рис. 2. Функция переключения альтернатив принятия решений в виде призмы, внутри которой оптимальной является альтернатива о вхождении в воздушный эшелон

### Пример расчета динамических приоритетов для воздушных судов, имеющих различные запасы топлива при заходе на посадку

Рассмотрим движение 7 воздушных судов, летящих с различными курсами и на разных расстояниях от заданной линии пути, как это показано на рис. 1.

j	1			2			3			4			5			6			7		
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
$x_1$	6	6	6	3	3	3	6	6	6	4,5	4,5	4,5	9	9	9	12	12	12	15	15	15
$y_1$	1	1	1	0,5	0,5	0,5	1	1	1	0,75	0,75	0,75	1,5	1,5	1,5	2	2	2	2,5	2,5	2,5
$x_2$	0	0	0	0	0	0	10	10	10	8	8	8	8	8	8	-10	-10	-10	8	8	8
$y_2$	0	0	0	0	0	0	1,7	1,7	1,7	1,33	1,33	1,33	1,33	1,33	1,33	-2	-2	-2	1,33	1,33	1,33
$x_3$	0	0	0	0	0	0	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	0	0	0	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$
$y_4$	0	0,4	0,8	0	0,4	0,8	0	0,4	0,8	0	0,4	0,8	0	0,4	0,8	0	0,4	0,8	0	0,4	0,8
$\pi_1$	0,05	0,75	1,45	-0,68	1,64	2,54	-0,8	0,03	0,63	-0,77	0,04	0,84	-0,52	0,09	0,75	-1,02	-0,7	-0,22	-0,22	-0,16	-0,4
$\pi_2$	-0,54	-0,4	-0,26	-0,54	-0,4	-0,26	-0,5	-0,3	-0,2	-0,55	-0,41	-0,27	-0,50	-0,41	-0,27	-0,55	-0,41	-0,3	-0,55	-0,41	-0,27

Таблица 1. исходных данных для расчетов содержит на текущий момент времени полетную ситуацию. Координаты  $x_1$  и  $x_2$  даны в километрах, курсовой угол  $x_3$  – в радианах, расход топлива  $x_4$  – в долях от общего запаса  $\Delta V$ . Вычисления приоритетов  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  проводилось по формулам (9). Команде

ухода на повторный круг должны подчиняться суда 3, 5, 6, летящие с курсом, не соответствующим заданной линией пути, если их запас топлива ( $\Delta V - y_4$ ) велик.

Особый случай относится к воздушному судну 6 в полетной ситуации 18, для которой характерно такое количество потраченного топлива, равное  $0.8 \Delta V$ , при котором уход на повторный круг невозможен. Поэтому находящееся в аварийном состоянии судно 6 должно быть введено в воздушный эшелон, что и подтверждено расчетами, т.к.  $\Pi_1 > \Pi_2$  в этом случае.

Поэтому одним из преимуществ данного подхода является ранжирование судов с учетом его ресурсов и технической исправности, что очень важно.

## Выводы

1. Найденные формулы удобны для расчетов и позволяют учесть не только положение судна в пространстве, но и его запасы топлива и техническое состояние в процессе ранжирования.
2. Численные значения коэффициентов были получены с помощью формул вычисления времен  $T_0$ ,  $T_1$  и  $T_2$ , рассчитанных из условия максимального быстрогодействия системы управления воздушным судном

$$T_0 = \frac{2\pi R}{V} = \frac{2\pi V}{a}; \quad T_1 = \frac{r - x_1 + \frac{x_2}{4V} \cdot \sqrt{ax_2}}{\lambda V}; \quad T_2 = 2\sqrt{\frac{x_2}{a}} \quad (10)$$

Это позволит определить порядок последовательного планирования траекторий входа судов в нужный воздушный эшелон как без учета на начальном этапе возможных пересечений траекторий, так и на заключительном этапе – с учетом этого.

## Литература

1. Беллман Р. Динамическое программирование. М., ИИЛ, 1961
2. Лебедев Г.Н., Чан Ван Туен, Китаев А.Н. Совместное управление и контроль безопасности полета воздушных судов при их сближении. М., Вестник МАИ, 2011, т. 18, №3, с. 29-35.
3. Лебедев Г.Н., Тин ПхонЧжо., Горбачев Ю.В., Решение задачи назначения динамических приоритетов при движении судов параллельным курсом с заданной линией пути. М., Труды МАИ, 2011, № 12.

### Сведения об авторах

Рыбников Сергей Игоревич, профессор Московского авиационного института (национального исследовательского университета), д.т.н., тел.:8 (499)-158-41 82; e-mail: kaf301@mai.ru

Тин ПхонЧжо, докторант Московского авиационного института (национального исследовательского университета), к.т.н.,тел.8(925)046-0630; e-mail: thtweaung@gmail.com

Степаньянц Георгий Аркадьевич, профессор Московского авиационного института (национального исследовательского университета), д.т.н.,тел.:8 (499)-158-41 82; e-mail: kaf301@mai.ru

Горбачев Юрий Василевич, доцент Московского авиационного института (национального исследовательского университета), к.т.н., тел.+7 (903) 793-0368.





