

Труды МАИ. 2021. № 121

Trudy MAI, 2021, no. 121

Научная статья

УДК 62-756.4

DOI: [10.34759/trd-2021-121-10](https://doi.org/10.34759/trd-2021-121-10)

АМОРТИЗАЦИЯ АВТОМАТИЧЕСКИХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ ПРИ ПОСАДКЕ НА ПЛАНЕТЫ И ИХ СПУТНИКИ С УЧЕТОМ УПРУГОСТИ КОНСТРУКЦИИ ПОСАДОЧНОГО УСТРОЙСТВА

Антон Сергеевич Берников¹, Юрий Александрович Петров²,

Даниил Владимирович Сергеев^{3✉}, Александр Олегович Штокал⁴

^{1,2,3,4}Научно-производственное объединение им. С.А. Лавочкина, Химки,

Московская область, Россия

³sergeevdv@laspacespace.ru✉

Аннотация. Статья посвящена исследованию динамики посадки автоматических космических аппаратов (АКА), совершающих посадку на планеты и их спутники. Амортизация АКА при посадке осуществляется с помощью энергопоглотителей одноразового применения, размещенных в посадочном устройстве (ПУ). Разработана динамическая модель процесса посадки с учетом упругости конструкции ПУ. Для определения сил и моментов, действующих на АКА от элементов конструкции ПУ разработан и представлен алгоритм определения деформации элементов конструкции для опор ПУ, контактирующих с грунтом.

Приведены результаты расчетов динамики посадки аппарата для случаев посадки в которых реализуются максимальные перегрузки и устойчивость аппарата к опрокидыванию при посадке на склон. Даны рекомендации для обеспечения устойчивости аппаратов, совершающих посадку на кометы и спутники с малой гравитацией.

Ключевые слова: автоматический космический аппарат, динамика посадки, посадочное устройство, энергопоглотитель, амортизатор, устойчивость аппарата, угловая скорость.

Для цитирования: Берников А.С., Петров Ю.П., Сергеев Д.В., Штокал А.С. Амортизация автоматических космических аппаратов при посадке на планеты и их спутники с учетом упругости конструкции посадочного устройства // Труды МАИ. 2021. № 121. DOI: [10.34759/trd-2021-121-10](https://doi.org/10.34759/trd-2021-121-10)

DEPRECIATION OF AUTOMATIC SPACECRAFT WHEN LANDING ON PLANETS AND THEIR SATELLITES, TAKING INTO ACCOUNT THE ELASTICITY OF THE LANDING DEVICE DESIGN

Anton S. Bernikov¹, Yuri A. Petrov², Daniil V. Sergeev³, Alexander O. Shtokal⁴

^{1.2.3.4}S.A. Lavochkin Scientific and Production Association, Khimki,
Moscow region, Russia

³sergeevdv@laspacespace.ru✉

Abstract. The spacecraft touchdown on the surface of planets and their satellites is one of the crucial flight stages. Since the planets surfaces are insufficiently studied, the kinematic parameters of the spacecraft movement may vary in a wide range.

For the spacecraft shock absorbing while touchdown, landing devices are being used, which should ensure a touchdown with permissible overloads and a stable position of the craft on the surface.

The landing gear consists of three or four supports, depending on the power scheme of the landing vehicle.

The craft shock absorbing while landing is performed due to energy absorbers placed in the shock absorbers of the landing device. A rod, honeycomb, pipe and tape (flat rod) are being applied as single-use energy absorbers, which absorb the energy of the craft while landing due to plastic deformation. The accounting for the landing device design elasticity will allow correctly determining the dynamic loads and stability area of the craft while landing, which is especially important when landing on comets or satellites with low gravity. When solving the problem of landing dynamics, the equations of motion of the landing gear supports are employed, with account for the elastic deformation of the structure.

The regard for the elastic deformation energy accumulated in the elements of the landing gear and in the places where they are attached to the body will allow determining the dynamic loads on the apparatus and structural elements, as well as correctly determining the area of the apparatus stability to overturning.

To determine the friction forces originating from the contact interaction of the heel of the landing device with the ground, experimental studies on the of friction coefficients

measurement are being used. Tuff, basalt, foam concrete of different strength, sinter sand were being considered as analogous soils. AMG-6 aluminum alloy, MA2-1 magnesium alloy, and OT4 titanium alloy were being considered as a material for the heel of the landing gear support. It follows from the experiments that for all combinations of rubbing metal-ground pairs, the friction process is oscillatory.

When a spacecraft touchdown on bodies with low gravity, such as the Mars satellite Phobos, for which the acceleration of gravity is equal to 0.005 m/s^2 , and even more so when landing on comets, for example Churyumov-Gerasimenko, for which the acceleration of gravity is up to 80 thousand times less than on Earth, accounting for the elastic forces of the landing device design when solving the problem of landing dynamics is essential. On the "Rosetta" spacecraft, three landing gear supports contain clamping motors to ensure landing on a slope without tipping over, which is possible due to the energy of elastic deformation of the supports.

When performing works related to soil drilling, the spacecraft must be securely fixed on the touchdown surface of satellites (comets). The clamping motors application here will be inefficient, since high axial forces are required while drilling, and the drilling time is rather long. In this case of touchdown, the spacecraft can be held on the surface with harpoons.

Keywords: automatic spacecraft, landing dynamics, landing device, energy absorber, absorber, stability of the vehicle, angular velocity

For citation: Bernikov A.S., Petrov Yu.A., Sergeev D.V., Shtokal A.O. Depreciation of automatic spacecraft when landing on planets and their satellites, taking into account the elasticity of the landing device design. *Trudy MAI*, 2021, no.121. DOI: [10.34759/trd-2021-121-10](https://doi.org/10.34759/trd-2021-121-10)

Введение

Посадка АКА на поверхности планет и их спутников является одним из ответственных этапов полета, так как поверхности планет недостаточно изучены, а кинематические параметры движения аппарата могут изменяться в широком диапазоне. При этом аппарат совершает неориентированную посадку [1,2].

Для амортизации АКА при посадке используются ПУ, которые должны обеспечить посадку с допустимыми перегрузками и устойчивое (без опрокидывания) положение аппарата на поверхности. Требование устойчивого положения аппарата связано с обеспечением надежного съезда планетохода по трапам, выноса на поверхность приборов для проведения научных экспериментов [3,4].

ПУ, как правило, состоит из трех или четырех опор в зависимости от силовой схемы посадочного аппарата [5-7]. Конструктивная схема опоры показана на рисунке 1.

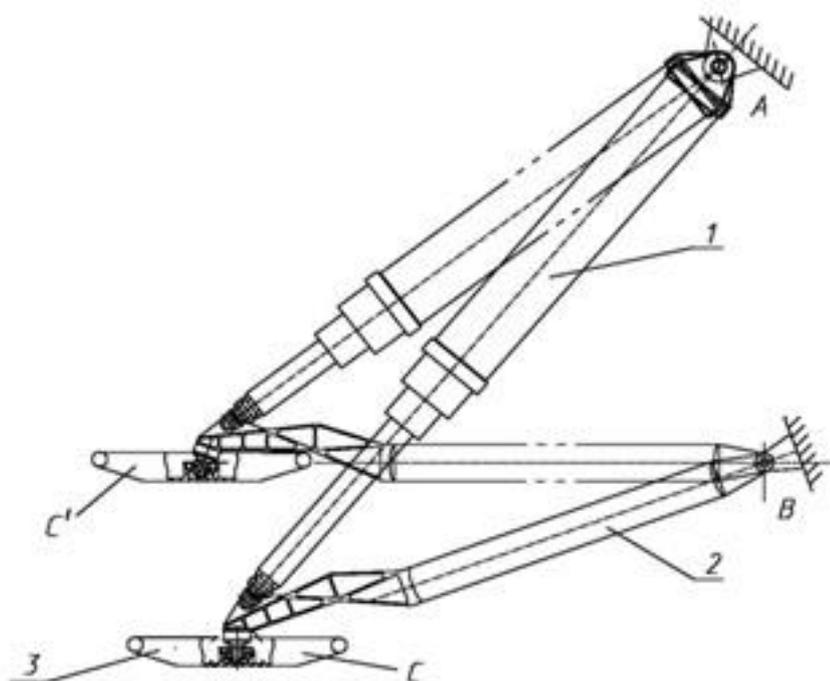


Рис. 1. Опора ПУ:

1 – амортизатор, 2 – подкос, 3 - пята, С –положение перед посадкой,

C^1 – положение после амортизации

Амортизация аппарата осуществляется за счет энергопоглотителей размещенных в амортизаторах ПУ.

В качестве энергопоглотителей одноразового применения используются стержень, соты, труба и лента (плоский стержень), которые за счет пластической деформации поглощают энергию аппарата при посадке.

Учет упругости конструкции ПУ позволит корректно определить динамические нагрузки и область устойчивости аппарата при посадке, что особенно важно при посадке на кометы или спутники с малой гравитацией [8].

Для проведения расчетов разработана математическая модель процесса посадки с учетом упругости конструкции ПУ.

Уравнения движения посадочного аппарата

Принимаем, что аппарат представляет собой твердое тело, к которому присоединено ПУ, состоящее из нескольких опор.

Для математического описания процесса посадки используются следующие системы координат:

- $Ox^{nl}y^{nl}z^{nl}$ – планетная система координат (ПСК), инерциальная, правая. Ось y^{nl} направлена по гравитационной вертикали вверх;

- $Ox^H y^H z^H$ – наклонная система координат (НСК), инерциальная, правая. НСК отличается от ПСК углом наклона β плоскости $Ox^H z^H$ относительно плоскости $Ox^{nH} z^{nH}$. Ось Oy^H – местная вертикаль.

C_{xyz} – связанная система координат (ССК). Начало координат связано с центром масс (ЦМ) аппарата. Ось Cy – продольная ось аппарата. Схема контакта аппарата с поверхностью посадки показана на рисунке 2.

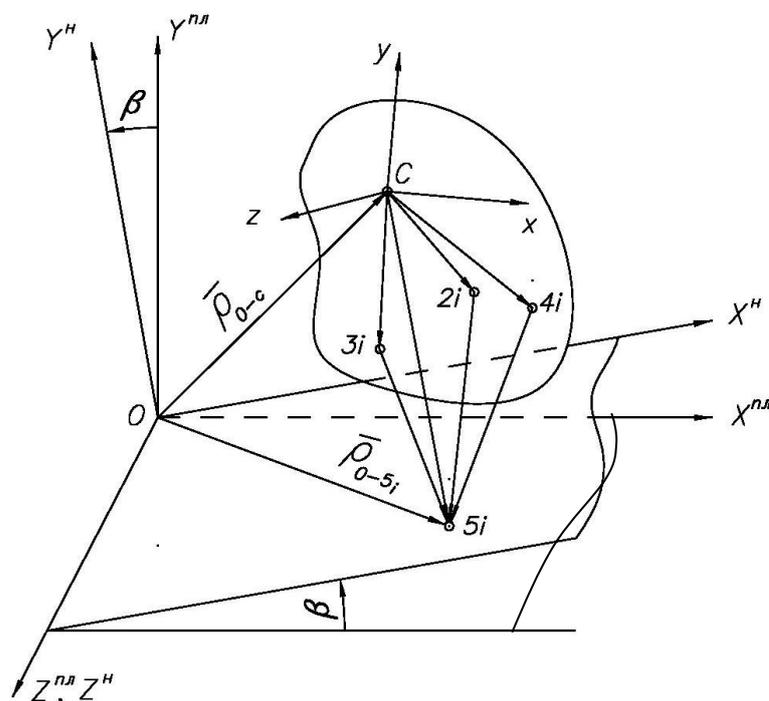


Рис. 2. Схема контакта модели аппарата с поверхностью посадки:

C – ЦМ аппарата; $2i$ – точка крепления i -ого амортизатора к ПА; $3i, 4i$ – точки крепления i подкоса к ПА; $5i$ – точка контакта i пяты с поверхностью контакта, где

$$i = 1, 2, \dots, n \text{ – количество опор ПУ}$$

Для перехода из одной системы координат в другую используются соответствующие матрицы перехода [9,10].

Матрица перехода от ПСК к ССК:

$$M_1 = \begin{vmatrix} \cos \vartheta \cos \psi & \sin \vartheta & -\cos \vartheta \sin \psi \\ \sin \gamma \cos \psi - \cos \gamma \sin \vartheta \cos \psi & \cos \gamma \cos \vartheta & \cos \gamma \sin \vartheta \sin \psi + \sin \gamma \cos \psi \\ \sin \gamma \sin \vartheta \cos \psi + \cos \gamma \sin \psi & -\sin \gamma \cos \vartheta & -\sin \gamma \sin \vartheta \sin \psi + \cos \gamma \cos \psi \end{vmatrix}, \quad (1)$$

где ϑ, γ, ψ - углы тангажа, крена и курса (углы Эйлера).

Матрицу, транспонированную по отношению к M_1 , обозначим через M_1^T .

Матрица перехода от ПСК к НСК:

$$M_2 = \begin{vmatrix} \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (2)$$

Матрицу, транспонированную по отношению к M_2 обозначим через M_2^T .

Для решения задачи динамики посадки аппарата воспользуемся уравнениями движения системы, изложенными в курсе теоретической механики [9-11].

Дифференциальные уравнения поступательного движения ЦМ посадочного аппарата в ПСК выглядят следующим образом:

$$m \frac{d\bar{V}^{nl}}{dt} = M_1^T \sum \bar{F}^{cs}, \quad (3)$$

где m – масса аппарата, \bar{V}^{nl} - поступательная скорость ЦМ аппарата, $\sum \bar{F}^{cs}$ - вектор сил, действующих на ЦМ аппарата с разложением по осям ССК, включает силу тяжести аппарата и силы от опор ПУ, находящихся в контактном взаимодействии с поверхностью посадки.

Проектируя обе части уравнения (3) на оси X^{nl}, Y^{nl}, Z^{nl} , получим дифференциальные уравнения движения ЦМ аппарата в проекциях на оси ПСК:

$$m\ddot{x}^{nl} = \sum F_x^{nl}, \quad m\ddot{y}^{nl} = \sum F_y^{nl}, \quad m\ddot{z}^{nl} = \sum F_z^{nl} \quad (4)$$

Динамические уравнения Эйлера вращательного движения ПА относительно центра инерции:

$$\dot{\bar{\omega}} = J^{-1}[\bar{M}^{c6} - \bar{\omega} \times \bar{L}] \quad (5)$$

где $\bar{\omega}$ - вектор угловой скорости аппарата, \bar{M}^{c6} - момент внешних сил с проекциями на оси ССК, $\bar{L} = J \cdot \bar{\omega}$ - главный момент количества движения

аппарата относительно центра инерции, $J = \begin{vmatrix} J_{xx} & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{yx} & J_{yy} & -J_{yz} \\ -J_{zx} & -J_{zy} & J_{zz} \end{vmatrix}$ - тензор инерции

аппарата.

В проекциях на оси ССК векторное уравнение (5) эквивалентно трем скалярным:

$$J_{xx}\dot{\omega}_x + (J_{zz} - J_{yy})\omega_y\omega_z = M_x^{c6}, \quad (6)$$

$$J_{yy}\dot{\omega}_y + (J_{xx} - J_{zz})\omega_x\omega_z = M_y^{c6},$$

$$J_{zz}\dot{\omega}_z + (J_{yy} - J_{xx})\omega_x\omega_y = M_z^{c6}.$$

Уравнения (4) и (5) дополняются кинематическими уравнениями Эйлера, связывающими угловые скорости с углами Эйлера ν , γ , ψ и их производными:

$$\begin{aligned}\omega_x &= \dot{\gamma} + \dot{\psi} \sin \vartheta, \\ \omega_y &= \dot{\psi} \cos \vartheta \cos \gamma + \dot{\vartheta} \sin \gamma, \\ \omega_z &= -\dot{\psi} \cos \vartheta \sin \gamma + \dot{\vartheta} \cos \gamma\end{aligned}\tag{7}$$

Для решения задачи динамики посадки аппарата используются кинематические уравнения Эйлера, решенные относительно производных по времени углов Эйлера:

$$\begin{aligned}\dot{\vartheta} &= \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma, \\ \dot{\gamma} &= \omega_x - \operatorname{tg} \vartheta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma), \\ \dot{\psi} &= \frac{1}{\cos \vartheta} (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma).\end{aligned}\tag{8}$$

При решении задачи динамики посадки аппарата используются уравнения движения опор ПУ с учетом упругой деформации конструкции.

Учет энергии упругой деформации, накопленной в элементах ПУ и в местах крепления их к корпусу, позволит определить динамические нагрузки на аппарат и элементы конструкции ПУ, а также корректно определить область устойчивости аппарата к опрокидыванию.

Для составления уравнений движения опор с учетом сил упругости воспользуемся методом сечений, считая внутренние усилия, возникающие в амортизаторе и подкосе, внешними силами. Силы, действующие на пяту при ее движении в плоскости контакта $OX''Y''$, показаны на рисунке 3.

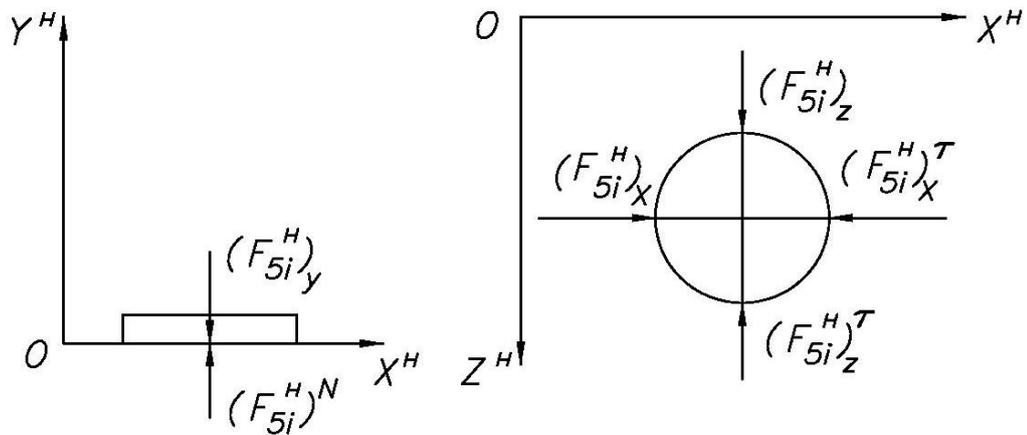


Рис. 3. Схема сил, действующих на пятку:

$(F_{5i}^H)_y$ - проекция сил упругости элементов конструкции ПУ на ось y^H ,

$(F_{5i}^H)^N$ - нормальная реакция поверхности посадки, $|(F_{5i}^H)^N| = |(F_{5i}^H)_y|$,

$(F_{5i}^H)_x, (F_{5i}^H)_z$ - проекция сил упругости элементов конструкции ПУ на оси x^H и z^H соответственно, направление сил зависит от деформации растяжения – сжатия,

$(F_{5i}^H)^x, (F_{5i}^H)^z$ - проекции сил трения между пяткой и поверхностью посадки.

Сила трения равна $(F_{5i}^H)^x = \mu(F_{5i}^H)^N$, где μ - коэффициент трения между пяткой и поверхностью посадки.

Сила трения направлена против вектора скорости пятки: $\bar{V}_{on} = \bar{V}_{5i}^H = \sqrt{(\dot{x}_{5i}^H)^2 + (\dot{z}_{5i}^H)^2}$.

Сила трения вдоль оси x^H равна: $(F_{5i}^H)^x = -\mu(F_{5i}^H)_y \cdot \cos(\dot{x}_{5i}^H, \hat{V}_{5i}^H)$.

Сила трения вдоль оси z^H равна: $(F_{5i}^H)^z = -\mu(F_{5i}^H)_y \cdot \cos(\dot{z}_{5i}^H, \hat{V}_{5i}^H)$.

Уравнения движения пяты $\ddot{x}_{5i}^H = \frac{(F_{5i}^H)_x}{m_{5i}} + \frac{\mu(F_{5i}^H)_y \cdot \dot{x}_{5i}^H}{m_{5i} \cdot V_{5i}^H}$, $\ddot{z}_{5i}^H = \frac{(F_{5i}^H)_z}{m_{5i}} + \frac{\mu(F_{5i}^H)_z \cdot \dot{z}_{5i}^H}{m_{5i} \cdot V_{5i}^H}$, где m_{5i} –

приведенная масса пяты.

После несложных преобразований уравнения движения пяты можно представить в виде [10]:

$$\ddot{x}_{5i}^H + \frac{\dot{x}_{5i}^H}{D_i} = -\frac{C_i}{D_i}, \text{ и } \ddot{z}_{5i}^H + \frac{\dot{z}_{5i}^H}{D_i} = -\frac{E_i}{D_i}, \quad (10)$$

$$\text{где } D_i = \frac{m_{5i} \cdot V_{5i}^H}{\mu|(F_{5i}^H)_y|}, C_i = -\frac{(F_{5i}^H)_x \cdot V_{5i}^H}{\mu|(F_{5i}^H)_y|}, E_i = -\frac{(F_{5i}^H)_z \cdot V_{5i}^H}{\mu|(F_{5i}^H)_y|}.$$

Таким образом, система уравнений (7-10) полностью описывает движение аппарата. Для численного интегрирования этих дифференциальных уравнений необходимы начальные условия. Начальными условиями для поступательного движения будут три координаты ЦМ аппарата $x_c^{nl}, y_c^{nl}, z_c^{nl}$ и три составляющих вектора скорости $V_{cx}^{nl}, V_{cy}^{nl}, V_{cz}^{nl}$, которые задаются в ПСК. Для интегрирования уравнений вращательного движения начальными условиями являются три угла Эйлера ν, γ, ψ и три компоненты угловой скорости $\omega_x^{cg}, \omega_y^{cg}, \omega_z^{cg}$, по которым вычисляются производные углов Эйлера $\dot{\vartheta}, \dot{\gamma}, \dot{\psi}$.

При рассмотрении процесса посадки вопросы нагружения и устойчивости аппарата решаются одновременно. Аппарат считается неустойчивым, если его ЦМ переходит через вертикальную плоскость, в которой находятся две смежные опоры.

Для анализа устойчивости аппарата напишем условие устойчивости:

$$\text{если } \frac{\overline{G_{an}} \cdot \overline{S^o}}{|\overline{G_{an}}|} \leq 0, \text{ то неустойчив,}$$

если $1 > \frac{\overline{G_{an}} \cdot \overline{S^o}}{|\overline{G_{an}}|} > 0$, то устойчив, где $\overline{S^o} = \frac{[\overline{r_i} \times \overline{r_{i-1}}]}{|\overline{r_i} \times \overline{r_{i-1}}|}$ - единичный вектор с

началом в ЦМ, $\overline{r_i}, \overline{r_{i-1}}$ - радиусы – векторы смежных опор, $\overline{G_{an}}$ - сила тяжести аппарата.

Для решения уравнений движения аппарата и пяты ПУ необходимо определить значения сил и моментов, входящих в эти уравнения движения.

Силы и моменты от элементов ПУ

Уравнения для сил в амортизаторах и звеньях подкосов в проекциях на оси ССК имеют вид:

$$\begin{aligned} (F_{5i})_x^{cg} &= F_{(5-2)_i} \frac{x_{5i}^{cg} - x_{2i}^{cg}}{l_{(5-2)_i}} + F_{(5-3)_i} \frac{x_{5i}^{cg} - x_{3i}^{cg}}{l_{(5-3)_i}} + F_{(5-4)_i} \frac{x_{5i}^{cg} - x_{4i}^{cg}}{l_{(5-4)_i}} \\ (F_{5i})_y^{cg} &= F_{(5-2)_i} \frac{y_{5i}^{cg} - y_{2i}^{cg}}{l_{(5-2)_i}} + F_{(5-3)_i} \frac{y_{5i}^{cg} - y_{3i}^{cg}}{l_{(5-3)_i}} + F_{(5-4)_i} \frac{y_{5i}^{cg} - y_{4i}^{cg}}{l_{(5-4)_i}}, \\ (F_{5i})_z^{cg} &= F_{(5-2)_i} \frac{z_{5i}^{cg} - z_{2i}^{cg}}{l_{(5-2)_i}} + F_{(5-3)_i} \frac{z_{5i}^{cg} - z_{3i}^{cg}}{l_{(5-3)_i}} + F_{(5-4)_i} \frac{z_{5i}^{cg} - z_{4i}^{cg}}{l_{(5-4)_i}}. \end{aligned} \quad (11)$$

где $2_i, 3_i, 4_i$ – точки крепления амортизатора и звеньев подкоса к корпусу ПА для i - ой опоры, $F_{(5-2)_i}, F_{(5-3)_i}, F_{(5-4)_i}$ - усилия в амортизаторах и звеньях подкосов как функции деформаций для i – ой опоры, $x_{5i}^{cg}, y_{5i}^{cg}, z_{5i}^{cg}$ – координаты пяты i – ой опоры.

При интегрировании уравнений движения аппарата и пяты ПУ, силы в амортизаторах и подкосах будем определять для опор ПУ, находящихся в контакте с поверхностью посадки.

Силы и моменты, действующие на аппарат, в соответствии с формулами (7,8), от элементов ПУ рычажного типа в векторной форме имеют вид:

$$(\bar{F}_{5i})^{cg} = (F_{5i})_x^{cg} \cdot \bar{e}_1^{cg} + (F_{5i})_y^{cg} \cdot \bar{e}_2^{cg} + (F_{5i})_z^{cg} \cdot \bar{e}_3^{cg}, \quad (12)$$

$$\bar{M}_{5i}^{cg} = \sum_{i=1}^m [\bar{r}_{c-5i}^{cg} \times (\bar{F}_{5i})^{cg}].$$

Силы от элементов ПУ действующие на пяту, в соответствии с уравнениями (10), в НСК имеют вид:

$$(\bar{F}_{5i})^H = M_2 \cdot M_1^T (-\bar{F}_{5i})^{cg} \quad (13)$$

Это же уравнение в координатной форме имеет вид:

$$(\bar{F}_{5i})^H = (F_{5i})_x^H \cdot \bar{e}_1^H + (F_{5i})_y^H \cdot \bar{e}_2^H + (F_{5i})_z^H \cdot \bar{e}_3^H. \quad (14)$$

Для определения сил трения, возникающих при контактном взаимодействии пяты ПУ с грунтом, используются экспериментальные исследования по измерению коэффициентов трения. В качестве грунтов-аналогов рассматривались: туф, базальт, пенобетон разной прочности, аглопоритовый песок. В качестве материала для пяты опоры ПУ рассматривались: алюминиевый сплав АМГ-6, магниевый сплав МА2-1, титановый сплав ОТ4. Из опытов следует, что для всех сочетаний трущихся пар «металл-грунт» процесс трения носит колебательный характер. В первом приближении можно считать, что значения коэффициентов трения не зависят от удельных нагрузок в диапазоне $p = (2-20)10^5 \text{ Н/м}^2$ и составляют для: МА2 – 0,25-0,45; АМГ-6 – 0,4-0,75; ОТ4 - 0,3-0,6 [12-15]. Этот же диапазон коэффициентов трения сохраняется и при испытаниях в «вакууме» при давлении $P=10^{-1}-10^{-6}$ мм рт. ст.

Сила трения при перемещении пяты по грунту рассчитывается по формуле:

$$\bar{F}_{mp} = -\mu \cdot |\bar{R}_{ep}| \cdot \bar{V}_{on} / |\bar{V}_{on}|, \quad (15)$$

где μ – коэффициент трения; \bar{V}_{on} – вектор абсолютной скорости опоры; \bar{R}_{ep} – нормальная реакция грунта.

Деформация элементов конструкции посадочного устройства

Для решения задачи динамики посадки аппарата необходимо найти усилия в амортизаторах и подкосах опор ПУ, контактирующих с грунтом, в зависимости от их деформации, которые и следует определить.

Будем считать, что геометрия аппарата определена для любого момента времени процесса посадки, если известно для него положения характерных точек. Такими точками являются ЦМ аппарата - точка С, и точки крепления $(2_i, 3_i, 4_i)$ амортизаторов и подкосов к опорному отсеку КА, а также точка пересечения (5_i) амортизатора и подкоса, являющаяся точкой контакта опор ПУ с поверхностью посадки (рисунок 2). Положение точек $(2_i, 3_i, 4_i)$ в ССК не изменяется и определяется зависимостью:

$$\bar{r}_{c-k_i}^{c6} = x_{k_i} \bar{e}_1^{c6} + y_{k_i} \bar{e}_2^{c6} + z_{k_i} \bar{e}_3^{c6}, \quad (16)$$

где $k = 2, 3, 4$ - характерные точки крепления амортизатора и подкоса к корпусу для i – ой опоры, $i = 1, 2, \dots, m$ - количество опор, находящихся одновременно в контакте с поверхностью посадки.

Для определения деформаций элементов конструкции ПУ необходимо определить координаты точек «2i», «3i», «4i» в НСК.

Решая уравнения движения аппарата находим для него линейное \overline{W}_c^{nl} и угловое $\dot{\overline{\omega}}$ ускорения.

Скорость ЦМ аппарата в ПСК равна:

$$\overline{V}_c^{nl} = \overline{V}_c^{*nl} + \overline{W}_c^{nl} \Delta t. \quad (17)$$

Радиус-вектор ЦМ аппарата в ПСК равен:

$$\overline{\rho}_{o-c}^{nl} = \overline{\rho}_{o-c}^{*nl} + \overline{V}_c^{nl} \Delta t + 0,5 \overline{W}_c^{nl} \Delta t^2. \quad (18)$$

В этих уравнениях и далее звездочками обозначены значения параметров на предыдущем шаге интегрирования.

Ускорения точек «2i», «3i», «4i» в ПСК имеют вид:

$$\overline{W}_{k_i}^{nl} = \overline{W}_c^{nl} + M_1^T [(\dot{\overline{\omega}} \times \overline{r}_{c-k_i}^{ce}) + \overline{\omega} \times (\overline{\omega} \times \overline{r}_{c-k_i}^{ce})], \quad k=2,3,4 \quad (19)$$

где $\overline{\omega} = \overline{\omega}^* + \dot{\overline{\omega}} \cdot \Delta t$ - угловая скорость вращения аппарата вокруг ЦМ.

Скорость характерных точек $k=2,3,4$ в ПСК равна:

$$\overline{V}_{k_i}^{nl} = \overline{V}_{k_i}^{*nl} + \overline{W}_{k_i}^{nl} \Delta t. \quad (20)$$

Скорость точек «2i», «3i», «4i» в момент $t_0 = 0$:

$$\overline{V}_{k_i}^{0nl} = \overline{V}_c^{0nl} + \overline{W}_{k_i}^{nl} \cdot \Delta t, \quad (21)$$

где \overline{V}_c^{0nl} - скорость ЦМ аппарата в момент $t_0 = 0$.

Радиусы-векторы точек «2i», «3i», «4i» в ПСК:

$$\overline{\rho}_{o-k_i}^{nl} = \overline{\rho}_{o-k_i}^{*nl} + \overline{V}_{k_i}^{nl} \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \overline{W}_{k_i}^{nl} \cdot \Delta t^2, \quad k=2,3,4 \quad (22)$$

Радиусы-векторы точек «2i», «3i», «4i» в момент $t = 0$ в ПСК:

$$\overline{\rho}_{o-k_i}^{0nl} = \overline{\rho}_{o-c}^{0nl} + M_1^T \cdot \overline{r}_{c-k_i}^{ce}. \quad (23)$$

Радиусы-векторы точек «2i», «3i», «4i» в момент $t = 0$ в НСК:

$$\bar{\rho}_{0-k_i}^H = M_2 \cdot \bar{\rho}_{0-k_i}^{H2}. \quad (24)$$

Это же уравнение в координатной форме:

$$\bar{\rho}_{0-k_i}^H = x_{k_i}^H \bar{e}_1^H + y_{k_i}^H \bar{e}_2^H + z_{k_i}^H \bar{e}_3^H. \quad (25)$$

Длины амортизаторов и звеньев подкосов определяется из уравнения:

$$\ell_{(5-k)_i} = \sqrt{(x_{5_i}^H - x_{k_i}^H)^2 + (y_{5_i}^H - y_{k_i}^H)^2 + (z_{5_i}^H - z_{k_i}^H)^2}, \quad y_{5_i}^H = 0, \quad k=2,3,4. \quad (26)$$

Деформация амортизатора:

$$S_i = \ell_{(5-2)_i}^{H0} - \ell_{(5-2)_i}, \quad (27)$$

где $\ell_{(5-2)_i}^{H0}$ - недеформированная длина амортизатора.

Усилия в амортизаторах $F_{(5-2)_i}$ определяем в зависимости от деформации S_i по диаграммам работ энергопоглотителей.

Деформации звеньев подкоса:

$$\Delta_{(5-3)_i} = \ell_{(5-3)_i}^{H0} - \ell_{(5-3)_i}, \quad \Delta_{(5-4)_i} = \ell_{(5-4)_i}^{H0} - \ell_{(5-4)_i}, \quad (28)$$

где $\ell_{(5-3)_i}^{H0}, \ell_{(5-4)_i}^{H0}$ - недеформированные длины звеньев подкоса.

Силы в звеньях подкосов:

$$F_{(5-3)_i} = k_{(5-3)} \Delta_{(5-3)_i}, \quad F_{(5-4)_i} = k_{(5-4)} \Delta_{(5-4)_i}, \quad (29)$$

где $k_{(5-3)}, k_{(5-4)}$ - жесткости звеньев подкоса.

Для определения сил $(F_{5_i})_x^{cg}, (F_{5_i})_y^{cg}, (F_{5_i})_z^{cg}$ необходимо найти координаты точек «5i» в ССК на каждом шаге интегрирования. Из решения уравнений движения опор ПУ имеем координаты точек «5i» в НСК:

$$\bar{\rho}_{0-5i}^h = x_{5i}^h \cdot \bar{e}_1^h + y_{5i}^h \cdot \bar{e}_2^h + z_{5i}^h \cdot \bar{e}_3^h. \quad (30)$$

При контакте i – ой опоры с грунтом, т.е. $y_{5i}^h = 0$, координаты точек «5i» в ПСК имеют вид:

$$\bar{\rho}_{0-5i}^{nl} = M_2^T \cdot \bar{\rho}_{0-5i}^h. \quad (31)$$

Координаты точек «5i» в ССК:

$$\bar{r}_{c-5i}^{cg} = M_1^T (\bar{\rho}_{0-5i}^{nl} - \bar{\rho}_{0-c}^{nl}). \quad (32)$$

Это же уравнение в координатной форме:

$$\bar{r}_{c-5i}^{cg} = x_{5i}^{cg} \cdot \bar{e}_1^{cg} + y_{5i}^{cg} \cdot \bar{e}_2^{cg} + z_{5i}^{cg} \cdot \bar{e}_3^{cg}. \quad (33)$$

Посадка КА представляет собой динамический процесс с дискретным нагружением конструкции в результате нескольких ударов ее о поверхность посадки [16-19]. Поэтому положение контрольной точки (5_i) ПУ будет определяться в зависимости от условий контакта ее с поверхностью посадки:

$$\bar{\rho}_{0-5i}^h = M_2 \cdot \bar{\rho}_{0-c}^{nl} + M_2 \cdot M_1^T \cdot \bar{r}_{c-5i}^{cg}. \quad (34)$$

Ордината вектора $\bar{\rho}_{0-5i}^h$ будет расстоянием точки 5_i до плоскости контакта:

- если $(\bar{\rho}_{0-5i}^h)_y > 0$, то нет контакта;
- если $(\bar{\rho}_{0-5i}^h)_y \leq 0$, то есть контакт.

Если опора (5_i) движется по поверхности грунта, то ее положение определяется из решения уравнения движения этой опоры. Если же опора после касания грунта отрывается от него и совершает свободное движение, то в момент отрыва ее положение фиксируется в ССК, и оно остается постоянным в ССК до

следующего касания. Когда положения всех контрольных точек известны, определяют длину и деформацию элементов конструкции ПУ.

По найденным деформациям определяем усилия в амортизаторах и подкосах в соответствии с разработанным алгоритмом, учитывающим процесс «нагрузка - разгрузка».

Конструктивная схема стержневого амортизатора, рассматриваемая в примере посадки аппарата, показана на рисунке 4.

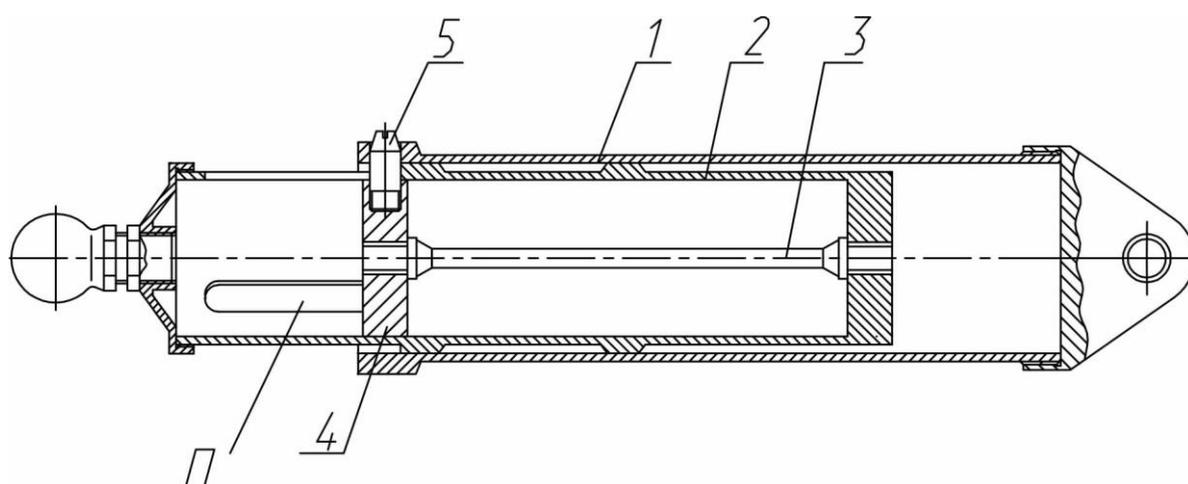


Рис. 4 Конструктивная схема стержневого амортизатора:

1 – корпус, 2 – шток, 3 – стержень, 4 – втулка, 5 – шпилька

Стержневой амортизатор состоит из корпуса 1, штока 2, стержня 3, один конец которого жестко закреплен на торце штока, другой конец закреплен на втулке 4, которая в свою очередь фиксируется с помощью шпилек 5 на корпусе. Для установки шпилек и возможности перемещения штока, на штоке выполнены, как правило, три паза под углом 120° .

При посадке шток перемещается внутрь корпуса, при этом растягивается стержень и поглощается энергия аппарата [20, 21].

Пример расчета динамики посадки АКА на поверхность Луны

В качестве примера рассмотрим динамику посадки аппарата на поверхность Луны. Инерционные характеристики аппарата: $m=2000\text{кг}$, $J_{xx}=1700\text{кгм}^2$, $J_{yy}=1400\text{кгм}^2$, $J_{zz}=2200\text{кгм}^2$. Кинематические параметры движения аппарата на момент посадки: вертикальная скорость $V_y \leq -5\text{м/с}$, боковая скорость $V_b \leq 1\text{м/с}$, Углы отклонения продольной оси аппарата относительно гравитационной вертикали: угол тангажа $\vartheta = 7^\circ$, угол крена $\gamma = 7^\circ$. Допустимые значения перегрузок: в ЦМ аппарата $[n_x] = 7$, $[n_y] = 10$. Максимальный угол склона места посадки $\beta = 20^\circ$ с несущей способностью грунта $\sigma = 1,5\text{ МПа}$, т.е. твердый грунт.

Количество опор ПУ $N = 4$ выбрано в соответствии с конструктивно-силовой схемой ПА. Ось вращения “V”-образного подкоса ПУ - ось общего положения - имеет небольшой угол наклона относительно плоскости днища ПА, что обусловлено жесткостной схемой ПА и кинематикой уборки опор ПУ, обеспечивающей гарантированные зазоры между опорами ПУ и головным обтекателем.

Основные размеры элементов конструкции ПУ:

- длина амортизатора $l_{2-5} = 1345\text{ мм}$,
- длина звена 3-5 подкоса $l_{3-5} = 1317\text{ мм}$,
- длина звена 4-5 подкоса $l_{4-5} = 1248\text{ мм}$.

Жесткость конструкции амортизатора $k_{2-5} = 1 \cdot 10^7\text{ Н/м}$, жесткость звеньев подкоса: $k_{3-5} = 3,2 \cdot 10^7\text{ Н/м}$; $k_{4-5} = 3,4 \cdot 10^7\text{ Н/м}$. Высота ЦМ аппарата $H_{\text{ЦМ}} = 1236\text{ мм}$, база опоры $B = 2284\text{ мм}$, начальный клиренс $a = 300\text{ мм}$.

В качестве энергопоглотителя используется стержень из нержавеющей стали 12Х18Н9Т, диаметром 10,5 мм и рабочей длиной 630 мм. Диаграмма растяжения стержня показана на рисунке 5.

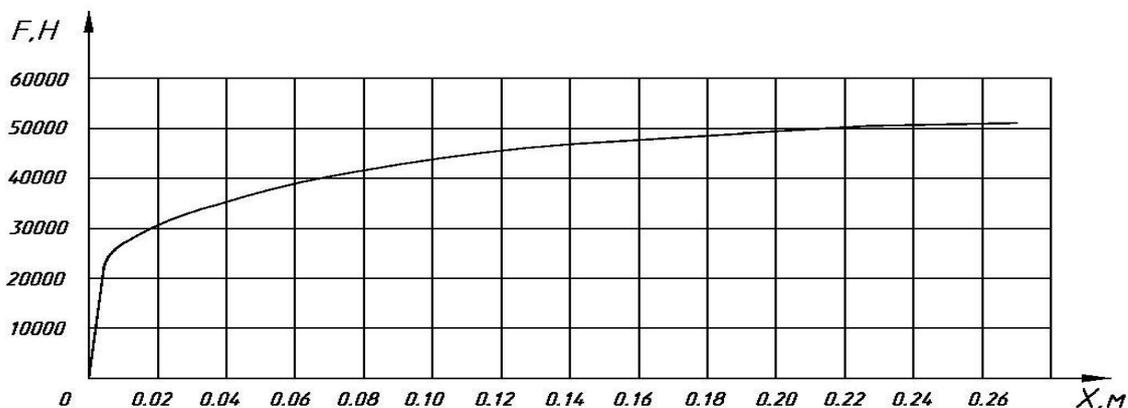


Рис 5. Диаграмма растяжения стержня

Результаты расчета характерных случаев посадки с предельными значениями параметров движения, которые дают экстремум по перегрузкам, и случай критичный по устойчивости аппарата к опрокидыванию представлены графически на рисунках 6 и 7. Рассмотрим и проанализируем результаты расчета характерных случаев посадки.

Случай посадки аппарата на ровную горизонтальную поверхность с вертикальной скоростью $V_y = -5$ м/с при одновременном контакте всеми четырьмя опорами показан на рисунке 6. В этом случае посадки каждый амортизатор обжался на величину хода $S_{i=1,2,3,4} = 0,15$ м, при этом максимальное усилие равно $F_{ам_i} = 46800$ Н. Каждый амортизатор поглотил работу $A_i = 5500$ Нм. Полная энергия аппарата, которую поглотили опоры ПУ, равна $E = 0,5mV_y^2 + mgh = 24820$ Нм. Работу, которую

поглотили все опоры ПУ за счет трения о поверхность контакта, при коэффициенте трения $\mu = 0,5$, равна $A_{тр} = 2820 \text{ Нм}$, что составляет 11,36 % от полной энергии. Как видно из графика, время первого удара равно $\tau = 0,12 \text{ с}$. За счет энергии упругой деформации амортизаторов и подкосов равной 400 Нм , происходит отдача, конструкция разгружается, и аппарат отрывается от поверхности контакта, набирая скорость $V_y = 0,65 \text{ м/с}$.

Далее аппарат находится в свободном движении $\Delta\tau = 0,836 \text{ с}$, после чего наступает второй менее сильный удар и еще несколько ударов (на рисунке не показаны), пока аппарат не успокоится. Этот случай посадки характерен тем, что в ЦМ аппарата возникает максимальная осевая перегрузка равная $n_y = 6,9 \text{ ед.}$

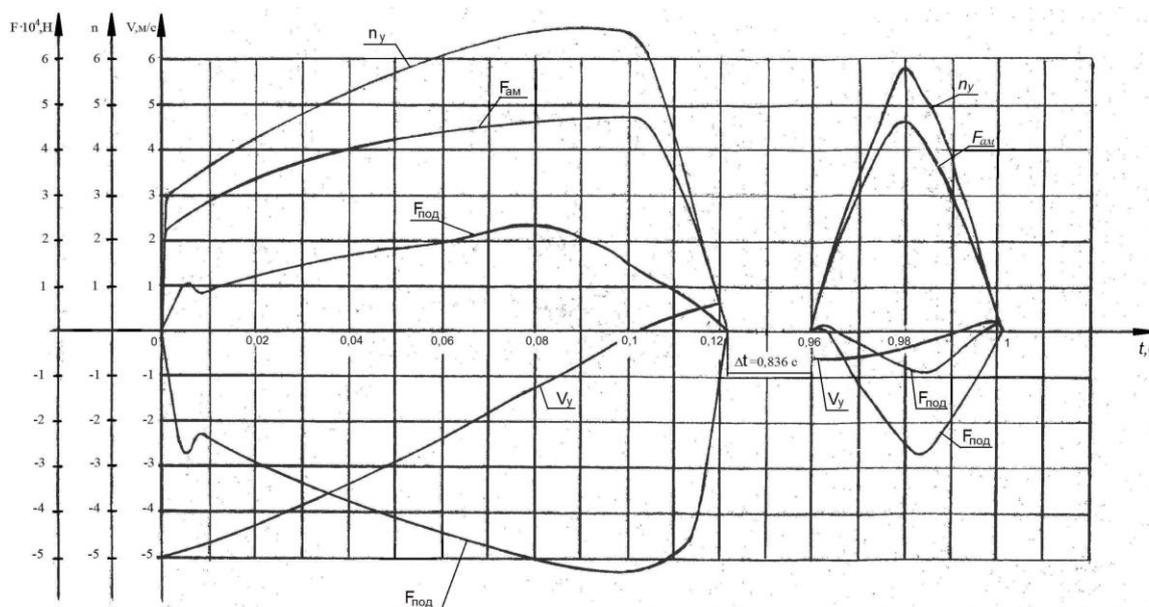


Рис. 6. Случай посадки аппарата на горизонтальную поверхность

при одновременном контакте всеми опорами ПУ, $n_{y, \max}$

Рассмотрим случай посадки аппарата на склон при одновременном контакте с поверхностью посадки двумя опорами «2-2» (рисунок 7).

В этом случае посадки реализуется минимальная база ПУ. Горизонтальная составляющая вектора скорости направлена от склона и равна $V_x = -1$ м/с, вертикальная составляющая скорости $V_y = -5$ м/с (расчетный случай по устойчивости). Угол склона равен $\beta = 20^\circ$.

Начальный контакт осуществляется первой и четвертой опорами, амортизаторы которых обжались на ход $S_{i=1,4} = 0,114$ м каждый и при этом поглотили суммарную работу равную $A_{1,4} = 7680$ Нм.

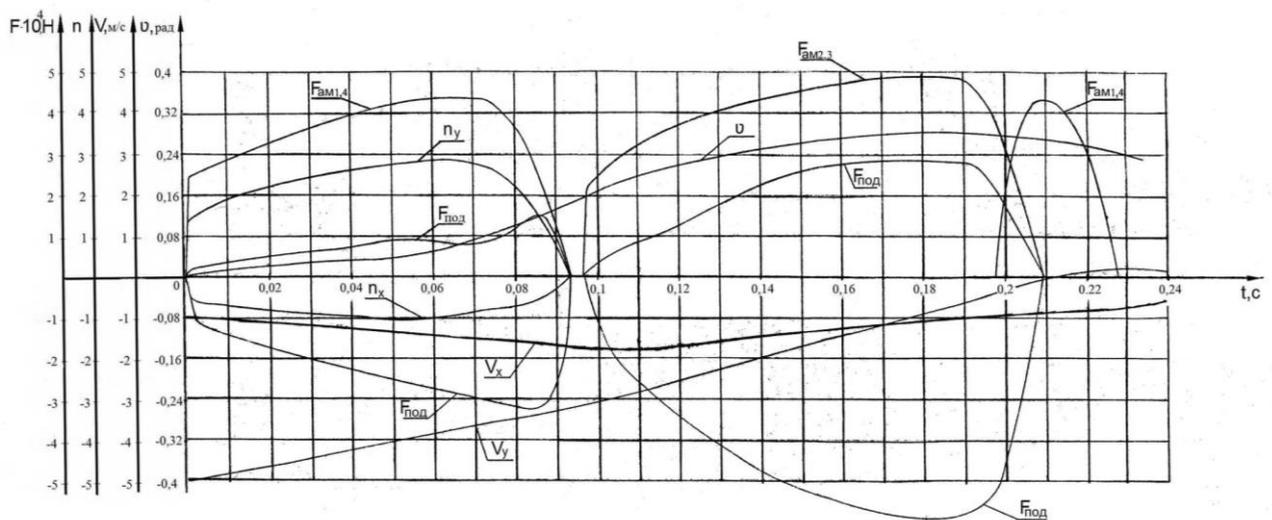


Рис. 7. Изменения кинематических параметров движения, перегрузок в центре масс аппарата и усилий в амортизаторах и подкосах

В этом случае посадки происходит перераспределение энергии. За счет сил реакций первой и четвертой опор с поверхностью посадки создается опрокидывающий момент, направленный вниз по склону. Часть поступательной кинетической энергии аппарата в результате взаимодействия опор с грунтом переходит во вращательную энергию аппарата, при этом вторая и третья опоры ПУ приобретают скорость $|\vec{V}_{on}| = |\vec{V}_c| + |\vec{\omega} \times \vec{r}| = 6,8 \text{ м/с}$.

Первая и четвертая опоры разгружаются с момента времени 0,064 с и до 0,095 с. С момента времени 0,095 с до 0,097 с аппарат находится в свободном движении. Здесь большое значение на устойчивость аппарата оказывает энергия упругой деформации амортизаторов и подкосов, которая для двух опор составляет 300 Нм.

В данном случае устойчивость аппарата к опрокидыванию характеризуется углом тангажа ν . На графике видно, что, начиная с $\tau = 0,06$ с, градиент угла ν резко изменился, при этом аппарат разворачивается вниз по склону. А начиная с момента времени $\tau = 0,14$ с, градиент ν уменьшается, т.к. вторая и третья опоры уже достаточно обжались и создают противобагажный момент, выравнивающий аппарат относительно склона. При дальнейшем движении аппарата вторая и третья опоры еще больше обжались и поглотили большую часть энергии, градиент тангажа меняет знак, опоры разгружаются и происходит повторное касание первой и четвертой опорами. Вторым удар (опорами 2 и 3) оказался сильнее первого (опорами 1 и 4). Этот период характеризуется интенсивным рассеянием энергии, о чем свидетельствует значительное уменьшение вертикальной и горизонтальной составляющих вектора скорости. Амортизаторы второй и третьей опор обжались на ход $S = 0,178$ м каждый, при этом поглотили работу $A_{2,3} = 13540$ Нм. Этот период характеризуется также максимальным значением перегрузок: $n_y = 5,6$; $n_x = 12,9$ (на графике не показано). В случае посадки аппарата без опрокидывания, происходят еще несколько раз более слабые удары опорами ПУ о поверхность грунта.

Заключение

При посадке АКА на тела с малой гравитацией, такие как спутник Марса - Фобос, для которого ускорение силы тяжести равно $g_{\phi} \approx 0,005 \text{ м/с}^2$ и тем более при посадке на кометы, например Чурюмова-Герасименко, для которой ускорение свободного падения до 80 тысяч раз меньше, чем на Земле, учет сил упругости конструкции ПУ при решении задачи динамики посадки имеет существенное значение. На АКА «Розетта», для обеспечения посадки на склон без опрокидывания, возможной за счет энергии упругой деформации опор, три опоры ПУ содержат двигатели прижима. Для учета работы двигателей прижима при решении задачи динамики посадки, в сумму сил уравнения (1) необходимо ввести силу тяги двигателей.

При проведении работ, связанных с бурением грунта, АКА должны быть надежно зафиксированы на поверхности посадки спутников (комет). Использование двигателей прижима здесь будет неэффективно, т.к. при бурении необходимы высокие осевые усилия [1], а время бурения достаточно большое. В этом случае посадки АКА можно удерживать на поверхности с помощью гарпунов.

Список источников

1. Базилевский А.Т., Григорьев Е.И., Ермаков С.Н. и др. Проектирование спускаемых автоматических космических аппаратов: Опыт разработки диалоговых процедур. - М.: Машиностроение, 1985. - 264 с.
2. Баженов В.И., Осин М.С. Посадка космических аппаратов на планеты. - М.: Машиностроение, 1978. – 159 с.

3. Петров Ю.А., Макаров В.П., Колобов А.Ю., Алешин В.Ф. Посадочные устройства космических аппаратов (КА) на основе пенопластов и сотоблоков // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2010. № 04. С. 8.
4. Цыганков О.С. Система амортизации нагрузок на космический аппарат при посадке на безатмосферные объекты. Патент № 2725103 РФ, МПК В64G 1/62(2006.01), опубл. 29.06.2019.
5. Белицкий Д.С., Жарков М.Н., Щиблев Ю.Н., Четкин С.В., Лубнин А.В. Посадочное устройство космического корабля. Патент № 2521451 РФ. МПК В64G 1/62(2006.01), опубл. 27.06.2012.
6. Гущин В.Н. Панкратов А.Д., Родионов Б.М. Основы устройства и конструирования космических аппаратов. - М.: Машиностроение, 1992. - 256 с.
7. Гущин В.Н. Основы устройства космических аппаратов. - М.: Машиностроение, 2003. – 272 с.
8. Воронин В.В. Динамика процесса посадки спускаемого аппарата на участке его контакта с поверхностью // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. 2012. Т. 11. № 4. С. 52-58.
9. Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики в 2 частях. - М.: Наука, 1965. Ч.1. - 486 с; 1966. Ч.2. - 332 с.
10. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. - М.: Наука, 1967. – 575 с.
11. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики. - М.: КноРус, 2011. – 603 с.
12. Малышев В.В., Старков А.В., Титков М.А. Имитация мягкой посадки в земных условиях // Труды МАИ. 2015. № 79. [URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=55790](http://trudymai.ru/published.php?ID=55790)

13. Кемурджиан А.Л., Громов В.В., Черкасов И.И., Шварев В.В. Автоматические станции для изучения поверхностного покрова Луны. - М.: Машиностроение, 1976. – 200 с.
14. Остославский И.В., Стражева И.В. Динамика полета - М.: Машиностроение, 1969. – 499 с.
15. Буслаев С.П., Воронцов В.А., Графодатский О.С. Проблемы моделирования посадок венерианских космических аппаратов для различных грунтов-аналогов // *Труды МАИ*. 2017. № 96. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=85909>
16. Чуркин В.М. Математическая модель движения системы мягкой посадки космического аппарата // *Труды МАИ*. 2011. № 49. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=27969>
17. Алексашкин С.Н., Пичхадзе К.М., Финченко В.С. Принципы проектирования спускаемых в атмосферах планет аппаратов с надувными тормозными устройствами // *Вестник НПО им. С.А. Лавочкина*. 2012. № 2 (13). С. 4-11.
18. Бакулин В.Н., Борзых С.В., Воронин В.В. Математическое моделирование процесса посадки космического аппарата на участке его контакта с поверхностью // *Вестник Московского авиационного института*. 2011. Т. 18. № 5. С. 211-218.
19. Бакулин В.Н., Борзых С.В., Родионов О.Л., Марков М.В. Моделирование процесса мягкой посадки спускаемого аппарата, выполненного по схеме «несущий корпус» // 3-я Международная конференция и выставка «Авиация и космонавтика». - М.: Изд-во МАИ. 2004. С. 71 - 72.

20. Буслаев С.П. Прогнозирование успешной посадки автоматической межпланетной станции на поверхность небесного тела в условиях неопределенности // Космические исследования. 1987. № 2. С. 186-192.

21. Микишев Т.Н. Экспериментальные методы в динамике космических аппаратов. - М.: Машиностроение, 1978. – 248 с.

References

1. Bazilevskii A.T., Grigor'ev E.I., Ermakov S.N. et al. *Proektirovanie spuskaemykh avtomaticheskikh kosmicheskikh apparatov: Opyt razrabotki dialogovykh protsedur* (Designing descent automatic spacecraft: The experience of developing dialog procedures), Moscow, Mashinostroenie, 1985, 264 p.

2. Bazhenov V.I., Osin M.S. *Posadka kosmicheskikh apparatov na planet* (Spacecraft landing on planets), Moscow, Mashinostroenie, 1978, 159 p.

3. Petrov Yu.A., Makarov V.P., Kolobov A.Yu., Aleshin V.F. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie MGTU im. N.E. Baumana*, 2010, no. 04, pp. 8.

4. Tsygankov O.S. *Patent № 2725103 RU*, MPK B64G 1/62(2006.01), 29.06.2019.

5. Belitskii D.S., Zharkov M.N., Shchiblev Yu.N., Chetkin S.V., Lubnin A.V. *Patent № 2521451 RU*, MPK B64G 1/62(2006.01), 27.06.2012.

6. Gushchin V.N. Pankratov A.D., Rodionov B.M. *Osnovy ustroistva i konstruirovaniya kosmicheskikh apparatov* (Fundamentals of device and construction of spacecraft: textbook for universities), Moscow, Mashinostroenie, 1992, 256 p.

7. Gushchin V.N. *Osnovy ustroistva kosmicheskikh apparatov* (The basics of device spacecraft: Textbook for universities), Moscow, Mashinostroenie, 2003, 272 p.

8. Voronin V.V. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta*, 2012, vol. 11, no. 4, pp. 52-58.
9. Bukhgol'ts N.N. *Osnovnoi kurs teoreticheskoi mekhaniki* (The main course of theoretical mechanics), Moscow, Nauka, 1965, vol.1. - 486 p; 1966, vol.2. - 332 p.
10. Gantmakher F.R. *Teoriya matrits* (Theory of matrices), Moscow, Nauka, 1967, 575 p.
11. Yablonskii A.A., Nikiforova V.M. *Kurs teoreticheskoi mekhaniki*. - M.: KnoRus, 2011. – 603 s.
12. Malyshev V.V., Starkov A.V., Titkov M.A. *Trudy MAI*, 2015, no. 79. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=55790>
13. Kemurdzhian A.L., Gromov V.V., Cherkasov I.I., Shvarev V.V. *Avtomaticheskie stantsii dlya izucheniya poverkhnostnogo pokrova Luny* (Automatic stations for studying the surface cover of the Moon), Moscow, Mashinostroenie, 1976, 200 p.
14. Ostoslavskii I.V., Strazheva I.V. *Dinamika poleta* (Flight dynamics), Moscow, Mashinostroenie, 1969, 499 pp.
15. Buslaev S.P., Vorontsov V.A., Grafodatskii O.S. *Trudy MAI*, 2017, no. 96. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=85909>
16. Churkin V.M. *Trudy MAI*, 2011, no. 49. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=27969>
17. Aleksashkin S.N., Pichkhadze K.M., Finchenko V.S. *Vestnik NPO im. S.A. Lavochkina*, 2012, no. 2 (13), pp. 4-11.
18. Bakulin V.N., Borzykh S.V., Voronin V.V. *Aerospace MAI Journal*, 2011, vol. 18, no. 5. pp. 211-218.

19. Bakulin V.N., Borzykh S.V., Rodionov O.L., Markov M.V. *3-ya Mezhdunarodnaya konferentsiya i vystavka «Aviatsiya i kosmonavtika»*, Moscow, Izd-vo MAI, 2004. pp. 71 - 72.

20. Buslaev S.P. *Kosmicheskie issledovaniya*, 1987, no. 2, pp. 186-192.

21. Mikishev T.N. *Eksperimental'nye metody v dinamike kosmicheskikh apparatov* (Experimental methods in the dynamics of spacecraft), Moscow, Mashinostroenie, 1978, 248 p.

Статья поступила в редакцию 20.10.2021.2021; одобрена после рецензирования 30.10.2021; принята к публикации 21.12.2021

The article was submitted on 20.10.2021; approved after reviewing on 30.10.2021; accepted for publication on 21.12.2021.