УДК 681.2.08

Аналитическая юстировка и калибровка инерциального измерительного блока бесплатформенной инерциальной навигационной системы

Тювин А.В.

Московский Авиационный Институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия e-mail: kaf305-mai@mail.ru

Аннотация

Рассмотрены подходы к реализации аналитической юстировки и калибровки блоков акселерометров и гироскопов, входящих в состав бесплатформенных инерциальных навигационных систем. Представлено математическое обоснование методики и алгоритмов юстировки и калибровки инерциальных измерительных блоков без их демонтажа. Приведен пример численного моделирования процесса аналитической юстировки и калибровки блоков акселерометров и гироскопов, подтверждающий высокие возможности предложенного технического решения.

Ключевые слова:

бесплатформенная инерциальная навигационная система, инерциальный измерительный блок, юстировка, калибровка, методика, моделирование

Введение

Возможности бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС) в решении задач подвижных объектов различного назначения в

значительной мере определяются точностью и надежностью измерения на борту объектов управления векторов кажущегося ускорения и абсолютной угловой скорости в связанной с объектом системе координат.

Эффективным решением этой проблемы является использование для их измерения функционально избыточных инерциальных измерительных блоков, которые обеспечивают автономное повышение точности измерения и оценку состояния блока по погрешности измерения, контролируя его целостность в процессе эксплуатации. При этом требования к необходимой точности ориентации осей чувствительности датчиков в системе координат, связанной с установочными базами блока (юстировка блока) вступают в противоречие с техническими возможностями их обеспечения технологическим путем.

Преодоление указанных ограничений достигается аналитической юстировкой и калибровкой блоков акселерометров (БА) и гироскопов (БГ) без их демонтажа, альтернативой техническому решению выступает когда аналитическая идентификация реальных параметров юстировки измерительных систем. Реализация аналитической юстировки и калибровки позволяет значительно снизить технологические требования к изготовлению блоков, поскольку в этом случае возможна реализация конструкции блока по свободным допускам, используя общедоступное оборудование. Другим важным преимуществом рассматриваемого технического решения является применение инерциальных измерительных блоков по текущему их состоянию, используя возможность периодической калибровки блоков в процессе их эксплуатации.

Постановка задачи

Аналитическая юстировка и калибровка реализуются в отношении блоков измерителей проекций векторных величин, к которым относятся БА и БГ БИНС. В процессе испытаний блока для всех его m датчиков осуществляется идентификация ориентации ортов их осей чувствительности ($\mathbf{e}_1,...,\mathbf{e}_m$) в системе координат, связанной с установочными базами блока, а также оценка постоянных на данном включении инструментальных погрешностей, таких как смещение нулевых сигналов, погрешность масштабных коэффициентов и нелинейность их выходных характеристик. При включении в вектор оцениваемых параметров масштабных коэффициентов датчиков погрешность их масштабных коэффициентов исключается из вектора оцениваемых параметров.

Теоретические аспекты аналитической юстировки и калибровки предполагают задание в системе координат, связанной с установочными базами блока строгой последовательности эталонных воздействий (**V**_j) и измерении датчиками блока соответствующих им выходных сигналов (*u*_{ij}). Для каждого датчика блока справедливо уравнение измерений:

$$u_{ij} = K_i((\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{V}_j) + \Delta u_{ij}) + \Delta_{ij}, \tag{1}$$

где K_i – масштабный коэффициент *i*-го датчика (*i*=1...*k*), Δu_{ij} – инструментальная погрешность *i*-го датчика на *j*-ом включении (*j*=1...*N*), Δ_{ij} – погрешность измерения.

Согласно (1) для N измерений составляется система линейных уравнений в отношении компонент вектора оцениваемых параметров **Q**:

$$\mathbf{U}=\mathbf{B}\mathbf{Q}+\mathbf{\Delta},\tag{2}$$

где **В** – матрица измерений размера $N \times k$; $\Delta = [\Delta_{i1}, ..., \Delta_{ij}, ..., \Delta_{iN}]^{T}$ – вектор погрешностей измерений.

Оценка вектора **Q** осуществляется по методу наименьших квадратов:

$$\hat{\mathbf{Q}} = (\mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{P} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{P} \mathbf{U}; \tag{3}$$

$$\hat{\mathbf{Q}} = [\hat{q}_1, \dots, \hat{q}_i, \dots, \hat{q}_k]^{\mathrm{T}};$$
(4)

$$\mathbf{U} = [u_{i1}, \dots, u_{ii}, \dots, u_{iN}]^{\mathrm{T}},$$
(5)

Решение (3) существует, если ранг матрицы **В** равен размерности вектора оцениваемых параметров.

Компоненты вектора **Q** представляют собой нелинейную комбинацию оцениваемых параметров включающих:

масштабный коэффициент датчика К_i;

направляющие косинусы ориентации оси чувствительности датчика в системе координат с ортами **x**, **y**, **z**, связанной с установочными базами блока;

смещение нулевого сигнала датчика и коэффициент нелинейности его выходной характеристики.

Методика и алгоритм аналитической юстировки и калибровки

Аналитическая юстировка и калибровка БА осуществляется в поле вектора ускорения силы тяжести \mathbf{g}_{T} , на двухстепенном стенде, позволяющим устанавливать свою внутреннюю ось под углом α над горизонтом в месте испытаний БА и осуществлять поворот вокруг этой оси на заранее рассчитанные углы β_j, как показано на рис. 1.



Рисунок 1 – Схема проведения испытаний БА

Система координат стенда с ортами $\mathbf{X}_{\mu}, \mathbf{Y}_{\mu}, \mathbf{Z}_{\mu}$ и система координат платформы стенда с ортами $\mathbf{X}_{\Pi}, \mathbf{Y}_{\Pi}, \mathbf{Z}_{\Pi}$, на которой устанавливается БА (см. рис. 2), первоначально устанавливаются в горизонт, а затем поворачиваются на угол α вокруг $\mathbf{X}_{\mu 0}, \mathbf{X}_{\Pi 0}$.



Рисунок 2 – Блок измерительных элементов в осях приспособления

Оптимальный по точности задания эталонных воздействий угол α_{опт} рассчитывается согласно алгоритму [1,2]:

$$\alpha_{_{OIIT}} = \operatorname{arctg}\left(\frac{D_{_{\theta_x}} + D_{_{\delta\alpha}} + \frac{D_{_{\delta\beta}}}{N}}{2D_{_{\theta_x}} + 2D_{_{\delta\alpha}} + D_{_{\theta_y}}}\right)^{1/4},\tag{6}$$

где символом *D* обозначены дисперсии угловых ошибок первоначальной выставки в горизонт θ_x, θ_y осей стенда и погрешностей (δ) задания α, β_j.

При испытаниях БА на неподвижном относительно Земли основании истинное значение вектора кажущегося ускорения соответствует с обратным знаком вектору ускорения силы тяжести $\mathbf{n}_{A} = -\mathbf{g}_{T}$ в месте эксперимента. Это позволяет рассчитать истинные значения вектора кажущегося ускорения в проекциях на оси платформы стенда, по алгоритму:

$$\mathbf{n}_{i\Pi} = \mathbf{g}_{\mathrm{T}} [-\cos\alpha\sin\beta_{i}, \sin\alpha, \cos\alpha\cos\beta_{i}]^{\mathrm{T}};$$
(7)

$$\beta_j = \frac{360^0}{N} (j-1), \tag{8}$$

поскольку направление вектора кажущегося ускорения соответствует орту местной геодезической вертикали в месте эксперимента.

Значение g_т – величины ускорения силы тяжести определяется с высокой точностью по результатам геодезической привязки места испытаний:

$$g_T(\varphi, h) = 9,78030 \text{ m/c}^2 + 0,005302 \text{ m/c}^2 \sin^2 \varphi - 0,000007 \text{ m/c}^2 \sin^2 2\varphi - 2\omega_0^2 h], \quad (9)$$

где φ – геодезическая широта места испытаний; h – превышение места испытаний над эллипсоидом, аппроксимирующим земную поверхность; $\omega_0^2 = 1,543 \cdot 10^{-6} c^{-2}$ – квадрат частоты Шулера.

Первое измерение выходных сигналов БА (j=1) осуществляется после установки **Y**_П платформы стенда на угол α от плоскости горизонта. Последующие измерения производятся по мере установки каждого угла β_i согласно алгоритму (8).

Поскольку вектор входных воздействий задается в системе координат платформы (СК «П»), то и ориентацию осей чувствительности датчиков блока целесообразно определять в этой же системе координат: $\mathbf{e}_{\Pi} = [e_{\Pi}, e_{2\Pi}, e_{3\Pi}]^{T}$ – единичный вектор ориентации оси чувствительности акселерометра в СК «П». Для определения же характеристик юстировки в системе координат, связанной с установочными базами блока $\mathbf{e}_{O} = [e_{x}, e_{y}, e_{z}]^{T}$ – единичный вектор ориентации оси чувствительности акселерометра в этой системе координат, следует учесть установку БА в СК «П» в процессе испытаний. Согласно рис. 2 матрица ориентации СК «О» относительно СК «П» имеет вид:

$$\mathbf{A}_{O/\Pi} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$
 (10)

При повороте БА на 180° вокруг **Z**_П изменяются знаки элементов матрицы:

$$\mathbf{A}_{\mathrm{O/II}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

что приводит к смене знака характеристик юстировки БА в СК «П»:

$$\mathbf{e}_{\Pi}^{*} = \left[-e_{1\Pi}, -e_{2\Pi}, e_{3\Pi}\right]^{\mathrm{T}}.$$
(11)

Согласно (1) для каждого датчика БА уравнение измерений принимает вид:

$$u_{j} = K_{i}((\mathbf{e}_{\Pi} \cdot \mathbf{n}_{j\Pi}) + \Delta U_{j}) + \Delta_{j}, \qquad (12)$$

где $\mathbf{n}_{j\Pi}$ – вектор кажущегося ускорения при *j*-ом измерении в проекциях на оси СК «П »; ΔU_j – погрешность датчика БА при *j*-ом измерении; Δ_j –погрешность *j*-го измерения.

$$\Delta U_{j} = \Delta a_{0} + \Delta a_{1} + \Delta a_{2} (\mathbf{e}_{\Pi} \cdot \mathbf{n}_{j\Pi}) + \Delta a_{3} (\mathbf{e}_{\Pi} \cdot \mathbf{n}_{j\Pi})^{2}, \qquad (13)$$

где Δ*a*₀ – вариация нулевого сигнала датчика; Δ*a*₁ – смещение нуля; Δ*a*₂ – коэффициент ошибки масштабного коэффициента; Δ*a*₃ – коэффициент ошибки нелинейности выходной характеристики.

Согласно (7), (13) с учетом оценки К_i уравнения (12) принимают вид

$$u_{j} = K_{i}(e_{1\Pi}n_{1j\Pi} + e_{2\Pi}n_{2j\Pi} + e_{3\Pi}n_{3j\Pi}) + K_{i}[\Delta a_{1} + \Delta a_{3}(e_{1\Pi}n_{1j\Pi} + e_{2\Pi}n_{2j\Pi} + e_{3\Pi}n_{3j\Pi})^{2}] + \Delta_{j}.$$
 (14)

При повторении программы испытаний с блоком, повернутым в приспособлении на 180°, измерениям согласно (11) соответствуют уравнения:

$$u_{j}^{*} = K_{i}(-e_{1\Pi}n_{1j\Pi} - e_{2\Pi}n_{2j\Pi} + e_{3\Pi}n_{3j\Pi}) + K_{i}[\Delta a_{1} + \Delta a_{3}(-e_{1\Pi}n_{1j\Pi} - e_{2\Pi}n_{2j\Pi} + e_{3\Pi}n_{3j\Pi})^{2}] + \Delta_{j}.$$
(15)

Сгруппируем уравнения (14), (15) в соответствии с комбинациями оцениваемых параметров, принимая во внимание, что $n_{2 / \Pi} = g_T \sin \alpha$ в процессе испытаний является известной постоянной величиной:

$$u_{j} = K_{i}(\Delta a_{1} + e_{2\Pi}n_{2j\Pi} + \Delta a_{3}e_{2\Pi}^{2}n_{2j\Pi}^{2}) + K_{i}e_{1\Pi}n_{1j\Pi} + K_{i}e_{3\Pi}n_{3j\Pi} + K_{i}\Delta a_{3}(e_{1\Pi}^{2}n_{1j\Pi}^{2} + e_{3\Pi}^{2}n_{3j\Pi}^{2} + 2e_{1\Pi}e_{2\Pi}n_{1j\Pi}n_{2j\Pi} + 2e_{1\Pi}e_{3\Pi}n_{1j\Pi}n_{3j\Pi} + 2e_{2\Pi}e_{3\Pi}n_{2j\Pi}n_{3j\Pi}) + \Delta_{j};$$
(16)

$$u_{j}^{*} = K_{i}(\Delta a_{1} - e_{2\Pi}n_{2j\Pi} + \Delta a_{3}e_{2\Pi}^{2}n_{2j\Pi}^{2}) - K_{i}e_{1\Pi}n_{1j\Pi} + K_{i}e_{3\Pi}n_{3j\Pi} + K_{i}\Delta a_{3}(e_{1\Pi}^{2}n_{1j\Pi}^{2} + e_{3\Pi}^{2}n_{3j\Pi}^{2} + 2e_{1\Pi}e_{2\Pi}n_{1j\Pi}n_{2j\Pi} - 2e_{1\Pi}e_{3\Pi}n_{1j\Pi}n_{3j\Pi} - 2e_{2\Pi}e_{3\Pi}n_{2j\Pi}n_{3j\Pi}) + \Delta_{j}.$$
(17)

Анализ (16), (17) показывает, что, формируя совместную обработку измерений БА, можно упростить математическую модель их описания. Пусть измерения формируются по сумме измерений каждого датчика блока, тогда:

$$U_{1j} = \frac{u_j + u_j^*}{2} = K_i (\Delta a_1 + \Delta a_3 e_{2\Pi}^2 n_{2j\Pi}^2) + 2K_i \Delta a_3 e_{1\Pi} e_{2\Pi} n_{2j\Pi} n_{1j\Pi} + K_i e_{3\Pi} n_{3j\Pi} + K_i \Delta a_3 e_{1\Pi}^2 n_{1j\Pi}^2 + K_i \Delta a_3 e_{3\Pi}^2 n_{3j\Pi}^2) + \Delta_j = q_{1,1} + q_{1,2} n_{1j\Pi} + q_{1,3} n_{3j\Pi} + q_{1,4} n_{1j\Pi}^2 + q_{1,5} n_{3j\Pi}^2 + \Delta_j,$$
(18)

где q_{i,j} – компоненты вектора идентифицируемых параметров согласно (6).

$$\mathbf{Q}_{1} = [q_{1,1}, q_{1,2}, q_{1,3}, q_{1,4}, q_{1,5}]^{\mathrm{T}};$$

$$q_{1,1} = K_{i} (\Delta a_{1} + \Delta a_{3} e_{2\Pi}^{2} n_{2j\Pi}^{2}); q_{1,2} = 2K_{i} \Delta a_{3} e_{1\Pi} e_{2\Pi} n_{2j\Pi};$$

$$q_{1,3} = K_{i} e_{3\Pi}; q_{1,4} = K_{i} \Delta a_{3} e_{1\Pi}^{2}; q_{1,5} = K_{i} \Delta a_{3} e_{3\Pi}^{2}.$$
(19)

Разности измерений соответствует система уравнений вида:

$$U_{2j} = \frac{u_j - u_j^*}{2} = K_i e_{2\Pi} n_{2j\Pi} + K_i e_{1\Pi} n_{1j\Pi} + 2K_i \Delta a_3 e_{2\Pi} e_{3\Pi} n_{2j\Pi} n_{3j\Pi} + 2K_i \Delta a_3 e_{1\Pi} e_{3\Pi} n_{1j\Pi} n_{3j\Pi} + \Delta_j = q_{2,1} + q_{2,2} n_{1j\Pi} + q_{2,3} n_{3j\Pi} + q_{1,4} n_{1j\Pi} n_{3j\Pi} + \Delta_j.$$
(20)

Размерность вектора **Q** в этом случае равняется четырем, и он принимает вид:

$$\mathbf{Q}_{2} = [q_{2,1}, q_{2,2}, q_{2,3}, q_{2,4}]^{\mathrm{T}};$$

$$q_{2,1} = K_{i} e_{2\Pi} n_{2j\Pi}; q_{2,2} = K_{i} e_{1\Pi};$$

$$q_{2,3} = 2K_{i} \Delta a_{3} e_{2\Pi} e_{3\Pi} n_{2j\Pi}; q_{2,4} = 2K_{i} \Delta a_{3} e_{1\Pi} e_{3\Pi}.$$
(21)

Используя оценку (3) для \mathbf{Q}_1 и \mathbf{Q}_2 для каждого датчика блока вычисляются:

• Масштабный коэффициент

$$K_{i} = \left(\frac{q_{2,1}^{2}}{g_{T}^{2}\sin^{2}\alpha} + q_{2,2}^{2} + q_{1,3}^{2}\right)^{1/2}.$$
(22)

• Направляющие косинусы ориентации оси чувствительности датчика в системе координат, связанной с платформой

$$e_{1\Pi} = \frac{q_{2,2}}{K_i};$$

$$e_{2\Pi} = \frac{q_{2,1}}{K_i g_{\rm T} \sin \alpha};$$

$$e_{3\Pi} = \frac{q_{1,3}}{K_i}.$$
(23)

• Смещение нулевого сигнала

$$\Delta a_1 = q_{1,1} - \frac{q_{1,4} q_{2,1}^2}{q_{2,2}^2 K_i}.$$
(24)

• Коэффициент нелинейности выходной характеристики

$$\Delta a_3 = \frac{q_{1,4}}{e_{1\Pi}^2 K_i} = K_i \frac{q_{1,4}}{q_{2,2}^2}.$$
(25)

Полученное решение существует, если есть оценка (3) для Q_1 и Q_2 [1-4].

Введем матрицу $C=B^{T}B$, определяющую наличие оценки (3). Если матрица C не особенная, то решение существует, причем точность решения определяется мерой обусловленности матрицы C. В работе [3] в качестве меры обусловленности

выбрано число ρ , отражающее соотношение собственных чисел матрицы $\rho = |\lambda_{max}|/|\lambda_{min}|$ [5]. Проведенные исследования показали, что обусловленность решения улучшается при увеличении числа измерений и зависит от угла α установки оси платформы стенда над горизонтом. При числе измерений до 24 приемлемый диапазон установки оси платформы стенда над горизонтом согласно предложенной методике испытаний составляет от 40⁰ до 55⁰. Уточнять значение α_{ourr} следует исходя из точности задания эталонных воздействий по алгоритму (6). При значительном числе измерений практическая реализация алгоритма оценки (3) в вычислительном устройстве связана с матричными операциями высокой размерности.

В отношении **Q**₁ связь вектора измерений (5) с вектором оцениваемых параметров (4) согласно (2) обеспечивается матрицей размера N×5 вида:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -g_{\mathrm{T}} \cos \alpha \sin \beta_{1} & g_{\mathrm{T}} \cos \alpha \cos \beta_{1} & g_{\mathrm{T}}^{2} \cos^{2} \alpha \sin^{2} \beta_{1} & g_{\mathrm{T}}^{2} \cos^{2} \alpha \cos^{2} \beta_{1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & -g_{\mathrm{T}} \cos \alpha \sin \beta_{j} & g_{\mathrm{T}} \cos \alpha \cos \beta_{j} & g_{\mathrm{T}}^{2} \cos^{2} \alpha \sin^{2} \beta_{j} & g_{\mathrm{T}}^{2} \cos^{2} \alpha \cos^{2} \beta_{j} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & -g_{\mathrm{T}} \cos \alpha \sin \beta_{N} & g_{\mathrm{T}} \cos \alpha \cos \beta_{N} & g_{\mathrm{T}}^{2} \cos^{2} \alpha \sin^{2} \beta_{N} & g_{\mathrm{T}}^{2} \cos^{2} \alpha \cos^{2} \beta_{N} \end{bmatrix}.$$
(26)

В отношении **Q**₂ аналогичная связь обеспечивается матрицей размера N×4 вида:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -g_{\mathrm{T}} \cos\alpha\sin\beta_{1} & g_{\mathrm{T}} \cos\alpha\cos\beta_{1} & -g_{\mathrm{T}}^{2}\cos^{2}\alpha\sin\beta_{1}\cos\beta_{1} \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & -g_{\mathrm{T}}\cos\alpha\sin\beta_{j} & g_{\mathrm{T}}\cos\alpha\cos\beta_{j} & -g_{\mathrm{T}}^{2}\cos^{2}\alpha\sin\beta_{j}\cos\beta_{j} \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & -g_{\mathrm{T}}\cos\alpha\sin\beta_{N} & g_{\mathrm{T}}\cos\alpha\cos\beta_{N} & -g_{\mathrm{T}}^{2}\cos^{2}\alpha\sin\beta_{N}\cos\beta_{N} \end{bmatrix}.$$
(27)

Согласно измерениям (18)...(21) элементы С подтверждают наличие решения (22)...(25):

$$\mathbf{C}_{1} = \begin{bmatrix} N & 0 & 0 & g_{T}^{2} \cos^{2} \alpha \frac{N}{2} & g_{T}^{2} \cos^{2} \alpha \frac{N}{2} \\ 0 & g_{T}^{2} \cos^{2} \alpha \frac{N}{2} & 0 & -g_{T}^{3} \cos^{3} \alpha \sum_{j=1}^{N} \sin^{3} \beta_{j} \cos \beta_{j} & -g_{T}^{3} \cos^{3} \alpha \sum_{j=1}^{N} \sin \beta_{j} \cos^{2} \beta_{j} \\ 0 & 0 & g_{T}^{2} \cos^{2} \alpha \frac{N}{2} & g_{T}^{3} \cos^{3} \alpha \sum_{j=1}^{N} \sin^{2} \beta_{j} \cos \beta_{j} & g_{T}^{3} \cos^{3} \alpha \sum_{j=1}^{N} \sin^{2} \beta_{j} \cos \beta_{j} \\ g_{1}^{2} \cos^{2} \alpha \frac{N}{2} & -g_{T}^{3} \cos^{3} \alpha \sum_{j=1}^{N} \sin^{3} \beta_{j} & g_{T}^{3} \cos^{3} \alpha \sum_{j=1}^{N} \sin^{2} \beta_{j} \cos \beta_{j} & g_{T}^{4} \cos^{4} \alpha \sum_{j=1}^{N} \sin^{4} \beta_{j} & g_{T}^{4} \cos^{4} \alpha \sum_{j=1}^{N} \sin^{2} \beta_{j} \cos^{2} \beta_{j} \\ g_{T}^{2} \cos^{2} \alpha \frac{N}{2} & -g_{T}^{3} \cos^{3} \alpha \sum_{j=1}^{N} \sin \beta_{j} \cos^{2} \beta_{j} & g_{T}^{3} \cos^{3} \alpha \sum_{j=1}^{N} \cos^{3} \beta_{j} & g_{T}^{4} \cos^{4} \alpha \sum_{j=1}^{N} \sin^{2} \beta_{j} \cos^{2} \beta_{j} \\ g_{T}^{2} \cos^{2} \alpha \frac{N}{2} & -g_{T}^{3} \cos^{3} \alpha \sum_{j=1}^{N} \sin \beta_{j} \cos^{2} \beta_{j} & g_{T}^{3} \cos^{3} \alpha \sum_{j=1}^{N} \cos^{3} \alpha \sum_{j=1}^{N} \sin^{2} \beta_{j} \cos^{2} \beta_{j} \\ g_{T}^{2} \cos^{2} \alpha \frac{N}{2} & 0 & g_{T}^{3} \cos^{3} \alpha \sum_{j=1}^{N} \sin^{2} \beta_{j} \cos^{2} \beta_{j} \\ 0 & g_{T}^{2} \cos^{2} \alpha \frac{N}{2} & 0 & g_{T}^{3} \cos^{3} \alpha \sum_{j=1}^{N} \sin \beta_{j} \cos^{2} \beta_{j} \\ 0 & 0 & g_{T}^{2} \cos^{2} \alpha \frac{N}{2} & -g_{T}^{3} \cos^{3} \alpha \sum_{j=1}^{N} \sin \beta_{j} \cos^{2} \beta_{j} \\ 0 & 0 & -g_{T}^{3} \cos^{3} \alpha \sum_{j=1}^{N} \sin \beta_{j} \cos^{2} \beta_{j} & g_{T}^{4} \cos^{4} \alpha \sum_{j=1}^{N} \sin \beta_{j} \cos^{2} \beta_{j} \\ 0 & 0 & -g_{T}^{3} \cos^{3} \alpha \sum_{j=1}^{N} \sin \beta_{j} \cos^{2} \beta_{j} & g_{T}^{4} \cos^{4} \alpha \sum_{j=1}^{N} \sin^{2} \beta_{j} \cos^{2} \beta_{j} \\ \end{bmatrix}$$

Ковариационный анализ потенциальной точности аналитической юстировки и калибровки по изложенной методике показал, что дисперсия оценок смещения нуля $D_{\delta p_{1i}}$, масштабного коэффициента $D_{\delta K_i}$ и характеристик юстировки БА в виде дисперсии вектора малого поворота, характеризующего отличие ориентации оси чувствительности датчика от номинальной D_{θ_i} можно рассчитать согласно алгоритму [4]:

$$D_{\delta p_{1i}} = \frac{D_{\Delta u_{\text{HMM}}}}{2NK_i^2} + \frac{D_{p_{0i}}}{2N} + \frac{g_T^2 \cos^2 \alpha}{4N} (1 - r_{i3}^2) D_{\delta \beta};$$
(28)

$$D_{\delta K_{i}} = K_{i}^{2} ((D_{\theta_{x}} + D_{\delta \alpha})[(1 - r_{i2}^{2}) tg^{2} \alpha + r_{i2}^{2} (r_{i2}^{2} ctg^{2} \alpha - 2(1 - r_{i2}^{2}))] + \frac{D_{\delta \beta}}{2N} [(1 - r_{i2}^{2})^{2} + \frac{3}{2} r_{i2}^{2} (1 - r_{i2}^{2}) ctg^{2} \alpha + 2r_{i1}^{2} r_{i3}^{2}] + \frac{D_{\Delta u_{\text{HM}}}}{Ng_{T}^{2}} [\frac{2}{\cos^{2} \alpha} (1 - r_{i2}^{2}) + \frac{r_{i2}^{2}}{\sin^{2} \alpha}];$$
(29)

$$D_{\theta_{i}} = (D_{\theta_{x}} + D_{\delta\alpha})[r_{i2}^{2}(1 - r_{i2}^{2})(\mathrm{tg}^{2}\alpha + \mathrm{ctg}^{2}\alpha + 2)] + \frac{D_{\theta_{y}}}{\cos^{2}\alpha}(1 - r_{i2}^{2}) + \frac{D_{\delta\beta}}{2N}[\frac{3}{2}(1 - r_{i2}^{2})\mathrm{ctg}^{2}\alpha + (1 - r_{i2}^{2})(3 + r_{i2}^{2}) - 2r_{i1}^{2}r_{i3}^{2}] + \frac{D_{\Delta u_{\mathrm{HM}}}}{NK_{i}^{2}g_{\mathrm{T}}^{2}}[\frac{2}{\cos^{2}\alpha}(1 - r_{i2}^{2}) + \frac{1}{2\sin^{2}\alpha}(1 - 2r_{i2}^{2})],$$
(30)

где r_{ij} – направляющий косинус ориентации оси чувствительности *i*-го датчика по отношению к *j*-ой оси платформы стенда, используемой для установки БА; $D_{\delta p_{0i}}$ – дисперсия вариации нулевого сигнала датчика в единицах g^2 ; $D_{\Delta u_{\text{изм.}}}$ – дисперсия измерения выходного сигнала датчика.

В [4] показано, что оценки потенциальной точности аналитической юстировки и калибровки блока датчиков абсолютной угловой скорости – БГ аналогичны полученным, если в алгоритмах (28)...(30) положить:

$$\begin{array}{c}
D_{\delta\alpha} = D_{\delta\chi} + D_{\delta\varphi}; \\
D_{\theta_{y}} = D_{\theta_{y}}^{*} \sin^{2}\varphi + D_{\delta\psi} \cos^{2}\varphi, \\
\end{array} \tag{31}$$

где $D_{\delta\chi}$ – дисперсия ошибки установки оси инструмента над плоскостью, ортогональной вектору входного воздействия; $D_{\theta_y}^*$, $D_{\delta\psi}$ – дисперсии ошибок первоначальной установки платформы в горизонт и плоскость меридиана; $D_{\delta\varphi}$ – дисперсия погрешности привязки места распоряжения стенда по широте.

Качественный анализ полученных оценок позволяет заключить, что точность юстировки и калибровки существенно зависит от ориентации осей

чувствительности датчиков в системе координат платформы. Погрешности, обусловленные ошибками измерения датчика, вариацией его нулевого сигнала, а также ошибками задания углов β_j могут быть снижены до требуемой величины рациональным выбором числа измерений. Ошибки же установки платформы в плоскости горизонта и меридиана, угла α, а также ошибки определения широты места приводят к неустранимым погрешностям юстировки и калибровки масштабных коэффициентов датчиков.

Результаты численного моделирования

Результаты численного моделирования аналитической юстировки И калибровки при использовании в качестве инструмента для приведения испытаний, например, оптической делительной головки ОДГ-1, обеспечивающей установку углов β_i с погрешностью не превышающей $\delta\beta_i = 3^{"}(3\sigma)$ выполнены для функционально избыточных блоков конусной структуры из шести датчиков с полууголом раствора конуса 54,7°. При этом предполагалось, что погрешности инструмента составляют $\delta \alpha$, $\delta \beta_{i} = 3^{"}(3\sigma)$, $\theta_{x}, \theta_{y} = 1$ ". Расчеты показали, что при $\alpha_{out} = 40^{\circ}$ значения погрешностей идентификации только от погрешностей инструмента не превысят (3 σ): по смещению нуля акселерометра – 1,5 $*10^{-5}g$; по ошибке масштабного коэффициента – 3_{*}10⁻⁴ %; по ошибке юстировки – 4 угл. с. Значения погрешностей (2σ) от всех возмущающих факторов приведены в табл. 1.

В расчетах принималось, что вариация нулевого сигнала акселерометров не превышает $2*10^{-5}g$.

Число	Ошибка	Ошибка	Ошибка
измерений	смещения нуля,	масштабного	юстировки, угл. с
	$10^{-5}g$	коэффициента, %	
N=12	1,2	0,0028	7,4
N=24	0,89	0,0020	5,4
N=36	0,34	0,0008	2,3

Таблица 1 – Точность идентификации инструментальных погрешностей БА

В отношении БГ принимались следующие условия: вариация нулевого сигнала – 0,04 град/ч; масштабный коэффициент – 0,6 угл. с/импульс; время замера выходного сигнала – 100 с, погрешность инструмента, помимо указанных выше, дополняется ошибкой установки в плоскость меридиана, ошибкой привязки по широте, ошибкой измерения интервала времени – 10 мкс. Указанные погрешности инструмента предопределяют α_{опт}=39⁰. Значения погрешностей (2σ) от всех возмущающих факторов приведены в табл. 2.

Ошибка дрейфа,	Ошибка	Ошибка
град/ч	масштабного	юстировки, угл. с
	коэффициента, %	
0,0056	0,036	36
0,0038	0,025	26
0,0016	0,010	10
	Ошибка дрейфа, град/ч 0,0056 0,0038 0,0016	Ошибка дрейфа, град/ч Ошибка коэффициента, % 0,0056 0,036 0,0038 0,025 0,0016 0,010

Таблица 2 – Точность идентификации инструментальных погрешностей БГ

Заключение

Приведенные результаты демонстрируют высокую эффективность аналитической юстировки и калибровки в упрощенном варианте реализации при использовании доступного стандартного оборудования для периодической проверки состояния функционально избыточных инерциальных измерительных блоков БИНС в процессе их эксплуатации.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ по проектам 14.В37.21.1904 от 04.10.2012г. и 14.В37.21.1545 от 20.09.2012г. ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009-2013 годы".

Библиографический список

 Тювин А.В., Дмитроченко Л.А. Способ калибровки и юстировки блока измерителей векторной величины. А.с. 795181 (СССР). МКИ G_N 01p 21/00. 1980, №1.

2. Тювин А.В. Оценка потенциальной точности аналитической юстировки: Системы ориентации летательных аппаратов и их элементы. Тематический сборник научных трудов - М.: Издательство МАИ, 1981.

3. Тювин А.В., Староверов А.Ч. Методика идентификации параметров блока акселерометров: Системы ориентации, навигации и наведения летательных аппаратов и их элементы. Тематический сборник научных трудов. - М.: Издательство МАИ, 1982, С.20-24.

4. Тювин А.В. К вопросу обеспечения равноточности аналитической юстировки и калибровки блоков измерительных элементов: Вопросы повышения точности гироскопических и навигационных устройств. Тематический сборник научных трудов. -М.: Издательство МАИ, 1989.

5.Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. -М.: Физматгиз, 1960.