

Труды МАИ. 2025. № 140
Trudy MAI, 2025, no. 140. (In Russ.)

Научная статья
УДК 62.752, 621.534, 629.4.015, 51-74, 517.442
URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=184050>
EDN: <https://www.elibrary.ru/XEDENZ>

СВЯЗНОСТЬ ВОЗМУЩЕНИЙ, ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ И УЗЛОВЫЕ ТОЧКИ В ОЦЕНКЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ЭЛЕМЕНТОВ МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Андрей Владимирович Елисеев

Иркутский государственный университет путей сообщения,
Иркутск, Российская Федерация
eavsh@ya.ru

Аннотация. Рассматривается проблема оценки, формирования и коррекции динамических состояний технических объектов, находящихся в условиях интенсивных нагрузений. К недостаткам традиционных средств оценки параметров вибрационных взаимодействий, к примеру, равномерности вибрационного поля, может быть отнесена необходимость оценки динамических состояний в различных точках с помощью специализированных датчиков, что может представлять дополнительные сложности в агрессивных условиях работы вибрационных стендов технологических агрегатов. В качестве модельного объекта, динамическое состояние которого оценивается, выступает рабочий орган вибрационной

технологической машины, представляющий собой массивное твердое тело, находящееся в условиях вибрационного нагружения. Задача заключается в определении связей между параметрами динамических взаимодействий для оценки особенностей вибрационных режимов, реализующихся в форме малых установившихся колебаний относительно положения статического равновесия. Используется методология структурного математического моделирования, в рамках которой расчетной схеме в виде механической колебательной системы, сопоставляется эквивалентная в динамическом отношении система автоматического управления. Для режимов установившихся моногармонических колебаний установлена связь между тремя ключевыми параметрами динамического взаимодействия элементов механической колебательной системы: частотой колебаний, узловыми точками и связностью возмущений. В качестве примера практического применения установленной связи разработано средство оценки частоты колебаний технического объекта на основе связности внешних возмущений и положения узловой точки присоединенного твердого тела.

Ключевые слова: механическая колебательная система, структурное математическое моделирование, передаточные функции, связность внешних возмущений, узлы колебаний, частоты внешних возмущений, оценка динамического состояния

Для цитирования: Елисеев А.В. Связность возмущений, частоты колебаний и узловые точки в оценке динамических взаимодействий элементов механических колебательных систем // Труды МАИ. 2025. № 140. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=184050>

Original article

CONNECTIVITY OF DISTURBANCES, VIBRATION FREQUENCIES AND NODAL POINTS IN EVALUATION OF DYNAMIC INTERACTIONS OF ELEMENTS OF MECHANICAL OSCILLATORY SYSTEMS

Andrey V. Eliseev

Irkutsk State Transport University,

Irkutsk, Russian Federation

eavsh@ya.ru

Abstract. The methodological base for assessment, correction and formation of dynamic states of technical objects of transport and technological purpose, which are under conditions of external loads of kinematic and power nature, is developing. The methodology finds application in the development of mathematical models of means and methods for evaluating the dynamic states of vibration technological machines used to test and strengthen long parts of aviation equipment. The purpose of the study is to develop a methodology for the formation of structural and dynamic properties of technical objects under conditions of vibration loads of a power or kinematic nature. Mechanical oscillatory systems with finite number of degrees of freedom formed by solid bodies on elastic supports under conditions of external power disturbances of harmonic form are used as design diagrams of technical objects. The objective is to develop mathematical models for estimating dynamic states of technical objects based on establishing a connection between the structure of external disturbances, represented by the connectivity coefficient, frequent oscillations of the system and the position of characteristic points of the system, in

particular, the oscillation node. Methods of theoretical mechanics, Laplace integral transformations, vibration theory, structural mathematical modeling are used. The structural approach of mathematical modeling used is based on the comparison of mechanical oscillatory systems used as calculation schemes of technical objects, structural schemes of dynamically equivalent automatic control systems, for which the input signal is an external disturbance, and the output signal is the reaction of the system, in the form of the amplitude of the oscillation of the generalized coordinate of the object, the dynamic state of which is estimated. Within the framework of the structural approach, transfer functions of the system or interpartial connections are used to assess dynamic states, interpreting elastic and lever interactions between the elements of the system in a physical sense. Within the framework of the structural approach, transfer functions of the system or interpartial connections are used to assess dynamic states, interpreting elastic and lever interactions between the elements of the system in a physical sense. A model of plane movements of a rigid body on elastic supports performing small forced steady oscillations caused by an external kinematic disturbance is used as a basic calculation scheme. It is assumed that the kinematic disturbances are determined by the steady oscillation of a massive solid. The essence of the method lies in the possibility of establishing a relationship between the dynamic characteristics of the solid themes of the system. In the development of structural mathematical modeling, an approach has been developed to assess the dynamic states of a technical object based on the relationships between three characteristics: the oscillation frequency, the structure of external disturbances and the characteristic points of a technical object, in particular, the oscillation node. It has been shown that a third characteristic can be estimated from two known characteristics, for

example, obtained on the basis of measurements. Based on the developed methodology, a device is proposed that allows determining the frequency of external disturbance. Such a device can be used to develop measuring means for vibration parameters of technical objects. By analogy with oscillation nodes, the method used can be generalized to the tasks of establishing relationships between the axes and centers of stiffness of two or more solids under conditions of vibration disturbances, taking into account the frequency and structure of external disturbances.

Keywords: mechanical oscillatory system, structural mathematical modeling, transfer functions, connectivity of external disturbances, vibration nodes, frequencies of external disturbances, evaluation of dynamic state

For citation: Eliseev A.V. Connectivity of disturbances, vibration frequencies and nodal points in evaluation of dynamic interactions of elements of mechanical oscillatory systems.

Trudy MAI. 2025. No. 140. (In Russ.). URL:
<https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=184050>

Введение

Вибрационные технологии получили широкое распространение в решении многих задач производственной деятельности широкого круга отраслей промышленности. Примером использования вибрационных технологий в секторе авиационной отрасли служат задачи вибрационного упрочнения деталей, вибрационных испытаний и диагностики.

В последние годы возрастающий уровень требований к качеству вибрационный процессов, широко используемых на предприятиях

машиностроительных отраслей, обращает внимание на задачи динамики технических объектов в условиях интенсивных нагрузений. Особое значение приобретают структурная сложность и динамическое разнообразие взаимодействий элементов технологических машин, имеющих рабочие органы в виде массивных твердых тел. Эффективность вибрационных технологий определяется уровнем развития способов и средств управления динамическими состояниями взаимодействующими элементами машин в условиях интенсивных нагрузений [1 - 6]. В частности, в задачах упрочнения поверхностей длинномерных деталей авиационной техники динамическое качество вибрационных процессов определяется характером распределения амплитуд колебаний точек рабочего органа технологической машины; для обеспечения результата производственного процесса абсолютные значения амплитуд и частоты колебаний рабочего органа должны соответствовать допускаемым значениям [7, 8].

Теоретической базой развития подходов к оценке, формированию и коррекции динамических состояний рабочих органов вибрационных машин являются методы теоретической и прикладной механики, теории колебаний, теории автоматического управления, позволяющие на достаточном уровне точности разрабатывать варианты конструктивно-технических решений [9 - 11].

Одним из ключевых подходов к формированию динамических состояний элементов вибрационных технологических машин является учет дополнительных связей, возникающих в результате введения специальных механических колебательных систем с характерными динамическими свойствами [12]. Для разработки аналитических моделей используются механические колебательные

системы с одной или двумя степенями свободы. В достаточно сложных случаях могут быть использованы, получившие широкое распространение, волновые технологии [13] и методы вибрационной механики [14].

Традиционные подходы к оценке равномерности вибрационного поля рабочего органа основаны на использовании вибромаркеров, устанавливаемых в различных фиксированных точках [15]. Частоты колебания рабочего органа определяются характеристиками электродвигателей, обеспечивающих работу вибровозбудителей вертикальных колебаний [16]. Оценка частоты колебаний может быть произведена на основе специальных электрических датчиков, что представляет собой определенную сложность, связанную с агрессивностью условий в производственных помещениях, где размещаются вибрационные агрегаты. В подобных ситуациях возникает необходимость разработки неприхотливых устройств в виде механических колебательных систем. Такими устройствами могут служить механические колебательные системы, образованные твердым телом с упругими элементами, представляющим собой по отношению к рабочему органу присоединенное тело, по динамическим характеристикам которого можно оценить динамическое состояние основного несущего тела.

Можно показать, что твердое тело на упругих опорах обладает характерными динамическими особенностями, проявляющимися в условиях вибрационных нагрузений моногармонической формы [17, 18]. В частности, в режиме малых установившихся колебаний твердого тела может формироваться узел колебаний, положение которого зависит от частоты и связности внешних возмущений [19]. В

ряде случаев можно полагать, что масса присоединенного тела незначительна по отношению к опорному твердому телу.

Вместе с тем, в ряде работ, в которых рассматривались динамические особенности твердых тел, узел колебаний понимается как интегральная характеристика самого твердого тела с учетом особенностей внешних возмущений [18, 20]. Однако, если связность кинематических возмущений рассматривать как особенность установки твердого тела, играющего роль присоединенного тела, на несущее твердое тело, то частота колебаний системы, связность возмущений и положения узла колебания могут быть рассмотрены как характеристики взаимодействия двух тел; в таких случаях появляется возможность по динамическому состоянию одного твердого тела определять состояние другого.

Необходимо отметить, что особенности относительного расположения центров масс и центров жесткости твердых тел, находящихся в условиях вибрационных нагружений, служат существенным фактором формирования динамических состояний [21-23].

Статья посвящается подходу к разработке математической модели механических колебательных систем, в рамках которого развиваются представления о частоте, связности и узле колебаний, как взаимозависимых факторах взаимодействия присоединенного и несущего твердого тела; подобная взаимозависимость создает возможность по динамическим состояниям присоединенного твердого тела определять динамическое состояние вспомогательного или несущего твердого тела.

I. Основные положения. Постановка задачи.

Для оценки динамических характеристик системы рассматривается совокупность опорного твердого тела, выполняющего роль массивного рабочего органа, и вспомогательного твердого тела, выполняющего роль «индикатора» динамических параметров опорного твердого тела. Вспомогательное твердое тело крепится к опорному твердому телу с помощью упругих элементов. Отношение амплитуд колебаний точек опорного тела, к которым прикреплено вспомогательное тело, представляет собой коэффициент связности внешних кинематических возмущений вспомогательного твердого тела. (рис.1).

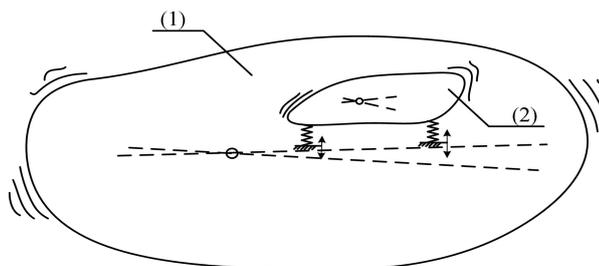


Рис.1. Принципиальная схема колебательной системы.

1 - опорное тело, 2 - вспомогательное тело

Предполагается, что опорное твердое тело, совершающее малые плоские гармонические колебания с фиксированной частотой, служит опорной поверхностью кинематических возмущений для вспомогательного твердого тела. В свою очередь, вспомогательное твердое тело, взаимодействует с опорным телом посредством упругих элементов. Предполагается, что колебания вспомогательного твердого тела имеют форму малых установившихся колебаний относительно положения статического равновесия. Трение предполагается пренебрежимо малым. Вспомогательное твердое тело в режиме вибрационного возмущения в зависимости

от частоты внешнего возмущения может иметь характерную точку в виде узла колебаний [19]. Координата узла колебаний, расположенного на вспомогательном теле, определяется связностью внешних кинематических возмущений и частотой колебаний.

Задача заключается в разработке способа и устройства для оценки частот колебаний механической колебательной системы, образованной твердым телом, на основе расположения координаты узла колебаний и коэффициента связности кинематических возмущений.

II. Математическая модель.

В качестве расчетной схемы рассматривается механическая колебательная система, образованная вспомогательным твердым телом, установленным на опорную поверхность с помощью упругих коэффициентов с жесткостями k_1 и k_2 . Вспомогательное твердое тело имеет массу M и момент инерции J (рис.2).

Предполагается, что движение опорного тела определяет кинематические возмущения z_1, z_2 для вспомогательного твердого тела, связанные отношением:

$$z_2 = \gamma z_1, \quad (1)$$

где γ – коэффициент связности кинематических возмущений.

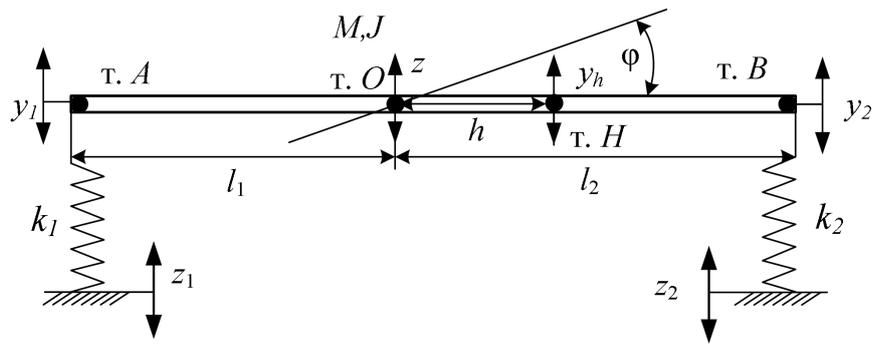


Рис.2. Механическая колебательная система, образованная
вспомогательным твердым телом

Для построения математической модели в рамках формализма Лагранжа используется два варианта обобщенных координат: первый вариант - совокупность $\{y_1, y_2\}$ смещений тт. A и B твердого тела относительно положения статического равновесия; второй вариант - совокупность $\{\varphi, z\}$, где φ - угол поворота твердого тела вокруг центра тяжести, z - вертикальное смещение центра тяжести относительно положения статического равновесия (рис.2). Обобщенные координаты $\{y_1, y_2\}$ и $\{\varphi, z\}$ связаны соотношениями [9]:

$$\begin{aligned} z &= ay_1 + by_2 & \text{и} & & y_1 &= z - l_1\varphi \\ \varphi &= c(y_2 - y_1) & & & y_2 &= z + l_2\varphi \end{aligned} \quad (2)$$

где $a = \frac{l_2}{l_1 + l_2}$; $b = \frac{l_1}{l_1 + l_2}$; $c = \frac{1}{l_1 + l_2}$ - приведенные геометрические характеристики, зависящие от положения центра тяжести в т.О. Потенциальная и кинетическая энергии колебательной системы представляются в виде:

$$\Pi = \frac{1}{2}k_1y_1^2 + \frac{1}{2}k_2y_2^2, \quad (3) \quad T = \frac{1}{2}M\dot{z}^2 + \frac{1}{2}J\dot{\varphi}^2. \quad (4)$$

Система дифференциальных уравнений Лагранжа 2-ого рода в обобщенных координатах $\{y_1, y_2\}$ принимает вид.

$$\begin{aligned} (Ma^2 + Jc^2)\ddot{y}_1 + k_1y_1 + (Mab - Jc^2)\ddot{y}_2 &= k_1z_1; \\ (Mab - Jc^2)\ddot{y}_1 + (Mb^2 + Jc^2)\ddot{y}_2 &= k_2z_2. \end{aligned} \quad (5)$$

Под действием интегральных преобразований Лапласа [24] дифференциальные уравнения (5) с учетом нулевых начальных условий принимают вид системы алгебраических уравнений:

$$\begin{pmatrix} (Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1 & (Mab - Jc^2)p^2 \\ (Mab - Jc^2)p^2 & (Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1\bar{z}_1 \\ \gamma k_2\bar{z}_1 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где символ «-» над переменной обозначает изображение Лапласа

На основе известных методов система алгебраических уравнений (6) может быть представлена в виде структурной схемы (рис.3) эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления, для которой z_1 - рассматривается как входной сигнал, а y_1, y_2 - как выходные сигналы.

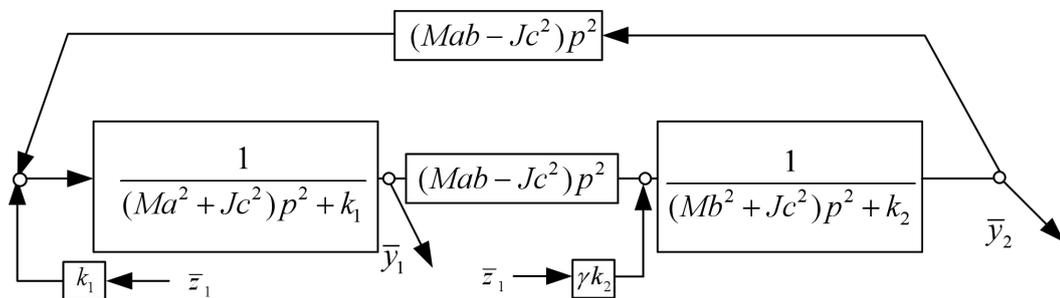


Рис. 3. Структурная схема механической колебательной системы (рис.2), $p=j\omega$ – комплексная переменная, $j=\sqrt{-1}$, ω – частота внешнего возмущения

На основе структурной схемы (рис.3) могут быть построены передаточные функции, в физическом смысле представляющие собой рычажные отношения между амплитудами колебаний y_1, y_2 точек т.А, т.В твердого тела и амплитудой z_1

колебания точки опорного тела. На основе передаточных функций могут быть определены динамические особенности системы.

III. Оценка динамических особенностей твердого тела в зависимости от связности внешних возмущений.

Для оценки динамических состояний в двух точках т.А и т.В рассматриваются передаточные функции системы:

$$W_{11}(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}_1}, \quad W_{21}(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{z}_1} \quad (7)$$

Передаточные функции (7) могут быть детализированы в виде дробей, числители и знаменатели которых выражаются через определители матрицы системы (6), зависящей от коэффициента связности γ :

$$W_{11}(p, \gamma) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}_1} \Big|_{\bar{z}_1=0} = \frac{\begin{vmatrix} k_1 & (Mab - Jc^2)p^2 \\ k_2\gamma & (Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1 & (Mab - Jc^2)p^2 \\ (Mab - Jc^2)p^2 & (Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2 \end{vmatrix}}, \quad (8)$$

$$W_{21}(p, \gamma) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{z}_1} \Big|_{\bar{z}_1=0} = \frac{\begin{vmatrix} (Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1 & k_1 \\ (Mab - Jc^2)p^2 & k_2\gamma \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1 & (Mab - Jc^2)p^2 \\ (Mab - Jc^2)p^2 & (Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2 \end{vmatrix}}, \quad (9)$$

где $A(p) = ((Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1)((Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2) - ((Mab - Jc^2)p^2)^2$ - является характеристическим многочленом с корнями $j\sigma_1, j\sigma_2$, т.е. σ_1, σ_2 представляют собой собственные частоты системы (рис.2).

На основе передаточных функций (7) может быть построена передаточная функция для оценки динамического состояния «скользящей» точки т.Н, удаленной на

расстоянии h от центра тяжести. Амплитуда колебания y_h т. H с координатой h определяется амплитудами колебаний y_1 и y_2 :

$$\bar{y}_h = (a - ch)\bar{y}_1 + (b + ch)\bar{y}_2 \quad (10)$$

Передаточная функция, отображающая динамические особенности в т. H с координатой h , имеет вид:

$$W_h(p) = \frac{\bar{y}_h}{\bar{z}_1} \quad (11)$$

Зависимость передаточной функции (11) от координаты h может быть выражена с помощью линейной комбинации функций (8), (9):

$$W_h(p) = (a - ch)W_{11}(p) + (b + ch)W_{21}(p). \quad (12)$$

Амплитудно-частотная характеристика передаточной функции (12) имеет вид:

$$A_h(\omega, \gamma, h) = W_h(p, \gamma, h) \Big|_{p=j\omega} \quad (13)$$

Выражение (13) представляет собой семейство амплитудно-частотных характеристик, зависящее от коэффициента связности γ и координаты h .

Семейство амплитудно-частотных характеристик может быть использовано для определения точек с критическими свойствами, в частности, для определения узла колебания.

IV. Особенности определения узла колебания твердого тела.

Положение узла колебания определяется координатой h , амплитуда колебания которой равна нулю. При условии, что частота внешнего кинематического возмущения не совпадает с собственными частотами системы, которые находятся их условий

$$\begin{vmatrix} (Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1 & (Mab - Jc^2)p^2 \\ (Mab - Jc^2)p^2 & (Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2 \end{vmatrix} = 0, \quad (14)$$

точка с координатой h , в которой амплитуда колебания равна нулю $y_h = 0$ может быть найдена из соотношения (10):

$$h = -\frac{a\bar{y}_1 + b\bar{y}_2}{c(\bar{y}_2 - \bar{y}_1)}. \quad (15)$$

После подстановки в (15) выражений y_1 и y_2 , определенных из системы (6), получаем выражение для координаты узла колебаний в зависимости от частоты колебаний и связности кинематических возмущений ($p=j\omega$):

$$h = -\frac{a \begin{vmatrix} k_1 & (Mab - Jc^2)p^2 \\ k_2\gamma & (Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2 \end{vmatrix} + b \begin{vmatrix} (Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1 & k_1 \\ (Mab - Jc^2)p^2 & k_2\gamma \end{vmatrix}}{c \begin{vmatrix} (Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1 & k_1 \\ (Mab - Jc^2)p^2 & k_2\gamma \end{vmatrix} - c \begin{vmatrix} k_1 & (Mab - Jc^2)p^2 \\ k_2\gamma & (Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2 \end{vmatrix}}. \quad (16)$$

Коэффициент связности γ может быть определен выражением:

$$\gamma = \frac{\begin{vmatrix} 0 & \omega^2 k_1 & k_1 \\ 1 & k_2 & Mb \\ ch & ak_2 & Jc^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0 & \omega^2 k_2 & k_1 \\ 1 & k_1 & Ma \\ ch & -bk_1 & -Jc^2 \end{vmatrix}}. \quad (17)$$

Частота ω колебания в зависимости от координаты h и коэффициента связности γ имеет вид:

$$\omega^2 = -\frac{\begin{vmatrix} 0 & k_2\gamma & k_1 \\ 1 & k_2 & k_1 \\ ch & ak_2 & -bk_1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0 & k_1 & k_2\gamma \\ 1 & Ma & Mb \\ ch & -Jc^2 & Jc^2 \end{vmatrix}}. \quad (18)$$

Зависимость частоты ω колебания от координаты h узла колебания для различных коэффициентов связности γ может быть представлена графически (рис.4а).

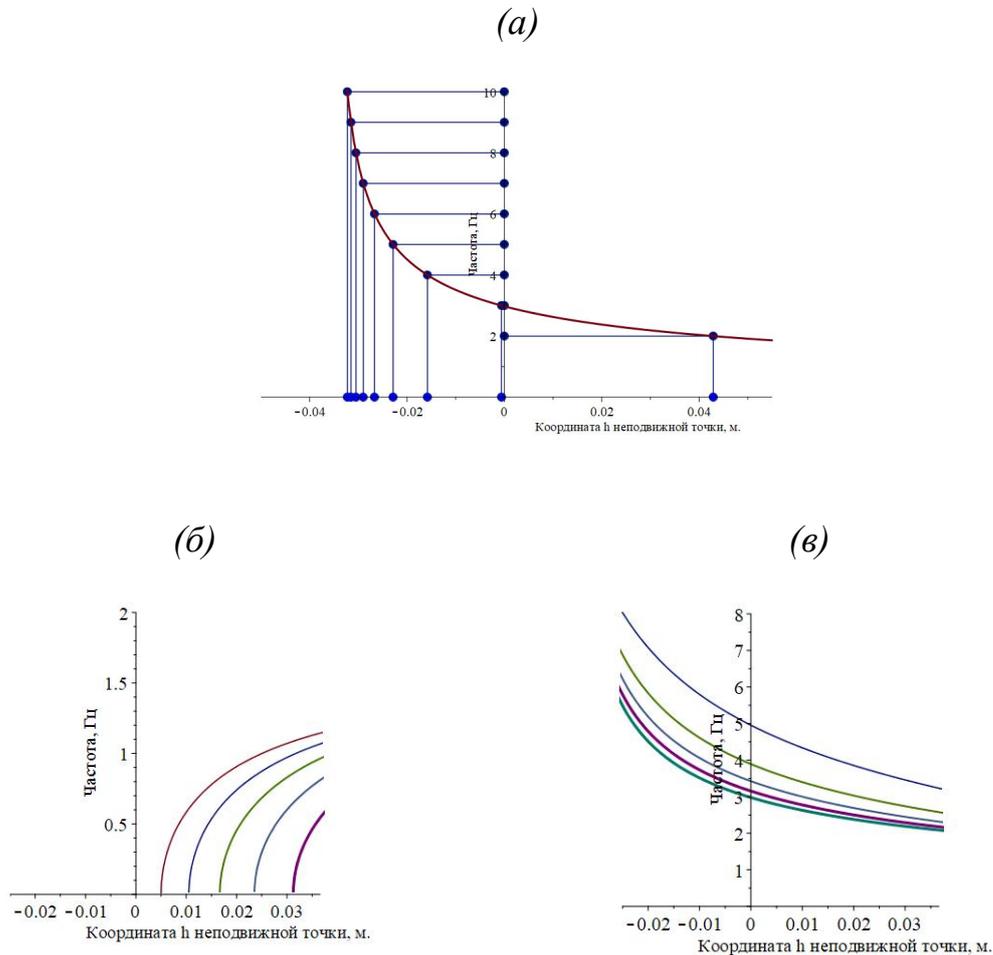


Рис.4. Частота колебаний в зависимости от координаты h узла колебаний для различных γ : $a - \gamma = 1$, $б - \gamma = -1..0$, шаг 0.1, $в - \gamma = 0..1$, шаг 0.2; $l_1=0.1$ м., $l_2=0.11$ м., $k_1=30$ Н/м., $k_2=10^3$ Н/м. $M=1$ кг., $J=0.003675$ кг м²

Коэффициент связности γ оказывает существенное влияние на зависимость частоты колебаний от координаты h . В частности, изменение коэффициента связности в диапазоне от -1 до 0 (рис.4, б) проявляется в том, что увеличение координаты неподвижной точки приводит к увеличению частоты; если

коэффициент связности γ варьируется в интервале от 0 до 1, то уменьшение частоты вынужденных колебаний влечет увеличение координаты узла колебания h (рис.4, в). Зависимости (16)-(18), отражающие связь между частотой колебания, связностью возмущений и положением узловой точки, могут быть использованы для разработки конструктивно-технических решений в области измерения и оценки динамических состояний технических объектов, находящихся в условиях вибрационных нагрузений.

V. Разработка средств оценки динамических особенностей технических объектов. Особенности учета коэффициентов связности.

На основе аналитической связи (18) частота колебаний ω может быть определена на основе координаты неподвижной точки h и коэффициента связности γ , зафиксированного на основе наблюдения (рис.4, а). При практическом определении коэффициента связности γ по результатам экспериментов необходимо учитывать, что амплитуды колебаний, определенные с помощью вибромаркеров, принимают неотрицательные значения. В то же время коэффициент связности γ , отображающий отношение амплитуд колебания, может принимать и отрицательные значения, что связано с возможностью рассмотрения отрицательной амплитуды гармонического сигнала, работающего в противофазе. Если известны только модули амплитуд колебаний A_1, A_2 , то задача определения коэффициента связности имеет два решения (рис.5 а,б):

$$\gamma_1 = \frac{A_2}{A_1}, \quad \gamma_2 = -\frac{A_2}{A_1}. \quad (19)$$

Вместе с тем, если известны модули амплитуд в трех точках твердого тела, расположенных на одной прямой, то коэффициент связности может быть определено однозначно (рис.5 в, з).

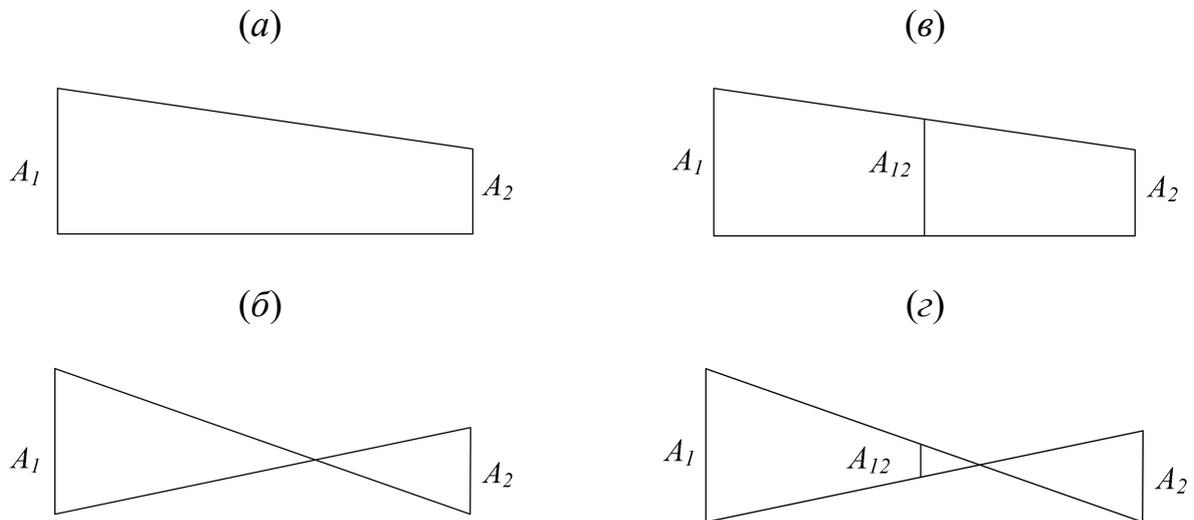


Рис.5. Формы малых колебаний точек твердого тела: *а* – замер амплитуд однонаправленных колебаний в двух точках, коэффициент связности $\gamma > 0$; *б* – замер амплитуд разнонаправленных колебаний в двух точках, $\gamma < 0$; *в* – замер амплитуд однонаправленных колебаний в трех точках, $\gamma > 0$, амплитуда средней точки A_{12} равна среднему значения амплитуд A_1 и A_2 ; *з* – замер амплитуд разнонаправленных колебаний в трех точках, $\gamma > 0$, амплитуда средней точки A_{12} меньше среднего значения амплитуд A_1 и A_2

На основе аналитических связей могут быть разработаны средства и способы оценки частот колебания технических систем.

VI. Способ и устройство оценки частоты колебания технического объекта на основе коэффициента связности кинематических возмущений и координаты узла колебаний.

Для оценки частоты колебаний разработано средство (рис.6а), которое образовано прозрачным корпусом (рис.6а, 13) с крепежи (рис.6а, 11, 12), содержащим инерционный элемент в виде рычага (рис.6а, 1) с отмеченным центром тяжести (рис.6а, 2) и разметкой координатной системы в виде вещественной оси, деления которой отображают длину, с началом координат в центре тяжести [25]. Инерционный элемент (рис.6а, 1) прикреплен с помощью пружин (рис.6а, 3, 4) к кронштейнам (рис.6а, 5, 6), жестко соединенным с корпусом (рис.6а, 13), на котором в левой (рис.6а, 16), центральной (рис.6а, 19) и правой (рис.6а, 17) контрольных точках нанесены левый (рис.6а, 15), центральный (рис.6а, 18) и правый (рис.6а, 14) вибромаркеры [15]. На концах инерционного элемента (рис.6а, 1) установлены ролики (рис.6а, 7, 8), ободы которых вставлены в пазы вертикальных ограничителей (рис.6а, 9, 10), соединенных с корпусом (рис.6а, 13). В зависимости от формы колебаний инерционного элемента может формироваться узел колебаний (рис.6б, 2) на расстоянии h от центра тяжести (рис.6б,1).

На рис.6в показан пример установки устройства (рис.6а) на контролируемый объект (рис.6в, 1), находящийся в условиях вибрационного нагружения.

В процессе установившихся колебаний контролируемого объекта инерционный элемент, закрепленный на пружинах, совершает установившиеся колебания относительно положения статического равновесия (рис.6в). В зависимости от частоты установившихся колебаний контролируемого объекта в определенной точке инерционного элемента формируется узел колебаний, представляющий собой точку (рис.6в, 2) с нулевой амплитудой колебания.

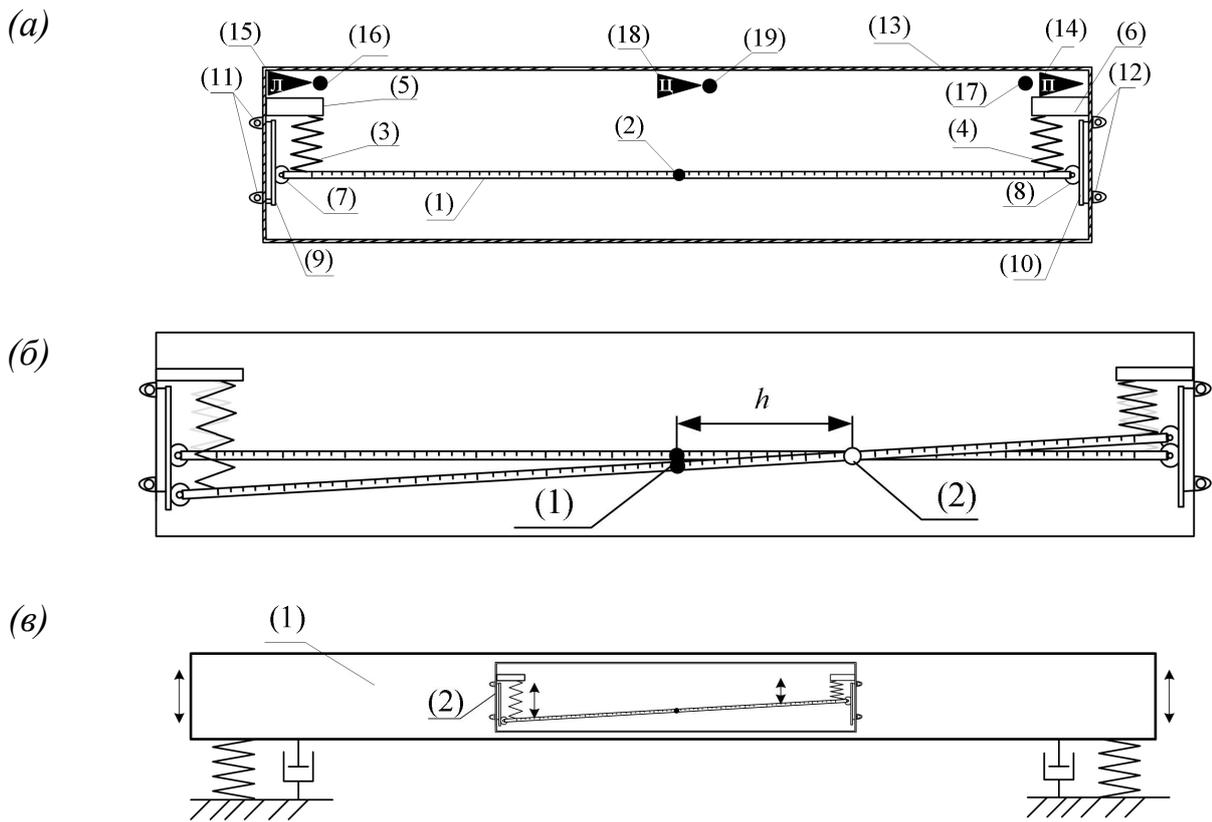


Рис.6. Принципиальная схема устройства для оценки динамического состояния вибрационной технологической машины: *а* - схема устройства, *б* - формирование узла колебания; *в* - принципиальная схема установки устройства на рабочий орган вибрационной технологической машины

С помощью, нанесенной по длине инерционного элемента, координатной шкалы в единицах длины с началом в центре тяжести (рис.6в, 1) определяется координата h узла колебания. На основе вибромаркеров в левой, центральной и правой контрольных точках определяются значения амплитуд z_l , z_c , z_r , представляющие собой неотрицательные величины, которые используются для расчета безразмерного коэффициента связности γ :

$$\gamma = \frac{-\frac{z_r}{z_l}, z_c < (|z_r - z_l| + z_r + z_l)/4}{\frac{z_r}{z_l}, z_c \quad (|z_r - z_l| + z_r + z_l)/4} \quad (20)$$

Рассчитанный коэффициент связности γ и экспериментально определенная координата h узла колебания (рис.6в, 1) в итоге позволяет по формуле (18) определить частоту ω колебания объекта.

Изложенный способ является алгоритмической основой оценки частоты колебания системы в зависимости от характеристик механических колебательных систем.

Заключение

Разработана методология оценки динамических особенностей рабочих органов вибрационных технологических машин на основе использования аналитических соотношений, устанавливающих связь между частотой установившихся колебаний, положением узлов колебаний и связностью кинематических возмущений.

Показано, что разработанная методология может быть использована для получения конструктивно-технических решений для определения частот колебаний рабочих органов вибрационных технологических машин на основе учета координат узлов колебаний. Предлагаемое конструктивно-техническое решение отличается малыми затратами на проведение обследований и неприхотливостью к производственным условиям, свойственным вибрационным технологическим стендам для упрочнения длиномерных деталей авиационной техники.

Разработанный подход может быть обобщен для создания средств оценки положений узлов колебаний твердых тел на основе известных частот колебания системы, что является методом оценки равномерности вибрационных полей рабочих органов технологических машин. Для улучшения качества оценки динамических особенностей, в частности, для оценки взаимного расположения узлов колебаний,

может быть построена математическая модель, учитывающая взаимодействие опорного и вспомогательного твердых тел путем построения математических моделей с четырьмя и более степенями свободы.

Список источников

1. Асташев В.К., Бабицкий В.И., Вульфсон И.И. Динамика машин и управление машинами. – Москва: Машиностроение, 1988. - 240 с.
2. Бабичев А.П., Бабичев И.А. Основы вибрационной технологии. – Ростов-на-Дону: Изд-во ДГТУ, 2008. – 693 с.
3. Liping Peng, Haishen Jiang, Xihui Chen, Deyang Liu, Huihui Feng, Lei Zhang, Yuemin Zhao, Chusheng Liu. A review on the advanced design techniques and methods of vibrating screen for coal preparation // Powder Technology. 2019. V. 347, P. 136-147. DOI: [10.1016/j.powtec.2019.02.047](https://doi.org/10.1016/j.powtec.2019.02.047)
4. Xiaokuan Zhao, Yimiao Huang, Wei Dong, Jiaping Liu, Guowei Ma. A review of compaction mechanisms, influencing factors, and advanced methods in concrete vibration technology // Journal of Building Engineering. 2024. V. 93, P. 109847. DOI: [10.1016/j.jobbe.2024.109847](https://doi.org/10.1016/j.jobbe.2024.109847)
5. Jiang Y.Z., He K.F., Dong Y.L., Yang D-lian, Sun W. Influence of Load Weight on Dynamic Response of Vibrating Screen // Shock and Vibration. 2019. V. 1, P. 4232730. DOI: [10.1155/2019/4232730](https://doi.org/10.1155/2019/4232730)
6. Xishan Jiang, Ning Wang, Ming Jin, Jing Zheng, Jie Pan. Vibration and force properties of an actuator formed from a piezoelectric stack within a frame structure // Sensors and Actuators A: Physical. 2024. V. 369, P. 115161. DOI: [10.1016/j.sna.2024.115161](https://doi.org/10.1016/j.sna.2024.115161)

7. Пановко Г.Я. Динамика вибрационных технологических процессов. – Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных технологий, 2006.- 176 с.
8. Копылов Ю.Р. Динамика процессов виброударного упрочнения: монография. – Воронеж: ИПЦ «Научная книга», 2011. – 568 с.
9. Елисеев С.В., Елисеев А.В., Большаков Р.С., Хоменко А.П. Методология системного анализа в задачах оценки, формирования и управления динамическим состоянием технологических и транспортных машин. – Новосибирск: Наука, 2021. – 679 с.
10. Eliseev S.V., Eliseev A.V. Theory of Oscillations. Structural Mathematical Modeling in Problems of Dynamics of Technical Objects. Series: Studies in Systems, Decision and Control, Vol.252. Springer International Publishing, Cham, 2020, 521 p.
11. Eliseev A.V. Structural Mathematical Modeling Applications in Technological Machines and Transportation Vehicles. Hershey, PA: IGI Global, 2023. 288 p. DOI: [10.4018/978-1-6684-7237-8](https://doi.org/10.4018/978-1-6684-7237-8)
12. Кузнецов Н.К. Динамика управляемых машин с дополнительными связями. - Иркутск: Иркутский государственный технический университет, 2009. - 290 с.
13. Ганиев Р.Ф. Фундаментальные и прикладные проблемы нелинейной волновой механики и машиностроения. Прорывные волновые технологии и волновое машиностроение // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2019. № 6. С. 3-33. DOI: [10.1134/S0235711919060051](https://doi.org/10.1134/S0235711919060051)
14. Blekhman I.I. Vibrational Mechanics: Nonlinear Dynamics Effects, General Approach, Applications. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. 2000.

15. Иориш Ю.И. Виброметрия. - Москва: Изд-во машиностроительной литературы, 1963. - 756 с.
16. Вибрации в технике. Том 5. Измерения и испытания / Под ред. Генкина М.Д. - Москва: Машиностроение, 1981. 496 с.
17. Елисеев С.В., Кузнецов Н.К., Большаков Р.С., Артюнин А.И. Динамическое состояние вибрационной машины: узлы колебаний, центры жёсткости, коэффициенты связности // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2019. Т. 63. № 3. С. 45–52. DOI: [10.26731/1813-9108.2019.3\(63\).45–52](https://doi.org/10.26731/1813-9108.2019.3(63).45-52)
18. Елисеев С.В., Ситов И.С. Характерные особенности формирования динамических состояний вибрационных технологических машин // Системы. Методы. Технологии. 2019. № 2 (42). С. 13-17.
19. Елисеев А.В., Кузнецов Н.К., Миронов А.С. Карты динамических инвариантов в оценке режимов движений механических колебательных систем // Труды МАИ. 2023. № 128. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=171386>. DOI: [10.34759/trd-2023-128-05](https://doi.org/10.34759/trd-2023-128-05)
20. Елисеев С.В. Кузнецов Н.К., Большаков Р.С., Артюнин А.И. Динамическое состояние вибрационной машины: узлы колебаний, центры жесткости, коэффициенты связности // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2019. № 3 (63). С. 45-52. DOI: [10.26731/1813-9108.2019.3\(63\).45-52](https://doi.org/10.26731/1813-9108.2019.3(63).45-52)
21. Ганиев Р.Ф., Кононенко В.О. Колебания твердых тел. - Москва: Наука, 1976. - 432 с.

22. Скоробогатых И.В. О Плоских движениях деформируемого спутника в центральном гравитационном поле относительно центра масс // Труды МАИ. 2016. № 89. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=72511>
23. Калашников С.Т. Мокин Ю.А., Швалева Р.К. Об изменении положения центра давления острого конуса с малыми вариациями поверхности при гиперзвуковом обтекании // Труды МАИ. 2017. № 96. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=85668>
24. Лурье А.И. Операционное исчисление и его приложения к задачам механики. – Москва-Ленинград: Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1950. - 432 с.
25. Елисеев А.В., Большаков Р.С., Николаев А.В., Миронов А.С. Устройство и способ для оценки динамических состояний рабочих органов вибрационных технологических машин. Патент RU2820169С1. Бюлл. 16, 30.05.2024.

References

1. Astashev V.K., Babitskii V.I., Vul'fson I.I. *Dinamika mashin i upravlenie mashinami* (Machine dynamics and machine control). Moscow: Mashinostroenie Publ., 1988. 240 p.
2. Babichev A.P., Babichev I.A. *Osnovy vibratsionnoi tekhnologii* (Fundamentals of vibration technology). Rostov-na-Donu: DGTU Publ., 2008. 693 p.
3. Liping Peng, Haishen Jiang, Xihui Chen, Deyang Liu, Huihui Feng, Lei Zhang, Yuemin Zhao, Chusheng Liu. A review on the advanced design techniques and methods of vibrating screen for coal preparation. *Powder Technology*. 2019. V. 347, P. 136-147. DOI: [10.1016/j.powtec.2019.02.047](https://doi.org/10.1016/j.powtec.2019.02.047)

4. Xiaokuan Zhao, Yimiao Huang, Wei Dong, Jiaping Liu, Guowei Ma. A review of compaction mechanisms, influencing factors, and advanced methods in concrete vibration technology. *Journal of Building Engineering*. 2024. V. 93, P. 109847. DOI: [10.1016/j.jobbe.2024.109847](https://doi.org/10.1016/j.jobbe.2024.109847)
5. Jiang Y.Z., He K.F., Dong Y.L., Yang D-lian, Sun W. Influence of Load Weight on Dynamic Response of Vibrating Screen. *Shock and Vibration*. 2019. V. 1, P. 4232730. DOI: [10.1155/2019/4232730](https://doi.org/10.1155/2019/4232730)
6. Xishan Jiang, Ning Wang, Ming Jin, Jing Zheng, Jie Pan. Vibration and force properties of an actuator formed from a piezoelectric stack within a frame structure. *Sensors and Actuators A: Physical*. 2024. V. 369, P. 115161. DOI: [10.1016/j.sna.2024.115161](https://doi.org/10.1016/j.sna.2024.115161)
7. Panovko G.Ya. *Dinamika vibratsionnykh tekhnologicheskikh protsessov* (Dynamics of vibration technological processes). Moscow-Izhevsk: NITS «Regularnaya i khaoticheskaya dinamika», Institut komp'yuternykh tekhnologii Publ., 2006. 176 p.
8. Kopylov Yu.R. *Dinamika protsessov vibroudarnogo uprochneniya* (Dynamics of vibration shock hardening processes). Voronezh: IPTS «Nauchnaya kniga» Publ., 2011. 568 p.
9. Eliseev S.V., Eliseev A.V., Bol'shakov R.S., Khomenko A.P. *Metodologiya sistemnogo analiza v zadachakh otsenki, formirovaniya i upravleniya dinamicheskim sostoyaniem tekhnologicheskikh i transportnykh mashin* (Methodology of system analysis in the tasks of assessment, formation and management of the dynamic state of technological and transport machines). Novosibirsk: Nauka Publ., 2021. 679 p.

10. Eliseev S.V., Eliseev A.V. *Theory of Oscillations. Structural Mathematical Modeling in Problems of Dynamics of Technical Objects. Series: Studies in Systems, Decision and Control*, Vol.252. Springer International Publishing, Cham. 2020. 521 p.
11. Eliseev A.V. *Structural Mathematical Modeling Applications in Technological Machines and Transportation Vehicles*. Hershey, PA: IGI Global, 2023. 288 p. DOI: [10.4018/978-1-6684-7237-8](https://doi.org/10.4018/978-1-6684-7237-8)
12. Kuznetsov N.K. *Dinamika upravlyaemykh mashin s dopolnitel'nymi svyazyami* (Dynamics of controlled machines with additional connections). Irkutsk: Irkutskii gosudarstvennyi tekhnicheskii universitet Publ., 2009. 290 p.
13. Ganiev R.F. Fundamental and applied problems of nonlinear wave mechanics and engineering: groundbreaking wave technologies and wave engineering. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*. 2019. No. 6. P. 3-33. (In Russ.). DOI: [10.1134/S0235711919060051](https://doi.org/10.1134/S0235711919060051)
14. Blekhman I.I. *Vibrational Mechanics: Nonlinear Dynamics Effects, General Approach, Applications*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. 2000.
15. Iorish Yu.I. *Vibrometriya* (Vibrometry). Moscow: Izd-vo mashinostroitel'noi literatury Publ., 1963. 756 p.
16. Genkin M.D. *Vibratsii v tekhnike. V. 5. Izmereniya i ispytaniya* (Vibrations in technology. V. 5. Measurements and tests). Moscow: Mashinostroenie Publ., 1981. 496 p.
17. Eliseev S.V., Kuznetsov N.K., Bol'shakov R.S., Artyunin A.I. The dynamical condition of a vibration machine: oscillations nodes, rigidity centers, connectivity coefficients. *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie*. 2019. V. 63, No 3. P. 45–52. (In Russ.). DOI: [10.26731/1813-9108.2019.3\(63\).45-52](https://doi.org/10.26731/1813-9108.2019.3(63).45-52)

18. Eliseev S.V., Sitov I.S. Characteristic features of the formation of dynamic states of vibration technological machines. *Sistemy. Metody. Tekhnologii*. 2019. No. 2 (42). P. 13-17. (In Russ.)
19. Eliseev A.V., Kuznetsov N.K., Mironov A.S. Maps of dynamic invariants in the estimation of modes of motion of mechanical oscillatory systems *Trudy MAI*. 2023. No. 128. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=171386>. DOI: [10.34759/trd-2023-128-05](https://doi.org/10.34759/trd-2023-128-05)
20. Eliseev S.V. Kuznetsov N.K., Bol'shakov R.S., Artyunin A.I. The dynamical condition of a vibration machine: oscillations nodes, rigidity centers, connectivity coefficients. *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie*. 2019. No. 3 (63). P. 45-52. (In Russ.). DOI: [10.26731/1813-9108.2019.3\(63\).45-52](https://doi.org/10.26731/1813-9108.2019.3(63).45-52)
21. Ganiev R.F., Kononenko V.O. *Kolebaniya tverdykh tel* (Vibrations of solids). Moscow: Nauka Publ., 1976. 432 p.
22. Skorobogatykh I.V. On deformable satellite plane motion in central gravitational field relative to the center of mass. *Trudy MAI*. 2016. No. 89. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=72511>
23. Kalashnikov S.T. Mokin YU.A., Shvaleva R.K. On changes of pressure center position of a sharp cone with small surface variations under hypersonic flow-around. *Trudy MAI*. 2017. No. 96. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=85668>
24. Lur'e A.I. *Operatsionnoe ischislenie i ego prilozheniya k zadacham mekhaniki*. (Operational calculus and its applications to problems of mechanics). Moscow-Leningrad: Gos. izd-vo tekhn.-teoret. lit.Publ., 1950. 432 p.

25. Eliseev A.V., Bol'shakov R.S., Nikolaev A.V., Mironov A.S. *Ustroistvo i sposob dlya otsenki dinamicheskikh sostoyanii rabochikh organov vibratsionnykh tekhnologicheskikh mashin. Patent RU2820169S1* (Device and method for evaluation of dynamic states of working members of vibration process machines. Patent RU2820169S1). Byull. 16, 30.05.2024.

Статья поступила в редакцию 06.11.2024

Одобрена после рецензирования 26.11.2024

Принята к публикации 25.02.2025

The article was submitted on 06.11.2024; approved after reviewing on 26.11.2024; accepted for publication on 25.02.2025