УДК 534.1:532.516

Движение вязкой жидкости в плоском канале, образованном вибрирующим штампом и шарнирно опертой пластиной

Агеев Р.В.[1]*, Могилевич Л.И.[2], Попов В.С.[1]***, Попова А.А. [1]******

[1]Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А., СГТУ имени Гагарина Ю.А., Политехническая ул., 77, Саратов, 410054, Россия

[2]Московский государственный университет путей сообщения (Поволжский филиал), ПФ МИИТ, Астраханская ул., 1а, Саратов, 410790, Россия

**e-mail: arvbs@mail.ru*

***e-mail: mogilevich@sgu.ru*

****e-mail: vic_p@bk.ru*

*****e-mail: anay_p@bk.ru*

Аннотация

Поставлена и аналитически решена задача о движении слоя вязкой жидкости в плоском канале, стенки которого образованы вибрирующим штампом и упругой пластиной. Рассмотрена задача в плоской постановке. Решение проводится методом возмущений для режима установившихся гармонических колебаний. Найдены законы распределения давления в жидкости и прогибы стенки канала. Построены амплитудная и фазовая частотные характеристики, позволяющие исследовать гидроупругие колебания стенки канала.

Ключевые слова: гидроупругость, вязкая жидкость, колебания, балка, вибрирующий штамп, метод возмущений.

Введение

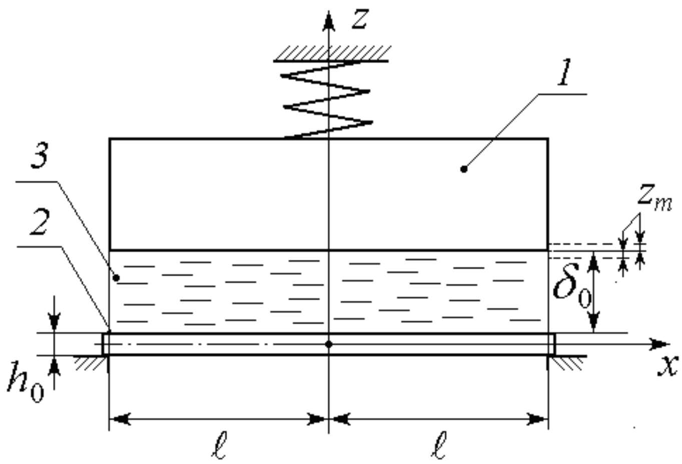
Стационарное движение слоя вязкой жидкости в плоском канале, образованном двумя параллельными поверхностями достаточно хорошо изучено [1-3]. В простейших постановках ограничиваются рассмотрением стационарного течения Пуазейля или Куэтта. В [3] рассмотрен случай движения слоя вязкой несжимаемой жидкости в канале с абсолютно твердыми стенками с учетом конвективных членов инерции. С другой стороны, актуальными и практически значимыми являются исследования динамики жидкости в плоском канале с вибрирующими стенками. В [4] рассмотрена задача о колебаниях стенки канала как упругой балки-полоски, взаимодействующей с идеальной жидкостью, заполняющей канал, и на ее базе выполнено исследование причин возникновения вибрационной кавитации в жидкости. Однако, данный подход не позволяет учесть демпфирующие свойства в рассматриваемой колебательной системе за счет вязкости жидкости, которые обуславливают ограниченность амплитуд колебаний стенки канала на резонансной частоте.

Исследованию демпфирования гармонически вибрирующей бесконечно длиной балки-полоски на слое вязкой сжимаемой и несжимаемой жидкости посвящены работы [5], [6]. В данных работах показано, что демпфирующие свойства слоя жидкости, на котором лежит вибрирующая бесконечно длинная балка-полоска существенным образом возрастают при уменьшении толщины слоя. Оценка влияния вязкости жидкости выполнена в [7] при исследовании взаимодействия вибрирующих дисков со слоем вязкой несжимаемой жидкости, находящейся между ними. Показано, что на резонансных частотах колебаний стенок канала амплитуда давления жидкости может изменяться на несколько порядков и становится существенно меньше давления насыщенного пара. В [8] рассмотрена аналогичная задача для двух вибрирующих пластин. В [9] выполнено исследование гидроупругих колебаний балки в потоке вязкой жидкости применительно к пьезопреобразователям, которые могут использоваться для получения энергии от потока.

В предлагаемой работе проведено исследование динамики взаимодействия пластины конечных размеров с вибрирующим штампом через движущийся слой вязкой несжимаемой жидкости, находящейся между ними, с учетом особенностей торцевого истечения жидкости и закрепления пластины.

1. Рассмотрим канал условно представленный на фиг.1. Канал образован двумя параллельными непроницаемыми стенками 1,2 одинаковых геометрических размеров, между которыми движется слой вязкой несжимаемой жидкости 3 за счет заданного перепада давления. На торцах канала справа и слева имеются торцевые полости, заполненные той же жидкостью, что и жидкость между стенками. Для определенности будем, считать, что в левой торцевой полости поддерживается постоянное давление $p_0+\Delta p$, в правой – p_0, а истечение жидкости в эти полости можно считать свободным. Протяженность канала в одном из направлений считается бесконечно большой. Данное направление обозначим b (на фиг. не указано), а другое как 2ℓ, при этом $b>>2\ell$. Стенка 1 является штампом, совершающим колебания в вертикальном направлении по заданному гармоническому закону, а стенка 2 – упругой пластиной толщиной h_0 шарнирно опертой на торцах. Толщина слоя жидкости (расстояние между стенками) δ изменяется со временем в невозмущенном состоянии она равна $\delta_0 << 2\ell$.

Далее, будем принимать во внимание, что в рассматриваемой механической системе присутствует сильное демпфирование, обусловленное учетом вязкости слоя жидкости. С течением времени это приводит к довольно быстрому затуханию переходных процессов и возникновению установившихся колебаний. Следовательно, при рассмотрении достаточно длительных во времени процессов общее решение неоднородных уравнений и начальные условия будем исключать с самого начала исследования [10].



Фиг.1.

Введем в рассмотрение декартовую систему координат x,y,z, связанную со срединной поверхностью пластины 2. Учитывая, что $2\ell << b$, будем считать канал неограниченным в направлении оси y, то есть перейдем к рассмотрению плоской задачи. Закон движения вибрирующего штампа задается в виде

$$z = \frac{h_0}{2} + \delta_0 + z_m f_z(\omega t),\ f_z(\omega t) = \sin \omega t, \tag{1}$$

где z_m – амплитуда перемещений штампа; ω – частота колебаний; t – время.

Уравнения динамики вязкой несжимаемой жидкости в канале имеют вид

$$\frac{\partial V_x}{\partial t}+V_x\frac{\partial V_x}{\partial x}+V_z\frac{\partial V_x}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\nu\left(\frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2}\right), \qquad (2)$$

$$\frac{\partial V_z}{\partial t}+V_x\frac{\partial V_z}{\partial x}+V_z\frac{\partial V_z}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}+\nu\left(\frac{\partial^2 V_z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2}\right),$$

$$\frac{\partial V_x}{\partial x}+\frac{\partial V_z}{\partial z}=0,$$

где p – давление; ρ, ν – плотность и кинематический коэффициент вязкости жидкости; V_x, V_z – проекции скорости движения жидкости на оси координат.

Уравнения динамики жидкости дополняются граничными условиями: условиями прилипания жидкости к стенкам канала [5-8]

$$V_x=0,\ V_z=\frac{d\delta(t)}{dt}\ \text{при}\ z=\frac{h_0}{2}+\delta_0+z_m f_z(\omega t); \qquad V_x=\frac{\partial u}{\partial t},\ V_z=\frac{\partial w}{\partial t}\ \text{при}\ z=\frac{h_0}{2}+w, \qquad (3)$$

и условиями ее свободного торцевого истечения, состоящими в совпадении давления жидкости на торце канала с давлением в левой и правой полостях

$$p=p_0+\Delta p\ \text{при}\ x=-\ell, \qquad p=p_0\ \text{при}\ x=\ell. \qquad (4)$$

Здесь w – прогиб стенки 2 канала, u – продольное перемещение стенки 2 канала.

Уравнения динамики стенки 2 канала будут представлять собой уравнения изгибных колебаний пластинки-полоски

$$\frac{Eh_0^3}{12(1-\nu_0^2)}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+\rho_0 h_0\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=q_{zz}, \qquad (5)$$

где ρ_0 – плотность материала пластины, ν_0 – коэффициент Пуассона, E – модуль Юнга, q_{zz} – нормальное напряжение, действующие со стороны слоя жидкости на поверхность пластины. Выражение для q_{zz} на поверхности пластины имеет вид [2,3]

$$q_{zz}=-p+2\rho\nu\frac{\partial V_z}{\partial z}\ \text{при}\ z=\frac{h_0}{2}+w.$$

Условия шарнирного опирания запишем в виде

$$w=\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=0\ \text{при}\ x=-\ell, \qquad w=\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=0\ \text{при}\ x=\ell, \qquad (6)$$

2. Введем в рассмотрение безразмерные переменные и малые параметры:

$$\zeta = \frac{z - h_0/2}{\delta_0},\ \xi = \frac{x}{\ell},\ \tau = \omega t,\ \psi = \frac{\delta_0}{\ell} << 1,\ \lambda = \frac{z_m}{\delta_0} << 1,\ V_z = z_m \omega U_\zeta(\xi,\zeta,\tau),\ V_x = \frac{z_m \omega}{\psi} U_\xi(\xi,\zeta,\tau),$$

$$\Delta P = \frac{\Delta p \delta_0 \psi^2}{z_m \rho \nu \omega},\ p = p_0 + \frac{\rho \nu z_m \omega}{\delta_0 \psi^2} P(\xi,\tau),\ w = w_m W(\xi,\tau),\ u = u_m U(\xi,\tau). \quad (7)$$

Подставляя (7) в (2)-(6) и учитывая, что $\lambda = o(1)$, $w_m/z_m = O(1)$ решение задачи динамики тонкого слоя вязкой жидкости в нулевом приближении по ψ представим в виде асимптотического разложения по степеням параметра λ<<1 [11]

$$P = P_0 + \lambda P_1 + O(\lambda^2),\ U_\xi = U_{\xi 0} + \lambda U_{\xi 1} + O(\lambda^2),\ U_\zeta = U_{\zeta 0} + \lambda U_{\zeta 1} + O(\lambda^2) \quad (8)$$

Тогда удерживая в (8) первый член разложения по $\lambda = o(1)$, получим следующую задачу гидроупругости:

уравнения динамики тонкого слоя жидкости

$$\mathrm{Re} \frac{\partial U_{\xi 0}}{\partial \tau} = -\frac{\partial P_0}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 U_{\xi 0}}{\partial \zeta^2},\quad \frac{\partial P_0}{\partial \zeta} = 0,\quad \frac{\partial U_{\xi 0}}{\partial \xi} + \frac{\partial U_{\zeta 0}}{\partial \zeta} = 0, \quad (9)$$

уравнения динамики пластины (балки-полоски)

$$\frac{w_m}{\ell^2} \frac{E h_0}{1 - \nu_0^2} \frac{h_0^2}{12 \ell^2} \frac{\partial^4 W}{\partial \xi^4} + \rho_0 h_0 \omega^2 w_m \frac{\partial^2 W}{\partial \tau^2} = -p_0 - \frac{\rho \nu z_m \omega}{\delta_0 \psi^2} P_0, \quad (10)$$

граничные условия

$$U_{\xi 0} = 0,\ U_{\zeta 0} = \frac{d f_z(\tau)}{d\tau} \text{ при } \zeta = 1,\ U_{\xi 0} = 0,\ U_{\zeta 0} = \frac{w_m}{z_m} \frac{\partial W}{\partial \tau} \text{ при } \zeta = 0, \quad (11)$$

$$P_0 = \Delta P \text{ при } \xi = -1,\quad P_0 = 0 \text{ при } \xi = 1,$$

$$W = 0,\quad \partial^2 W/\partial \xi^2 = 0 \quad \text{при } \xi = \pm 1. \quad (12)$$

Решая уравнения (9) с учетом (11) для режима установившихся гармонических колебаний пластины $w = f_w(x)\sin(\tau + \varphi_w)$ находим давление

$$P_0 = \frac{1}{2}\left(\xi^2 - 1\right)\left[2\varepsilon^2 \alpha \frac{d^2 f_z}{d\tau^2} + 12\gamma \frac{d f_z}{d\tau}\right] + \frac{w_m}{z_m} \int_\xi^1 \int \left(2\varepsilon^2 \alpha \frac{\partial^2 W}{\partial \tau^2} + 12\gamma \frac{\partial W}{\partial \tau}\right) d\xi d\xi + \quad (13)$$

$$+\frac{w_m}{2z_m}(\xi-1)\int_{-1}^{1}\int\left(2\varepsilon^2\alpha\frac{\partial^2 W}{\partial\tau^2}+12\gamma\frac{\partial W}{\partial\tau}\right)d\xi d\xi+\frac{\Delta P}{2}(1-\xi).$$

где $2\varepsilon^2=\omega\delta_0^2/\nu$, α,γ – частотозависимые коэффициенты [7,8]

$$\gamma(\omega)=\frac{1}{6}\frac{\varepsilon^3(\mathrm{sh}\varepsilon-\sin\varepsilon)}{\varepsilon^2(\mathrm{ch}\varepsilon+\cos\varepsilon)-2\varepsilon(\mathrm{sh}\varepsilon+\sin\varepsilon)+2(\mathrm{ch}\varepsilon-\cos\varepsilon)},$$

$$\alpha(\omega)=\frac{\varepsilon(\varepsilon(\mathrm{ch}\varepsilon+\cos\varepsilon)-(\mathrm{sh}\varepsilon+\sin\varepsilon))}{\varepsilon^2(\mathrm{ch}\varepsilon+\cos\varepsilon)-2\varepsilon(\mathrm{sh}\varepsilon+\sin\varepsilon)+2(\mathrm{ch}\varepsilon-\cos\varepsilon)}.$$

Подставляя (13) в (10) получаем

$$\frac{w_m}{\ell^2}\frac{Eh_0}{1-\nu_0^2}\frac{h_0^2}{12\ell^2}\frac{\partial^4 W}{\partial\xi^4}+\rho_0 h_0\omega^2 w_m\frac{\partial^2 W}{\partial\tau^2}=-\,p_0-\frac{\rho\ell\omega^2 z_m}{\psi 2\varepsilon^2}\frac{1}{2}\left(\xi^2-1\right)\left[2\varepsilon^2\alpha\frac{d^2 f_z}{d\tau^2}+12\gamma\frac{df_z}{d\tau}\right]- \tag{14}$$

$$-\frac{\rho\ell\omega^2 w_m}{\psi 2\varepsilon^2}\left\langle\int_{\xi}^{1}\left[\int\left(2\varepsilon^2\alpha\frac{\partial^2 W}{\partial\tau^2}+12\gamma\frac{\partial W}{\partial\tau}\right)d\xi\right]d\xi+\left(\xi-1\right)\int_{-1}^{1}\left[\int\left(2\varepsilon^2\alpha\frac{\partial^2 W}{\partial\tau^2}+12\gamma\frac{\partial W}{\partial\tau}\right)d\xi\right]d\xi+\frac{\Delta P}{2}(1-\xi)\right\rangle.$$

Принимая во внимание (13) и граничные условия (12) представим решение уравнений динамики пластины (14) в виде тригонометрического ряда

$$W=\sum_{k=1}^{\infty}\left(R_k(\tau)+R_k^0\right)\cos((2k-1)\pi\xi)/2+Q_k^0\sin k\pi\xi, \tag{15}$$

где R_k^0, Q_k^0 – постоянные коэффициенты; $R_k(\tau)$,– гармоническая функция времени τ.

Принимая во внимание линейность уравнения (14) и подставляя в него (15), найденное выражение для давления (13), а, также раскладывая оставшиеся члены, входящие в его правую часть в ряды по тригонометрическим функциям, получим уравнения для R_k^0, Q_k^0

$$\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{2k-1}{2\ell}\pi\right)^4 Dw_m R_k^0\cos\frac{2k-1}{2}\pi\xi=-\sum_{k=1}^{\infty}\frac{4(-1)^{k+1}}{(2k-1)\pi}\left(p_0+\frac{\Delta p}{2}\right)\cos\frac{2k-1}{2}\pi\xi, \tag{16}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{\pi k}{2\ell}\right)^4 Dw_m Q_k^0\sin\pi k\xi=-\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}}{k\pi}\Delta p\sin\pi k\xi,$$

и уравнение для функции времени R_k

$$\sum_{k=1}^{\infty} w_m \left[D\left(\frac{2k-1}{2\ell}\pi\right)^4 R_k \cos\frac{2k-1}{2}\pi\xi + \rho_0 h_0 \omega^2 \frac{d^2 R_k}{d\tau^2}\cos\frac{2k-1}{2}\pi\xi \right] = \tag{17}$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{4(-1)^{k+1}}{(2k-1)\pi} z_m \left[M_{ck}\omega^2 \frac{d^2 f_z}{d\tau^2} + 2K_{ck}\,\omega \frac{df_z}{d\tau} \right] \cos\frac{2k-1}{2}\pi\xi -$$

$$- \sum_{k=1}^{\infty} w_m \left(M_{ck}\omega^2 \frac{d^2 R_k}{d\tau^2} + 2K_{ck}\omega \frac{dR_k}{d\tau} \right) \cos\frac{2k-1}{2}\pi\,\xi\,.$$

Учитывая, что $d^2 R_k / d\tau^2 = -R_k$, вводя обозначения

$$M_{ck} = \frac{\rho\nu}{\delta_0 \psi^2}\left[\frac{2}{(2k-1)\pi}\right]^2 \frac{2\varepsilon^2 \alpha}{\omega},\ 2K_{ck} = \frac{12\gamma\,\omega}{2\,\varepsilon^2\,\alpha} M_{ck}\,,\ a_{1ck} = \left((2k-1)\pi/2\ell\right)^4 - \left[\rho_0 h_0 + M_{ck}\right]\omega^2/D\,,$$

$$a_{2ck} = 2K_{ck}\omega/D\,,\ c_{1ck} = M_{ck}\omega^2/D\,,\ c_{2ck} = -2K_{ck}\omega/D\,,$$

из (16) находим выражение для R_k^0, Q_k^0

$$R_k^0 = \left(\frac{2\ell}{(2k-1)\pi}\right)^4 \frac{4(-1)^k}{(2k-1)\pi} \frac{p_0 + \Delta p/2}{D w_m},\ Q_k^0 = \left(\frac{2\ell}{\pi k}\right)^4 \frac{(-1)^k}{k\pi} \frac{\Delta p}{D w_m}\,, \tag{18}$$

а из (17) уравнения для определения $R_k(\tau)$

$$a_{1ck} w_m R_k + a_{2ck} w_m \frac{dR_k}{d\tau} = \frac{4(-1)^k}{(2k-1)\pi}\left[c_{2ck} z_m \frac{df_z}{d\tau} - c_{1ck} z_m \frac{d^2 f_z}{d\tau^2} \right] \tag{19}$$

Решение уравнения (19) для режима установившихся гармонических колебаний имеет вид

$$R_k = \frac{4(-1)^k}{(2k-1)\pi} \frac{z_m}{w_m} \left[A_{ck} \frac{df_z}{d\tau} + B_{ck} \frac{d^2 f_z}{d\tau^2} \right], \tag{20}$$

где $A_{ck} = \dfrac{a_{1ck}c_{2ck} - a_{2ck}c_{1ck}}{a_{1ck}^2 + a_{2ck}^2}$, $B_{ck} = -\dfrac{a_{1ck}c_{1ck} + a_{2ck}c_{2ck}}{a_{1ck}^2 + a_{2ck}^2}$. При этом

$$\frac{dR_k}{d\tau} = \frac{4(-1)^k}{(2k-1)\pi} \frac{z_m}{w_m} \left[A_{ck} \frac{d^2 f_z}{d\tau^2} - B_{ck} \frac{df_z}{d\tau} \right],\ \frac{d^2 R_k}{d\tau^2} = \frac{4(-1)^k}{(2k-1)\pi} \frac{z_m}{w_m} \left[-A_{ck} \frac{df_z}{d\tau} - B_{ck} \frac{d^2 f_z}{d\tau^2} \right].$$

Таким образом, прогиб стенки канала с учетом (18), (20) имеет вид

$$w = w^0 + z_m A(\omega,\xi)\sin(\omega t + \varphi_w(\omega,\xi)), \tag{21}$$

где $w^0 = \sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k \frac{16\ell^4}{\pi^5}\left(\frac{2}{(2k-1)^5}\frac{2p_0+\Delta p}{D}\cos\frac{2k-1}{2}\pi\xi + \frac{1}{k^5}\frac{\Delta p}{D}\sin k\pi\xi\right)$, $A(\omega,\xi) = \sqrt{A_w^2 + B_w^2}$,

$A_w = \sum_{k=1}^{\infty}\frac{4(-1)^k}{(2k-1)\pi}A_{ck}\cos\frac{2k-1}{2}\pi\xi$, $B_w = \sum_{k=1}^{\infty}\frac{4(-1)^k}{(2k-1)\pi}B_{ck}\cos\frac{2k-1}{2}\pi\xi$,

$$\mathrm{tg}\varphi_w(\omega,\xi) = \left(\sum_{k=1}^{\infty}\frac{4(-1)^{k+1}}{(2k-1)\pi}A_{ck}\cos\frac{2k-1}{2}\pi\xi\right)\Bigg/\left(\sum_{k=1}^{\infty}\frac{4(-1)^k}{(2k-1)\pi}B_{ck}\cos\frac{2k-1}{2}\pi\xi\right).$$

Принимая во внимание (15), (20), выражение для безразмерного давления (13) примет вид

$$P_0 = \Delta P\frac{(1-\xi)}{2} + \left[6\gamma\left(\xi^2-1\right) + 2\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{2}{(2k-1)\pi}\right)^3(-1)^{k+1}\left[12\gamma B_{ck} + 2\varepsilon^2\alpha A_{ck}\right]\cos\left(\frac{2k-1}{2}\pi\xi\right)\right]\frac{df_z}{d\tau} +$$

$$+\left[\varepsilon^2\alpha\left(\xi^2-1\right) + 2\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{2}{(2k-1)\pi}\right)^3(-1)^k\left[12\gamma A_{ck} - 2\varepsilon^2\alpha B_{ck}\right]\cos\left(\frac{2k-1}{2}\pi\xi\right)\right]\frac{d^2 f_z}{d\tau^2}, \tag{22}$$

в размерном виде давление запишем как

$$p = p_0 + \Delta p(1-\xi)/2 + p_m\Pi(\omega,\xi)\sin(\omega t + \varphi_p(\omega,\xi)), \tag{23}$$

где $\Pi(\omega,\xi) = \sqrt{A_p^2 + B_p^2}$, $\mathrm{tg}\varphi_p(\omega,\xi) = -A_p/B_p$, $p_m = z_m\frac{\rho\nu\omega}{\delta_0\psi^2}$,

$$A_p = \left(6\gamma\left(\xi^2-1\right) + 2\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{2}{(2k-1)\pi}\right)^3(-1)^{k+1}\left[12\gamma B_{ck} + 2\varepsilon^2\alpha A_{ck}\right]\cos\left(\frac{2k-1}{2}\pi\xi\right)\right),$$

$$B_p = \left(\varepsilon^2\alpha\left(\xi^2-1\right) + 2\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{2}{(2k-1)\pi}\right)^3(-1)^k\left[12\gamma A_{ck} - 2\varepsilon^2\alpha B_{ck}\right]\cos\left(\frac{2k-1}{2}\pi\xi\right)\right).$$

3. Полученные функции $A(\omega,\xi)$ и $\Pi(\omega,\xi)$ можно рассматривать как безразмерные функции распределения амплитуд прогиба пластины и давления жидкости в канале. В качестве примера, приведем результаты расчетов функций

$A(\omega,\xi)$ и $\Pi(\omega,\xi)$ при $\xi = 0$, т.е. в центе канала, с удержанием 1, 2, 3 и 4 членов разложения (см. рис.2, 3). В расчетах использовались следующие значения параметров: ρ_0=7,8·10^3 кг/м^3; ν_0 = 0,3, E = 2,1·10^{11} Па; 2ℓ = 0,2 м, h_0/ℓ = 0,05; δ_0/ℓ = 15, ρ=1,84·10^3 кг/м^3; ν=2,5·10^{-4} м^2/с.

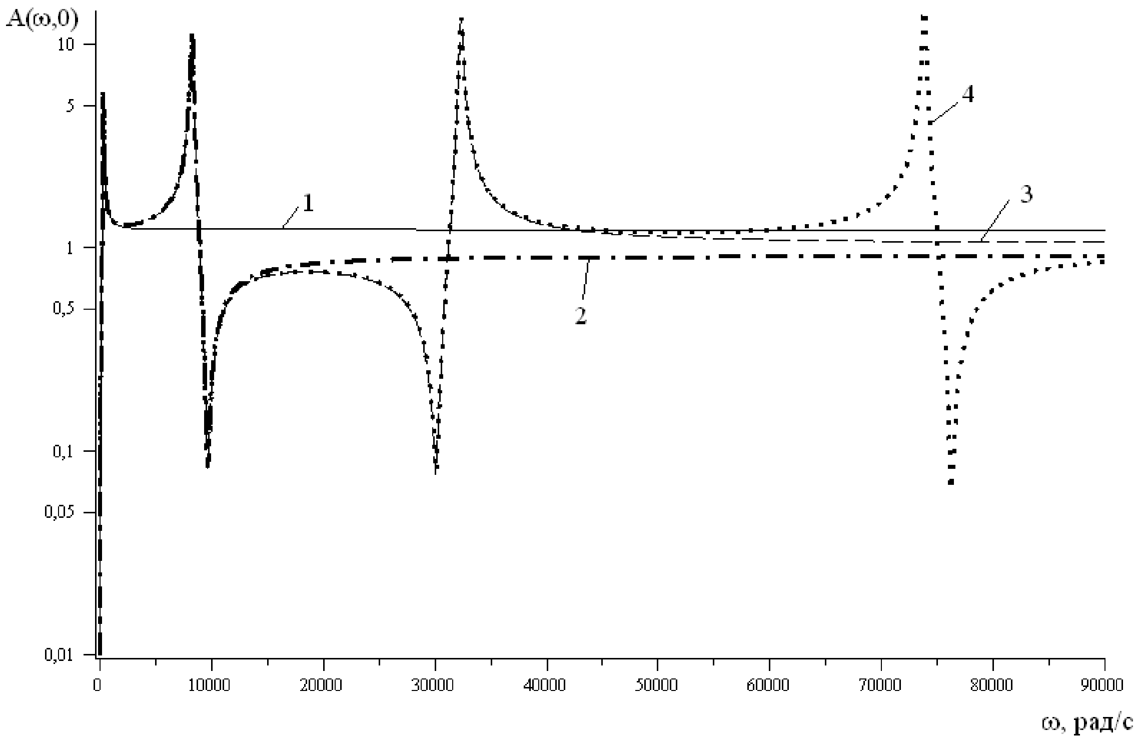


Рис.2

1 – удержан 1 член разложения, 2 – удержано 2 члена разложения, 3 – удержано 3 члена разложения, 4 удержано 4 члена разложения

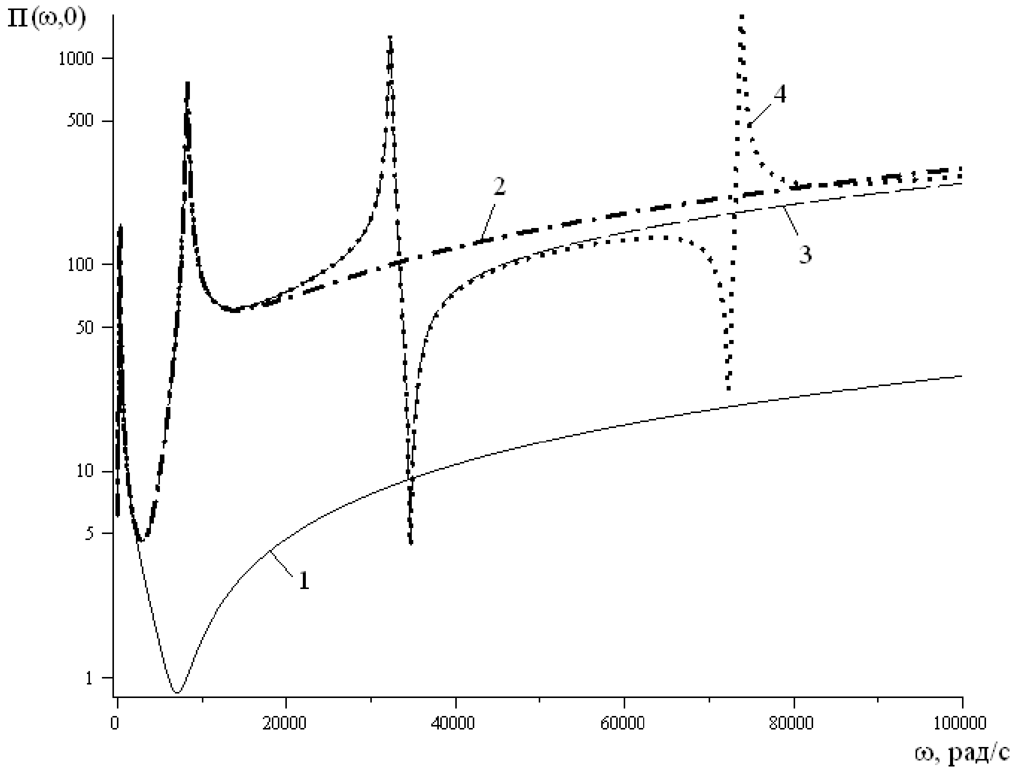


Рис.3

1 – удержан 1 член разложения, 2 – удержано 2 члена разложения, 3 – удержано 3 члена разложения, 4 удержано 4 члена разложения

Заключение

Проведенное исследование показало, что при движении жидкости в щелевом канале, образованном абсолютно жесткой вибрирующей стенкой и упругой пластиной, возникают резонансные колебания пластины, а в слое жидкости появляется дополнительное давление, обусловленное сжатием жидкости вибрирующей стенкой. Полученные в работе функции распределения амплитуд прогиба пластины $A(\omega,\xi)$ и давления жидкости $\Pi(\omega,\xi)$ можно использовать для определения резонансных частот изгибных колебаний пластины, а также амплитуд прогиба пластины и давления в жидкости. Проведенные расчеты показывают хорошую сходимость полученного решения при удержании первых членов разложения. Учет новых членов разложения приводит к появлению дополнительных резонансных частот.

Выполнено при поддержке гранта РФФИ №15-01-01604а

Библиографический список

1. Башта Т.М. Машиностроительная гидравлика. - М.: Машиностроение, 1971. - 672 с.

2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. - М.: Дрофа, 2003. - 840 с.

3. Слезкин Н.А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. - М.: Гостехиздат, 1955. - 520 с.

4. Индейцев Д.А., Полипанов И.С., Соколов С.К. Расчет кавитационного ресурса втулки судовых двигателей // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1994. №4. С.59-64.

5. Enelund M. Vibration and damping of a plate on a viscous fluid layer. Proceeding of the 13th International Modal Analysis Conference (IMAC). 1995. pp.261-267.

6. T. Önsay Effects of layer thickness on the vibration response of a plate-fluid layer system // Journal of Sound and Vibration. 1993. Vol. 163. pp. 231-259.

7. Могилевич Л.И., Попов В.С. Исследование взаимодействия слоя вязкой несжимаемой жидкости со стенками канала, образованного соосными вибрирующими дисками // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2011. №3. С. 42-55.

8. Могилевич Л.И., Попов В.С., Попова А.А. Динамика взаимодействия упругих элементов вибромашины со сдавливаемым слоем жидкости, находящимся между

ними // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2010. № 4. С. 23-32.

9. Akcabay D.T., Young Y.L. Hydroelastic Response and Energy Harvesting Potential of Flexible Piezoelectric Beams in Viscous Flow, Physics of Fluids. 2012, Vol.24. Issue 5.

10. Пановко Я.Г., Губанова И.И. Устойчивость и колебания упругих систем. - М.: Наука, 1987. -352 с.

11. Ван-Дайк М. Методы возмущений в механике жидкостей. - М.: Мир, 1967. -312с.