

Обеспечение функциональной устойчивости бортовых интегрированных вычислительных систем

Васильев С.В.*, Демчук В.А.**

Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», ул. Старых Большевиков, 54а, Воронеж, 394064, Россия

*e-mail: stanislav-vas1986@mail.ru

*e-mail: vad_912@mail.ru

Аннотация

Приводится алгоритм оптимального распределения ресурсов интегрированной вычислительной системы летательного аппарата на этапе проектирования для обеспечения функциональной устойчивости системы в условиях воздействия дестабилизирующих факторов. Определены возможные стратегии распределения ресурсов. Приведены результаты практической реализации алгоритма с учетом зависимых функциональных отказов.

Ключевые слова: интегрированная вычислительная система летательного аппарата, функциональная устойчивость, функциональный отказ, деградация, мультиграф.

Введение

Достижения последних лет, связанных с развитием микроэлектроники и элементной базы в частности, определили перспективные направления развития в отрасли самолето- и вертолетостроения [1,2,3,4]. Возможности современных

цифровых вычислителей, измерителей, индикаторов, а также высокоскоростных каналов передачи данных позволяют формировать архитектуру бортового радиоэлектронного оборудования летательного аппарата (ЛА) по принципу интегрированной вычислительной системы (ИВС) [5,6,7]. При этом ИВС представляет собой некоторое масштабируемое множество аппаратно-программных средств (АПС), распределенных по функциональным модулям и образующих единую вычислительную платформу для выполнения определенного набора функций.

Функционирование ИВС в реальных условиях сопряжено с возникновением отказов тех или иных модулей, вызванных дестабилизирующими воздействиями. При этом отказ отдельного модуля ИВС может привести как к полному отказу системы, так и функционированию в режиме частичной работоспособности, возможном за счет перераспределения функций отказавшего модуля между исправными модулями системы [8,9,10]. Одной из возможных реакций системы на отказ является функциональная реконфигурация [11], а свойство системы сохранять способность выполнения возложенных на нее функций с требуемым качеством в условиях функциональных отказов трактуется как функциональная устойчивость. Задача реконфигурации ИВС в полете требует непрерывного мониторинга состояния системы [12, 13] и принятия решения о выборе оптимальной структуры ИВС по известному правилу. Возможности системы на реконфигурацию напрямую определяют безопасность ее функционирования [14, 15] и качество выполнения задач в целом. Указанные возможности определяются избыточным ресурсом,

имеющимся в распоряжении системы на момент возникновения отказа. Таким образом, задача оптимального (рационального) структурного синтеза ИВС на стадии проектирования при наличии ограничений на используемые ресурсы является в полной мере актуальной. В статье рассматривается алгоритм оптимального распределения ресурсов в ИВС ЛА на стадии проектирования, обеспечивающий максимальный уровень функциональной устойчивости системы при отказах в условиях эксплуатации.

Базовые понятия

Приведем важные для дальнейшего понимания понятия и определения функциональной устойчивости сложных информационно-управляющих систем.

Наличие в ИВС многофункциональных или универсальных модулей, способных к взаимозаменяемости, определяет функциональную избыточность. В этом случае при возникновении отказов модулей ИВС можно говорить о переходе системы в новое состояние (работоспособное или неработоспособное). Работоспособное состояние системы определяется следующим образом.

Пусть произвольное состояние системы s_v характеризуется некоторой бинарной матрицей $B(s_v) = [b_{ij}^{(v)}]$ размерности $n \times m$, где $b_{ij}^{(v)} \in \{0,1\}$, причем

$$b_{ij}^{(v)} = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-й модуль способен} \\ & \text{выполнить } j\text{-ю функцию,} \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases} \quad (1)$$

где n – количество модулей в системе, m – количество функций, возложенных на систему, $m=n$.

Распределение функций, выполняемых модулями системы, будем задавать матрицей распределения $R_k^{(v)}$, представляющей собой матрицу подстановки, в которой

$$r_{ij}^{(k)} = \begin{cases} 1, & \text{если } \sigma_k^i = j, \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

где σ_k^i – i -й элемент k -й подстановки на множестве $\{1, 2, \dots, n\}$, $k \in \{1, 2, \dots, n!\}$.

Под *работоспособным* состоянием будем понимать такое состояние, при котором существует хотя бы один вариант распределения функций между модулями, определяемый матрицей $R_k^{(v)}$, позволяющий выполнять эти функции одновременно, т.е.

$$b_{i, \sigma_k^i}^{(v)} = 1, \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}. \quad (2)$$

В таком случае, состояние s_v можно считать работоспособным, если существует такая подстановка σ_k , при которой диагональное произведение элементов матрицы состояния $B(s_v)$ окажется ненулевым, т.е.

$$\exists \sigma_k : \prod_{i=1}^n b_{i, \sigma_k^i}^{(v)} \neq 0, \quad (3)$$

$$i \in \{1, 2, \dots, n\}, k \in \{1, 2, \dots, n!\}.$$

Перманент матрицы состояния $B(s_v)$ порядка n определяется следующим образом [16]:

$$\text{per } B = \sum_{\sigma} b_{1, \sigma_1^1}^{(v)} \cdot b_{2, \sigma_2^2}^{(v)} \cdot \dots \cdot b_{n, \sigma_n^n}^{(v)}, \quad (4)$$

т.е. перманент есть сумма диагональных произведений, задаваемых множеством подстановок σ_k . Таким образом, положительное значение перманента матрицы

состояния $B(s_v)$ подразумевает наличие под знаком суммы хотя бы одного ненулевого диагонального произведения, что, в свою очередь позволяет на основании (2) утверждать о работоспособности системы в состоянии s_v .

На основе (2) и (3) можно определить понятия различных видов устойчивости системы к отказу.

Состояние s_v называется абсолютно устойчивым, если в результате возникновения отказа система переходит в состояние $s_{v+1} \in S_r$. Множество S_r состоит из элементов, удовлетворяющих условию

$$S_r = \{s_m \mid \exists \sigma_k : b_{i,\sigma_k}^{(m)} = 1, \forall i \in \{1, \dots, n\}, k \in \{1, \dots, n!\}\}. \quad (5)$$

Состояние s_v называется условно устойчивым, если в результате возникновения отказа система переходит в состояние $s_{v+1} \in S_r \cup S_f$. Множество S_f состоит из элементов, удовлетворяющих условию

$$S_f = \{s_l \mid \exists i \in \{1, \dots, n\} : b_{i,\sigma_k}^{(l)} = 0, \forall k \in \{1, \dots, n!\}\}. \quad (6)$$

Состояние s_v называется неустойчивым, если в результате возникновения отказа система переходит в состояние $s_{v+1} \in S_f$.

В [10] показано, что произвольное состояние s_v является условно устойчивым, если перманент матрицы состояния больше либо равен двум, т.е.

$$per(B(S_v)) = \sum_{k=1}^{n!} \prod_{i=1}^n b_{i,\sigma_k(i)}^{(v)} \geq 2. \quad (7)$$

В дальнейшем в статье под множеством устойчивых состояний $S_{уст}$ будем понимать объединение множеств абсолютно и условно устойчивых состояний.

Постановка задачи оптимизации структуры ИВС

Рассмотрим систему, состоящую из n модулей, способных выполнить n функций f_i , $i \in \{1, 2, \dots, n\}$. Определим эти функции как *внутренние*. Матрица состояния $B(S_v)$ формируется по правилу (1). Способность i -го модуля выполнить j -ю функцию, $j \in \{1, 2, \dots, n\}$, ($b_{ij}=1$ в матрице $B(S_v)$) предполагает наличие некоторого множества аппаратно-программных средств (АПС), обеспечивающих выполнение данной функции. Такое множество будем называть ресурсом c_{ij} , а сумму всех c_{ij} – суммарным ресурсом, или возможностью системы на реконфигурацию

$$C = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij}, 0 \leq C \leq n^2, c_{ij} \in \{0, 1\}. \quad (8)$$

Реализация j -й внутренней функции f_{ij} , выполняемой i -м модулем, требует выделения ресурса c_{ij} . Множеству всех таких АПС c_{ij} поставим в соответствие множество уровней качества $q_{ij} \in Q_i$, где Q_i – вектор качества i -го модуля системы. Тогда $Q_i \in Q$, где Q – матрица, характеризующая качество системы в целом, $Q = \|q_{ij}\|$.

Предположим, что целью функционирования системы является выполнение некоторого набора функций $F = \{F_1, F_2, \dots, F_M\}$. Функции F являются результатом выполнения набора f на более низком уровне. Функции F будем называть *внешними*, а их формальное описание представим в виде элементарных конъюнкций

$$F_j = \bigcap_K f_i, f_i \in K, i \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad (9)$$

где K – множество всех внутренних функций.

Очевидно, что в результате возникновения функциональных отказов, приводящих к деградации системы, качество выполнения внешних функций F_j будет снижаться $Q_{Fj} \rightarrow 0$. Под деградацией понимается изменение структурно-функционального состава системы, вызванное отказами. При этом имеющиеся механизмы реконфигурации должны обеспечить такое перераспределение внутренних функций, чтобы осуществить выполнение внешних функций F с требуемым или минимальным уровнем качества за счет оставшихся в системе ресурсов. То есть

$$\begin{cases} Q_{Fj} \geq Q_{Fj_треб}, & \text{при } C_i \geq C_{\min} \\ Q_{Fj} \geq Q_{Fj_min}, & \text{при } C_{крит} \leq C_i \leq C_{\min}. \end{cases} \quad (10)$$

При объеме оставшихся в системе ресурсов $C_i < C_{крит}$ качество выполнения F_j $Q_{Fj} < Q_{Fmin}$, принимается решение, что функция F_j системой не выполняется.

Объем ресурсов $C = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij}$, а также распределение АПС c_{ij} по модулям

определяет структуру системы Str^i на всем множестве Str , то есть $Str^i \in Str$. Тогда задачу оптимизации структуры системы можно представить следующим образом.

Постановка задачи: необходимо найти такую структуру $Str^i \in Str$, определяемую ресурсом C , для которой на всем множестве устойчивых состояний $S_v \in S_{уст}$ будет выполняться условие максимума качества выполнения набора внешних функций F в условиях деградации системы. Другими словами, задача сводится к поиску матрицы B , для которой выполняется

$$\max(\sum_{L_i} Q_{\Sigma}^i(L_i)), \quad i \in (0, C), \quad (11)$$

$$B = \|b_{ij}\|, \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_{ij} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} = C, \\ 0 \leq C \leq C_{\max} \leq n^2,$$

где $Q_{\Sigma}^i = k_1 Q_{F1}^i + k_2 Q_{F2}^i + \dots + k_M Q_{FM}^i = \sum_{j=1}^M k_j Q_{Fj}^i$ линейная взвешенная сумма,

определяющая уровень качества выполнения внешних функций, M – количество внешних функций, $\{k_1, k_2, \dots, k_j, \dots, k_M\}$ – множество коэффициентов важности внешних функций, L_i - коэффициент деградации системы.

Алгоритм оптимального распределения ресурсов в ИВС

Одним из наиболее удобных инструментов для формального описания структуры системы является теория графов [17]. Представим проектируемую систему, состоящую из n модулей, в виде взвешенного ориентированного мультиграфа $G(V, E; Q)$, в котором $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ – множество вершин, поставленных в соответствие модулям системы, $E = \{e_1, e_2, \dots, e_j\}$ – множество дуг, соответствующих внутренним функциям f_{ij} системы, $Q = \|q_{ij}\|$ - матрица весов дуг, характеризующая качество выполнения j -й функции i -м модулем. Граф строится следующим образом:

1. В бинарной матрице состояния $B(S_{v0})$ случайным образом распределяются единичные элементы $b_{ij}=1$ в количестве, определяемом из условия

$$N_{b_{ij}=1} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_{ij} = C, \quad C = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij}. \quad (12)$$

2. Вершины графа нумеруются от 1 до n , i -я вершина соответствует i -му модулю в системе. В результате, граф G становится помеченным.

3. Множество дуг в графе равно

$$\begin{aligned}
f_{ij} : E_i^j &= \{e_{il}^j\}, l \in (1, n), l \neq i, \\
E^j &= \{E_1^j, E_2^j, \dots, E_k^j\}, \\
E &= \{E^1, E^2, \dots, E^n\}.
\end{aligned}$$

где $k = \sum_{i=1}^n b_{ij}$ - количество модулей, способных выполнить j -ю функцию.

Таким образом, выполнение i -м модулем j -й функции f_{ij} соответствует на графе наличию $n-1$ дуг e_{il}^j , исходящих из i -й вершины и входящих во все остальные. Исходя из этого, граф $G(V, E; Q)$ является полным. Общее количество дуг, исходящих из i -й вершины, определяется как

$$E_{\text{исх}}^i = \sum_{j=1}^{P_i} \sum_{\substack{l=1, \\ l \neq i}}^n e_{il}^j, \quad (13)$$

$$P_i = \sum_{j=1}^n b_{ij} \quad (14)$$

где P_i – количество функций, выполняемых i -м модулем.

4. Каждой дуге e_{il}^j назначается вес из матрицы $Q = \|q_{ij}\|$, причем

$$q(e_{i1}^j) = \dots = q(e_{il}^j) = \dots = q(e_{in}^j) = q_{ij}, l \neq i.$$

Матрица Q формируется экспертным методом. Значение элемента q_{ij} (вес) определяется, исходя из качества достижения (выполнения) i -м модулем j -й цели (функции), т.е. ij -АПС, относительно других АПС остальных модулей. Другими словами, выполняется условие нормировки по каждому столбцу матрицы Q

$$Q_{\cdot j} = \sum_{i=1}^n q_{ij} = 1. \quad (15)$$

Определение на графе $G(V, E; Q)$ возможности выполнения системой набора

внешних функций $F=\{F_1, F_2, \dots, F_M\}$ сводится к нахождению всех возможных маршрутов для каждой F_j , а качества выполнения F_j – маршрутом с наибольшим весом $Q_{F_j, \max}$. Количество возможных маршрутов определяется, с одной стороны, ресурсом C , а с другой, составом самих функций F_j . Чем больше таких маршрутов имеется на графе, тем большими возможностями на реконфигурацию обладает система, подвергающаяся деградации вследствие возникающих отказов. Нетрудно показать, что, в зависимости от варианта распределения ресурсов c_{ij} по модулям, будет изменяться конфигурация графа G . Это, в свою очередь, приводит к формированию нового множества маршрутов и соответствующих им весов.

Нахождение маршрута с наибольшим весом можно свести к задаче о наибольшем потоке, широко описанной в литературе, например, [18]. Алгоритм отыскания пути с $Q_{F_j, \max}$ в общем виде можно представить следующим образом:

1. Пусть задан набор внешних функций

$$\begin{aligned} F &= \{F_1, F_2\}, \\ F_1 &= f_x \wedge f_y \wedge f_z, \\ F_2 &= f_a \wedge f_b \wedge f_c. \end{aligned}$$

2. Для графа G формируется матрица инциденций $A=//a_{ij}//_{n \times d}$,

$$\text{где } d = \sum_{i=1}^n P_i(n-1).$$

3. Случайным образом выбираем i -ю вершину на графе G . По матрице A находим дуги, инцидентные i -й вершине, причем множество таких дуг будет принадлежать множеству $E_i^x = \{e_{i1}^x, e_{i2}^x, \dots, e_{il}^x, \dots, e_{in}^x\}$, $l \in (1, n)$, $l \neq i$. Искомые элементы будут иметь единицу на i -й строке матрицы A .

4. Из тех вершин, в которые можно попасть из i -й вершины, перебором определяются такие, которым инцидентны дуги из множества

$$E_h^y = \{e_{h1}^y, e_{h2}^y, \dots, e_{hl}^y, \dots, e_{hn}^y\}, l \in (1, n), l \neq h.$$

5. Аналогичным образом осуществляется поиск дуг из

$$E_s^z = \{e_{s1}^z, e_{s2}^z, \dots, e_{sl}^z, \dots, e_{sn}^z\}, l \in (1, n), l \neq s \text{ для функции } f_z.$$

6. Все найденные маршруты вида $ie_{ih}^x he_{hs}^y se_{sr}^z$ формируют перечень возможных сценариев выполнения $F_1(f_x, f_y, f_z)$.

7. Для каждого k -го маршрута вычисляется значение Q_{F_1k}

$$\begin{aligned} Q_{F_1k} &= q(e_{il}^x) + q(e_{lk}^y) + q(e_{kr}^z), \\ Q_{F_1k} &= q_{ix} + q_{ly} + q_{kz}. \end{aligned} \quad (16)$$

8. Определяется $Q_{F_1 \max} = \max Q_{F_1k}$.

9. Для функции F_2 выполняются шаги 1-8.

Определение оптимальной структуры, как было сказано ранее, сводится к поиску матрицы $B(S_{v0})$, которой соответствует максимум целевой функции (11). В рамках данного подхода можно использовать одну из следующих стратегий распределения ресурсов: стратегии полного функционала (СПФ) или стратегии критических функций (СКФ).

Стратегия полного функционала – распределение АПС, направленное на достижение максимума качества выполнения набора внешних функций при условии выполнения каждой в отдельности не ниже заданного уровня.

$$\begin{aligned}
Q_{\Sigma} &= k_1 Q_{F_1} + k_2 Q_{F_2} + \dots + k_M Q_{F_M}, \\
Q_{\Sigma} &= \sum_{j=1}^M k_j Q_{F_j}, \\
Q_{\Sigma}^{СПФ} &= \max Q_{\Sigma}, \quad Q_{F_j} \geq Q_{F_j, \min}, \\
&\quad \forall j \in [1, M].
\end{aligned} \tag{17}$$

Стратегия критических функций – распределение АПС, направленное на достижение максимума качества выполнения набора критических внешних функций, при этом остальные допускается не выполнять.

$$Q_{\Sigma} = Q_{\Sigma_1} + Q_{\Sigma_2}, \tag{18}$$

$$\begin{aligned}
Q_{\Sigma_1} &= \sum_{j=1}^u k_j Q_{F_j}, \quad Q_{\Sigma_2} = \sum_{j=u+1}^M k_j Q_{F_j}, \\
Q_{\Sigma}^{СКФ} &= \max Q_{\Sigma_1}, \\
Q_{F_j} &\geq Q_{F_j, \min}, \quad \forall j \in [1, u], \\
Q_{F_j} &\geq 0, \quad \forall j \in [u+1, M],
\end{aligned}$$

где $\{F_j\}, j \in [1, u]$ - множество критических функций.

Введенные определения СПФ и СКФ, а также соответствующие им целевые функции $Q_{\Sigma}^{СПФ}$ и $Q_{\Sigma}^{СКФ}$, в первую очередь, раскрывают сущность принимаемых проектных решений с точки зрения деградации системы.

Алгоритм оптимального распределения ресурсов для условий деградации

Для оценки эффективности работы системы в условиях деградации воспользуемся разработанной ранее графовой моделью структуры. Возникновение функционально отказа, то есть потеря i -м модулем способности выполнить j -ю функцию, соответствует удалению на графе $G(V, E)$ $n-1$ дуг e_{il}^j

$$E_i^j = \{e_{il}^j\} = \emptyset, \quad l \in \{1, n\}, \quad l \neq i.$$

При этом получается частичный граф $G'(V, E'), G' \subset G$. Появление последующих отказов приводит к образованию $G''(V, E'') \rightarrow G'''(V, E''') \rightarrow \dots \rightarrow O_n$, где O_n – пустой граф порядка n , в котором нет ни одной дуги, то есть $E = \emptyset$. Такое состояние соответствует полной деградации системы.

Определим коэффициент деградации L_i как

$$L_i = \frac{r_0 - r_i}{r_0}, \quad (19)$$

где r_0 – количество дуг в графе до начала деградации системы;

r_i – количество дуг в графе на i -м уровне деградации;

$$r = \frac{1}{2} [\rho(v_1) + \rho(v_2) + \dots + \rho(v_n)], \quad (20)$$

$$v_1, v_2, \dots, v_n \in V, |V| = n,$$

$\rho(v_k)$ – локальная степень k -й вершины. Соответственно,

$$r_0 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \rho_0(v_k), \quad r_i = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \rho_i(v_k), \quad (21)$$

Следовательно, каждому графу $G^{\sim}(V, E^{\sim})$ соответствует коэффициент деградации L_{\sim}

$$G \rightarrow L_0, G' \rightarrow L_1, G'' \rightarrow L_2,$$

$$G''' \rightarrow L_3, \dots, O_n \rightarrow L_C,$$

А также значение целевой функции Q_{Σ}

$$G \rightarrow Q_{\Sigma}^0, G' \rightarrow Q_{\Sigma}^1, G'' \rightarrow Q_{\Sigma}^2,$$

$$G''' \rightarrow Q_{\Sigma}^3, \dots, O_n \rightarrow Q_{\Sigma}^C.$$

Если вероятность отказа всех АПС имеет равномерное распределение

$$p_{ij} = p, \quad \forall i \in (1, n), \quad \forall j \in (1, n),$$

то отказ, например, одного АПС порождает целое семейство (множество) графов G'_k , вероятность появления каждого из них равна p

$$i=1: G' = \{G'_1, G'_2, \dots, G'_C\}.$$

Другими словами, один отказ, но в разных модулях приводит к различным графам G' при одном и том же L_I . Поэтому, для каждого L_\sim (соответственно G^\sim) целевая функция Q_Σ^\sim оценивается как математическое ожидание

$$\hat{Q}_\Sigma^\sim = \frac{\sum_{i=1}^t Q_\Sigma^{\sim(i)}}{t}. \quad (22)$$

Таким образом, траекторию системы в условиях деградации можно представить в виде упорядоченной тройки

$$T = \langle L^*, G^*, \hat{Q}_\Sigma^* \rangle, \quad (23)$$

$$\begin{aligned} L^* &= \{L_0, L_1, L_2, \dots, L_C\}, \\ G^* &= \{G, G', G'', \dots, G_n\}, \\ \hat{Q}_\Sigma^* &= \{\hat{Q}_\Sigma^0, \hat{Q}_\Sigma^1, \hat{Q}_\Sigma^2, \dots, \hat{Q}_\Sigma^C\}. \end{aligned}$$

Множество всех траекторий T_i , соответствующих множеству структур $Str^i \in Str$, отобразим на плоскости в виде зависимости \hat{Q}_Σ^* от L^* (рис. 1). Размещение множества траекторий на декартовой плоскости укладывается в окрашенную область.

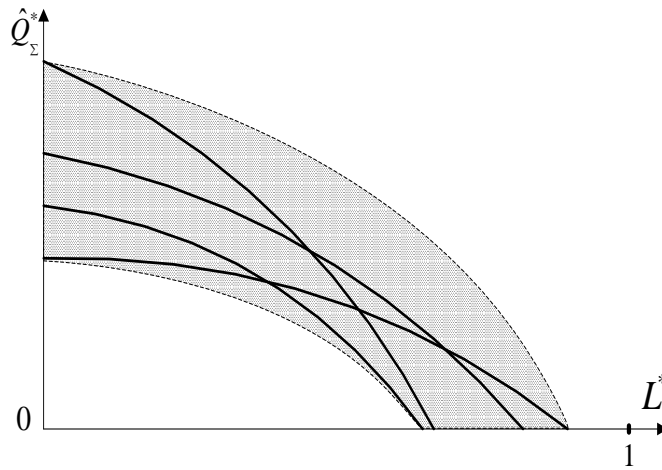


Рис. 1. Траектории структур Str^i при деградации системы

Определение оптимальной структуры сводится к анализу полученных зависимостей и определению степени их соответствия выбранному критерию.

Обоснование выбора критерия оптимальности структуры ИВС

На рис. 2 изображены кривые, определяемые траекториями T_1 и T_2 для структур Str^1 и Str^2 соответственно.

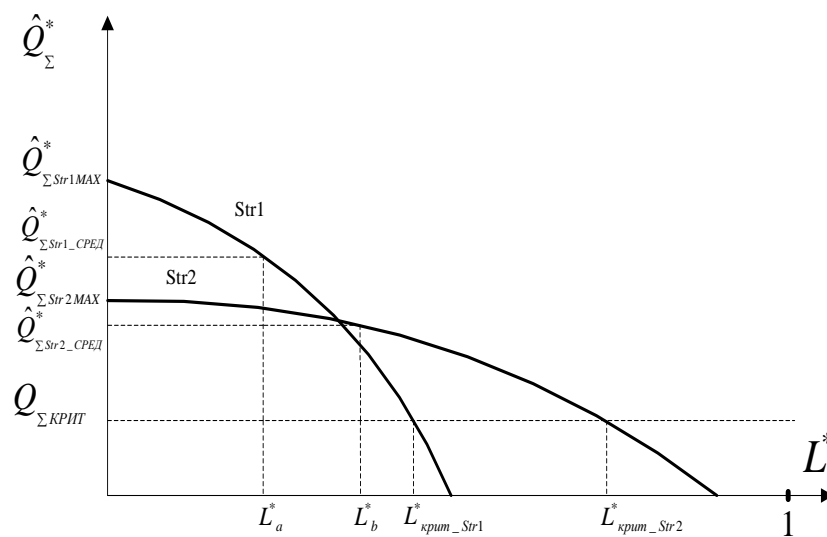


Рис. 2. Выбор критерия оптимальности

Допустим, что

$$\begin{aligned} \sum_{L^1} \hat{Q}_{\Sigma Str1}^i(L_i) &\approx \sum_{L^2} \hat{Q}_{\Sigma Str2}^j(L_j), \\ L_i &\in L^1, L_j \in L^2, \\ L^1 &= \{0, \dots, L(\hat{Q}_{\Sigma Str1} = 0)\}, \\ L^2 &= \{0, \dots, L(\hat{Q}_{\Sigma Str2} = 0)\}, \end{aligned} \quad (24)$$

При этом фигуры, ограниченные осями и кривыми, имеют различное основание по L^* . Необходимо определить оптимальную структуру из $\{Str^1, Str^2\}$.

Введем параметр $Q_{\Sigma КРИТ}$ – минимальное значение целевой функции, или качества выполнения набора внешних функций F , при котором система еще работоспособна (условно работоспособна). Пересечения на плоскости кривых T_1 и T_2 с $Q_{\Sigma КРИТ}$ (рис. 2) определяют критические значения коэффициентов деградации $L_{КРИТ_Str1}$ и $L_{КРИТ_Str2}$ соответственно.

С введением $Q_{\Sigma КРИТ}$ имеет смысл рассматривать поведение кривых, а именно \hat{Q}_{Σ}^* , выше $Q_{\Sigma КРИТ}$. При

$$\begin{aligned} \sum_{L^1} \hat{Q}_{\Sigma Str1}^i(L_i) &\approx \sum_{L^2} \hat{Q}_{\Sigma Str2}^j(L_j), \\ L_i &\in L^1, L_j \in L^2, \\ L^1 &= \{0, \dots, L_{КРИТ_Str1}^*\}, \\ L^2 &= \{0, \dots, L_{КРИТ_Str2}^*\}, \end{aligned} \quad (25)$$

целесообразно рассматривать два критерия оптимальности.

Критерий оптимальности 1 (в смысле живучести). Физический смысл данного критерия заключается в получении алгоритма выбора такой структуры Str^i , которая обеспечивала бы выполнения целей функционирования при максимально

большем количестве отказов. Такой подход применим к системам, критических с точки зрения безопасности. Следовательно,

$$L_{КРИТ_Str1}^* > L_{КРИТ_Str2}^* \Rightarrow opt Str = Str^2.$$

Критерий оптимальности 2 (в смысле качества). Применение данного критерия уместно для систем, критичных к качеству выполняемых задач. Например, пилотажные (навигационные) измерители в случае значительного превышения допусков на погрешность измерения экипажем ЛА попросту использоваться не будут, хотя информацию, пусть и с грубыми ошибками, они предоставляют.

Если на этапе проектирования задаваться *критерием 2*, то поиск структур сводится к следующему. Выполняется анализ структур, описанный в предыдущих разделах. При сравнении структур, для которых выполняется условие (25), дальнейший анализ осуществляется графическим способом (рис. 2): для кривых 1 и 2 (две произвольно выбранных траектории) находят средние значения $\hat{Q}_{\Sigma_CPED}^*$. Для этого определяют L_a^* и L_b^* как середины отрезков $[0, L_{КРИТ_Str_i}^*]$. Из этих точек по нормали к оси абсцисс проводят линии до пересечения с соответствующими кривыми. Из полученных точек пересечения опускают нормали на ось ординат и получают $\hat{Q}_{\Sigma Str1_CPED}^*$ и $\hat{Q}_{\Sigma Str2_CPED}^*$. Тогда имеем

$$\hat{Q}_{\Sigma Str2_CPED}^* > \hat{Q}_{\Sigma Str1_CPED}^* \Rightarrow opt Str = Str^1.$$

Критерий выбирается, исходя из особенностей системы и специфики решаемых ею задач.

Пример практической реализации алгоритма оптимального распределения ресурсов в ИВС

Алгоритм, представленный выше, не чувствителен к особенностям структуры системы, в то время как реальные ИВС характеризуются наличием логических связей, что, в свою очередь, требует разработки модифицированного математического аппарата, учитывающего влияние зависимых отказов.

Представим влияние отказов одних элементов ИВС на другие формально в виде матрицы W размерностью, равной размерности матрицы $B(S_v)$. Если выполнение j -й функции зависит от результата выполнения g -й и h -й функций, то «отказ» любой из двух приведет к отказу j -й функции. То есть существуют условия на выполнимость j -й функции при наличии некоторым модулем способности ее выполнить. Данные условия можно выразить следующим образом

$$f_j^* = f_g \wedge f_h \wedge f_j.$$

В общем случае

$$f_j^* = \bigcap_K f_z,$$

где K – набор функций, от которых зависит выполнение функции f_j^* , $z \in K$.

Матрица W формируется следующим образом.

Пусть система имеет матрицу состояния $B(S_v)$ размера $n \times n$. Если функция f_{ij} , где i – номер модуля в системе, j – номер функции, не зависит от выполнения других функций, то $w_{ij} = b_{ij}$, где w_{ij} и b_{ij} – элементы матриц W и B соответственно. В случае, если выполнение f_{ij} определяется результатом других функций, элементы матрицы W определяются следующим путем.

Пусть $f_j^* = \bigcap_K f_z$. Для элемента w_{ij} матрицы W строится дополнительная

матрица W^* путем вычеркивания столбцов матрицы W , соответствующим функциям

f_z , не влияющим на результат выполнения f_{ij} , $z \in \{1, 2, \dots, n\} \setminus K$. Матрица W^*

характеризует возможности системы для реализации функции f_{ij} . Однако, в силу

учета реальных физических связей не все модули могут быть задействованы для

выполнения условия $f_{ij} = \bigcap_K f_z$, а лишь те, что непосредственно связаны с i -м

модулем. В таком случае представим имеющуюся (концептуальную) структуру ИВС

в виде помеченного ориентированного графа $G(V, E)$, где V – множество вершин

графа, соответствующих модулям системы, E – множество дуг, соответствующих

связям между модулями. В качестве примера на рис. 3 представлена структура

системы, а также ее орграф (рис. 4)

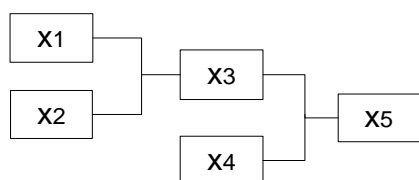


Рис. 3. Структура

информационной системы

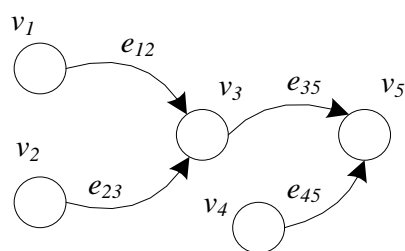


Рис. 4. Орграф $G(V, E)$

системы

Наличие связей между вершинами графа G определяют с помощью матриц

инцидентности, смежности или достижимости. Если технические возможности

системы позволяют передавать информацию в необработанном виде из модуля i в

модуль k , то для нахождения путей, состоящих из 3 и более вершин, можно воспользоваться матрицей достижимости L^* [19].

Если матрица смежности есть L , то для определения путей длины 2 находят композицию отношения L с L

$$L \circ L = \{(v_i, v_j) : \exists v_k \in V : (v_i, v_k), (v_k, v_j) \in E\}. \quad (26)$$

По определению [17], $L \circ L$ есть

$$L^2 = (l_{ij}^2)_{n \times n} = \left(\sum_k l_{ik} l_{kj} \right) = ((l_{i1} \wedge l_{1j}) \vee \frac{1}{2} \vee (l_{i2} \wedge l_{2j}) \vee \dots \vee (l_{in} \wedge l_{nj})). \quad (27)$$

Аналогичным образом находят булевы степени матрицы смежности L^3, L^4, \dots, L^n . Таким образом, может быть получена информация о всех путях длины от 1 до n , а матрица

$$L^* = L \vee L^2 \vee L^3 \vee \dots \vee L^n, \quad (28)$$

есть искомая матрица достижимости.

В случае, когда для выполнения f_{ij} задействуются только смежные модули, необходимо определить пути единичной длины, т.е. $L^* = L$. Матрица смежности L графа G определяется следующим образом

$$l_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } (i, j) \in E, \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$$L(G) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Преобразование матрицы W^* с учетом связей модулей, хранящихся в L , заключается в поэлементном умножении столбцов W^* на i -й столбец матрицы L .

Такая операция в теории матричного исчисления носит название произведения Адамара, однако она не определена для перемножаемых матриц различной размерности. Для преодоления этого ограничения сформируем вспомогательную матрицу-маску D размерности $n \times z$, где n – количество модулей в системе, z – количество функций, задействованных при выполнении f_{ij} . Матрица D составляется из столбцов, каждый из которых равен L_i

$$D_i = L_i, \forall i \in (1, z). \quad (29)$$

Произведение Адамара матриц W^* и D есть матрица W^{**}

$$W^{**} = [W^* \circ D]_{ij} = [W^*]_{ij} \circ [D]_{ij}, \quad (30)$$

поле которой освобождено от скаляров, соответствующих функциям модулей, несмежных j -му модулю. Далее рассчитывается перманент матрицы W^{**}

$$\text{per} W^{**} = \sum_{k=1}^{n!} \prod_{i=1}^z w_{i, \sigma_k^i}^{**}. \quad (31)$$

Элементы матрицы W определяются следующим образом

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } \text{per} W^{**} > 0, \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (32)$$

Таким образом, при переходе системы из состояния S_v в состояние S_{v+1} вследствие возникшего частичного функционального отказа пересчитывается матрица W с учетом отказавшего элемента, окончательный вид матрицы состояния определяется выражением

$$B^*(S_{v+1}) = B(S_{v+1}) \circ W. \quad (33)$$

Модифицированный таким образом алгоритм оптимального распределения

ресурсов ИВС решает типовую задачу комбинаторного класса. Входным параметром в работе алгоритма является множество всех возможных структур Str . В силу большой размерности области поиска метод прямого перебора возможен, но практически не применяется. Так, для системы, представленной на рис. 3, распределение ресурса $C=10$ дает число возможных структур, равное количеству сочетаний из 25 по 10, то есть $|Str| \approx 3,3 \cdot 10^6$.

Разработанный алгоритм был реализован в программном продукте, написанном в среде MatLab. Моделирование осуществлялось для исходных данных, представленных в таблице 1.

Таблица 1

Исходные данные для моделирования

Параметр	Эксперимент		
	№ 1	№ 2	№ 3
Размерность системы n	5	5	5
Объем ресурсов C	6	12	20
Количество выборок	20000	20000	20000
Стратегия РР	СПФ	СПФ	СПФ

Коэффициент важности функций k_j	k_1	0,4	0,4	0,4
	k_2	0,3	0,3	0,3
	k_3	0,3	0,3	0,3
Минимальное качество Q_{fj}	Q_{f1min}	0,1	0,1	0,1
	Q_{f2min}	0,1	0,1	0,1
	Q_{f3min}	0,1	0,1	0,1
Порог ЦФ $Q_{крит}$		0,2	0,2	0,2

Предполагалось, что система выполняет три внешних функции

$$\begin{aligned}
 F_1 &= f_1 \wedge f_2 \wedge f_5, \\
 F_2 &= f_3 \wedge f_4 \wedge f_5, \\
 F_3 &= f_1 \wedge f_2 \wedge f_3.
 \end{aligned}$$

Результаты численного моделирования для исходных данных №№1, 2 и 3 представлены на рис. 4, 5 и 6 соответственно.

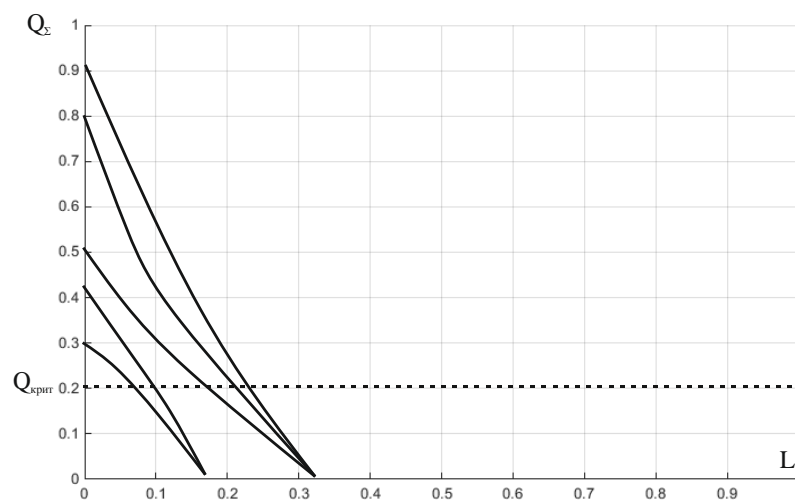


Рис. 4. Результаты моделирования при исходных данных №1

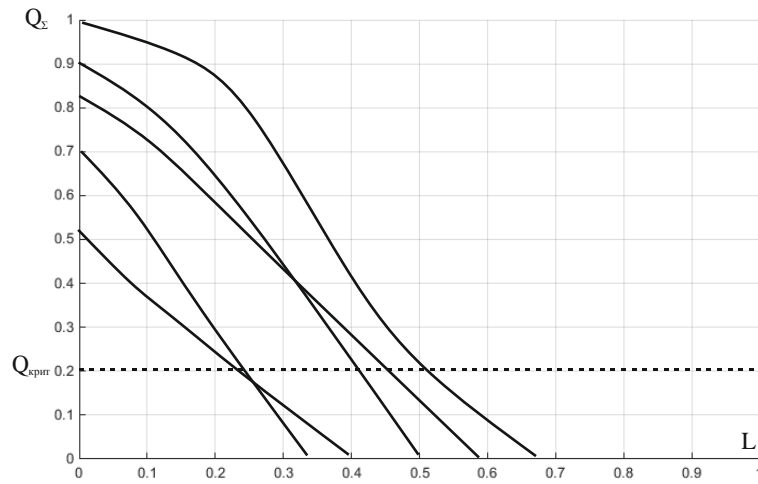


Рис. 5. Результаты моделирования при исходных данных №2

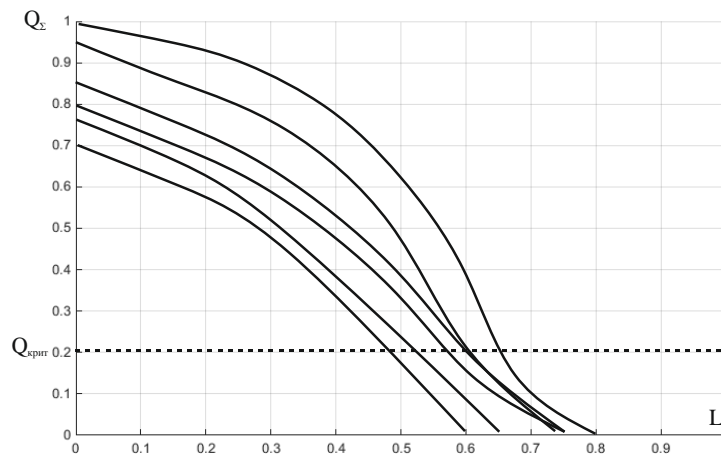


Рис. 6. Результаты моделирования при исходных данных №3

Результатом моделирования для всех вариантов исходных данных стало нахождение оптимальной структуры Str^j , то есть матрицы B . Найденные матрицы $B_{opt_эксн1}$, $B_{opt_эксн2}$, $B_{opt_эксн3}$ имеют следующие значения

$$B_{opt_эксн1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B_{opt_эксн2} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B_{opt_эксн3} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, результаты численных исследований алгоритма указывают на возможность нахождения такой структуры ИВС, определяемой выделенным составом АПС, для которой будет выполняться условие максимума качества реализации набора внешних функций. Особенности предлагаемого алгоритма является наличие процедуры определения целевой функции в условиях деградации системы, а также возможность учета логических связей между модулями. Итоговое принятие решения осуществляется по выбранному критерию, позволяющему проектировать систему с учетом специфических особенностей.

Библиографический список

1. European Commission, «European Aeronautics: A Vision for 2020», January 2001.
2. ACARE, «Strategic Research Agenda», October 2002.
3. European Commission, «FlightPath 2050. Europe's Vision for Aviation», 2011.
4. ACARE, «Strategic Research and Innovation Agenda», September 2012.
5. Чуянов Г.А., Косьянчук В.В., Сельвесюк Н.И. Перспективные направления бортового оборудования на базе интегрированной модульной авионики // Известия ЮФУ. Технические науки. 2013. №12 (40). - С. 55-62.
6. Аршакян А.А., Макарецкий Е.А., Шишков А.А. Модульное построение цифровой информационно-управляющей системы самолетов нового поколения // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2013. №6-2. - С. 161-169.

7. Бродский А.В. Автоматизация решения задач оптимизации при проектировании аэрокосмической техники // Труды МАИ, 2013, №71: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=47068>
8. Семагин А.А., Чуркин Г.М. Выбор многофункциональных элементов структуры системы управления // Вестник Саратовского государственного технического университета. 2010. №3(51). С. 95-98.
9. Бородакий Ю.В., Тарасов А.А. О функциональной устойчивости информационно-вычислительных систем // Информационное противодействие угрозам терроризма. 2006. №7. С. 79-93.
10. Лебедев Г.Н., Синевич Г.М., Михайлин Д.А. Разработка алгоритмического обеспечения для решения задачи резервирования источников информации на борту // Вестник ВГУ. Серия: Системный анализ и информационные технологии. 2016. №2. С. 11-15.
11. Тарасов А.А. Функциональная реконфигурация отказоустойчивых систем: - М: Логос, 2012. – 152 с.
12. Захаров И.В., Трубников А.А., Решетников Д.А. Методические предпосылки количественной оценки технического состояния некоторого класса сложных технических систем // Вестник Московского авиационного института. 2015. №2. С. 66-73.
13. Олейников И.И., Павлов В.П., Ковалева М.В. Методы выявления и оценки параметров опасных ситуаций при обеспечении безопасности полета космических

аппаратов в околоземном пространстве // Вестник Московского авиационного института. 2012. №5. С. 32-37.

14. Похил В.С., Харыбин А.В. Методы оценивания и обеспечения функциональной безопасности бортовых информационно-управляющих систем летательных аппаратов // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. 2010. №7 (48). С. 278-282.

15. Обухов Ю.В., Попов А.С., Орлов А.С., Котова А.О. Применение имитационного моделирования для оценки безопасности полетов // Труды МАИ, 2015, №81: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=57729>

16. Минк Х. Перманенты. - М.: Мир, 1982. – 216 с.

17. Берж К. Теория графов и ее применение. - М.: Иностранная литература, 1962 г. – 319 с.

18. Оре О. Графы и их применение. - М.: Мир, 1965. - 174 с.

19. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. - М.: Физматлит, 2004. - 560 с.