
УДК 629.78

Метод расчета приближенно-оптимальных траекторий движения космического аппарата на активных участках выведения на спутниковые орбиты

Соколов Н.Л.

*Центральный научно исследовательский институт машиностроения,
ЦНИИмаш, ул. Пионерская, 4, Королев, Московская область, 141070, Россия*

e-mail: sokolov@mcc.rsa.ru

Аннотация

Разработан метод расчета приближенно–оптимальных траекторий движения космического аппарата (КА) на активных участках выведения на спутниковые орбиты при управлении вектором тяги двигательной установки. В качестве критерия оптимальности используется максимум конечной массы КА. Учитываются ограничения на максимально допустимые значения перегрузки и скоростного напора. Суть метода заключается в условном разбиении траекторий полета КА на характерные участки, определении рациональных программ управления и сопряжении полученных результатов. Применение метода позволяет избежать сложных вычислительных процедур, используемых при расчете оптимальных траекторий классическими методами. Приводятся результаты апробации разработанного метода при расчетах траекторий выведения при вертикальном и горизонтальном стартах КА.

Ключевые слова: космический аппарат, приближенно-оптимальное управление, активный участок, спутниковые орбиты, максимизация конечной массы, скоростной напор, перегрузка, характерные участки полета.

Введение

При выведении космических аппаратов на орбиты искусственного спутника Земли одной из основных задач является обеспечение минимума расхода рабочего тела. Это позволяет увеличить долю полезной нагрузки в общем весовом балансе КА и тем самым повысить эффективность выполнения целевых программ космических миссий.

Определение энергетически оптимального управления вектором тяги двигательной установки на активных участках формирования орбит искусственного спутника Земли, где обеспечивается разгон космического аппарата и достижение заданных орбитальных параметров, является одной из основных задач динамики полета КА.

Следует отметить, что нахождение оптимального управления КА с работающей двигательной установкой классическими методами [1-4], в отличие от решения вариационных задач управления КА на орбитальных участках и при спуске в атмосфере, сопряжено с рядом дополнительных сложностей, связанных со спецификой динамики полета КА в условиях действия на него совокупности ракетодинамических, аэродинамических, гравитационных, кориолисовых и центробежных сил.

В работе предлагается метод расчета приближенно оптимальных траекторий движения на активных участках формирования спутниковых орбит на основе разбиения траекторий полета КА на характерные участки и определения рациональных программ управления вектором тяги двигательной установки на этих участках.

При проведении исследований основное внимание уделялось обеспечению возможности выполнения расчетов траекторий в широком диапазоне высот формируемых орбит, проектно-баллистических, весовых и энергетических характеристик КА, краевых условий, ограничений на максимально допустимые значения перегрузок и скоростных напоров.

Постановка задачи

Рассматривается задача управления выведением одноступенчатого КА на заданную орбиту ИСЗ при вертикальном и горизонтальном стартах с поверхности Земли.

Движение центра масс КА в скоростной системе координат с учетом вращения Земли описывается известной системой дифференциальных уравнений, в частности, представленной в работе [5],

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{\rho V^2}{2P_x} - \frac{\mu}{r^2} \sin \theta + \frac{P}{m} \cos \alpha - \omega^2 r \cos \varphi (\sin \varphi \sin \varepsilon \cos \theta - \cos \varphi \sin \theta),$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\rho V K_6}{2P_x} \cos \gamma - \frac{\mu}{r^2 V} \cos \theta + \frac{V}{r} \cos \theta + \frac{P}{mV} \sin \alpha + 2\omega \cos \varphi \cos \varepsilon +$$

$$+ \frac{\omega^2 r}{V} \cos \varphi (\sin \varphi \sin \varepsilon \sin \theta + \cos \varphi \cos \theta),$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\rho V K_6}{2P_x \cos \theta} \sin \gamma - \frac{V}{r} \cos \theta \cos \varepsilon \operatorname{tg} \varphi - \frac{2\omega}{\cos \theta} (\cos \theta \sin \varphi - \sin \theta \sin \varepsilon \cos \varphi) - \frac{\omega^2 r}{V \cos \theta} \sin \varphi \cos \varphi \cos \varepsilon, \quad (1)$$

$$\frac{dh}{dt} = V \sin \theta, \quad \frac{d\lambda}{dt} = \frac{V \cos \theta \cos \varepsilon}{r \cos \varphi}, \quad \frac{d\varphi}{dt} = \frac{V}{r} \cos \theta \sin \varepsilon, \quad \frac{dm}{dt} = -\frac{P}{P_{уд} g_z},$$

$$P_x = \frac{m}{C_x S'}, \quad K_6 = \frac{C_y}{C_x}, \quad r = R(1 - \kappa \sin^2 \varphi) + h, \quad P = P_B - p_h S_c,$$

где V – скорость КА, θ – угол наклона скорости к местному горизонту, ε – угол между проекцией вектора скорости на местный горизонт и местной параллелью, h – высота полета КА над поверхностью Земли, λ и φ – геоцентрические долгота и широта, соответственно, m – масса КА, R – экваториальный радиус Земли, κ – коэффициент сжатия Земли, ρ – плотность атмосферы, μ – произведение постоянной притяжения на массу Земли, P_x – приведенная нагрузка на лобовую поверхность КА, K_6 – аэродинамическое качество, C_x и C_y – аэродинамические коэффициенты лобового сопротивления и подъемной силы, соответственно, S – характерная площадь КА, γ – угол крена, ω – угловая скорость вращения Земли, P – тяга двигательной установки, P_B – тяга двигательной установки в вакууме, $P_{уд}$ – удельная тяга, α – угол между вектором скорости КА и вектором тяги, g_z – ускорение свободного падения на поверхности Земли, p_h – атмосферное давление на высоте h , S_c – площадь среза сопла.

Предполагается, что аэродинамические коэффициенты определяются в зависимости от числа Маха M и угла α с использованием известных

упрощенных формул, полученных с учетом введения ряда допущений, в том числе о пренебрежении влияния на значения C_x и C_y числа Рейнольдса [6]:

$$C_x = C_{x0} + A(M)C_y^\alpha, \quad C_y = C_y^\alpha(M)\alpha,$$

где A – безразмерный коэффициент, характеризующий аэродинамические параметры КА.

Предполагается, что управление КА осуществляется путем включений и выключений тяги ДУ и изменения угла α . При этом значения P и α находятся в пределах:

$$0 \leq P \leq P_{max}, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}.$$

В момент старта $t_0 = 0$ выполняются условия:

$$\begin{aligned} V_0 = V(0), \quad \theta_0 = \theta(0), \quad \varepsilon_0 = \varepsilon(0), \quad h_0 = h(0), \\ \lambda_0 = \lambda(0), \quad \varphi_0 = \varphi(0), \quad m_0 = m(0). \end{aligned}$$

Моментом окончания процесса управления космическим аппаратом считается момент завершения формирования спутниковых орбит с заданными высотами апогея h_α и перигея h_π :

$$h_{\alpha \text{ зад}} = h_\alpha(t_k), \quad h_{\pi \text{ зад}} = h_\pi(t_k), \quad t_k \text{ – не задано.}$$

При этом учитываются ограничения на максимальные значения скоростного напора, продольной перегрузки и произведение величин скоростного напора и угла α :

$$q = \frac{\rho V^2}{2} \leq q_{max}, \quad n_x \leq n_{xmax}, \quad q\alpha \leq C_{max}.$$

Метод расчета

Принципиально такого класса задачи решаются с использованием необходимых условий оптимальности принципа максимума Понтрягина [1]. Вместе с тем, в связи с особенностью динамики движения КА на активном участке полета и соответствующего построения математической модели (1) из формализма условий оптимальности не представляется возможным получить законы управления КА в аналитическом виде.

Так, запишем гамильтониан

$$H = -\frac{\rho V^2}{2P_x} \psi_1 + \frac{P}{m} \cos \alpha \psi_1 + \frac{\rho V K_6}{2P_x} \cos \gamma \psi_2 + \frac{P}{mV} \sin \alpha \psi_2 + \frac{\rho V K_6}{2P_x \cos \theta} \sin \gamma + \Phi,$$

где ψ – сопряженные переменные, Φ – функция, не зависящая от управляющих параметров.

Из анализа гамильтониана следует, что входящие в него слагаемые, характеризующие влияние ракетодинамических и аэродинамических сил зависят от управляющего угла α . Так, в слагаемые, описывающие влияние ракетодинамических сил в явном виде входят функции $\cos \alpha$ и $\sin \alpha$, а аэродинамические составляющие опосредованно зависят от α , т.к. на входящие в них значения приведенной нагрузки на лобовую поверхность P_x влияет аэродинамический коэффициент лобового сопротивления C_x , который в свою очередь при определенных схемах компоновки КА зависит от угла α .

В связи с этим, из условия максимума гамильтониана не может быть получен закон оптимального управления углом α в аналитическом виде и его определение сопряжено с необходимостью решения трансцендентных уравнений на каждом шаге интегрирования системы дифференциальных уравнений (1). Это существенно снижает быстродействие проводимого вычислительного процесса при решении вариационных задач такого класса.

В работе предлагается новый метод решения задачи оптимального управления вектором тяги двигательной установки на активном участке выведения КА на спутниковые орбиты. Метод заключается в условном разбиении траектории КА на характерные участки, определении управляющих функций на каждом из них, сопряжении полученных решений и формировании промежуточной орбиты с высотами апогея $h'_\alpha \leq h_{\alpha \text{ зад}}$ и $h'_\pi \leq h_{\pi \text{ зад}}$ (или соответствующими значениями V_1 , θ_1 и h_1) с последующим проведением ракетодинамического маневра КА. Кроме того, в работе предлагается новая схема выведения КА на орбиту искусственного спутника Земли, предусматривающая проведение двухимпульсной коррекции орбиты после завершения активного участка полета.

Основой предлагаемой в работе схемы выведения является формирование в процессе движения КА на активном участке промежуточной орбиты с параметрами $h'_\alpha \leq h_{\alpha \text{ зад}}$ и $h'_\pi \leq h_{\pi \text{ зад}}$. Использование такой схемы выведения позволяет в результате расчетов траекторий КА при различных

значениях величин V_1 , θ_1 и h_1 выбрать траектории с относительно меньшими затратами требуемой массы на формирование конечной орбиты ИСЗ.

Для обоих видов старта КА параметры V_1 , θ_1 и h_1 варьировались в диапазонах:

$$6.5 \leq V_1 \leq 7.78 \text{ км/с}, 0 \leq \theta_1 \leq 3^\circ, 70 \leq h_1 \leq 150 \text{ км}.$$

При вертикальном старте весь активный участок выведения КА на промежуточную орбиту разбивается на три условных этапа: вертикальный полет, гравитационный разворот и этап формирования конечных условий.

На первом этапе управляющий угол α определяется из условий $\dot{\theta} = 0$ и $\theta = \pi/2$ и принимает значение, близкое к нулю. При таких условиях полета проекция вектора скорости КА на местный горизонт вырождается в точку. Следовательно, определение угла между этой проекцией и местной параллелью (угол ε) теряет физический смысл. Поэтому, уравнение для вычисления угла ε (третье уравнение системы 1) не используется при расчете траекторий движения на участке вертикального старта КА. Входящее в правые части дифференциальных уравнений (1) значение ε определяется в зависимости от заданного значения азимута траектории выведения A : $\varepsilon = \pi/2 - A$. Такой режим полета осуществляется в течение времени t_B , значение которого зависит от характеристик КА и краевых условий.

Далее программа управлением углом α выбирается из условия $\alpha = -C/q$, где должно обеспечиваться условие $C \leq C_{max}$. В результате достигается отклонение траектории КА от вертикали и разворот вектора

скорости аппарата за счет гравитационных сил. Причем, выбором коэффициента C обеспечивается необходимая интенсивность разворота.

На заключительном этапе полета обеспечиваются формирования конечной спутниковой орбиты. Динамика полета КА на этом этапе, проходящего в верхних слоях атмосферы, в основном определяется программой управления ракетодинамическими силами. Такая программа должна обеспечить энергетически рациональный перевод КА от момента завершения этапа гравитационного разворота, где $\theta = \theta_2$, $V = V_2$, $r = r_2$ до момента выведения аппарата на орбиту с заданными высотами апогея и перигея $h_{\alpha \text{ зад}}$ и $h_{\pi \text{ зад}}$.

Определим первое приближение управляющей функции α . Прежде всего, рассчитаем значения радиуса r_{α} и скорости КА V_{α} в апогее переходной орбиты при условии пассивного полета КА, начиная с момента завершения участка гравитационного разворота. Для этого момента определим значения скорости $V_{2н}$ и траекторного угла $\theta_{2н}$ в инерциальной системе координат [7]:

$$V_{2н} = \sqrt{V_2^2 + V_{вр}^2 + 2V_2 V_{вр} \cos \theta_2 \cos \varepsilon_2},$$

$$\theta_{2н} = \arcsin \left(\sin \theta_2 \frac{V_2}{V_{2н}} \right), \quad V_{вр} = \omega r \cos \varphi_2.$$

Вычислив значения кеплеровских интегралов энергии C_1 и площадей C_2 [8]

$$C_1 = \frac{2\mu}{r_2} - V_{2н}^2, \quad C_2 = r_2^2 V_{2н}^2 \cos^2 \theta_{2н}$$

получим формулу для расчета значений r_{α} и V_{α} :

$$r_\alpha = \frac{\mu - \sqrt{\mu^2 - C_1 C_2}}{C_1}, \quad V_\alpha = \sqrt{V_{2н}^2 - \frac{2\mu(r_\alpha - r_2)}{r_\alpha r_2}}.$$

При выборе рационального управления КА на первых двух участках полета вычисленные значения r_α и V_α должны быть меньше заданных $r_{\alpha \text{ зад}}$ и $V_{\alpha \text{ зад}}$ (в противном случае необходимо либо уменьшать время вертикального полета КА t_B , либо увеличивать коэффициент C). Далее с использованием допущения о доминирующем воздействии ракетодинамических сил и о малости угла наклона вектора скорости КА к местному горизонту θ на заключительном этапе полета преобразуем дифференциальные уравнения для расчета скорости и высоты полета КА (1):

$$\frac{dV}{dt} \approx \frac{P}{m} \cos \alpha, \quad \frac{dr}{dt} \approx V\theta.$$

Поделив первое уравнение на второе запишем:

$$\frac{dV}{dr} \approx \frac{P \cos \alpha}{m V \theta}.$$

Интегрируя его в пределах по скорости от V_2 до $V_{\alpha \text{ зад}}$ и по радиусу вектору от r_2 до $r_{\alpha \text{ зад}}$ получим приближенную зависимость для расчета усредненного значения угла $\tilde{\alpha}$, обеспечивающего перевод КА на заданную орбиту:

$$\tilde{\alpha} = -\arccos \left[\frac{V_{\alpha \text{ зад}}^2 - V_2^2}{2} \cdot \frac{m \theta_{\text{ср}}}{P (r_{\alpha \text{ зад}} - r_2)} \right], \quad \theta_{\text{ср}} = \frac{\theta_2}{2}.$$

С учетом полученной зависимости общая структура управления КА имеет вид:

$$\alpha = F(\dot{\theta} = 0) + \tilde{\alpha} \frac{\theta}{\theta_2}. \quad (2)$$

Суть такой структуры управления вектором тяги двигательной установки заключается в следующем. При рассмотрении условного режима полета с учетом только первого слагаемого уравнения (2) КА осуществляет полет с постоянным значением траекторного угла θ , равного θ_2 . При этом, угол α будет принимать значения, близкие нулю. С учетом второго слагаемого обеспечивается монотонное снижение угла θ до нуля. Причем, варьируя параметр $\tilde{\alpha}$ достигается необходимая крутизна траектории выведения и формируется промежуточная орбита с заданными параметрами V_1 , θ_1 и h_1 (или h'_α и h'_π). Нетрудно видеть, что в случае достижения заданной высоты апогея, что соответствует условию $\theta = 0$, второе слагаемое обращается в ноль и продолжающийся режим полета с работающей двигательной установкой обеспечивает увеличение скорости КА до заданного значения на постоянной высоте полета и при нулевом значении угла наклона вектора скорости к местному горизонту.

Таким образом, варьируя значения $\tilde{\alpha}$ можно обеспечить достижение требуемых значений скорости, угла наклона вектора скорости к местному горизонту и высоты полета КА.

Далее осуществляется перевод КА на конечную орбиту искусственного спутника Земли с помощью двух включений тяги $P = P_{max}$ и углом $\alpha = 0$ - сначала в момент достижения значений параметров V_1 , θ_1 и h_1 , а затем в апогее переходной орбиты. Выключение двигательной установки в первом

случае происходит для подъема высоты апогея переходной орбиты до требуемого значения $h_{\alpha \text{ зад}}$, а во втором – для достижения заданной высоты перигея $h_{\pi \text{ зад}}$. Расчет текущих значений фазовых координат КА и массы топлива проводится с использованием системы уравнений (1).

Для обеспечения выполнения ограничений на максимально допустимые значения перегрузок и скоростных напоров используются следующие программы управления тягой двигательной установки.

На изоперегрузочном участке полета КА с $n_x = n_{x \text{ max}}$ должно выполняться условие: $n_{x \text{ max}} = V/g$, позволяющее с учетом (1) получить уравнение для определения тяги P :

$$P = \frac{m}{\cos \alpha} \left[n_{x \text{ max}} g_z + \frac{\rho V^2 C_x S}{2m} + \frac{\mu}{r^2} \sin \theta + \omega^2 r \cos \varphi (\sin \varphi \sin \varepsilon \cos \theta - \cos \varphi \sin \theta) \right].$$

На участке полета с максимально допустимым уровнем скоростного напора тяга P вычисляется с учетом условия:

$$q = \frac{\rho V^2}{2} = \text{const}, \quad \text{или} \quad V_{i+1} = V \sqrt{\rho / \rho_{i+1}},$$

где i - номер текущего шага интегрирования системы (1).

Приравняв требуемое приращение скорости $\Delta V = V(\sqrt{\rho / \rho_{i+1}} - 1)$ к приближенному значению ΔV , взятому из первого уравнения системы (1), получим уравнение для определения P :

$$P = \frac{m}{\cos \alpha} \left[\frac{V}{\Delta t} \left(\sqrt{\frac{\rho}{\rho_{i+1}}} - 1 \right) + \frac{\rho V^2}{2P_x} + \frac{\mu}{r^2} \sin \theta + \right.$$

$$+\omega^2 r \cos \varphi (\sin \varphi \sin \varepsilon \cos \theta - \cos \varphi \sin \theta)],$$

где $\rho_{i+1} = \rho_0 e^{-\beta(h+V \sin \theta \Delta t)}$ - прогнозируемая плотность атмосферы на следующем шаге интегрирования $\Delta t = t_{i+1} - t$.

В итоге, при вертикальном старте, задача поиска управляющих параметров сводится к итерационной задаче определения значений времени вертикального полета t_B , постоянных C , $\Delta\alpha$ и угла θ^* , высот промежуточной орбиты h'_α и h'_π , при которых обеспечивается относительный минимум затрат массы топлива и выполнение краевых условий и ограничений. Вычислительный процесс решения задачи строится таким образом, что конечные условия предыдущего участка являются начальными следующего. После определения первого приближения варьируемых параметров, при которых обеспечивается выведение КА на заданную орбиту, предусматриваются последовательные вариации каждого из этих параметров с целью обеспечения локальных максимумов конечной массы КА. Итерационный процесс заканчивается, если вариация любого из параметров не приводит к улучшению критерия оптимальности. Найденные траектории определим как приближенно оптимальные.

При горизонтальном старте космического аппарата на первом этапе полета обеспечивается выведение КА на максимальный траекторный угол при заданном числе Маха M_1 . Это осуществляется при использовании следующего закона управления углом α :

$$\alpha = \arcsin \left\{ \frac{mV}{P} \left[\frac{\mu}{r^2 V} \cos \theta - \frac{V}{r} \cos \theta - \frac{\rho V C_y S}{2m} \cos \gamma - 2\omega \cos \varphi \cos \varepsilon - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\omega^2 r}{V} \cos \varphi (\sin \varphi \sin \varepsilon \sin \theta + \cos \varphi \cos \theta) \right] \right\} \\ + A(M - M_0)(M_1 - M).$$

Первое слагаемое этого соотношения соответствует управлению углом α при полете КА с постоянным углом θ . Второе слагаемое представляет собой полином второго порядка относительно M и обращается в нуль в начальный момент времени и при достижении θ_{\max} . Соответствующим выбором параметра A обеспечивается нужная крутизна траектории КА на первом этапе и заданное значение θ_{\max} при $M = M_1$.

Структура управления КА на втором и третьем этапах полета такая же, что и при вертикальном старте. Приблизительно – оптимальные траектории выведения КА при горизонтальном старте получаются в результате итерационного процесса определения параметров A , C , $\tilde{\alpha}$, θ^* , h'_α и h'_π , обеспечивающих минимум затрат массы топлива КА при выполнении заданных ограничений и краевых условий.

Анализ результатов

Предлагаемый метод апробирован при расчетах нескольких конкретных траекторий выведения.

Для расчетов траекторий выведения при вертикальном старте КА использовался следующий вариант номинальных исходных данных: $\theta_0 = 90^\circ$, $\varepsilon_0 = 17,95^\circ$, $\varphi_0 = 48,26^\circ$, $\lambda_0 = 46,21^\circ$, $m_0 = 1500$ т, $n_{\text{хдоп}} = 3,5$,

$q_{\text{доп}} = 4000 \text{ кг/м}^2$, $h_{\alpha\text{зад}} = h_{\pi\text{зад}} = 220 \text{ км}$, $P_{\text{В}} = 2700 \text{ т}$, $P_{\text{уд}} = 460 \text{ с}$,
 $S = 40 \text{ м}^2$, $S_c = 0,35 \text{ м}^2$. Использовались аэродинамические характеристики, приведенные в работе [6]: коэффициенты C_{x0} и C_y^α при значениях числа Маха $M = 1$ достигают своих максимальных значений, соответственно равных 0,08 и 0,065. При увеличении числа M аэродинамические коэффициенты стремятся к практически постоянным величинам, равным 0,065 и 0,035, соответственно.

При горизонтальном старте КА в качестве номинальных рассматривались следующие значения: $\theta_0 = 0^\circ$, $m_0 = 1400 \text{ т}$, $q_{\text{доп}} = 3000 \text{ кг/м}^2$, $S = 30 \text{ м}^2$. Остальные значения исходных данных совпадают с приведенными для вертикального старта.

На рис. 1, 2 приведены зависимости скорости V , высоты полета h , тяги P , управляющего угла α , перегрузки n и скоростного напора q от времени движения на активном участке выведения КА на промежуточную орбиту ИСЗ.

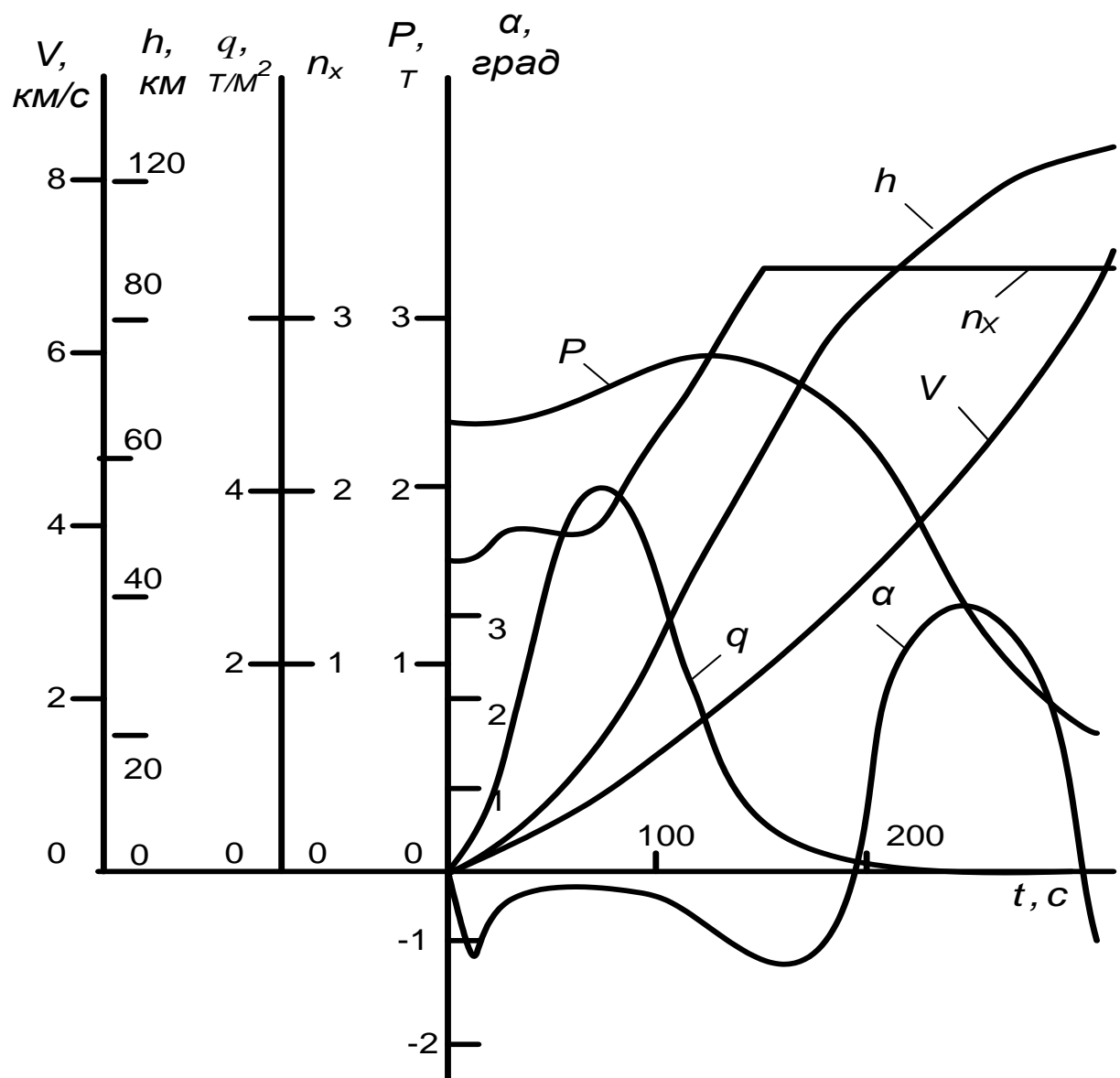


Рис 1. Зависимости скорости V , высоты h , скоростного напора q , перегрузки n_x , управляющих параметров P , α от времени t при вертикальном старте КА

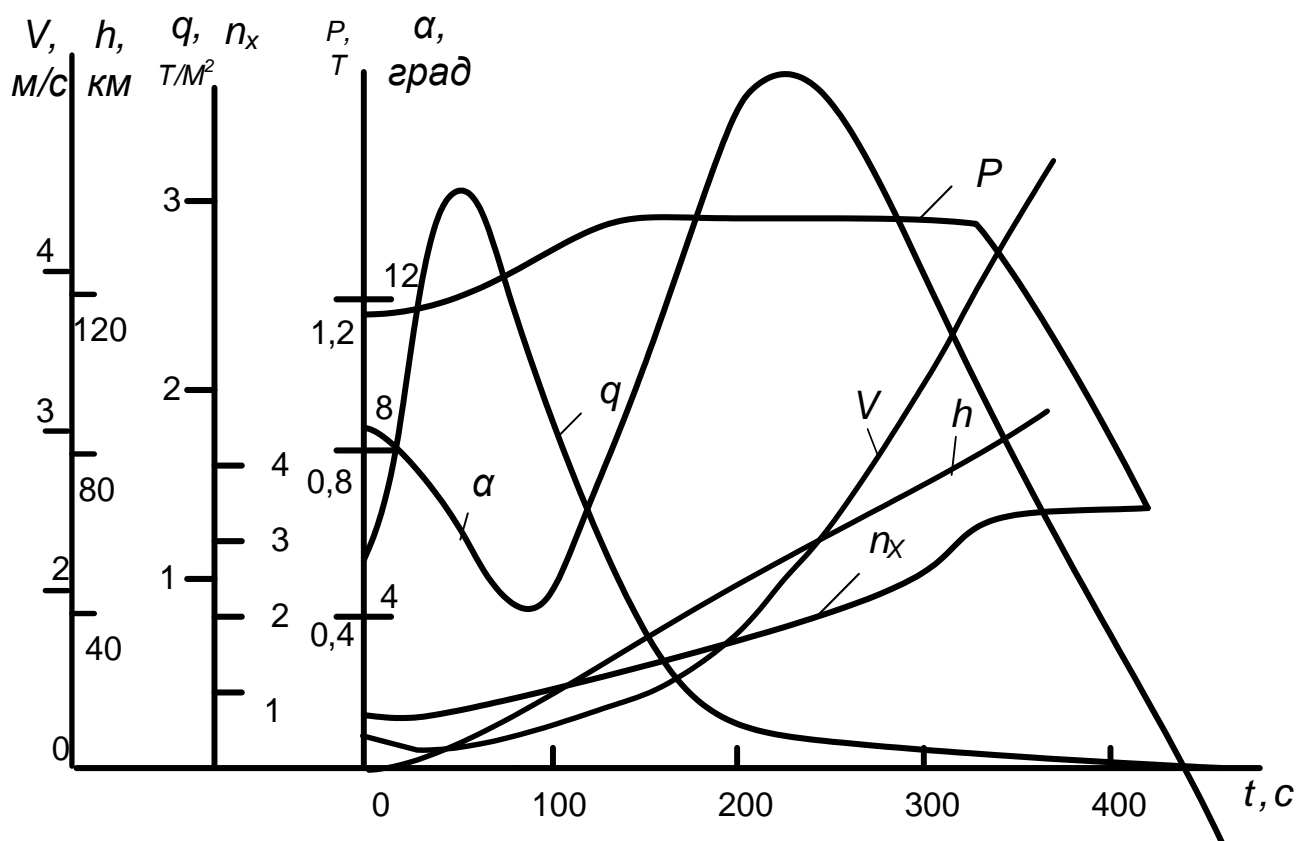


Рис 2. Зависимости скорости V , высоты h , скоростного напора q , перегрузки n_x , управляющих параметров P , α от времени t при горизонтальном старте КА

В результате расчетов получены следующие значения характерных параметров: для вертикального старта $t_B = 4.28$ с, $C = -314,6$ кг град/м², $\tilde{\alpha} = 24,8^\circ$, $\theta^* = 16,7^\circ$; для горизонтального старта $A = 2.18^\circ$, $C = 4965$ кг град/м², $\tilde{\alpha} = 10,7^\circ$, $\theta^* = 15,4^\circ$.

С использованием предложенной структуры управления определены значения параметров переходной орбиты h'_α и h'_π (или соответствующие значения V_1 , θ_1 , h_1), обеспечивающие минимум затрат топлива для формирования конечной орбиты (или максимум конечной массы m_K) (таблицы 1 и 2).

Таблица 1.

Вертикальный старт КА

h'_α , км	h'_π , км	V_1 , км/с	θ_1 , град	h_1 , км	m_K , Т
114.1	-873.5	7.5	1.43	107	204.96
149.4	-852.9	7.5	1.51	122	204.44
84.3	-912.8	7.5	0.11	81	205.93
81.5	-908.2	7.5	0.09	79	206.87
109.7	-1874.3	7.0	1.21	103	205.83
112.4	-474.2	7.65	1.05	104	205.03
80.9	-1914.6	7.0	0.08	94	207.18
208.7	-865.4	7.5	2.66	151	203.76

Таблица 2.

Горизонтальный старт КА

h'_α , км	h'_π , км	V_1 , км/с	θ_1 , град	h_1 , км	m_K , Т
139.3	-912.5	7.5	1.81	107.2	190.89
191.4	-898.4	7.5	2.74	125.1	189.91
98.6	-971.3	7.5	1.23	84.7	191.31
84.8	-992.8	7.5	1.05	76.7	192.16
119.3	-1915.4	7.0	2.14	103.3	191.42
156.2	-513.9	7.65	1.86	104.1	190.77
76.7	-2017.7	7.0	0.54	75.0	192.64

203.5	-855.4	7.5	2.91	127.4	189.88
-------	--------	-----	------	-------	--------

Показано, что для выбранного варианта номинальных исходных данных при вертикальном старте КА целесообразно осуществлять выведение на промежуточную орбиту ИСЗ с параметрами $h'_\alpha = 80.9$ км и $h'_\pi = -1914.6$ км. При этом конечная масса $m_k = 207.18$ т, что на $\delta m_k = 3.42$ т больше, чем при формировании переходной орбиты с $h'_\alpha = h_{\alpha \text{ зад}}$. При горизонтальном старте значения h'_α, h'_π и m_k , составляют, соответственно, 76.7 км, -2017.7 км, 192.64 т. Здесь выигрыш в конечной массе $\delta m_k = 2.76$ т по сравнению со схемой выведения на орбиту с высотой $h'_\alpha = h_{\alpha \text{ зад}}$.

В таблицах 3 и 4 представлены результаты, позволяющие оценить влияние исходных данных на конечную массу m_k при использовании предложенной методики.

Таблица 3.

Вертикальный старт КА

$m_0, \text{Т}$	$P, \text{Т}$	$P_{\text{уд}}, \text{С}$	$n_{\text{хдоп}}$	$q_{\text{доп}}, \text{КГ/М}^2$	$m_k, \text{Т}$
1500	2700	460.0	3.5	4000	204.96
1300	2700	460.0	3.5	4000	180.41
1700	2700	460.0	3.5	4000	223.97
1500	2650	450.0	3.5	4000	200.76
1500	2750	470.0	3.5	4000	206.84
1500	2700	460.0	3.0	4000	202.51

1500	2700	460.0	4.0	4000	204.12
1500	2700	460.0	3.5	3000	201.96

Таблица 4.

Горизонтальный старт КА

$m_0, \text{Т}$	$P, \text{Т}$	$P_{\text{уд}}, \text{С}$	$n_{\text{хдоп}}$	$q_{\text{доп}}, \text{кг/м}^2$	$m_{\text{к}}, \text{Т}$
1450	1400	460.6	3.5	3000	190.89
1300	1400	460.6	3.5	3000	175.81
1700	1400	460.6	3.5	3000	208.64
1450	1360	450	3.5	3000	183.55
1450	1430	470	3.5	3000	194.76
1450	1400	460.6	3.0	3000	188.24
1450	1400	460.6	4.0	3000	188.65
1450	1400	460.6	3.5	2000	188.14

Из анализа приведенных в таблицах результатов следует, что масса $m_{\text{к}}$ увеличивается при возрастании стартовой массы m_0 , тяги P , удельной тяги двигательной установки $P_{\text{уд}}$, допустимых значений перегрузки $n_{\text{хдоп}}$ и скоростного напора $q_{\text{доп}}$.

Заключение

Разработанный метод расчета приближенно – оптимальных траекторий позволяет устранить известные сложности, связанные с проведением многопараметрического вычислительного процесса решения краевых задач

классическими методами и, тем самым, значительно сократить затраты расчетного времени.

Анализ полученных результатов показал высокую эффективность применения предлагаемого метода, а так же схемы выведения КА с предварительным формированием переходной орбиты ИСЗ с высотой апогея $h'_\alpha < h_{\alpha \text{ зад}}$ и последующим двухимпульсным переводом КА на конечную орбиту. Выигрыш в массе топлива, по сравнению со схемой выведения КА на орбиту с высотой $h_{\alpha \text{ зад}}$ и последующим подъемом высоты перигея до $h_{\pi \text{ зад}}$ для рассмотренных вариантов номинальных исходных данных составил $\sim 3.0 - 3.5$ т при вертикальном старте и $\sim 2.5 - 3$ т при горизонтальном старте. Показана применимость метода в широком диапазоне характеристик КА, двигательной установки, краевых условий и ограничений.

Следует отметить, что движение КА на активном участке, как правило, осуществляется с использованием заранее рассчитанной и заложенной в бортовой компьютер, программы изменения вектора тяги двигательной установки по времени. Вместе с тем, разработанный метод может быть положен в основу создаваемых адаптивных бортовых алгоритмов, позволяющих оперативно вносить коррекции в программу управления в зависимости от значений текущих параметров движения КА.

Библиографический список

1. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука. 1969 – 393 с.
2. Беллман Р. Динамическое программирование. М.: Иностранная литература. 1960 – 400 с.
3. Летов А.М. Динамика полета и управления. М.: Наука. 1969 – 359с.
4. Крылов И.А., Черноусько Ф.Л. Алгоритм метода последовательных приближений для задач оптимального управления. Журнал вычислительной математики и математической физики. Т. 12. Вып. 1. 1972 – С. 14-34
5. Авдусевский В.С., Антонов Б.М., Анфимов Н.А. Основы теории полета космических аппаратов. М.: Машиностроение. 1972 – 345 с.
6. Сихарулидзе Ю.Г. Баллистика летательных аппаратов. М.: Наука. 1982 – 352 с.
7. Андреевский В.В. Динамика спуска космических аппаратов на Землю. М.: Машиностроение. 1970 – 232 с.
8. Эльясберг П.Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. М.: Наука. 1965 – 537 с.