

УДК 536.245.2, 517.958

Методика, алгоритм и программный комплекс решения задач о тепловом состоянии теплозащитных композиционных материалов при аэродинамическом нагреве

Формалев В.Ф.*, Кузнецова Е.Л. Селин И.А.**

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия

**e-mail: formalev38@mail.ru*

***e-mail: lareyna@mail.ru*

Аннотация

Изложена математическая модель, алгоритм программный комплекс численного решения задач о тепловом состоянии теплозащитных композиционных материалов в условиях фазовых превращений при аэрогазодинамическом нагреве. Физико-математическое моделирование изложено на основе нового закона разложения связующих теплозащитных композиционных материалов и нового нелинейного закона фильтрации пиролизных газов при разложении связующих композиционных материалов используемых в качестве теплозащитных для гиперзвуковых летательных аппаратов. Программный комплекс, построенный по модульному принципу, имеет управляющую программу, позволяющую по анализу входных данных формировать из программных модулей ориентированные графы частных математических моделей из обобщенной математической модели

Ключевые слова: композиционные материалы, тепломассоперенос, гиперзвуковые летательные аппараты, теплозащита, аэрогазодинамический нагрев, алгоритм, программный комплекс

Введение

Композиционные материалы (КМ) широко применяются в ракетно-космической технике в качестве теплозащитных материалов (ТЗМ) благодаря своим уникальным свойствам, вытекающим из технологии их изготовления. Матрица из тонковолокнистых *наполнителей* (стекло-, асбо-, угле- и т.д. волокон) пропитывается *связующими*, которые легко разлагаются при умеренных температурах. В результате получают различные пластики: стеклопластики, углепластики, асбопластики и т.п. При использовании таких материалов в качестве теплозащитных при гиперзвуковых скоростях полета (числа Маха $M \geq 5-6$) летательных аппаратов (ЛА) тепловые потоки от высокотемпературных пограничных слоев поглощаются за счет следующих факторов:

при температурах до $\sim 600\text{K}$ теплозащитный материал работает за счет своих теплофизических характеристик, а именно, объемной теплоемкости (произведение плотности на теплоемкость) и отвода тепла вглубь материала за счет теплопроводности;

при достижении температуры $\sim 600\text{K}$ начинается разложение (пиролиз) связующего под действием *эндотермических* химических реакций с образованием газообразных продуктов разложения и пористого остатка, состоящего из волокон наполнителя и коксового остатка от разложения связующего; процесс разложения связующего заканчивается при температурах $\sim 900-1100\text{K}$, в результате чего область разложения, ограниченная координатами начала и окончания разложения, является очень тонкой и разделяет незатронутый разложением материал и пористый остаток, в котором разложение связующего отсутствует;

через пористый остаток под действием градиента давления между областью разложения, где давление из-за низкой скорости фильтрации пиролизных газов считается давлением торможения, и наружной границей, где давление равно давлению окружающей среды, пиролизные газы фильтруются, *поглощая тепловую энергию за счет конвекции*; при этом для реализации процесса фильтрации давление торможения должно превышать

давление окружающей среды на величину гидравлического сопротивления пористого остатка;

пиролизные газы вдуваются в высокотемпературный пограничный слой, оттесняя его от наружной границы и *уменьшая его температуру*, что влечет за собой *уменьшение конвективных тепловых потоков* к наружной границе;

при достижении пористым остатком температуры уноса массы, на наружной границе начинается унос коксового остатка композиционного материала за счет физико-химических превращений (оплавления, испарения, возгонки, гомо- и гетерогенных химических реакций), *поглощающих значительное количество тепловой энергии* с суммарным тепловым эффектом, называемым теплотой уноса массы или эффективной энтальпией композиционного материала.

Как видно из этого перечня, композиционные материалы, используемые в качестве теплозащитных для гиперзвуковых ЛА, поглощают значительное количество тепловой энергии при аэродинамическом нагреве за счет различных физико-химических превращений, происходящих в композиционных материалах.

Отсюда видно, что математическое моделирование процессов тепло- и массопереноса в композиционных материалах представляет собой сложную комплексную проблему, которая в полной мере не решена до сих пор и которой уделяется значительное внимание не только теплофизиками, аэродинамиками, материалововедами, но и математиками.

При математическом и компьютерном моделировании тепломассопереноса в композиционных материалах необходимо в комплексе моделировать следующие процессы: разложение связующих с образованием пиролизных газов и пористого остатка; фильтрацию пиролизных газов через пористый остаток и учет этой фильтрации в теплопереносе; тепломассоперенос в области разложения связующего; унос массы и его влияние на нестационарное температурное поле; вдув пиролизных газов в

газодинамический пограничный слой и уменьшение тепловых потоков к наружной границе. При этом необходимо учитывать различные явления, приводящие к существенной нелинейности и нестационарности математических моделей при высоких температурах. К этим явлениям можно отнести учет излучения, зависимость теплофизических характеристик (ТФХ) материалов от температуры, разрывы ТФХ, анизотропию и многомерность распространения тепла и др.

**Физико-математическая модель теплопереноса в
теплозащитных композиционных материалах при
высокотемпературном нагружении**

При формировании математической модели теплопереноса в КМ предварительно должны быть сформулированы законы разложения связующих КМ и нелинейной фильтрации пиролизных газов через пористый остаток и сделаны допущения, ограничивающие применимость математической модели.

В соответствии с физическими основами функционирования теплозащитных композиционных материалов, вводятся следующие допущения:

расчетная область является двумерной по пространственным переменным с наружной границей w , описываемой неявной функцией $F^*(x, y, t) = 0$, которая может быть нестационарно подвижной под действием уноса массы, когда температура наружной поверхности превысит температуру уноса массы;

разложение связующего с образованием газовой компоненты и пористого остатка происходит в тонкой зоне Ω_n – зоне пиролиза, ограниченной нестационарно подвижными поверхностями начала $f_n^{**}(x, y, t)$ и окончания $f_k^{**}(x, y, t)$ разложения;

граница $f_n^{**}(x, y, t)$ разграничивает область Ω_n с первоначальной плотностью КМ, незатронутой разложением связующего, и зону пиролиза, а граница $f_k^{**}(x, y, t)$ разграничивает зону пиролиза Ω_n и область Ω_{kc} пористого коксового остатка, в котором пиролиз отсутствует;

изменение плотности связующего КМ определяется новым законом [1], позволяющим обойти трудно реализуемую химическую кинетику;

в пористой области Ω_{kc} , ограниченной поверхностями $f_k^{**}(x, y, t)$ и $F^*(x, y, t)$ осуществляется конвективно-кондуктивный теплоперенос с учетом неизотермической многомерной фильтрации пиролизных газов, причем между пористым каркасом и пиролизными газами устанавливается термодинамическое равновесие в каждой точке пористой области;

фильтрация пиролизных газов является квазистационарной (стационарной в каждый момент времени) и описывается на основе нового закона нелинейной неизотермической фильтрации;

давление пиролизных газов в зоне разложения связующего считается давлением торможения, поскольку скорость фильтрации там практически равна нулю;

фильтрация и вдув в газодинамический пограничный слой пиролизных газов происходит тогда, когда давление торможения пиролизных газов в зоне разложения связующего превысит газодинамическое давление на величину гидравлических потерь в пористой области;

вдув пиролизных газов в газодинамический пограничный слой учитывается уменьшением газодинамических тепловых потоков в зависимости от параметра вдува, являющегося произведением плотности вдуваемых газов и скорости фильтрации на наружной границе $F^*(x, y, t)$;

значения теплофизических характеристик в пористом остатке и в зоне

пиролиза принимаются эффективными, то есть
$$\begin{pmatrix} \lambda \\ c \\ \rho \end{pmatrix}_{eff} = (1 - \Pi) \begin{pmatrix} \lambda \\ c \\ \rho \end{pmatrix}_{kc} + \Pi \begin{pmatrix} \lambda \\ c \\ \rho \end{pmatrix}_g$$
, где

индексы k_c и g относятся к коксовому остатку с пористостью Π и фильтрационным газам.

С учетом принятых допущений математическая модель нестационарного тепломассопереноса в двумерной области КМ при высоких температурах включает в себя следующие соотношения.

Баланс конвективно-кондуктивных и лучистых тепловых потоков и тепловых потоков, поглощаемых за счет уноса массы, на границе w , соприкасающейся с высокотемпературным газодинамическим пограничным слоем

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\alpha}{c_p} \right)_w (I_e - I_w) - \Lambda \text{grad} T|_w - \varepsilon_w \cdot \sigma \cdot T_w^4 - (\Pi \cdot c_p \cdot \rho \cdot V)_g \cdot T_w = \\ & = \dot{m} \cdot Q^* (I_e) \cdot \eta (T_w - T^*), (x, y) \in w, t > 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\left(\frac{\alpha}{c_p} \right)_w$ – коэффициент теплоотдачи от пограничного слоя, отнесенный к теплоемкости газодинамического потока при температуре стенки с учетом вдува

$$\left(\frac{\alpha}{c_p} \right)_w = \left(\frac{\alpha}{c_p} \right)_{w0} - \beta \cdot (\rho_g V_g)_w \quad (2)$$

с параметром вдува β , определяемым по формуле Мугалева [2]

$$\beta = 0,56 \left(\frac{M_e}{\bar{M}} \right)^{0,29} \cdot \left(\frac{I_w}{I_e} \right), \quad (3)$$

где \bar{M} – средневзвешенная молярная масса смеси пиролизных газов; M_e – молярная масса воздуха; I_e – эффективная энтальпия пограничного слоя

$$I_e = c_{pn} \cdot T_n + \frac{V_n^2}{2}, \quad (4)$$

c_{pn} , T_n , V_n – соответственно теплоемкость, температура, скорость набегающего газодинамического потока; I_w – энтальпия газа при

температуре стенки, $I_w = \int_0^{T_w} c_p(T) dT$; ε_w , σ , Q^* , T^* – соответственно степень

черноты поверхности, постоянная Стефана–Больцмана ($\sigma = 0,56703 \cdot 10^{-10} \text{ кВ м} / \text{м}^2 \cdot \text{К}^4$), эффективная энтальпия КМ, температура уноса массы КМ; Λ – тензор теплопроводности КМ; \dot{m} – массовая скорость уноса массы, $\dot{m} = \rho \cdot \dot{n}^*$, где \dot{n}^* – линейная скорость уноса массы в направлении нормали к поверхности $F^*(x, y, t)$; $\eta(z)$ – единичная функция,

$$\eta(z) = \begin{cases} 1, & z > 0 \\ 0, & z < 0. \end{cases}$$

Уравнение теплопереноса в конструкционном материале

$$c_0(T) \rho_0 \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(\Lambda_0 \text{grad} T), \quad (x, y) \in \Omega_0, \quad t > 0, \quad (5)$$

где Λ_0 – тензор теплопроводности конструкционного материала.

Непрерывность тепловых потоков и температур на границе $f_{w1}(x, y)$ между КМ и конструкционным материалом

$$\begin{aligned} \Lambda \text{grad} T|_{f_{w1+0}} - \Lambda_0 \text{grad} T|_{f_{w1-0}} &= 0, \\ T|_{f_{w1+0}} &= T|_{f_{w1-0}}, \quad (x, y) \in w1, \quad t > 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Баланс конвективно-кондуктивных и лучистых тепловых потоков на внутренней свободной границе $w2$

$$\alpha_{w2}(T_{e2} - T_{w2}) + \Lambda_0 \text{grad} T|_{w2} - \varepsilon_{w2} \sigma T_{w2}^4 = 0, \quad (x, y) \in w2, \quad t > 0. \quad (7)$$

Уравнение теплопроводности с учетом фильтрации в пористом остатке

$$\begin{aligned} c_{\text{eff}}(T) \cdot \rho_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial t} &= \text{div}(\Lambda_{\text{eff}} \text{grad} T) - \Pi(c_p \rho \cdot V)_g \text{grad} T, \\ (x, y) \in \Omega_{\text{кс}}, \quad t &> t_k^{**}, \end{aligned} \quad (8)$$

где t_k^{**} – время возникновения границы $f_k^{**}(x, y, t)$.

Температура на границе окончания разложения связующего

$$T = T_k^{**}, \quad (x, y) \in f_k^{**}(x, y, t); \quad t > t_k^{**}. \quad (9)$$

Уравнение энергии в зоне разложения связующего с учетом физико-химических превращений с тепловым эффектом Q^{**} и фильтрацией

$$c_{\text{eff}}(T) \cdot \rho_{\text{eff}}(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(\Lambda_{\text{eff}} \text{grad} T) - \dot{\rho}(x, y, t) \cdot Q^{**} -$$

$$-\Pi^{**}(x, y)(c_p \rho V)_g \text{grad} T, (x, y) \in \Omega_n, t > t_n^{**}, \quad (10)$$

где $\Pi^{**}(x, y)$ – пористость в зоне пиролиза.

Температура на границе $f_n^{**}(x, y, t)$ начала разложения связующего

$$T = T_n^{**}, (x, y) \in f_n^{**}(x, y, t), t > t_n^{**}. \quad (11)$$

Закон изменения плотности КМ в зоне разложения связующего [3].

$$\rho(|r|, t) = \rho_i \frac{t_k}{\frac{|r|}{|\dot{r}_{cp}|} - t} \exp \left\{ \left(\frac{|r|}{|\dot{r}_{cp}|} \cdot \ln(|\bar{r}_i^{**}|) \right) \left[\frac{|\dot{r}_i^{**}|}{|\dot{r}_e^{**}|} \frac{\ln \left(\frac{\rho_k}{\rho_i} |\bar{r}_i^{**}| \right)}{\ln(|\bar{r}_i^{**}|)} \right]^{\bar{T}} \right\}, \quad (12)$$

где

$$|\dot{r}_i^{**}(t)| < |\dot{r}| < |\dot{r}_e^{**}(t)|; \quad t = \frac{|r - r_i^{**}|}{|\dot{r}_{cp}|}; \quad 0 \leq t \leq t_k = \frac{|\mathbf{r}_e^{**} - \mathbf{r}_i^{**}|}{|\dot{r}_{cp}|}; \quad |\bar{r}_i^{**}| = \frac{|r_i^{**}|}{|\mathbf{r}_e^{**} - \mathbf{r}_i^{**}|};$$

$$\bar{T} = \frac{T_k^{**}(T - T_n^{**})}{T(T_k^{**} - T_n^{**})}, \quad 0 \leq \bar{T} \leq 1; \quad |\dot{r}_{cp}| = \frac{|\dot{r}_e^{**}| + |\dot{r}_i^{**}|}{2};$$

$|r_i^{**}|$ – длина радиуса – вектора точки M на подвижной границе $f_n^{**}(x, y, t)$;
 $|\mathbf{r}_k^{**} - \mathbf{r}_n^{**}|$ – расстояние по нормали к границе $f_n^{**}(x, y, t)$ в точки M между границами $f_n^{**}(x, y, t)$ и $f_k^{**}(x, y, t)$; $|r|$ – длина радиуса – вектора точки на этой нормали; $\rho_n, \rho_k, T_n^{**}, T_k^{**}$ – плотности и температуры начала и окончания разложения связующего.

Условия Стефана на нестационарно подвижной границе $f_n^{**}(x, y, t)$ начала разложения связующего

$$\Lambda(T_n^{**}) \text{grad} T|_{f_n^{**}+0} - \Lambda(T_n^{**}) \text{grad} T|_{f_n^{**}-0} = \dot{m}_n^{**} Q^{**}; \quad (13)$$

$$T|_{f_n^{**}+0} = T|_{f_n^{**}-0} = T_n^{**}, (x, y) \in f_n^{**}(x, y, t), t > t_n^{**}, \quad (14)$$

где t_n^{**} – время возникновения границы начала разложения связующего;

$\dot{m}_n = \frac{dm_n}{dt}$ – массовая скорость фазовых превращений на границе начала разложения связующего под действием разности подходящего и отходящего

тепловых потоков на этой границе, $\dot{m}_n^{**} = \rho_n \frac{dn_n^{**}}{dt}$, где n_n^{**} – направление нормали к границе $f_n^{**}(x, y, t)$.

Условие Стефана на нестационарно подвижной границе $f_k^{**}(x, y, t)$ окончания разложения связующего

$$\Lambda_{eff}(T_k^{**}) grad T|_{f_k^{**+0}} - \Lambda_{eff}(T_k^{**}) grad T|_{f_k^{**-0}} = \dot{m}_k^{**} Q^{**},$$

$$\dot{m}_k^{**} = \rho_k \frac{dn_k^{**}}{dt}, (x, y) \in f_k^{**}(x, y, t), t > t_k^{**}; \quad (15)$$

$$T|_{f_k^{**+0}} = T|_{f_k^{**-0}} = T_k^{**}, (x, y) \in f_k^{**}(x, y, t), t > t_k^{**}. \quad (16)$$

Уравнение неразрывности при фильтрации пиролизных газов

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + div(\rho_g V_g) = 0, (x, y) \in \Omega_{kc}, t > t_k^{**}, \quad (17)$$

где ρ_g , V_g – плотность и скорость неизотермической фильтрации в пористом коксовом остатке; t_k^{**} – время возникновения границы окончания разложения связующего.

Уравнение состояния пиролизных газов

$$\rho_g = \frac{p_g \cdot \bar{M}_g}{R_g \cdot T}, (x, y) \in \Omega_{kc}, t > t_k^{**}, \quad (18)$$

где R_g – газовая постоянная, p_g – давление пиролизных газов.

Закон нелинейной фильтрации [3].

$$\mathbf{V} = \frac{-K}{\mu_g(T)(1 + \Pi \cdot Re_L)} grad p, \quad (19)$$

где K – тензор проницаемости пористого коксового остатка; Re_L – фильтрационное число Рейнольдса, $Re_L = \frac{\rho_g \cdot |\mathbf{V}_m| \cdot \sqrt{\|K\|}}{\Pi^{1/2} \cdot \mu_g}$, $|\mathbf{V}_m|$ – усредненное значение скорости фильтрации, $\|K\| = \max(k_\xi, k_\eta)$, k_ξ , k_η – компоненты главного тензора проницаемости, $\mu_g(T)$ – динамическая вязкость пиролизных газов, $|V| = \sqrt{u^2 + v^2}$ – абсолютное значение скорости фильтрации с компонентами u и v .

Давление на наружной свободной границе w , давление $(p_0^{**})_g$ и плотность $(\rho_0^{**})_g$ торможения пиролизных газов в зоне разложения связующего определяются выражениями

$$p(x, y)|_{F^*(x, y, t)} = p_w, \quad (x, y) \in F^*(x, y, t); \quad (20)$$

$$(\rho_0^{**})_g = \frac{(\rho_0^{**})_g \cdot R_g \cdot T_k^{**}}{\bar{M}_g}, \quad (21)$$

$$[\rho_0^{**}(t)]_g = \int_{r_n^{**}}^{r_k^{**}} \Gamma \frac{\partial}{\partial r} [\rho_n - \rho(r, t)] dr, \quad (22)$$

где p_w – давление в газодинамическом пограничном слое; Γ – коэффициент газации, $0 \leq \Gamma \leq 1$; индекс «0» относится к параметрам торможения, вынесенным на границу $f_k^{**}(x, y, t)$, поскольку в зоне пиролиза скорость фильтрации практически равна нулю; r – длина радиуса-вектора точки на нормали к границе $f_n^{**}(x, y, t)$.

Начальные условия для температуры и подвижных границ

$$T(x, y, 0) = T(x, y), \quad (x, y) \in \Omega; \quad (23)$$

$$f_n^{**}(x, y, 0) = \varphi(x, y), \quad (x, y) \in f_n^{**}(x, y, 0); \quad (24)$$

$$f_k^{**}(x, y, 0) = \psi(x, y), \quad (x, y) \in f_k^{**}(x, y, 0), \quad (25)$$

где Ω – первоначальная область между границами w_2 и w , не подверженная фазовым превращениям.

Условия необратимости термодинамических процессов

$$T_n^{**} < T_k^{**} < T^*, \quad f_n^{**}(x, y, t) < f_k^{**}(x, y, t) < F^*(x, y, t). \quad (26)$$

Математическая модель (1)–(26) является комплексной, состоящей из следующих частных математических моделей:

соотношения (5)–(7) представляют собой задачу теплопроводности в анизотропной среде с тензором теплопроводности Λ_0 ;

уравнения (1)–(2), (8), (9), (16), (17) описывают тепломассоперенос с пористом коксовом остатке Ω_{kc} , ограниченным двумя нестационарно

подвижными границами $f_k^{**}(x, y, t)$ и $F^*(x, y, t)$ с учетом уноса массы, фильтрации пиролизных газов, их вдува в пограничный слой, излучения и тензорного характера нелинейного тепломассопереноса;

уравнения (13), (14), (6) и уравнение (8), в котором пористость $\Pi = 0$ и вместо эффективных теплофизических характеристик положены характеристики незатронутого разложением КМ, описывают теплоперенос в незатронутой разложением части КМ Ω_n ;

уравнения (10), (9), (16) с учетом (12) описывают тепломассоперенос в зоне пиролиза с учетом физико-химических превращений при разложении связующего КМ;

соотношения (17)–(22) описывают неизотермическую многомерную фильтрацию пиролизных газов в анизотропном пористом остатке по определению полей компонентов u и v скорости фильтрации и давления пиролизных газов.

Математическая модель замыкается уравнением (12) по определению плотности КМ в зоне пиролиза и давления торможения пиролизных газов, а также нелинейным законом фильтрации (19) пиролизных газов в пористой среде.

Описание программного комплекса DTMFP

Программный комплекс DTMFP предназначен для численного решения двумерных нестационарных задач тепломассопереноса в анизотропных композиционных материалах (КМ), используемых в качестве теплозащитных в ракетно-космической технике с учетом разложения (пиролиза) связующих КМ с образованием пористого остатка и пиролизных газов, фильтрующихся через пористый остаток к наружной границе со вдувом в высокотемпературный пограничный слой, а также с учетом трех нестационарно подвижных границ фазовых превращений – двух границ начала и окончания разложения связующих и границы уноса массы, а также

различных видов нелинейностей – зависимости теплофизических характеристик (ТФХ) и параметров теплообмена от температуры, учета излучения, зависимости скорости движения границ фазовых превращений от распределения температур и т.п.

Программный комплекс реализует методологию и алгоритмы, на основе экономичного абсолютно устойчивого метода переменных направлений с экстраполяцией (МПНЭ) [4], модифицированного применительно к тепломассопереносу в КМ при высокотемпературном нагружении. Программный комплекс написан на языке PASCAL. Ниже перечислены основные идентификаторы, модули и развернутая блок-схема программного комплекса.

Входные данные:

АСР – массив коэффициента теплоотдачи $(\alpha/c_p)_w(I_e(t))$ в зависимости от времени на границе w , кг/(м²·с);

EI – массив эффективной энтальпии $I_e(t)$ от времени на границе w , кДж/кг;

EPS, *EPS2* – степень черноты ε_w и ε_{w2} на границах w и $w2$;

ALF2, *TE2* – массивы коэффициента теплоотдачи $\alpha_{w2}(t)$ и температуры $T_{e2}(t)$ окружающей среды на границе $w2$;

FM, *SRM* – молярные массы M_e окружающей среды на границе w и средневзвешенной \bar{M} молярной массы пиролизных газов, г/моль;

BET – коэффициент вдува β ;

PI – пористость Π пористой среды;

C0, *R0*, *AL110*, *AL120*, *AL220* – теплофизические характеристики конструкционного материала: теплоемкость c_0 , кДж/(кг·К); плотность ρ , кг/м³; компоненты тензора теплопроводности λ_{11} , λ_{12} , λ_{22} , кВт/(м·К);

CKC, CG, RKC, RG – теплоемкости c_{kc}, c_g , кДж/(кг·К) и плотности ρ_{kc}, ρ_g , кг/м³ пористого коксового остатка и пиролизных газов;

$DL1, DL2$ – длины l_1, l_2 расчетной области м; TN, TK, TZ – температуры начала T_i^{**} и окончания T_e^{**} разложения связующих, а также массив температур $T^*(I_e(t))$ уноса массы, К;

QZ, QZZ – теплота уноса массы Q^* и разложения связующих Q^{**} композиционных материалов, кДж/кг;

$AL11, AL12, AL22$ – массивы компонентов тензора теплопроводности $\lambda_{11}(T), \lambda_{12}(T), \lambda_{22}(T)$ незатронутого разложением связующего, кВт/(м·К);

$A11C, A12C, A22C$ – массивы компонентов тензора теплопроводности $\lambda_{11c}(T), \lambda_{12c}(T), \lambda_{22c}(T)$ пористого остатка, кВт/(м·К);

G – коэффициент газации Γ ;

FOZ – начальный массив наружной границы $F^*(x, y)$, м;

$TAU, H1, H2$ – сеточные характеристики $\tau, c; h_1, h_2$, м;

$TXUO$ – двумерный массив начальной температуры $T(x, y)$, К;

$AK11, AK12, AK22$ – компоненты тензора проницаемости k_{11}, k_{12}, k_{22} , м².

Выходные параметры:

$TXUK$ – трехмерный массив температуры $T(x, y, t)$, К;

$VXUK$ – трехмерный массив скорости фильтрации $V(x, y, t)$, м/с;

RP – массив плотности в зоне пиролиза ρ , кг/м³;

PP – давление торможения p_0 в зоне пиролиза, н/м²;

PXY – двумерный массив давления в пористом остатке $p(x, y)$, н/м²;

YZN – двумерный массив $y_i^{**}(x, t)$ границы начала разложения связующих, м;

YZK – двумерный массив $y_e^{**}(x, t)$ границы окончания разложения связующих, м;

YZ – двумерный массив $y^*(x, y)$ границы уноса массы, м.

На рисунке 1 приведена развернутая блок-схема программного комплекса *DTMFP*, запрограммированного на языке PASCAL в среде DELPHI. Программный комплекс построен по модульному принципу с управляющей программой *UPR*, анализирующей входные данные *на предмет синтеза группы программных модулей реализующих частные математические модели*, которых можно построить несколько сотен, а именно задач тепломассопереноса:

- в анизотропных, ортотропных и изотропных телах;
- в условиях уноса массы с наружной границы w и без уноса массы;
- с нелинейными компонентами тензора теплопроводности и с постоянными;
- при наличии одной или двух внутренних нестационарно подвижных границ фазовых превращений или без них;
- с учетом существенно нелинейных лучистых тепловых потоков и без учета;
- при наличии анизотропной или изотропной фильтрации в нестационарно подвижной пористой области, ограниченной наружной подвижной границей фазовых превращений и внутренней подвижной границей окончания разложения связующего КМ;
- в условиях теплообмена на внутренней свободной границе и без него;
- с определением или заданием плотности и давления торможения в зоне пиролиза связующего КМ;
- нелинейной зависимостью динамической вязкости пиролизных газов от температуры или с постоянными значениями и т.п.

Функциональные программные модули состоят из четырех крупных блоков модулей, сформированных в соответствии с методом переменных направлений с экстраполяцией (МПНЭ), а именно:

- блока модулей, реализующего скалярные прогонки в направлении оси Ox ;

- блока модулей реализующего скалярные прогонки в направлении оси Oy ;
- блока модулей анизотропной фильтрации пиролизных газов в направлении оси Ox и используемого первым блоком;
- блока модулей анизотропной фильтрации пиролизных газов в направлении оси Oy и используемого вторым блоком.

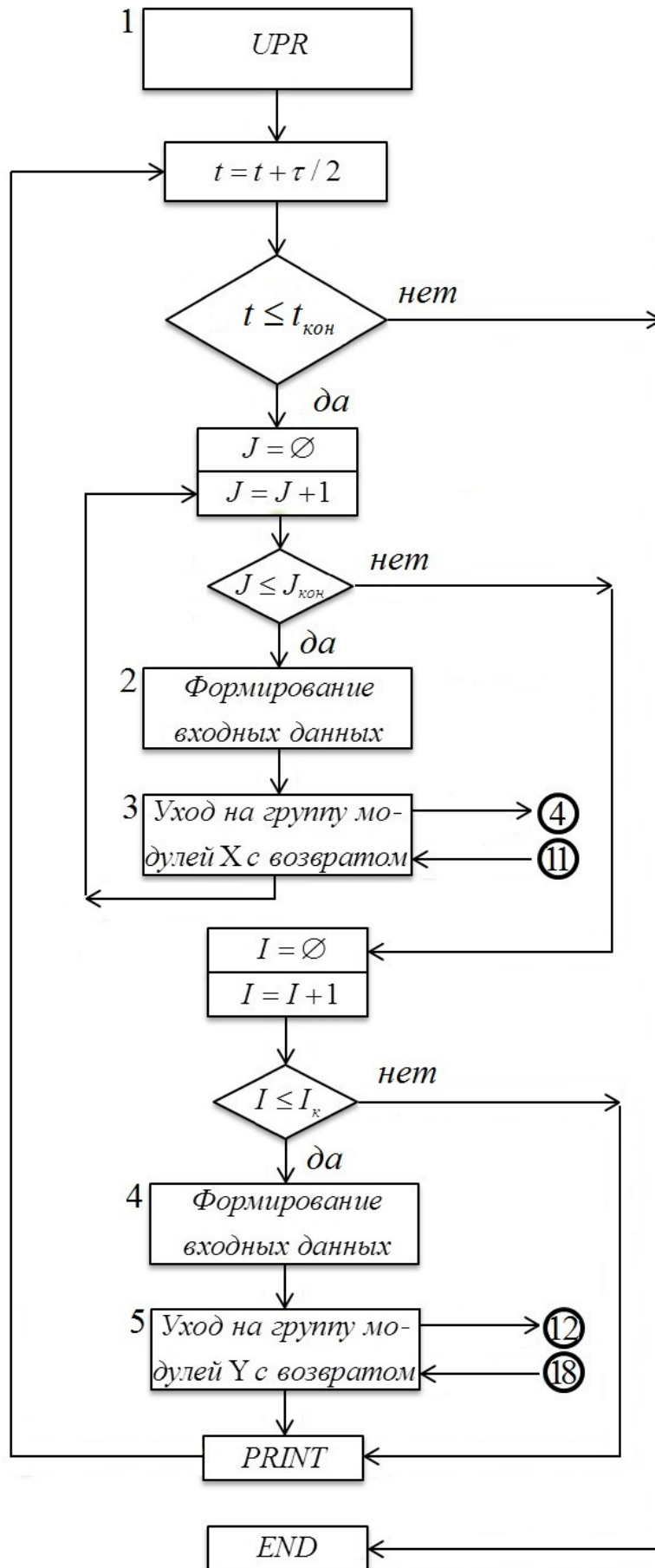


Рис.1.Развернутая блок-схема программного комплекса DTMF.

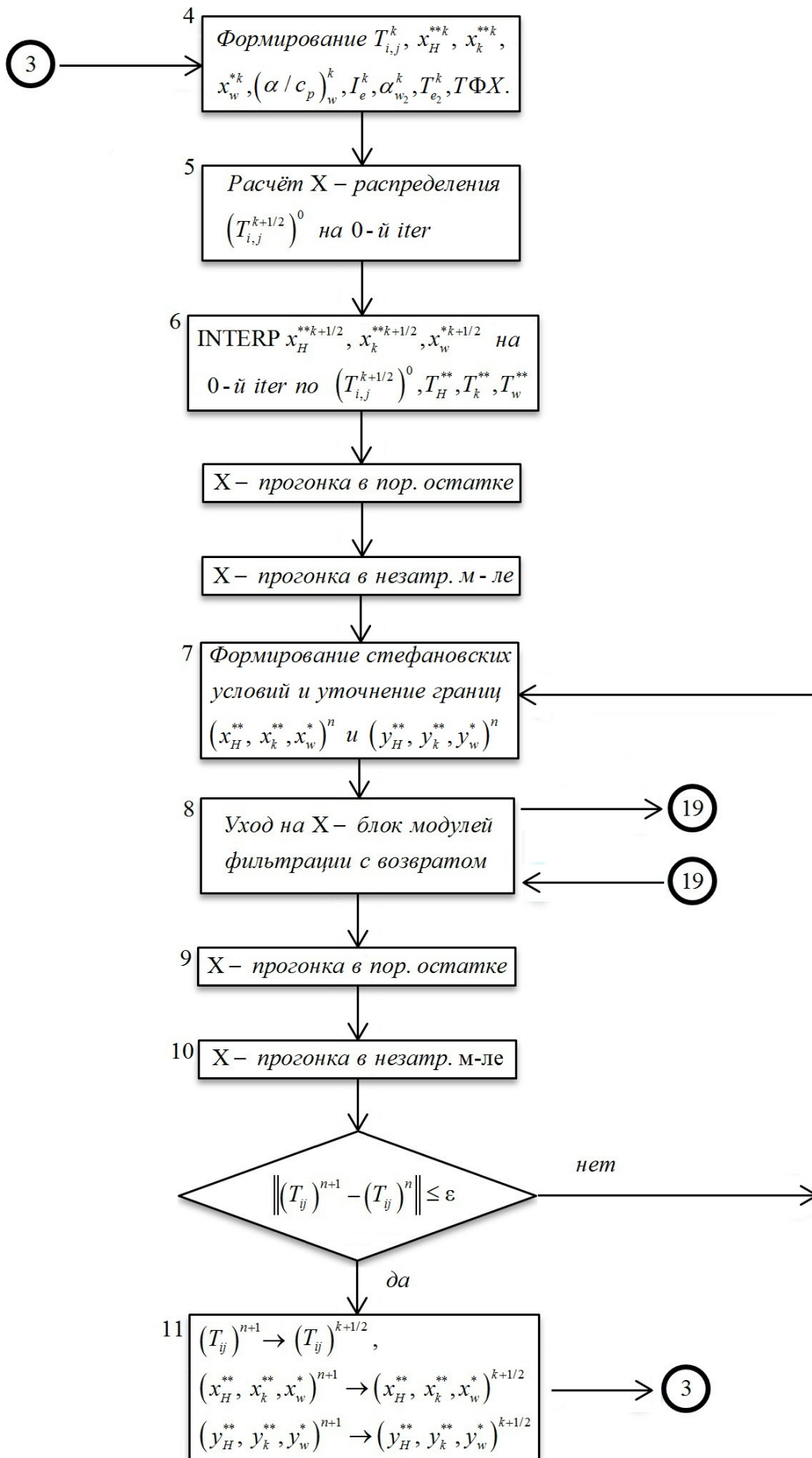


Рис.1.Продолжение

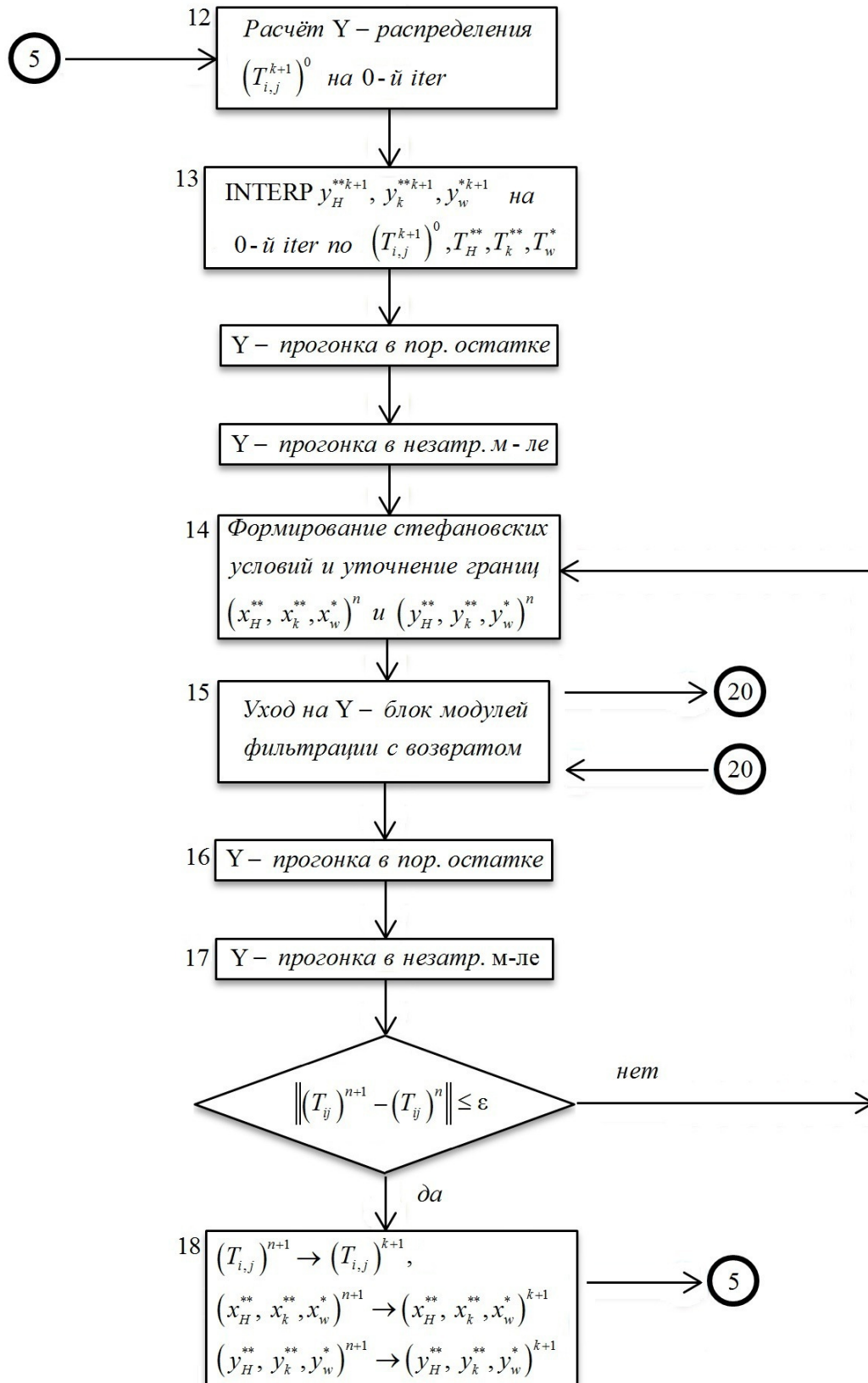


Рис.1.Продолжение

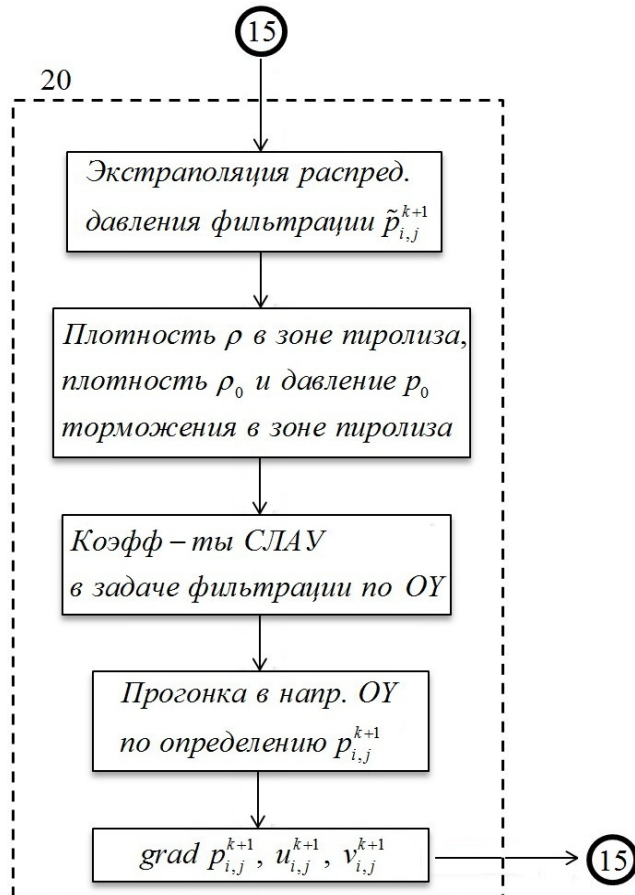
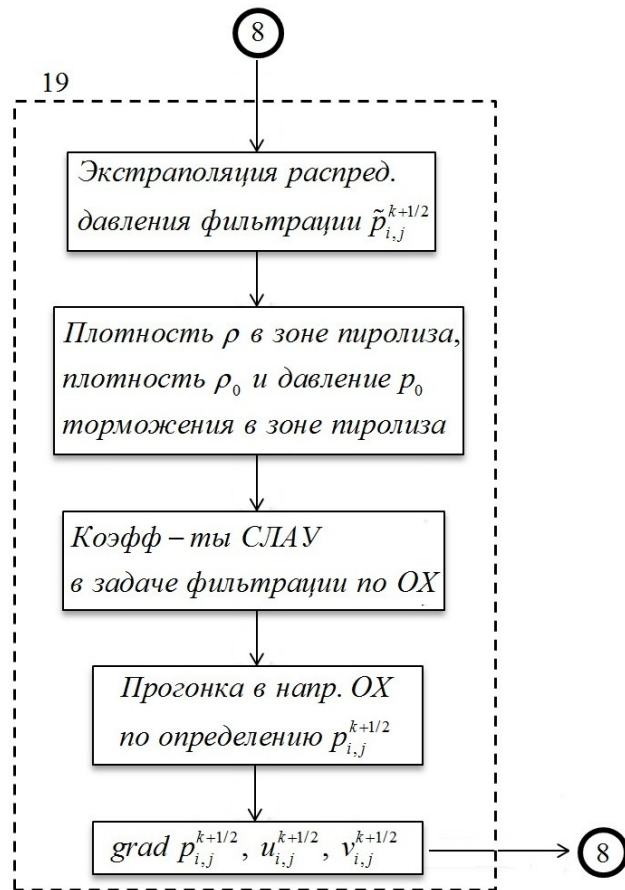


Рис.1.Продолжение

Внутри первого и второго блоков модулей реализуются итерационные процессы по установлению нестационарно подвижных границ фазовых превращений, от которых зависят все характеристики теплопереноса, причем на нулевой итерации эти границы определяются интерполяцией температурного распределения, полученного на верхнем временном слое, по температурам фазовых превращений на этих границах. При этом нелинейные характеристики, зависящие от температуры, определяются по экстраполяционным значениям температурного распределения на двух предыдущих временных полуслучаях.

Выход из итерационных циклов осуществляется по невязке нормы температурного распределения или по невязке координат подвижных границ фазовых превращений.

На рисунке 2 приведены некоторые результаты численного решения задач теплопереноса в анизотропном КМ с двумерной границей фазовых превращений в виде кривых температур $T(x, y)$ (рис. 2а) и нестационарно подвижной границей фазовых превращений $y = y(x, t)$ (рис. 2б).

Для расчетов принимались следующие входные данные: $l_1 = 0,15\text{ м}$; $l_2 = 0,05\text{ м}$; $T_0(x, y) = 300\text{ К} = \text{const}$; $\alpha_{wi} = 1\text{ кВт/м}^2 \cdot \text{К}$; $T_{wi} = 300\text{ К}$, $i = 2, 3, 4$;
 $c^{(1)} = 1\text{ кДж/кг} \cdot \text{К}$; $\rho^{(1)} = 2500\text{ кг/м}^3$; $c^{(2)} = 0,5\text{ Дж/кг} \cdot \text{К}$; $\rho^{(2)} = 2000\text{ кг/м}^3$;
 $T^* = 800\text{ К}$; $Q^* = 1000\text{ Вт/м}^2$; $\lambda_{\xi}^{(1)} = 1\text{ кВт/м} \cdot \text{К}$; $\lambda_{\eta}^{(1)} = 0,5\text{ кВт/м} \cdot \text{К}$; $\varphi = \pi/4$;
 $\lambda_{\xi}^{(2)} = \lambda_{\eta}^{(2)} = 1\text{ кВт/м} \cdot \text{К}$; $t_{\text{кон}} = 10\text{ с}$, где индекс (2) относится к прореагировавшей фазе, а (1) – к исходной фазе.

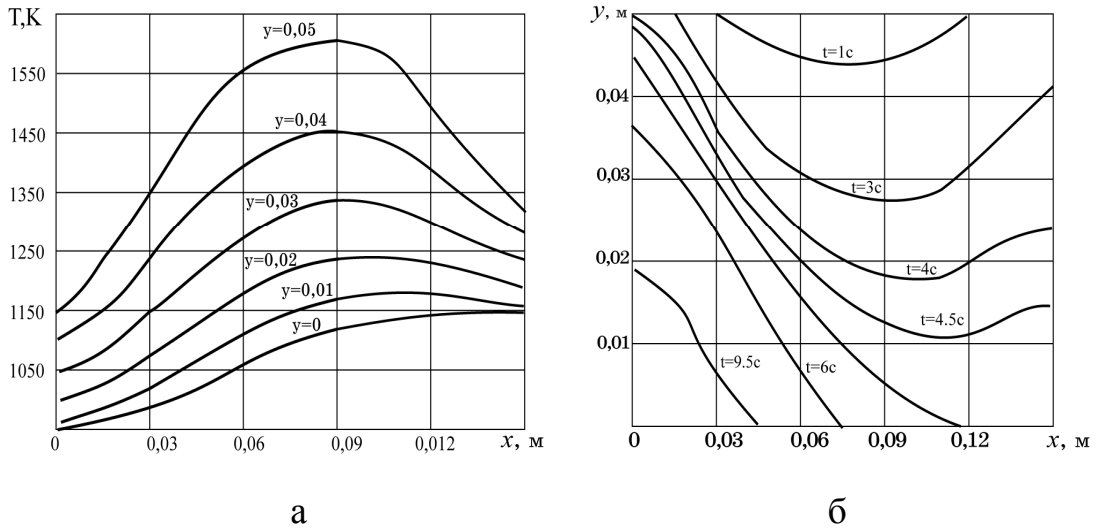


Рис.2. Температурное поле в момент времени $t_{кон} = 10c$ (а) и динамика движения границы фазовых превращений (б) в анизотропном композиционном материале

Распределение коэффициента теплоотдачи и температуры окружающей среды на границе $w1(y = l_2)$ задавались следующей таблицей:

x, m	0	0,03	0,06	0,075	0,09	0,12	0,15
$\alpha_{w1}, \kappa Bm / m^2 \cdot K$	1,0	2,0	4,8	5,0	4,8	2,0	1,0
T_{e1}, K	1000	3400	4800	5000	4800	3500	1000

Как видно из входных данных, материал исходной фазы анизотропен со степенью анизотропии $\lambda_{\xi} / \lambda_{\eta} = 2$, а материал новой фазы – изотропен.

На рис. 2а представлено распределение температур в области $l_1 \times l_2$ в момент времени $t_{\text{эит}}$, соответствующий числу

$$Fo = 0,085 \left(Fo = \frac{\|\lambda\| t_{кон}}{(c\rho)_{cp} l_2} \right); \|\lambda\| = \sqrt{\lambda_{\xi} \cdot \lambda_{\eta}}; (c\rho)_{cp} = (c^{(1)} \rho^{(1)} + c^{(2)} \rho^{(2)}) / 2, \quad \text{а на}$$

рисунке 5.12б – перемещение во времени границы фазовых превращений $y = f^{**}(x, t)$ в той же области.

Из рисунков видно, что при симметричном относительно оси $x = l_1/2$ тепловом нагружении видна существенная несимметрия границы фазовых превращений и температурного поля даже при малой степени анизотропии, равной двум. Интересно отметить, что продольные координатные линии дважды пересекают границу фазовых превращений до определенного момента времени, равного $5,5c$, а после того, как подвижная граница достигнет границы $y = 0$, появляется монотонная подвижная граница, которую продольные координатные линии пересекают один раз. Кроме этого, подвижная граница $y = f^{**}(x, t)$ имеет точки перегиба левее и правее минимальных значений (рис. 2б), что связано с большим прогревом в направлении главной оси $O\xi$ и меньшим – в направлении оси $O\eta$, поскольку $\lambda_\xi > \lambda_\eta$ (ось $O\xi$ направлена под углом 45° по отношению к оси Ox).

Температурное поле, как и ожидалось, имеет максимумы, смещаемые от оси симметрии $x = l_1/2$ тепловой нагрузки в направлении оси $O\xi$ с большим коэффициентом теплопроводности, причем чем глубже от границы $y = l_2$, на которой задана тепловая нагрузка, тем сильнее сдвиг упомянутых максимумов в направлении главной оси с большим коэффициентом теплопроводности.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 08-08-00880-а и 12-01-33095, МД-3297.2013.8, НШ-1387.2014.8 МК-6227.2013.8

Выводы

1. Предложена комплексная математическая модель и алгоритм численного решения задач тепломассопереноса в анизотропных композиционных материалах (КМ), используемых в качестве теплозащитных в ракетно-космической технике.

2. Разработан программный комплекс на языке PASCAL в среде DELPHI, построенный по модульному принципу с управляющей программой, позволяющей по входным данным собирать программную реализацию частных математических моделей в виде ориентированных графов, в вершинах которых находятся отдельные программные модули, а ребра обозначают функциональные связи между модулями.

3. Получены результаты численного моделирования теплового состояния анизотропных КМ, используемых в ракетно-космической технике в условиях высокотемпературного аэрогазодинамического нагрева.

Библиографический список

1. Формалев В.Ф., Кузнецова Е.Л. Тепломассоперенос в анизотропных телах при аэрогазодинамическом нагреве. – М.: МАИ-ПРИНТ. 2011. 300с.
2. Мугалев В.П. Влияние вдувания различных газов на теплообмен вблизи критической точки затупленного тела // Изв. АН СССР. Серия Механика. 1965. № 1.
3. Кузнецова Е.Л. Математическое моделирование тепломассопереноса в композиционных материалах при высокотемпературном нагреве в элементах ракетно-космической техники. – М.: МАИ-ПРИНТ. 2010. 158с.
4. Формалев В.Ф., Ревизников Д.Л. Численные методы. – М.: Физматлит. 2004. 400с.