

Труды МАИ. 2024. № 138
Trudy MAI, 2024, no. 138

Научная статья

УДК 519.6

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=182664>

ИССЛЕДОВАНИЕ СЛАБЫХ УДАРНЫХ ВОЛН В НОСОВОЙ ЧАСТИ ТЕЛ С ПЕРЕДНЕЙ СРЫВНОЙ ЗОНОЙ

Александр Андреевич Сназин^{1✉}, Василий Иванович Шевченко²

^{1,2}Военно-космическая академия имени А.Ф.Можайского,

Санкт-Петербург, Россия

¹vka@mil.ru✉

Аннотация. Проведен численный анализ обтекания цилиндрического тела с иглой сверхзвуковым потоком на основе метода моделирования крупных вихрей (Large Eddy Simulation, LES). В представленных численных и экспериментальных исследованиях получена уточнённая структура возвратного течения в зоне рециркуляции при обтекании тела с передней срывной зоной. Показано, что применение LES-метода привело к повышению согласованности результатов моделирования с экспериментальными данными во всей области течения.

Ключевые слова: сверхзвуковой поток, вихреразрешающие методы, экспериментальные исследования

Для цитирования: Сназин А.А., Шевченко В.И. Исследование слабых ударных волн в носовой части тел с передней срывной зоной // Труды МАИ. 2024. № 138.

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=182664>

Original article

STUDY OF WEAK SHOCK WAVES IN THE NOSE OF BODIES WITH AN ANTERIOR DISRUPTION ZONE

Alexander A. Snazin¹, Vasily I. Sevchenko²

^{1,2}Military space Academy named after A.F. Mozhaisky,

Saint Petersburg, Russia

¹vka@mil.ru✉

Abstract. A comprehensive numerical analysis of the supersonic flow over a cylindrical body with a needle, utilizing the Large Eddy Simulation (LES) method, has been conducted. The study meticulously examines both numerical and experimental data, revealing a refined structure of the return flow within the recirculation zone for a body with a forward disruption zone. The implementation of the LES method has significantly enhanced the agreement between modeling results and experimental data across the entire flow region.

This research focuses on the supersonic flow around a stepped body with an axisymmetric front disruption zone. The flow conditions are characterized by an adiabatic index at Mach number $M_\infty = 4.2$ and temperature $T_\infty = 283$ K. Adherence and isothermal conditions are maintained on the surface of the streamlined body.

For the validation of the numerical LES model, experimental data obtained from a supersonic wind tunnel were utilized. The experiment was conducted with $M_\infty = 4.2$ and temperature $T_\infty = 283$ K, 0-degree angle between the body axis and the normal of the impinging flow, and air as the working gas. The object of study was a stepped body with a front disruption zone characterized by $L/D = 1.4$.

In comparing the numerical and experimental results of the gas dynamic parameters near the body at supersonic speeds, geometric and dynamic similarity criteria were employed, particularly concerning the Mach number M_∞ for unperturbed flow. The results demonstrate a high degree of agreement, indicating reliable consistency between the numerical and experimental data. The comparison of shadow patterns of body flow (both calculated and experimental) further corroborates this correlation.

The investigation led to a detailed understanding of the return flow structure in the recirculation zone for a body with a front disruption zone. The analysis of LES method results for resolving vortex structures within the recirculation zone demonstrated high accuracy in capturing the dynamically changing processes. The application of the LES method yielded modeling results that were highly consistent with experimental data across the entire flow region, with a discrepancy in values of approximately $\Delta p \approx 10.2\%$. This high level of agreement supports the use of the LES method in determining the aerodynamic characteristics of engineered objects within the specified range of Mach numbers M_∞ .

Keywords: supersonic flow, large eddy simulations, experimental studies

For citation: Snazin A.A., Sevchenko V.I. Study of weak shock waves in the nose of bodies with an anterior disruption zone. *Trudy MAI*, 2024, no. 138. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=182664>

Введение

В последнее десятилетие сложилась устойчивая тенденция к использованию компьютерных автоматизированных систем газодинамических расчетов. Наиболее эффективным является использование численных методов исследований в сочетании

с экспериментальными, являющимися средством верификации результатов расчетов. Поэтому при сопоставлении результатов численных исследований с результатами данных, полученных экспериментальным путём, имеет значение правильность определения адекватности используемых в расчётах математических моделей, определяющих точность получаемых результатов. В статье приведены результаты исследования газодинамических параметров сверхзвукового потока вблизи тела с передней срывной зоной.

На сегодняшний день моделирование процессов гидрогазодинамики в основном базируется на решении уравнений Рейнольдса (Reynolds Averaged Navier-Stokes, RANS), однако, определенная часть задач точнее разрешается с помощью вихреразрешающих методов, в том числе на методе моделирования крупных вихрей (Large Eddy Simulation, LES) [1,2, 8 - 10].

Существуют две основных причины применения LES, вместо RANS. Первая – необходимость получения дополнительной информации, которая не может быть получена в постановке RANS. Примером может служить моделирование акустики, где турбулентность генерирует источники шума, которые не могут быть получены при моделировании в постановке RANS. Другим примером является нестационарная тепловая нагрузка в зоне смешения тепловых потоков при различных температурах, что может привести к разрушению материалов или к мультифизическим эффектам (вихревая кавитация, где ее причиной является нестационарная область турбулентного давления). В таких ситуациях потребность в применении вихреразрешающих методов может возникнуть даже в случае, когда модель RANS способна вычислить правильное усреднение по времени поля потока.

Вторая причина применения вихреразрешающих моделей связана с точностью получаемых результатов. Для таких задач как струйное течение, смешение слоев, течение встречных потоков с сильными завихрениями и массовым разделением производительность моделей RANS гораздо хуже в сравнении с вихреразрешающими.

Для свободных сдвиговых течений гораздо проще разрешить большие масштабы турбулентности, поскольку они сопоставимы с толщиной сдвигового слоя. Напротив, в пристеночных слоях масштаб турбулентности становится очень маленьким по отношению к толщине пристеночного слоя. Это создает серьёзные ограничения для моделирования крупных вихрей LES, поскольку значительно возрастают требуемые вычислительные мощности. Поэтому в LES-методе крупные энергосодержащие вихри разрешаются непосредственно, а мелкомасштабные турбулентные пульсации моделируются на основе пространственной фильтрации, что позволяет более детально описать нестационарные эффекты [3,4, 11-15].

Постановка задачи

В работе рассмотрено обтекание ступенчатого тела с передней срывной зоной осесимметричной формы сверхзвуковым потоком с показателем адиабаты ($\kappa = 1,4$) при числе Маха $M_\infty=4,2$ и температуре $T_\infty = 283$ К. На обтекаемой поверхности тела устанавливается условие прилипания и изотермичности. Течение считается осесимметричным относительно оси OX.

Общий вид исследуемого объекта и геометрические характеристики представлены на рисунке 1. Тело состоит из цилиндра, на котором установлена игла, представляющая собой цилиндр с диаметром d . Отношение диаметра основного цилиндра к длине иглы составляет $L/D = 1,4$.

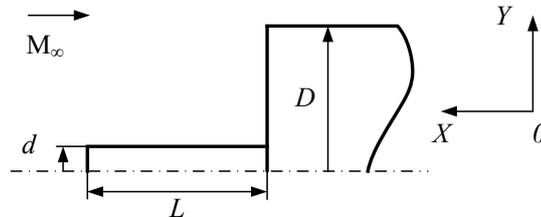


Рисунок 1 – Геометрические характеристики исследуемого тела

Для разрешения вихревых структур в рециркуляционной зоне применялся LES-метод, основанный на использовании пространственной фильтрации уравнений Навье-Стокса и направлен только на разрешение участков турбулентности, превышающих ширину фильтра. Структуры, меньше чем размер фильтра моделируются с помощью простой модели вихревой вязкости [3, 16 - 20].

Операция фильтрации вычисляется следующим образом:

$$\bar{\Phi} = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\vec{x}') G(\vec{x} - \vec{x}') d\vec{x}', \quad (1)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} G(\vec{x} - \vec{x}') d\vec{x}' = 1, \quad (2)$$

где G – пространственный фильтр.

В результате фильтрации уравнения Навье-Стокса приобретают следующий вид:

$$\frac{\partial \rho \bar{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{U}_j \bar{U}_i}{\partial x_j} = \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\tau}_{ij} + \tau_{ij}^{LES}), \quad (3)$$

где дополнительный тензор вязких напряжений определяется следующим выражением:

$$\tau_{ij}^{LES} = \rho \bar{U}_j \bar{U}_i - \overline{\rho U_j U_i} \quad (4)$$

Для решения поставленной задачи была построена структурированная сетка. Топология сетки построена таким образом, чтобы разрешить пристеночные течения и турбулентные структуры в зонах больших перепадов газодинамических параметров. В пристеночных областях безразмерная высота слоя $y^+ < 1$. Общее число ячеек сетки конечных элементов составляет $2,2 \times 10^6$ элементов. Выбор формы расчетной области обусловлен формированием перед телом головной ударной волны при сверхзвуковом обтекании. Границы внешней расчетной области охватывают всю возмущенную область течения вблизи тела.

Шаг по времени был выбран на основе критерия скорости протекания процессов при заданном числе Маха набегающего потока и принят равным $\Delta t = 5 \times 10^{-8}$, а число подшагов равнялось 35 для достижения сходимости решения по невязкам на каждом временном шаге. Инициализация расчета проводилась следующим образом: вначале расчет проводился в стационарной постановке для предварительной оценки глобального поля течения вблизи тела, затем после ~ 7000 итераций расчет переключался в нестационарную постановку с использованием LES-метода.

Решение данной задачи с использованием RANS [5,6] показало наличие неустойчивой зоны решения вблизи носка иглы, где происходит отрыв пограничного

слоя и начало образования рециркуляционной зоны. При решении данной задачи в нестационарной постановке данная область сохраняла неустойчивость решения, что приводило к резкому росту невязок и остановке решателя. Для решения данной проблемы вблизи носка иглы сетка конечных элементов была дополнительно измельчена с сохранением ее структурированности (рисунок 2).

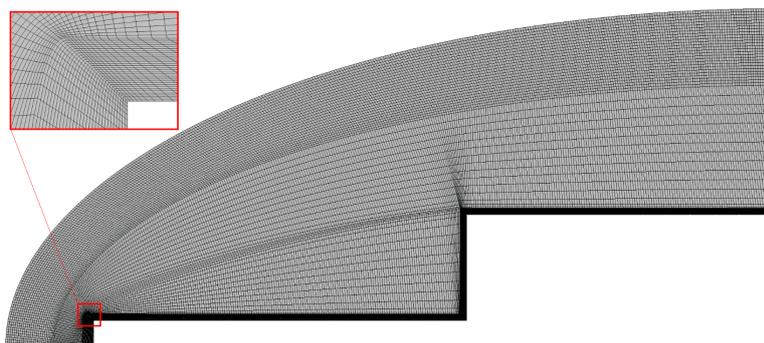


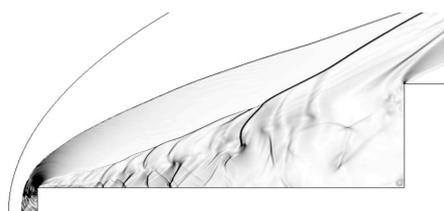
Рисунок 2 – Расчетная сетка

На внешней границе расчетной области задаётся однородный набегающий поток (степень турбулентности – 2 %). На выходной границе – условие гладкого продолжения течения. На поверхности тела – условие прилипания.

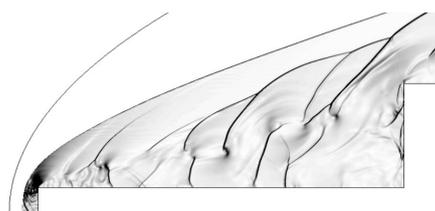
Результаты расчетов

В результате расчетов получены численные шпирен картины течения вблизи объекта исследования (рисунок 3). На представленном рисунке показана эволюция слабых ударных волн, возникающих при обтекании цилиндра с иглой сверхзвуковым потоком в зоне рециркуляции. В данном контексте понятие «слабые» используется в сравнение со скачком уплотнения в передней части тела.

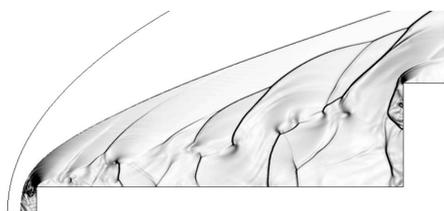
В начальный момент времени взаимодействие скачка уплотнения с пограничным слоем на поверхности иглы вызывает его отрыв с образованием отрывной зоны циркуляционного течения, что является предпосылкой к возникновению колебаний. Далее, ударная волна начинает двигаться вправо, формируя на стенке пограничный слой. После взаимодействия ударной волны со стенкой, отраженная ударная волна, воздействуя на пограничный слой, формирует λ – образные структуры. Внутри ударного слоя возникают дорожки вихрей, которые также сопутствуют развитию неустойчивости Кельвина-Гельмгольца.



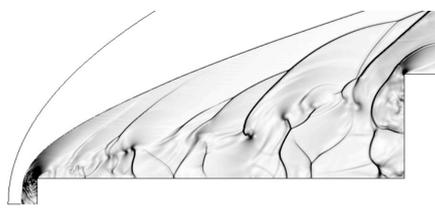
a)



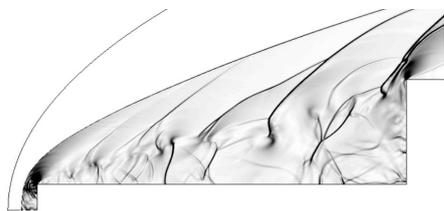
б)



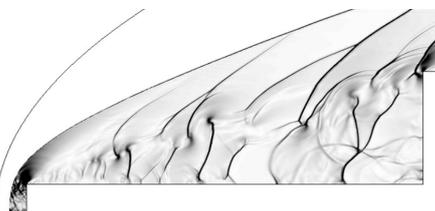
в)



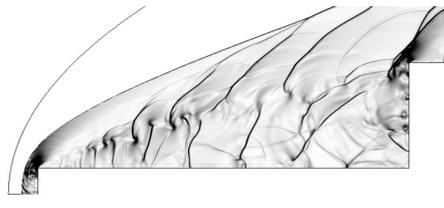
г)



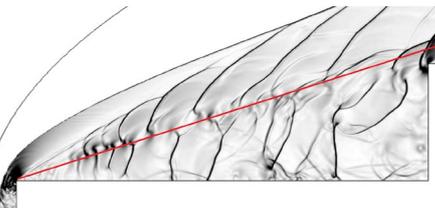
д)



е)



ж)



з)

Рисунок 3 – Эволюция слабых ударных волн в рециркуляционной зоне в различные моменты времени (сек.):

- а) $3.6e-5$; б) $6.9e-5$; в) $7.4e-5$; г) $7.9e-5$; д) $8.78e-5$; е) $9.65e-5$;
ж) $13.03e-5$; з) $13.85e-5$

Обратная ударная волна начинает двигаться влево, вызывая искажения вихревой структуры сдвиговой неустойчивости Кельвина-Гельмгольца (рисунок 3 – красная линия). Когда обратная ударная волна достигает края иглы, на некоторое время происходит разрушения зоны контакта, как результат, происходит генерация стохастической неустойчивости разрыва контакта. Таким образом, обратный рециркуляционный поток является причиной возникновения первого носового ударного импульса. В результате неустойчивости сдвигового слоя стохастически генерируемые вихри движутся к верхнему углу торца цилиндра и формируют зону разделения потока.

Результаты экспериментов

Для верификации численной LES модели использовались данные, полученные экспериментальным путём на сверхзвуковой аэродинамической трубе (рисунок 4). Эксперимент проводился при условиях: $M_\infty = 4,2$, $T_\infty = 283$ К, угол между осью тела и нормалью набегающего потока 0 град., рабочий газ – воздух. Объект исследования представляет собой ступенчатое тело с передней срывной зоной $L/D = 1,4$. На торце тела установлен датчик измерения давления (Keller).



Рисунок 4 – Сверхзвуковая аэродинамическая труба

Визуализация течения проводилась на основе шлирен-теневого метода [21 - 25]. Съемка проводилась высокоскоростной камерой MegaSpeed V140 (скорость записи процесса – 6000 кадров/с, разрешение кадра – 1920×1018 пикселей).

В процессе эксперимента одновременно фиксировались данные с датчика давления и велась высокоскоростная видеосъемка с фиксированием временного кода для сопоставления данных. Процесс распространения слабых ударных волн в рециркуляционной зоне является квазипериодическим, поэтому для соотнесения данных применялся безразмерный параметр времени $0 \leq \tau \leq 1$ (0 - начало цикла, 1 - окончание цикла). За начало цикла принят момент времени, когда слабая ударная волна начинает двигаться к торцевой стенке.

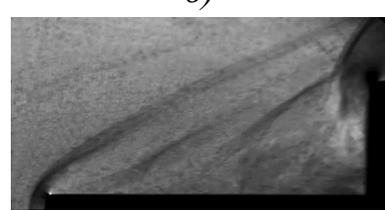
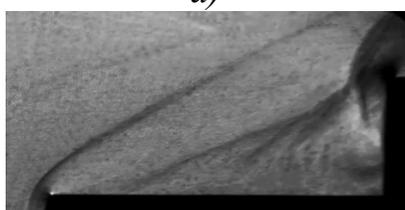
Полученные в ходе эксперимента шлирен-теневые картины, соответствующие одному циклу (τ), представлены на рисунке 5.



a)



б)



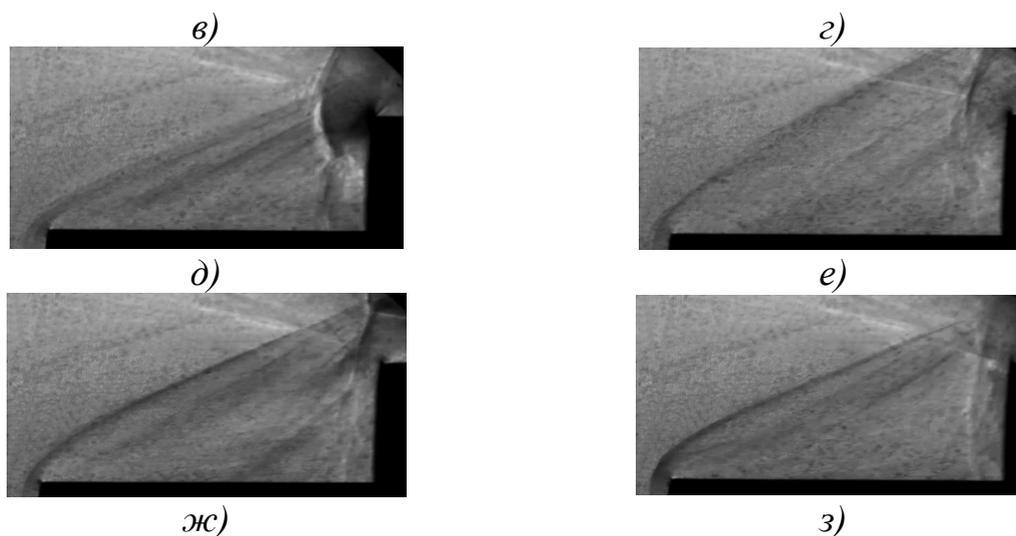


Рисунок 5 – Эволюция слабых ударных волн в рециркуляционной зоне для τ , сек.:

а) 0,10; б) 0,13; в) 0,19; г) 0,22; д) 0,34; е) 0,49; ж) 0,64; з) 0,72

На шпирен-теневых картинах течения видно наличие локального сверхзвукового встречного течения в рециркуляционной зоне вблизи поверхности тела. В промежутке времени $0 \leq \tau \leq 0,375$ движение ударной волны в сторону торца цилиндра. В момент времени $\tau = 0,18$ датчик давления, установленный в торце тела, показал первый максимум давления $p_1 = 25$ кПа (рисунок 6). Появление этого максимума обусловлено взаимодействием ударной волны с торцом тела. При торможении ударной волны о торец цилиндра образуется область повышенного давления. Скорость потока вблизи стенки снижается практически до нулевых значений. В результате в этот момент времени в области между торцом и острием тела возникает значительный перепад давления. Возникает неустойчивое состояние с образованием обратной ударной волны движущейся к носку тела и волны разрежения, движущейся к торцу тела ($0,5 \leq \tau \leq 0,875$). Поток газа, движущийся к носку тела, сжимается и разворачивается. После достижения потоком газа носка тела вблизи него формируется криволинейный скачек уплотнения.

Из рисунка 7 видно, что скорость течения в рециркуляционной зоне носит сверхзвуковой характер.

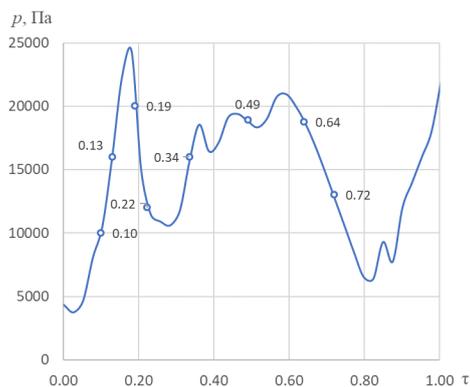


Рисунок 6 – График изменения давления на торце тела в период $0 \leq \tau \leq 1$

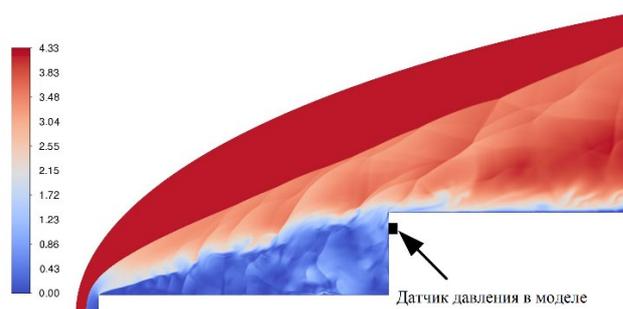
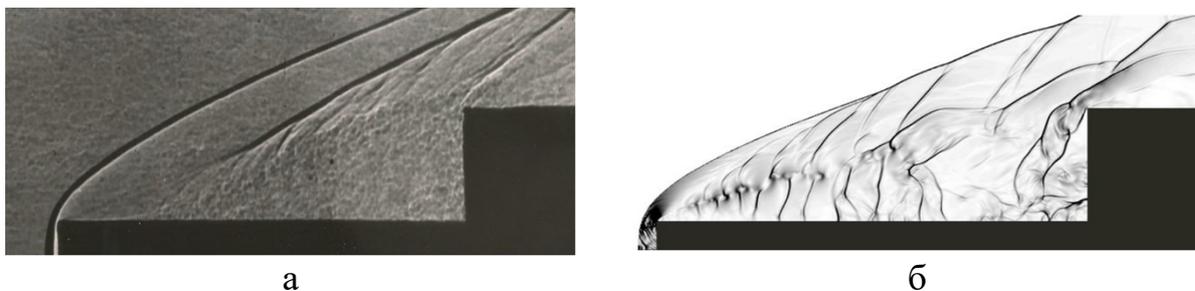


Рисунок 7 – Распределение числа Маха вблизи тела

При сопоставлении результатов численных и экспериментальных исследований газодинамических параметров потока вблизи тела на сверхзвуковых скоростях были использованы критерии геометрического и динамического подобия (по числу M_∞ для невозмущенного потока). Полученные данные с высокой степенью достоверности согласуются друг с другом. Результаты сравнения теневых картин обтекания тела (расчет и эксперимент) указывают на хорошую корреляцию их друг с другом (однотипные структуры) (рисунок 8).



а
б
Рисунок 8 – Теневые картины обтекания тела ($M_\infty=4,2$)
а – эксперимент, б – расчет.

Выводы

В результате проведенных численных и экспериментальных исследований получена уточнённая структура возвратного течения в зоне рециркуляции при обтекании тела с передней срывной зоной. Анализ результатов применения LES-метода для разрешения вихревых структур в зоне рециркуляции показал высокую точность полученных результатов динамически меняющегося процесса.

Показано, что применения LES-метода привело к повышению согласованности результатов моделирования с экспериментальными данными во всей области течения (расхождение в значениях для $\Delta p \approx 10,2\%$), что позволяет его использовать при определении аэродинамических характеристик проектируемых объектов техники при соответствующем диапазоне числа M_∞ .

Список источников

1. Глушко Г.С., Иванов И.Э., Крюков И.А. Расчет сверхзвуковых турбулентных течений. – М.: Институт Проблем механики РАН, 2006. - 36 с.
2. Райзер Ю.П. Введение в гидрогазодинамику и теорию ударных волн для физиков. - Долгопрудный: Интеллект, 2011. - 431 с.

3. Menter F.R., Galpin P.F., Esch T., Kuntz M., Berner C. CFD Simulations of Aerodynamic Flows with a Pressure -Based Method // 24th International Congress of the Aeronautical Sciences, Japan, Yokohoma, 2004.
4. Liou M.S., Steffen C.J. A New Flux Splitting Scheme // Journal of Computational Physics, 1993, vol. 107, pp. 23-39. DOI: [10.1006/JCPH.1993.1122](https://doi.org/10.1006/JCPH.1993.1122)
5. Сназин А.А., Шевченко А.В., Панфилов Е.Б. Исследование локальной адаптации сетки конечных элементов в задаче обтекания тела сверхзвуковым потоком // Труды МАИ. 2022. № 125. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=168165>. DOI: [10.34759/trd-2022-125-06](https://doi.org/10.34759/trd-2022-125-06)
6. Shevchenko A.V., Yuriev A.S., Poniaev S.A. et al. Investigation of gasdynamic parameters of a supersonic flow near a body at various Mach numbers // Journal of Physics: Conference Series, 2020, vol. 1697 (1), pp. 012240. DOI: [10.1088/1742-6596/1697/1/012240](https://doi.org/10.1088/1742-6596/1697/1/012240)
7. Datta V. Gaitonde. Progress in shock wave/boundary layer interactions // Progress in Aerospace Sciences, 2015, vol. 72, pp. 80-99. DOI: [10.1016/J.PAEROSCI.2014.09.002](https://doi.org/10.1016/J.PAEROSCI.2014.09.002)
8. Tahsini A.M., Mousavi S. Tadayon. Investigating the supersonic combustion efficiency for the jet-in-cross-flow // International Journal of Hydrogen Energy, 2015, vol. 40, issue 7, pp. 3091-3097. DOI: [10.1016/j.ijhydene.2014.12.124](https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2014.12.124)
9. Huang W, Wang Z.G., Wu J.P., Li S.B. Numerical prediction on the interaction between the incident shock wave and the transverse slot injection in supersonic flows // Aerospace Science and Technology, 2013, vol. 28 (1), pp. 91-99. DOI: [10.1016/j.ast.2012.10.007](https://doi.org/10.1016/j.ast.2012.10.007)
10. Huang W. Effect of jet to crossflow pressure ratio arrangement on turbulent mixing in

a flow path with square staged injectors // Fuel, 2015, vol. 144, pp. 164-170. DOI: [10.1016/j.fuel.2014.12.051](https://doi.org/10.1016/j.fuel.2014.12.051)

11. Jianwu Li, Jiefeng Wang, Jianming Li, Yujuan Zhao, Rong Li, Liang Li. Large-Eddy simulation of flow and thermal behavior in jet impingement on a flat plate under rotating conditions // International Communications in Heat and Mass Transfer, 2024, vol. 156, pp. 107682. URL: <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2024.107682>

12. Marthe de Crouy-Chanel, Chloé Mimeau, Iraj Mortazavi, Alessandro Mariotti, Maria Vittoria Salvetti. Large-Eddy Simulations with remeshed Vortex methods: An assessment and calibration of subgrid-scale models // Computers & Fluids, 2024, vol. 277, pp. 106287. URL: <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2024.106287>

13. Chester W. Supersonic flow past a bluff body with a detached shock. Part I: Twodimensional body // Journal of Fluid Mechanics, 1956, vol. 1, pp. 353–365. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112056000214>

14. Morikami G., Ohmichi Y., Ishiko K., Kanazaki M. Numerical study of coherent structures around a re-entry capsule using proper orthogonal decomposition // 55th AIAA Aerospace Sciences Meeting, 2017. DOI: [10.2514/6.2017-0949](https://doi.org/10.2514/6.2017-0949)

15. Karagiozis K., Kamakoti R., Cirak F., Pantano C. A computational study of supersonic disk-gap-band parachutes using Large-Eddy Simulation coupled to a structural membrane // Journal of Fluids and Structures, 2011, vol. 27 (2), pp. 175–192. DOI: [10.1016/j.jfluidstructs.2010.11.007](https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2010.11.007)

16. Kiris C.C., Housman J.A., Barad M.F., Brehm C., Sozer E., Moini-Yekta S. Computational framework for launch, ascent, and vehicle aerodynamics (LAVA) // Aerospace Science and Technology, 2016, vol. 55, pp. 189–219. DOI:

[10.1016/j.ast.2016.05.008](https://doi.org/10.1016/j.ast.2016.05.008)

17. Alessio Pappa, Antoine Verhaeghe, Pierre Bénard, Ward De Paepe, Laurent Bricteux. Adaptive mesh refinement towards optimized mesh generation for large eddy simulation of turbulent combustion in a typical micro gas turbine combustor // *Energy*, 2024, vol. 301, pp. 131550. URL: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2024.131550>
18. Maziyar Ghasemnezhad, Ehsan Roohi. Large eddy simulation of cavitating flow around a pitching hydrofoil // *Ocean Engineering*, 2024, vol. 292, pp. 116547. URL: <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2023.116547>
19. Philip L. Lederer, Xaver Mooslechner, Joachim Schöberl. High-order projection-based upwind method for implicit large eddy simulation // *Journal of Computational Physics*, 2023, vol. 493, pp. 112492. URL: <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2023.112492>
20. Yunan Wang, Zhenbing Luo, Yan Zhou, Wenqiang Peng. Large eddy simulation of pulsating film cooling on turbine vane // *Aerospace Science and Technology*, 2024, vol. 148, pp. 109103. URL: <https://doi.org/10.1016/j.ast.2024.109103>
21. Знаменская И.А., Гвоздева Л.Г., Знаменский Н.В. Методы визуализации в механике газа. - М.: МАИ, 2001. - 57 с.
22. Борисов А.Д. Исследование влияния подачи струй в камеру на эффективность смешения и горения топливо-воздушной смеси // *Труды МАИ*. 2016. № 90. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=74721>
23. Самохвалов Н.Ю. Установка для аэродинамического исследования лопаток турбин // *Труды МАИ*. 2014. № 74. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=49297>
24. Тарасенко О.С., Бодрышев В.В., Абашев В.М. Метод цифровой обработки теневых снимков обтекания элементов конструкций летательных аппаратов // *Труды*

МАИ. 2015. № 83. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=62032>

25. Головкин М.А., Головкина Е.В. Визуализация структур течения в окрестности моделей летательных аппаратов в гидродинамической трубе малых скоростей (самолетные аэродинамические компоновки) // Труды МАИ. 2016. № 90. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=74692>

References

1. Glushko G.S., Ivanov I.E., Kryukov I.A. *Raschet sverkhzvukovykh turbulentnykh techenii* (Calculation of supersonic turbulent flows) Moscow, Institut Problem mekhaniki RAN, 2006, 36 p.
2. Raizer Yu.P. *Vvedenie v gidrogazodinamiku i teoriyu udarnykh voln dlya fizikov* (Introduction to Hydrogas Dynamics and Shock Wave Theory for physicists), Dolgoprudnyi: Intellect, 2011, 431 p.
3. Menter F.R., Galpin P.F., Esch T., Kuntz M., Berner C. CFD Simulations of Aerodynamic Flows with a Pressure -Based Method, *24th International Congress of the Aeronautical Sciences*, Japan, Yokohoma, 2004.
4. Liou M.S., Steffen C.J. A New Flux Splitting Scheme, *Journal of Computational Physics*, 1993, vol. 107, pp. 23-39. DOI: [10.1006/JCPH.1993.1122](https://doi.org/10.1006/JCPH.1993.1122)
5. Snazin A.A., Shevchenko A.V., Panfilov E.B. *Trudy MAI*, 2022, no. 125. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=168165>. DOI: [10.34759/trd-2022-125-06](https://doi.org/10.34759/trd-2022-125-06)
6. Shevchenko A.V., Yuriev A.S., Poniaev S.A. et al. Investigation of gasdynamic parameters of a supersonic flow near a body at various Mach numbers, *Journal of Physics:*

Conference Series, 2020, vol. 1697 (1), pp. 012240. DOI: [10.1088/1742-6596/1697/1/012240](https://doi.org/10.1088/1742-6596/1697/1/012240)

7. Datta V. Gaitonde. Progress in shock wave/boundary layer interactions, *Progress in Aerospace Sciences*, 2015, vol. 72, pp. 80-99. DOI: [10.1016/J.PAEROSCI.2014.09.002](https://doi.org/10.1016/J.PAEROSCI.2014.09.002)

8. Tahsini A.M., Mousavi S. Tadayon. Investigating the supersonic combustion efficiency for the jet-in-cross-flow, *International Journal of Hydrogen Energy*, 2015, vol. 40, issue 7, pp. 3091-3097. DOI: [10.1016/j.ijhydene.2014.12.124](https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2014.12.124)

9. Huang W, Wang Z.G., Wu J.P., Li S.B. Numerical prediction on the interaction between the incident shock wave and the transverse slot injection in supersonic flows, *Aerospace Science and Technology*, 2013, vol. 28 (1), pp. 91-99. DOI: [10.1016/j.ast.2012.10.007](https://doi.org/10.1016/j.ast.2012.10.007)

10. Huang W. Effect of jet to crossflow pressure ratio arrangement on turbulent mixing in a flow path with square staged injectors, *Fuel*, 2015, vol. 144, pp. 164-170. DOI: [10.1016/j.fuel.2014.12.051](https://doi.org/10.1016/j.fuel.2014.12.051)

11. Jianwu Li, Jiefeng Wang, Jianming Li, Yujuan Zhao, Rong Li, Liang Li. Large-Eddy simulation of flow and thermal behavior in jet impingement on a flat plate under rotating conditions, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2024, vol. 156, pp. 107682. URL: <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2024.107682>

12. Marthe de Crouy-Chanel, Chloé Mimeau, Iraj Mortazavi, Alessandro Mariotti, Maria Vittoria Salvetti. Large-Eddy Simulations with remeshed Vortex methods: An assessment and calibration of subgrid-scale models, *Computers & Fluids*, 2024, vol. 277, pp. 106287. URL: <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2024.106287>

13. Chester W. Supersonic flow past a bluff body with a detached shock. Part I: Twodimensional body, *Journal of Fluid Mechanics*, 1956, vol. 1, pp. 353–365. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112056000214>
14. Morikami G., Ohmichi Y., Ishiko K., Kanazaki M. Numerical study of coherent structures around a re-entry capsule using proper orthogonal decomposition, *55th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, 2017. DOI: [10.2514/6.2017-0949](https://doi.org/10.2514/6.2017-0949)
15. Karagiozis K., Kamakoti R., Cirak F., Pantano C. A computational study of supersonic disk-gap-band parachutes using Large-Eddy Simulation coupled to a structural membrane, *Journal of Fluids and Structures*, 2011, vol. 27 (2), pp. 175–192. DOI: [10.1016/j.jfluidstructs.2010.11.007](https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2010.11.007)
16. Kiris C.C., Housman J.A., Barad M.F., Brehm C., Sozer E., Moini-Yekta S. Computational framework for launch, ascent, and vehicle aerodynamics (LAVA), *Aerospace Science and Technology*, 2016, vol. 55, pp. 189–219. DOI: [10.1016/j.ast.2016.05.008](https://doi.org/10.1016/j.ast.2016.05.008)
17. Alessio Pappa, Antoine Verhaeghe, Pierre Bénard, Ward De Paepe, Laurent Bricteux. Adaptive mesh refinement towards optimized mesh generation for large eddy simulation of turbulent combustion in a typical micro gas turbine combustor, *Energy*, 2024, vol. 301, pp. 131550. URL: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2024.131550>
18. Maziyar Ghasemnezhad, Ehsan Roohi. Large eddy simulation of cavitating flow around a pitching hydrofoil, *Ocean Engineering*, 2024, vol. 292, pp. 116547. URL: <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2023.116547>

19. Philip L. Lederer, Xaver Mooslechner, Joachim Schöberl. High-order projection-based upwind method for implicit large eddy simulation, *Journal of Computational Physics*, 2023, vol. 493, pp. 112492. URL: <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2023.112492>
20. Yunan Wang, Zhenbing Luo, Yan Zhou, Wenqiang Peng. Large eddy simulation of pulsating film cooling on turbine vane, *Aerospace Science and Technology*, 2024, vol. 148, pp. 109103. URL: <https://doi.org/10.1016/j.ast.2024.109103>
21. Znamenskaya I.A., Gvozdeva L.G., Znamenskii N.V. *Metody vizualizatsii v mekhanike gaza* (Visualization methods in gas mechanics), Moscow, MAI, 2001, 57 p.
22. Borisov A.D. *Trudy MAI*, 2016, no. 90. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=74721>
23. Samokhvalov N.Yu. *Trudy MAI*, 2014, no. 74. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=49297>
24. Tarasenko O.S., Bodryshev V.V., Abashev V.M. *Trudy MAI*, 2015, no. 83. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=62032>
25. Golovkin M.A., Golovkina E.V. *Trudy MAI*, 2016, no. 90. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=74692>

Статья поступила в редакцию 03.09.2024

Одобрена после рецензирования 13.09.2024

Принята к публикации 25.10.2024

The article was submitted on 03.09.2024; approved after reviewing on 13.09.2024; accepted for publication on 25.10.2024