

Труды МАИ. 2024. № 139  
Trudy MAI. 2024. No. 139. (In Russ.)

Научная статья  
УДК 629.7.058.47  
URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=183466>  
EDN: <https://www.elibrary.ru/UVJRJP>

## **ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ БЕСПЛАТФОРМЕННОЙ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ С УЧЕТОМ СТОХАСТИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ ПРИБОРОВ**

**Антон Викторович Зубков**

Военно-космическая академия имени А.Ф.Можайского,  
Санкт-Петербург, Россия  
[vka@mil.ru](mailto:vka@mil.ru)

*Аннотация* Приведена классификация погрешностей акселерометров и датчиков угловых скоростей, входящих в состав бесплатформенных инерциальных навигационных систем различных летательных аппаратов. Разработана имитационная модель бесплатформенной инерциальной навигационной системы ракеты-носителя, с учетом стохастического изменения погрешностей инерциальных приборов. Приведены численные результаты исследования влияния смещения нулей акселерометров и дрейфа нуля датчиков угловых скоростей (ДУС) на точность определения параметров ориентации и навигации ракеты-носителя в процессе выведения космического аппарата.

**Ключевые слова:** бесплатформенная инерциальная навигационная система, ракета-носитель, имитационная модель, погрешности акселерометров и датчиков угловых скоростей

**Для цитирования:** Зубков А.В. Имитационная модель функционирования бесплатформенной инерциальной навигационной системы ракеты-носителя с учетом стохастических погрешностей инерциальных приборов // Труды МАИ. 2024. № 139.

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=183466>

Original article

## **SIMULATION MODEL FOR STUDYING THE EFFECT OF ERRORS OF INERTIAL INSTRUMENTS ON THE ACCURACY OF DETERMINING THE ORIENTATION AND NAVIGATION PARAMETERS OF THE STRAPDOWN INERTIAL NAVIGATION SYSTEM OF THE LAUNCH VEHICLE**

**Anton V. Zubkov**

Military space Academy named after A.F. Mozhaisky,

Saint Petersburg, Russia

[vka@mil.ru](mailto:vka@mil.ru)

**Abstract.** The paper solves the actual problem of stochastic estimation of errors in orientation and navigation parameters of a launch vehicle in flight based on the use of a developed simulation model of a strapdown inertial navigation system.

The subject of research in this work is the assessment of the influence of the zero displacement components of inertial sensors (accelerometers and angular velocity sensors), which include systematic and random errors.

The paper analyzed the types and causes of errors in accelerometers and angular velocity sensors that make up the measuring base of most modern strapdown inertial navigation systems of various aircraft.

Based on this, the task of the study was to determine the dependencies of the magnitude of errors in determining orientation and navigation parameters on constant systematic offsets of zeros, random walks of zeros and noise components of accelerometer signals and angular velocity sensors.

To solve the problem, a simulation model of a strapdown inertial navigation system is proposed, implemented in the Rodrigue-Hamilton parameters and their hypercomplex mapping - quaternions. The basis of the proposed model, in addition to units for implementing algorithms of a gimbal inertial navigation system and a model of movement of a launch vehicle, which serves as a source of trajectory information for functioning of the gimbal inertial navigation system and a reference for a unit for evaluating results, is an inertial measuring unit. The unit has accelerometer and ACS measurement model. The developed model is distinguished by the use of calculated ratios of meter errors, probabilistic ratios and differential equations of errors implemented in the MATLAB environment.

The results of the simulation of the ideal operation of the strapdown inertial navigation system showed compliance with theoretical provisions, which indicates the adequacy of the proposed probabilistic model of inertial sensor errors.

In order to obtain a stochastic estimate of the errors of the orientation and navigation parameters, the modeling and calculation of errors is carried out based on the results of thirty implementations of the launch of the launch vehicle, which simulates the launch of the payload into the circular orbit of the Earth with a height of 360 km. The elimination time is 500 seconds.

Studies carried out using the proposed model of the effect of each component of errors on the accuracy of determining the orientation and navigation parameters of the gimbal inertial navigation system of the launch vehicle have shown that it is necessary to impose increased requirements on the exclusion of systematic components of errors of inertial sensors, which leads to the need to improve calibration methods and initial instrument alignment.

**Keywords:** strapdown inertial navigation system, launch vehicle, simulation model, accelerometer and angular velocity sensor errors

**For citation:** Zubkov A.V. Simulation model for studying the effect of errors of inertial instruments on the accuracy of determining the orientation and navigation parameters of the strapdown inertial navigation system of the launch vehicle. *Trudy MAI*. 2024. No. 139. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=183466>

## **Введение**

Развитие технологии микроминиатюризации в области создания инерциальных систем и, в частности, производства инерциальных приборов, привело к повсеместному использованию бесплатформенных инерциальных навигационных

систем (БИНС) в составе систем управления различных летательных аппаратов [1,2,3,4]. Известно [5,6], что все инерциальные приборы обладают погрешностями различной физической природы. Наличие этих погрешностей определяет возмущенный режим функционирования БИНС и приводит к появлению ошибок определения параметров ориентации и навигации летательного аппарата. Оценить погрешности инерциальных приборов и скорректировать модель ошибок БИНС возможно в ходе проведения различных типов испытаний. В настоящее время актуальным является использование БИНС в составе систем управления ракет-носителей (РН) легкого и сверхлегкого класса. Однако задача оценивания точности определения параметров навигации и ориентации РН в зависимости от погрешностей инерциальных приборов до конца не решена. Это обуславливает актуальность исследований в этой области и является целью подготовки настоящей статьи.

### Постановка задачи

Погрешности инерциальных датчиков можно условно разделить на [7,8]:

смещения нулевых сигналов (как постоянные, так и блуждающие);

погрешности коэффициентов преобразования;

неточность выставки осей чувствительности инерциальных датчиков.

В общем виде, уравнение погрешностей ДУС можно представить в виде [9]:

$$\Delta\omega = 10^{-2} \delta K^{ДУС} \omega - [M \times] \omega + \varepsilon \quad (1)$$

где  $\omega = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$  – столбцевая матрица, заданная, проекциями вектора абсолютной угловой скорости связанной системы координат на свои оси (истинное значение),

$\delta K^{ДУС}$  – матрица относительных погрешностей коэффициентов преобразования ДУС [%],  $[M \times]$  – кососимметрическая матрица направляющих косинусов, характеризующая отклонение системы координат, связанной с осями чувствительности ДУС, и связанной системы координат (ССК),  $\epsilon$  – вектор смещений нуля ДУС.

Первое слагаемое в (1) определяет погрешности коэффициентов преобразования, второй – погрешности, вызванные неточностями установки измерительных осей ДУС относительно ССК, крайний – смещение нуля.

Предметом исследования данной работы является оценивание влияния составляющих смещения нуля, к которым относят систематические и случайные погрешности, которые можно представить в виде суммы составляющих:

$$\epsilon = \epsilon_S + \epsilon_{WN} + \epsilon_{RRW} \quad (2)$$

где  $\epsilon_S$  – постоянная систематическая погрешность смещения нуля ДУС;  $\epsilon_{RRW}$  – случайное блуждание угловой скорости;  $\epsilon_{WN}$  – шумовая составляющая.

Постоянная систематическая погрешность в виде постоянного смещения нуля подчиняется очевидному дифференциальному уравнению:

$$\dot{\epsilon}_S = 0 \quad (3)$$

то есть случайна при запуске, но постоянна в запуске.

В качестве случайных составляющих в работе рассматривается влияние шумовой составляющей выходного сигнала  $\varepsilon_{WN}$  и случайное блуждание угловой скорости  $\varepsilon_{RRW}$ .

Чаще всего шумовую составляющую выходного сигнала датчика описывают в виде белой последовательности (дискретным белым шумом) с нулевым средним  $M[\varepsilon_{WN}] = 0$ , дисперсией  $\sigma_{WN}^2$  и периодом дискретизации  $T_0$ .

Случайное блуждание угловой скорости  $\varepsilon_{RRW}$  описывается винеровским случайным процессом вида:

$$\frac{d}{dt}\varepsilon_{RRW} = w(t) \quad (4)$$

где  $w(t)$  – порождающий белый шум, СКО которого  $\sigma_{WN}^*$ .

Аналогично (1), уравнение погрешностей акселерометров можно представить в виде:

$$\Delta \mathbf{a} = 10^{-2} \delta \mathbf{K}^A \mathbf{n} - [\mathbf{M} \times] \mathbf{n} + \delta \mathbf{a} \quad (5)$$

где

$$\delta \mathbf{a} = \delta \mathbf{a}_S + \delta \mathbf{a}_{WN} + \delta \mathbf{a}_{RRW} \quad (6)$$

где  $\delta \mathbf{a}_S$  – постоянная систематическая погрешность смещения нуля акселерометра;

$\delta \mathbf{a}_{RRW}$  – случайное блуждание ускорения;  $\delta \mathbf{a}_{WN}$  – шумовая составляющая.

Природа формирования погрешностей акселерометра аналогична ДУС, по этой причине подробно останавливаться на их описании не имеет смысла.

Таким образом, задачей исследования является определение зависимостей:

$$\begin{aligned}\sigma_R(t) &= f(\varepsilon_S, \varepsilon_{RWW}, \sigma_{WN}^{DYC}, \delta a_S, \delta a_{RWW}, \sigma_{WN}^A), \\ \sigma_V(t) &= f(\varepsilon_S, \varepsilon_{RWW}, \sigma_{WN}^{DYC}, \delta a_S, \delta a_{RWW}, \sigma_{WN}^A), \\ \sigma_\varphi(t) &= f(\varepsilon_S, \varepsilon_{RWW}, \sigma_{WN}^{DYC}, \delta a_S, \delta a_{RWW}, \sigma_{WN}^A).\end{aligned}\tag{7}$$

где  $\sigma_R(t)$  – СКО ошибки в определении радиус-вектора РН,  $\sigma_V(t)$  – СКО ошибки в определении вектора скорости РН,  $\sigma_\varphi(t)$  – СКО ошибки в определении ориентации РН.

### **Имитационная модель функционирования бесплатформенной инерциальной навигационной системы ракеты-носителя**

Имитационное моделирование – это метод исследования систем, основанный на создании компьютерной модели, воспроизводящей структуру и процессы функционирования реальной системы, а также на проведении вычислительных экспериментов на этой модели [10]. Данный метод применяется в тех случаях, когда проведение натурных испытаний либо невозможно, либо сопряжено с большими экономическими расходами на изготовление опытного образца [11,12,13].

Решение поставленной задачи (7) возможно на основе имитационного моделирования процесса функционирования БИНС РН. Алгоритмы БИНС подробно описаны в работах как отечественных, так и зарубежных авторов, например [8,14,15], и в подробном описании не нуждаются.



В качестве платформы моделирования была выбрана среда MATLAB.

Для проведения моделирования была разработана модель, представленная на

рис. 1:

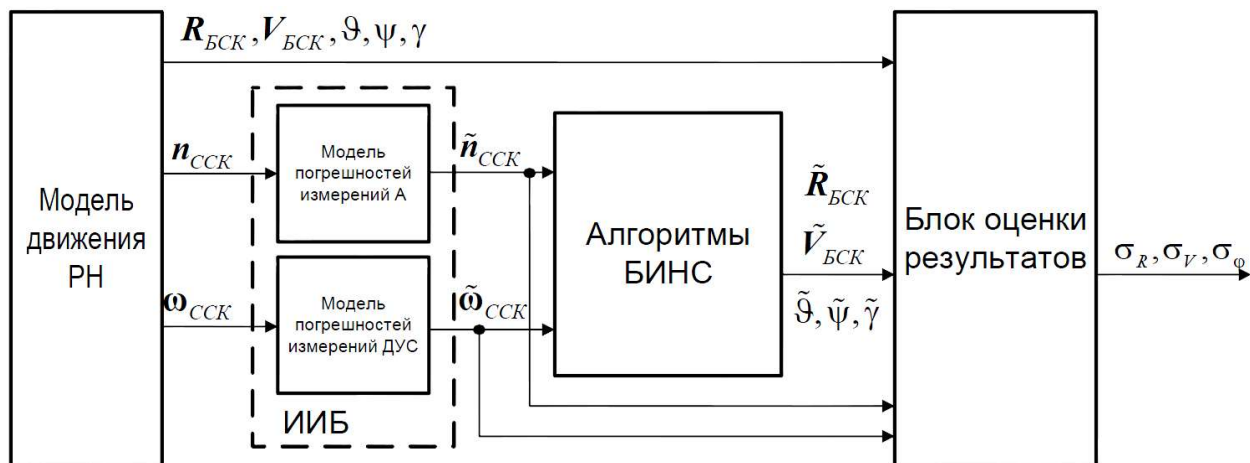


Рис.1. Имитационная модель функционирования БИНС РН

В блоке «Модель движения РН» формируется необходимая для функционирования алгоритма БИНС и дальнейшего оценивания его точности траекторная информация, в состав которой входят: время  $t_j$ , радиус-вектор положения центра масс изделия  $R_{БСК}$  в базовой системе координат (БСК), вектор скорости центра масс изделия  $V_{БСК}$ , вектор угловой скорости объекта  $\omega_{ССК}$  в ССК, вектор кажущегося ускорения  $n_{ССК}$  и курсовые углы  $\vartheta, \psi, \gamma$ . В качестве источника траекторных параметров объекта выступает модель движения РН, которая основана на интегрировании кинематических уравнений движения центра масс объекта и кинематических и динамических уравнений углового движения объекта [16,17].

Достоверность оценивания точности определения параметров ориентации и навигации БИНС в большей степени зависит от точности реализации модели

инерциального измерительного блока (ИИБ), в состав которого входят акселерометры и ДУС, а также способов моделирования погрешностей измерителей. По этой причине данный элемент рассмотрим подробнее.

В соответствии с (1) и (2), модель измерений ДУС можно представить в виде:

$$\tilde{\omega} = \omega + \varepsilon_S + \varepsilon_{WN} + \varepsilon_{RRW} \quad (8)$$

где  $\tilde{\omega}$  – вектор значений угловой скорости, измеренный ДУС,  $\omega$  – вектор истинных значений угловой скорости,  $\varepsilon_S, \varepsilon_{WN}, \varepsilon_{RRW}$  – составляющие смещения нулей ДУС.

Рассмотрим формирование каждой составляющей.

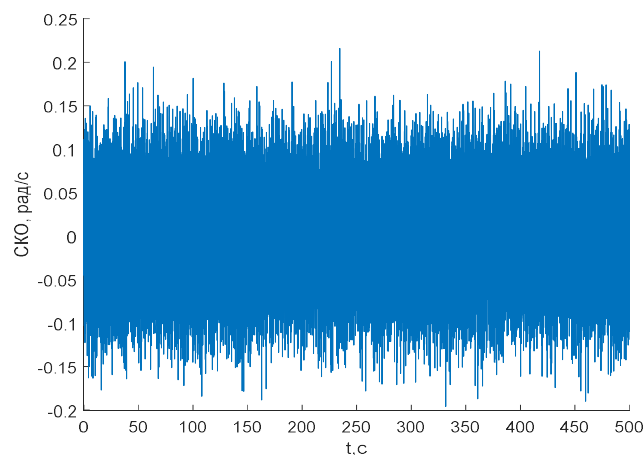
Постоянная систематическая погрешность смещения нуля ДУС  $\varepsilon_S$ , которую в некоторых источниках называют постоянным смещением нуля ДУС, возникает случайным образом при включении прибора. При этом, далее в процессе работы прибора смещение остается постоянным. На основании (3) она может быть описана случайной величиной с нулевым средним и дисперсией  $\sigma_S^2$ , таким образом, в среде MATLAB она формируется путем вызова при запуске оператора *randn*, генерирующего случайное число с нулевым математическим ожиданием и СКО равным единице:

$$\varepsilon_S = randn \cdot \sigma_S \quad (9)$$

Белый шум (гауссовский) теоретически включает колебания сигнала на всех частотах. Если сигнал ДУС принимается в дискретные моменты времени с периодом

дискретизации  $T_0$ , то шум гироскопа может быть описан белой последовательностью с нулевым средним  $M[\varepsilon_{WN}] = 0$ .

В среде MATLAB такую функцию возможно смоделировать путем вызова в каждый период дискретизации решения задачи  $T_0$  оператора `randn`, который нормируется СКО шума  $\sigma_{WN}$ . Пример моделирования белой последовательности с  $\sigma_{WN} = 0,05 \text{ рад} / \text{с}$  представлен на рис. 2:

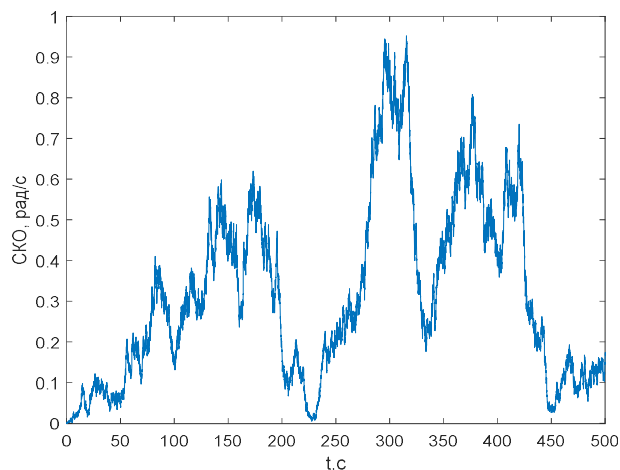


*Рис. 2. Формирование белой случайной последовательности*

Случайное блуждание угловой скорости  $\varepsilon_{RWW}$  на основании выражения (4) моделируют путем пропускания через интегрирующее звено порождающей белой случайной последовательности с СКО  $\sigma_{WN}^*$ , причем:

$$\sigma_{RWW}(t) = \sigma_{WN}^* \sqrt{T_0 t} \rightarrow \sigma_{WN}^* = \frac{\sigma_{RWW}(t)}{\sqrt{T_0 t}} \quad (10)$$

Пример формирования случайного блуждания угловой скорости  $\varepsilon_{RWW}$  с параметром в  $\sigma_{WN}^* = 0,05 \text{ рад} / \text{с}$  в среде MATLAB представлен на рис. 3:



*Рис. 3. Формирование случайного блуждания угловой скорости*

Для решения задачи инерциальной навигации в блоке «Алгоритм БИНС» интегрируется система дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}
 2\dot{\Lambda}_{BCK}^{CCK} &= \Lambda_{BCK}^{CCK} \circ \Omega_{CCK} + \Lambda_{BCK}^{CCK} \left(1 - \|\Lambda_{BCK}^{CCK}\|\right), \\
 \dot{V}_{BCK} &= n_{BCK} + g_{BCK}, \\
 \dot{R}_{BCK} &= V_{BCK}.
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

где  $\Lambda_{BCK}^{CCK}$  – кватернион перехода между базовой и связанной системой координат.

В выражении (11) первое уравнение, нормированное уравнение Пуассона, решает задачу ориентации объекта, а второе и третье уравнение – задачу навигации.

«Блок оценки результатов» осуществляет расчет ошибок определения параметров ориентации и навигации, а также графический вывод результатов моделирования.

## Результаты моделирования

Моделирование и вычисление ошибок производится на основе моделирования тридцати реализаций выведения РН, которая моделирует выведение полезной нагрузки на круговую орбиту Земли высотой 360 км. Время выведения – 500 секунд.

Моделирование идеального (невозмущенного) режима работы БИНС [16] позволило сделать вывод об адекватности предложенной модели

Результаты моделирования идеальной работы БИНС приведены на рис. 4:

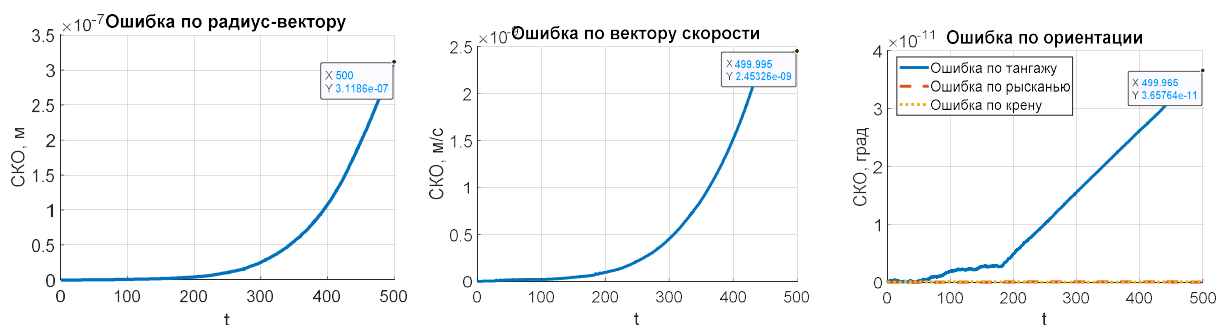


Рис. 4. Результаты проверки адекватности модели

Значения ошибок укладываются в ошибки вычисления и позволяют сделать вывод об адекватности разработанной модели.

Адекватность предложенной модели измерений возможно проверить, используя формулу [6]:

$$\sigma_{\vartheta}(t) = \sigma_{WN} \sqrt{T_0 t} \quad (12)$$

Формула (12) показывает зависимость СКО ошибки в определении угла  $\sigma_{\vartheta}$  во времени от СКО белого шума  $\sigma_{WN}$  и времени дискретизации  $T_0$ .

На рис. 5 представлен пример 30 реализаций ошибки определения угла при наличии шумовой составляющей сигнала с параметрами  $\sigma_{WN} = 0.0041 \text{ рад/с}$  и  $T_0 = 0.005 \text{ с}$ , а также СКО ошибки:

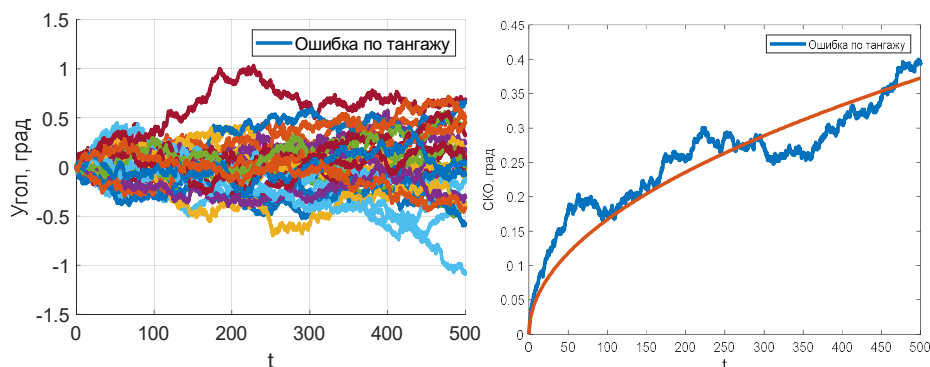


Рис. 5. Результаты проверки адекватности модели погрешностей

На правом графике синим цветом обозначен  $\sigma_{\theta}$ , вычисленный по результатам моделирования, а красным цветом построенный по выражению (12). Сохранение общего тренда двух графиков свидетельствует об адекватности предложенной модели погрешностей.

Для оценивания влияния каждой составляющей погрешностей инерциальных датчиков на точность определения параметров ориентации и навигации были выбраны датчики одного класса точности: датчик угловой скорости на базе волоконно-оптического гироскопа (ВОГ) типа ОИУС1000ММ и компенсационный маятниковый акселерометр типа ЦЕ1940. Паспортные характеристики приборов представлены в табл. 1:

Таблица 1

### Параметры инерциальных приборов

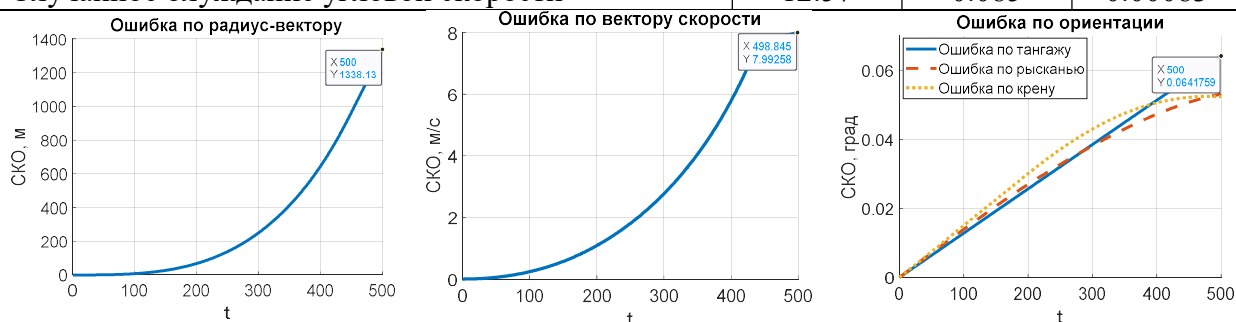
Наименование параметра	Обозначение	Ед. измерения	Значение параметра
<b>ДУС ОИУС1000ММ</b>			
Систематическая составляющая нулевого сигнала ДУС	$\varepsilon_S$	[рад/с]	$2.5 \cdot 10^{-6}$
СКО шума	$\sigma_{WN}$	[рад/с]	$8.2 \cdot 10^{-6}$
Случайное блуждание угловой скорости	$\varepsilon_{RWW}$	[град/ч]	$\pm 7.5 \cdot 10^{-3}$
<b>Акселерометр ЦЕ1940</b>			
Систематическая составляющая нулевого сигнала акселерометра	$\delta a_S$	[м/с <sup>2</sup> ]	0.06
СКО шума	$\sigma_{WN}$	[м/с <sup>2</sup> ]	0.0283
Случайное блуждание ускорения	$\delta a_{RWW}$	[м/с <sup>2</sup> ]	$\pm 1.5 \cdot 10^{-4}$

Результаты моделирования влияния погрешностей ДУС на точность определения параметров ориентации и навигации БИНС РН представлены на рис. 6 и в табл. 2.

Таблица 2

### Результаты моделирования погрешностей ДУС

Вид погрешности	Влияние погрешности на ошибку определения		
	$\sigma_R$ , [м]	$\sigma_V$ , [м/с]	$\sigma_\varphi$ , [град]
Систематическая составляющая нулевого сигнала	1338.13	7.99	0.064
Шумовая составляющая выходного сигнала	15.69	0.086	0.00063
Случайное блуждание угловой скорости	12.57	0.085	0.00083



а)

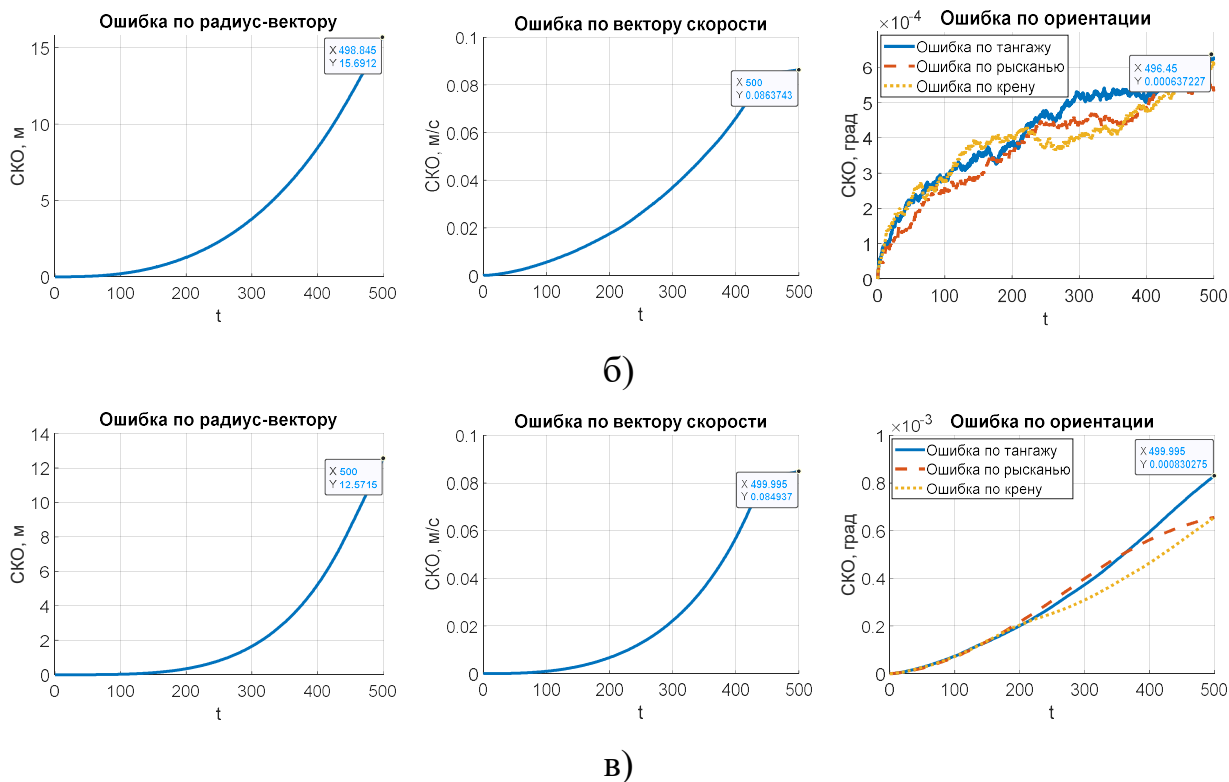


Рис. 6. Результаты моделирования погрешностей ДУС

(а – систематическая составляющая нулевого сигнала, б – шумовая составляющая выходного сигнала, в – случайное блуждание угловой скорости)

Результаты моделирования влияния погрешностей акселерометра на точность определения параметров ориентации и навигации БИНС РН представлены в табл. 3.

Таблица 3

Результаты моделирования погрешностей акселерометра

Вид погрешности	Влияние погрешности на ошибку определения		
	$\sigma_R, [м]$	$\sigma_V, [м / с]$	$\sigma_\varphi, [град]$
Систематическая составляющая нулевого сигнала	10510.8	38.27	$3.65 \cdot 10^{-11}$
Шумовая составляющая выходного сигнала	19.09	0.069	$3.79 \cdot 10^{-11}$
Случайное блуждание ускорения	14.76	0.078	$3.59 \cdot 10^{-11}$

Анализ результатов моделирования показал, что наибольший вклад в общую погрешность БИНС оказывают не исключенные на этапе калибровки и начальной



выставки систематические погрешности инерциальных датчиков, величина вносимой ошибки которых на два порядка больше ошибок в следствие влияния шумов и случайных блужданий нулевого сигнала датчиков.

### **Заключение**

В работе предложена имитационная модель БИНС РН, учитывающая стохастическую структуру погрешностей инерциальных датчиков, позволяющая моделировать погрешности существующих приборов, а также исследовать их влияние на точность определения параметров ориентации и навигации.

Адекватность самой модели и формируемых с ее помощью погрешностей подтверждается проведенными тестами.

Созданная имитационная модель используется для оценки точностных характеристик БИНС при полунатурном моделировании систем управления подвижными объектами [19,20], а также при верификации результатов натурных испытаний.

Результаты моделирования показали, что к исключению систематических составляющих погрешностей инерциальных приборов систем управления РН необходимо предъявлять повышенные требования, что приводит к необходимости совершенствования методов калибровки и начальной выставки приборов.

### **Список источников**

1. Ватутин М.А., Ключников А.И., Фоминов И.В. Анализ особенностей применения бесплатформенных инерциальных навигационных систем в ракетах

космического назначения легкого класса // IV Всероссийская научно-практическая конференция «Современные проблемы создания и эксплуатации вооружения, военной и специальной техники» (Санкт-Петербург, 13-14 декабря 2018): сборник трудов. - Санкт-Петербург: ВКА имени А.Ф. Можайского, 2018. С. 23–28.

2. Ключников В.Ю. Ракеты-носители сверхлегкого класса: ниша на рынке пусковых услуг и перспективные проекты // Воздушно-космическая сфера. 2019. № 3. С. 58-71.

3. Ермаков П.Г., Гоголев А.А. Сравнительный анализ схем комплексирования информации бесплатформенных инерциальных навигационных систем беспилотных летательных аппаратов // Труды МАИ. 2021. № 117. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=156253>. DOI: [10.34759/trd-2021-117-11](https://doi.org/10.34759/trd-2021-117-11)

4. Ермаков П.Г., Гоголев А.А. Программный комплекс алгоритмов автономного определения параметров угловой ориентации беспилотных летательных аппаратов // Труды МАИ. 2022. № 124. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=167100>. DOI: [10.34759/trd-2022-124-17](https://doi.org/10.34759/trd-2022-124-17).

5. Литвин М.А., Малюгина А.А., Миллер А.Б., Степанов А.Н. и др. Типы ошибок в ИНС и методы их аппроксимации // Информационные процессы. 2014. Т. 14. № 4. С. 326–339.

6. Голяков А.Д., Ричняк А.М., Фоминов И.В. Исследование точности навигационных параметров космического аппарата с адаптивной системой автономной навигации // Труды МАИ. 2022. № 126. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=168986>. DOI: [10.34759/trd-2022-126-23](https://doi.org/10.34759/trd-2022-126-23)

7. Матвеев В.В., Распопов В.Я. Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем. – СПб.: ЦНИИ «Электроприбор», 2009. – 280 с.
8. Mohinder G.S., Weill L.R., Andrews A.P. Global Positioning Systems, Inertial Navigation and Integration. New York, A John Willey and Sons, 2007, 525 p.
9. Матвеев В.В. Инерциальные навигационные системы. - Тула: Издательство ТулГУ, 2012. - 199 с.
10. Микони С.В., Соколов Б.В., Юсупов Р.М. Квалиметрия моделей и полимодельных комплексов: монография. - М.: РАН, 2018. – 314 с.
11. Зайцев Д.О., Павлов Д.А., Нестечук Е.А. Методика контроля технического состояния бортовых систем ракет-носителей на основе обработки быстроменяющихся параметров // Труды МАИ. 2021. № 121. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=162665>. DOI: [10.34759/trd-2021-121-18](https://doi.org/10.34759/trd-2021-121-18)
12. Елисеев А.В., Кузнецов Н.К., Елисеев С.В. Новые подходы в оценке динамических свойств колебательных структур: частотные функции и связность движений // Труды МАИ. 2021. № 120. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=161421>. DOI: [10.34759/trd-2021-120-08](https://doi.org/10.34759/trd-2021-120-08)
13. Попов Е.П., Верейкин А.А., Насонов Ф.А. Исследование физических особенностей авиационных систем с применением математического моделирования на примере системы воздушного охлаждения // Труды МАИ. 2021. № 120. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=161429>. DOI: [10.34759/trd-2021-120-15](https://doi.org/10.34759/trd-2021-120-15)

14. Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем. – М.: Наука, 1992. – 280 с.
15. Мелешко В.В., Нестеренко О.И. Бесплатформенные инерциальные навигационные системы. – Кировоград: ПОЛИМЕД – Сервис, 2011. – 164 с.
16. Лапшин Ю.В. Системы управления ракет-носителей и космических аппаратов. – Санкт-Петербург: ВКА имени А.Ф. Можайского, 2012. - 158 с.
17. Астапов Ю.М., Велданов В.А., Люшнин С.А. Системы наведения и управления высокоточных боеприпасов. – М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2019. - 170 с.
18. Голован А.А., Мишин В.Ю., Молчанов А.В., Чиркин М.В. Метод анализа влияния погрешностей гироскопического канала бесплатформенной инерциальной навигационной системы на погрешности инерциального счисления // Известия РАН. Теория и системы управления. 2021. № 4. С. 130–141.
19. Беляев Б.В., Голиков И.О., Добролюбов А.Н., Лебедев А.С. Математическая модель для диагностирования работоспособности летательных аппаратов при неисправностях в виде трещин // Труды МАИ. 2020. № 114. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=118918>. DOI: [10.34759/trd-2020-114-09](https://doi.org/10.34759/trd-2020-114-09)
20. Гуськов А.А., Спирин А.А., Норинская И.В. Имитационная модель электромеханического рулевого привода малогабаритного высокоманевренного летательного аппарата // Труды МАИ. 2019. № 111. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=115157>. DOI: [10.34759/trd-2020-111-14](https://doi.org/10.34759/trd-2020-111-14)

## References

1. Vatutin M.A., Klyuchnikov A.I., Fominov I.V. Analysis of the features of the use of free-form inertial navigation systems in light-class space rockets. *IV Vserossiiskaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya «Sovremennye problemy sozdaniya i ekspluatatsii vooruzheniya, voennoi i spetsial'noi tekhniki»*: sbornik trudov. Saint Petersburg: VKA imeni A.F. Mozhaiskogo Publ., 2018. P. 23–28. (In Russ.).
2. Klyushnikov V.Yu. Ultralight class launch vehicles: niche in the market of launch services and promising projects. *Vozdushno-kosmicheskaya sfera*. 2019. No. 3. P. 58-71. (In Russ.).
3. Ermakov P.G., Gogolev A.A. Comparative analysis of information aggregation schemes of free-form inertial navigation systems of unmanned aerial vehicles. *Trudy MAI*. 2021. No. 117. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=156253>. DOI: [10.34759/trd-2021-117-11](https://doi.org/10.34759/trd-2021-117-11)
4. Ermakov P.G., Gogolev A.A. A software package of algorithms for autonomous determination of angular orientation parameters of unmanned aerial vehicles. *Trudy MAI*. 2022. № 124. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=167100>. DOI: [10.34759/trd-2022-124-17](https://doi.org/10.34759/trd-2022-124-17)
5. Litvin M.A., Malyugina A.A., Miller A.B., Stepanov A.N., etc. Types of errors in the INS and methods of their approximation. *Informatsionnye protsessy*. 2014. V. 14, No. 4. P. 326-339. (In Russ.).
6. Golyakov A.D., Richnyak A.M., Fominov I.V. Investigation of the accuracy of navigation parameters of a spacecraft with an adaptive autonomous navigation system. *Trudy MAI*.

2022. No 126. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=168986>. DOI: [10.34759/trd-2022-126-23](https://doi.org/10.34759/trd-2022-126-23)

7. Matveev V.V., Raspopov V.Ya. *Osnovy postroeniya besplatformennykh inertzial'nykh navigatsionnykh system* (Fundamentals of building free-form inertial navigation systems). Saint Petersburg: TsNII «Elektropribor» Publ., 2009. 280 p.

8. Mohinder G.S., Weill L.R., Andrews A.P. *Global Positioning Systems, Inertial Navigation and Integration*. New York, A John Willey and Sons, 2007, 525 p.

9. Matveev V.V. *Inertzial'nye navigatsionnye sistemy* (Inertial navigation systems). Tula: TulGU Publ., 2012. 199 p.

10. Mikoni S.V., Sokolov B.V., Yusupov R.M. *Kvalimetriya modelei i polimodel'nykh kompleksov: monografiya* (Qualimetry of models and polymodel complexes: a monograph). Moscow: RAN Publ., 2018. 314 p.

11. Zaitsev D.O., Pavlov D.A., Nestechuk E.A. A technique for monitoring the technical condition of on-board launch vehicle systems based on processing rapidly changing parameters. *Trudy MAI*. 2021. No. 121. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=162665>. DOI: [10.34759/trd-2021-121-18](https://doi.org/10.34759/trd-2021-121-18)

12. Eliseev A.V., Kuznetsov N.K., Eliseev S.V. New approaches in assessing the dynamic properties of oscillatory structures: frequency functions and coherence of movements. *Trudy MAI*. 2021. No. 120. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=161421>. DOI: [10.34759/trd-2021-120-08](https://doi.org/10.34759/trd-2021-120-08)

13. Popov E.P., Vereikin A.A., Nasonov F.A. Investigation of the physical features of aviation systems using mathematical modeling on the example of an air cooling system.

*Trudy MAI.* 2021. No. 120. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=161429>. DOI: [10.34759/trd-2021-120-15](https://doi.org/10.34759/trd-2021-120-15)

14. Branets V.N., Shmyglevskii I.P. *Vvedenie v teoriyu besplatformennykh inertial'nykh navigatsionnykh system* (Introduction to the theory of strapless inertial navigation systems). Moscow: Nauka Publ., 1992. 280 p.

15. Meleshko V.V., Nesterenko O.I. *Besplatformennye inertial'nye navigatsionnye sistemy* (Free-form inertial navigation systems). Kirovograd: POLIMED – Servis Publ., 2011. 164 p.

16. Lapshin Yu.V. *Sistemy upravleniya raket-nositelei i kosmicheskikh apparatov* (Control systems of launch vehicles and spacecraft). Saint Petersburg: A.F. Mozhaisky VKA Publ., 2012. 158 p.

17. Astapov Yu.M., Veldanov V.A., Lyushnin S.A. *Sistemy navedeniya i upravleniya vysokotochnnykh boepripasov* (Guidance and control systems for precision-guided munitions). Moscow: MGTU im. N.E. Baumana Publ., 2019. 170 p.

28. Golovan A.A., Mishin V.Yu., Molchanov A.V., Chirkin M.V. A method for analyzing the effect of errors in the gyroscopic channel of a strapless inertial navigation system on errors in inertial notation. *Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya*. 2021. No. 4. P. 130–141. (In Russ.).

19. Belyaev B.V., Golikov I.O., Dobrolyubov A.N., Lebedev A.S. A mathematical model for diagnosing the operability of aircraft with faults in the form of cracks. *Trudy MAI*. 2020. No. 114. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=118918>. DOI: [10.34759/trd-2020-114-09](https://doi.org/10.34759/trd-2020-114-09)

20. Gus'kov A.A., Spirin A.A., Norinskaya I.V. Simulation model of an electromechanical steering drive of a small-sized highly maneuverable aircraft. *Trudy MAI*. 2019. No. 111. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=115157>. DOI: [10.34759/trd-2020-111-14](https://doi.org/10.34759/trd-2020-111-14)

Статья поступила в редакцию 18.09.2024

Одобрена после рецензирования 28.09.2024

Принята к публикации 25.12.2024

The article was submitted on 18.09.2024; approved after reviewing on 28.09.2024; accepted for publication on 25.12.2024