

Труды МАИ. 2023. № 133
Trudy MAI, 2023, no. 133

Научная статья
УДК 51-71, 517.442, 629.4.015, 62-752, 681.5
URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=177669>

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СОСТОЯНИЙ ВИБРАЦИОННЫХ МАШИН

**Роман Сергеевич Большаков¹, Валерий Ерофеевич Гозбенко²,
Куанг Чык Выонг³**

^{1,2,3}Иркутский государственный университет путей сообщения,
Иркутск, Россия

¹[Bolshakov_rs@mail.ru](mailto:bolshakov_rs@mail.ru)

²ygozbenko@yandex.ru

³trucvq1990@gmail.com

Аннотация. Рассмотрены оценки динамического состояния технического объекта в виде вибрационной технологической машины, используемой при реализации технологических процессов, связанных, в частности, с вибрационным упрочнением длинномерных деталей. Рассматриваемый технический объект содержит массоинерционные и упругие элементы. Предложено использование подходов структурного математического моделирования, основанных на применении динамических аналогов исходных расчетных схем вибрационных технологических машин в виде механических колебательных систем с несколькими степенями свободы, представляющих собой структурные схемы систем автоматического управления. Оцениваются возможности изменения динамического состояния

вибрационной технологической машины за счёт корректировки параметров составляющих элементов для получения устойчивых динамических режимов работы рассматриваемого технологического оборудования.

Ключевые слова: структурное математическое моделирование, преобразования Лапласа, вибрационные технологические машины, структурные схемы, вибрационное упрочнение

Для цитирования: Большаков Р.С., Гозбенко В.Е., Вьонг К.Ч. Математическое моделирование динамических состояний вибрационных машин // Труды МАИ. 2023.

№ 133. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=177669>

Original article

MATHEMATICAL MODELING OF DYNAMIC CONDITIONS OF VIBRATION MACHINES

Roman S. Bolshakov¹, Valery E. Gozbenko², Truc V. Quang³

^{1,2,3}Irkutsk State Transport University (IrGUPS),

Irkutsk, Russia

¹[Bolshakov_rs@mail.ru](mailto:bolshakov_rs@mail.ru)

²vgozbenko@yandex.ru

³trucvq1990@gmail.com

Abstract. The subject of the study is a technical object in the form of a vibration technological machine used in the implementation of technological processes associated with vibration hardening, transportation, sorting, etc. The technical object under consideration contains mass-inertial and elastic elements.

The purpose of the study is to assess the possibilities of changing the dynamic condition of a vibration technological machine by adjusting the parameters of the constituent elements to obtain stable dynamic operating modes of the technological equipment in question.

As a research tool, structural mathematical modeling is used, based on the use of dynamic analogues of the original design diagrams of vibration technological machines in the form of mechanical oscillatory systems with several degrees of freedom, which are structural diagrams of automatic control systems.

The main results obtained during the research include the construction of a mathematical model of a vibration technological machine, which allows one to assess the dynamic condition of the technical object under study, as well as change parameters to obtain motion modes in which there are no angular vibrations of the working body of the vibration technological machine.

The use of the obtained results is possible when modernizing and designing vibration technological machines by introducing additional elements into their structure, the parameters of which can vary depending on the type of technological process. Based on the proposed method, a control system for the technical object under consideration can be created.

The conducted research allows us to propose a method for assessing the dynamic interactions between the elements of a vibration technological machine.

Keywords: structural mathematical modeling, Laplace transforms, vibration technological machines, block diagrams, vibration hardening

For citation: Bolshakov R.S., Gozbenko V.E., Quang T.V. Mathematical modeling of dynamic conditions of vibration machines. *Trudy MAI*, 2023, no. 133. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=177669>

Введение

Ускоренное восполнение промышленных ресурсов требует, в настоящий момент времени, повышенного внимания способам оценки динамических свойств как существующего технологического оборудования, так и вновь создаваемого, предназначенного, в том числе, для производства различных деталей для авиационной промышленности. Научные исследования, направленные на создание подходов, направленных на учет и изменение динамических свойств вибрационных технологических машин, нашли отражение в трудах отечественных ученых [1–4].

Динамические процессы, характерные для машин и механизмов, достаточно разнообразны в связи с наличием в их структуре множества типовых элементов различной физической природы, что требует оценки их влияния на динамическое состояние исследуемого технологического оборудования. Для обеспечения безопасности и надежности таких технических систем необходимо формирование соответствующих математических моделей [5–8], предназначенных также для различных видов обработки авиационных деталей. Учет различных аспектов динамических взаимодействий необходим при проведении оценки прочностных характеристик авиационных деталей [9–11].

Также в направлении динамики машин широкое распространение получили подходы, характерные для структурного математического моделирования, когда исходной расчетной схемы технической системы сопоставляется структурная схема системы автоматического управления, являющаяся динамическим аналогом данной системы. В рамках методологии структурного математического моделирования возможен переход к использованию методов анализа, используемых в теории автоматического управления [12–15].

Динамическое состояние технических объектов представляет собой совокупность особенностей его динамических свойств, связанных с наличием резонансов, режимов динамического гашения колебаний, реакций связей и других динамических эффектов [16–18], возникающих при функционировании вибрационного технологического оборудования. Для управления динамическим состоянием вибрационных машин разработан ряд конструктивно-технических решений [19,20], направленных на улучшение динамических характеристик модернизируемого оборудования за счёт введения в его структуру дополнительных элементов с изменяемыми параметрами, что позволяет за счёт связности парциальных систем получать необходимые режимы динамического состояния вибрационных технологических машин.

В предлагаемой статье рассматривается построение математической модели вибрационной технологической машины с дополнительными параметрами.

I. Общие положения. Постановка задачи исследования

Технологические вибрационные машины в последние годы находят широкое применение в различных отраслях промышленности и строительной индустрии. Вибростенды и вибрационные технологические комплексы представляют собой достаточно сложные технические объекты, рабочие органы которых совершают колебательные движения с целью интенсификации технологических процессов, повышению производительности процессов вибрационного транспортирования, перемешивания, обработки поверхностей авиационных деталей через контакты с вибрирующими рабочими сыпучими связями и др. Вопросам динамики вибрационных машин и обеспечения надёжности, а также повышению безопасности эксплуатации посвящены научно-технические разработки отечественных специалистов Бабичева А.П., Блехмана И.И., Пановко Г.Я., Копылова Ю.Р. и др. Большое внимание уделяется разработке специальных технических средств, обеспечивающих вибрационные взаимодействия сыпучих гранулированных сред для упрочнения деталей современной авиационной промышленности.

В принципиальных аспектах рассмотрения возможностей создания, коррекции и управления динамическими состояниями рабочих органов вибрационных машин ориентируются на использование расчётных схем в виде механических колебательных систем, совершающих малые колебания относительно положения статического равновесия.

Многие вопросы динамики колебательных структур, содержащих в своем составе твердые тела (как модели рабочего органа), рассмотрены в работах Галиева И.И., Блехмана И.И., Коловского М.З., Вайсберг Л.А. и др.

Внимание к вопросам динамики механических колебательных систем связано с необходимостью разработки эффективных способов и средств формирования вибрационных полей рабочих органов, поскольку структура вибрационного поля обеспечивает возможности взаимодействия сыпучей среды с обрабатываемыми поверхностями деталей. При этом возникают проблемы учёта неударивающих связей рабочей среды с поверхностью деталей, а также возможностей создания определённых движений рабочей среды.

Расчетная схема вибрационной технологической машины приведена на рис. 1 и представляет собой механическую колебательную систему с двумя степенями свободы, содержащую твердое тело (M, J), опирающееся на два упругих элемента с коэффициентами жесткости k_1 и k_2 . Возмущающее воздействие приложено в т. O (сила Q), где расположен центр тяжести системы. При это $OO_1 = l_0$, положение т. O определяется длинами плеч l_1 и l_2 (рис. 1).

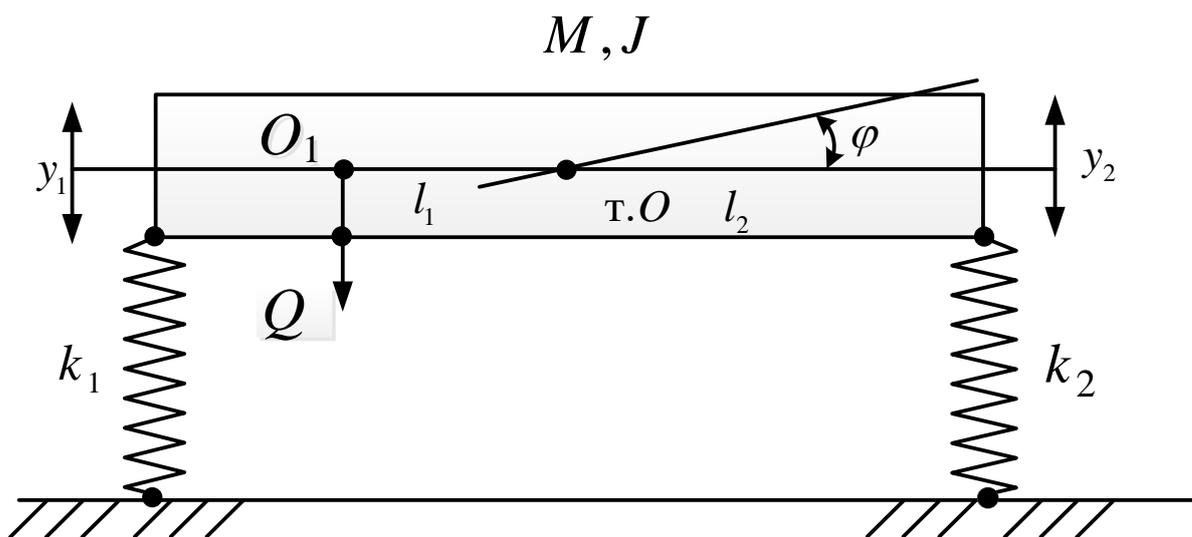


Рисунок 1. – Расчетная схема вибрационной технологической машины с подвижным вибратором

Движение системы может быть рассмотрено в системах координат y_1 и y_2 и y и φ , связанных с неподвижным базисом.

Между системами координат y_1 , y_2 и y , φ имеются связи, определяемые выражениями:

$$y_0 = ay_1 + by_2, \varphi = c(y_2 - y_1), y_1 = y_0 - l_1\varphi, y_2 = y_0 + l_2\varphi. \quad (1)$$

Составление математической модели оценки динамических состояний исходной системе производится на основе использования уравнений Лагранжа 2-го рода. В этом случае может быть построена система линейных дифференциальных уравнений движения в координатах y_1 , y_2 [4].

Для реализации такого подхода запишем выражения для кинетической и потенциальной энергий:

$$T = \frac{1}{2}M\dot{y}_0^2 + \frac{1}{2}J\dot{\varphi}^2 = \frac{1}{2}M(a\dot{y}_1 + b\dot{y}_2)^2 + \frac{1}{2}Jc(\dot{y}_2 - \dot{y}_1)^2 \quad (2)$$

$$П = \frac{1}{2}k_1y_1^2 + \frac{1}{2}k_2y_2^2, \quad (3)$$

где $a = \frac{l_2}{l_1 + l_2}, b = \frac{l_1}{l_1 + l_2}$.

Сила Q , приложенная в т. O_1 на расстоянии l_0 от т. O , может быть преобразована в эквивалентную систему внешних возмущений, отнесённых к координатам y_1, y_2 , что составит

$$\begin{aligned} Q_1 &= Qa + Qc = Q(a + c), \\ Q_2 &= Qb - Qc = Q(b - c), \end{aligned} \quad (4)$$

где $c = \frac{l_0}{l_1 + l_2}$.

Используя формализм вывода уравнений Лагранжа и последующие интегральные преобразования Лапласа при нулевых начальных условиях [4], получим систему уравнений в операторной форме:

$$\bar{y}_1(Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1\bar{y}_1 - \bar{y}_2(Jc^2 - Mab)p^2 = \bar{Q}(a + c), \quad (5)$$

$$\bar{y}_2(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2\bar{y}_2 - \bar{y}_1(Jc^2 - Mab)p^2 = \bar{Q}(b - c). \quad (6)$$

где $p = j\omega$ – комплексная переменная ($j = \sqrt{-1}$), значок \leftrightarrow над переменной означает изображение по Лапласу [4].

На основе системы уравнений (5), (6) в операторной форме может быть построена структурная математическая модель исходной системы по рис. 1 в виде структурной схемы, эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления [4], как показано на рис. 2.

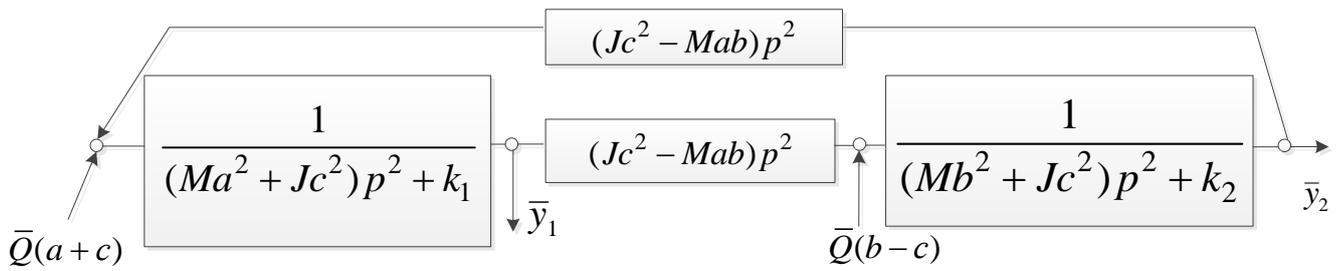


Рисунок 2. – Структурная математическая модель механической колебательной системы

Рассматриваемая структурная схема состоит из двух парциальных блоков, на соответствующие входы которых действуют внешние синфазные гармонические возмущения \bar{Q}_1 и \bar{Q}_2 .

Используя структурную схему (рис. 2), можно для оценки динамических свойств системы построить передаточные функции, которые принимают вид:

$$W_1(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{Q}} = \frac{(a+c)[(Mb^2 + Jc^2 + k_2)] + (b-c)(Jc^2 - Mab)p^2}{A(p)}, \quad (7)$$

$$W_2(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{Q}} = \frac{(b-c)[(Ma^2 + Jc^2 + k_1)] - (a+c)(Jc^2 - Mab)p^2}{A(p)}. \quad (8)$$

где
$$A(p) = [(Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1][(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2] - [(Jc^2 - Mab)p^2]^2 \quad (9)$$

является частотным характеристическим уравнением системы.

II. Особенности математического моделирования

Из анализа (7), (8) следует, что рабочий орган под действием возмущения \bar{Q} имеет два режима динамического гашения колебаний на частотах, определяемых по формулам

$$\omega_{1дин}^2 = \frac{k_1(a+c)}{(a+c)(Mb^2 + Jc^2) + (b-c)(Jc^2 - Mb^2)}, \quad (10)$$

$$\omega_{2дин}^2 = \frac{k_2(b-c)}{(b-c)(Ma^2 + Jc^2) + (a+c)(Jc^2 - Mab)}. \quad (11)$$

Таким образом, изменяя значения c (т.е. положение точки приложения вибратора), можно менять значения \bar{y}_1 и \bar{y}_2 , создавая нужную структуру вибрационного поля рабочего органа вибрационной технологической машины.

Имея структурную схему (рис. 2), можно ввести в рассмотрение передаточную функцию межпарциальных связей, которая имеет вид

$$W_{12}(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = \frac{(b-c) \left[(Ma^2 + Jc^2 + k_1) - (a+c)(Jc^2 - Mab)p^2 \right]}{(a+c) \left[(Mb^2 + Jc^2 + k_2) + (b-c)(Jc^2 - Mab)p^2 \right]}. \quad (12)$$

Отношение амплитуд колебаний можно представить

$$W_{12}(p) = i, \quad (12)$$

что позволяет механическую колебательную систему рассматривать как виртуальный рычажный механизм. Если i является отрицательной величиной, то на рабочем органе (твердом теле) между точками крепления упругих элементов образуется центр вращения (или узел колебаний). При этом механическая колебательная система, если иметь в виду особенности движения твердого тела, может рассматриваться как рычажный механизм 2-го рода [4].

Если $i = 1$, то рабочий орган совершает движения, характерные для инерционного типа ($\bar{y}_1 = \bar{y}_2$) в структуре механической колебательной системы с одной степенью свободы. При этом формируется однородное вибрационное поле.

Параметры настройки, имеется в виду величина l_0 (или c), определяются на заданной частоте из выражения (12).

Если передаточное отношение $i = \frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1}$ а соответствует условию $i < 1$, но $i \neq 0$,

то твердое тело (рабочий орган) приобретает центр вращения за пределами твердого тела (левее точки, движение которой определяется координатой \bar{y}_1), а механическая колебательная система может быть интерпретирована как рычажный механизм с точкой опоры в центре вращения (или узле колебаний).

Аналогичная ситуация возникает при выполнении условия $i > 1$. В это случае точка опоры виртуального рычага (центр вращения или узел колебаний твердого тела) будет размещаться правее точки твердого тела, как определяет координата \bar{y}_2 .

Таким образом предлагаемый алгоритм определения положения точки вращения (т.е. определение l_0) позволяет решать задачи формирования вибрационного поля, соответствующего требованиям эффективной реализации вибрационного технологического процесса обработки протяжённых деталей, предназначенных для авиационной промышленности.

Заключение

К полученным в ходе проведения исследований основным результатам можно отнести построение математической модели вибрационной технологической машины, которая позволяет оценить динамическое состояние исследуемого технического объекта, а также изменять параметры для получения режимов движения, при которых отсутствуют угловые колебания рабочего органа

вибрационной технологической машины, что исключает режимы минимизации влияния обрабатываемой сыпучей среды на модифицируемую поверхность авиационной детали.

Использование полученных результатов возможно при модернизации и проектировании вибрационных технологических машин за счёт введения в их структуру дополнительных элементов, параметры которых могут изменяться в зависимости от вида технологического процесса. На основе предлагаемого способа может быть создана система управления рассматриваемым техническим объектом.

Проведённые исследования позволяют предложить способ оценки динамических взаимодействий между элементами вибрационной технологической машины для повышения эффективности упрочнения обрабатываемых авиационных деталей.

Таким образом, применение подходов, основанных на структурном математическом моделировании, позволяет получить математическую модель вибрационной технологической машины, представляющую собой передаточную функцию межпарциальных связей с возможностями оценки динамического состояния исходного технического объекта.

Полученная передаточная функция связности межпарциальных связей учитывает влияние дополнительно введённых параметров, в частности, изменение места приложения возмущающего воздействия на рабочий орган вибрационной машины, что позволяет варьировать параметрами её составляющих элементов для

получения устойчивых динамических режимов работы для повышения эффективности использования такого технологического оборудования.

Предлагаемый подход позволяет осуществлять управление вибрационной технологической машиной при помощи изменения места приложения возмущающей силы и формировать технологические режимы её работы при отсутствии угловых колебаний рабочего органа, что позволит более равномерно осуществлять, к примеру, виброупрочнение авиационных длинномерных деталей.

Список источников

1. Фролов К.В., Фурман Ф.А. Прикладная теория виброзащитных систем. – М.: Машиностроение, 1985. – 286 с.
2. Махутов Н.А. Прочность и безопасность: фундаментальные и прикладные исследования. – Новосибирск: Новосибирское отделение издательства "Наука", 2008. – 528 с.
3. Пановко Г.Я. Динамика вибрационных технологических процессов: монография. – М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2006. – 176 с.
4. Eliseev S.V., Eliseev A.V. Theory of oscillations. Structural mathematical modeling in problems of dynamics of technical objects, Cham, Springer Nature Switzerland AG, 2019, 521 p.
5. Тупицын А.А., Нечаев В.В., Гозбенко В.Е. Совершенствование конструкции планетарных зубчатых передач. Торцовая зубчато-роликовая передача //

Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2015. № 3 (47). С. 83-88.

6. Булдаев А.С., Хишектеуева И.Х.Д., Анахин В.Д., Дамбаев Ж.Г. Об одном методе решения задачи идентификации динамических систем // Вестник Бурятского государственного университета. Математика, информатика. 2020. № 4. С. 14-25. DOI: [10.18101/2304-5728-2020-4-14-25](https://doi.org/10.18101/2304-5728-2020-4-14-25)

7. Булдаев А.С. Проекционные методы возмущений в задачах оптимизации управляемых систем // Известия Иркутского государственного университета. Серия: Математика. 2014. Т. 8. С. 29-43.

8. Мижидон А.Д., Харахинов А.В. Гибридная система дифференциальных уравнений, описывающая системы твердых тел, прикрепленных к балке Тимошенко // Вестник Бурятского государственного университета. Математика, информатика. 2019. № 1. С. 65-77. DOI: [10.18101/2304-5728-2019-1-65-77](https://doi.org/10.18101/2304-5728-2019-1-65-77)

9. Пуцин Р.В., Пыхалов А.А. Анализ напряжений замковой части рабочих лопаток авиационных двигателей с конечно-элементным решением контактной задачи теории упругости // Труды МАИ. 2020. № 110. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=112862>. DOI: [10.34759/trd-2020-110-11](https://doi.org/10.34759/trd-2020-110-11)

10. Пыхалов А.А., Милов А.Е. Контактная задача статистического и динамического анализа сборочных роторов турбомашин: монография. - Иркутск: Иркутский государственный технический университет, 2007. – 190 с.

11. Бохоева Л.А., Балданов А.Б., Рогов В.Е. Математическое моделирование потери устойчивости локальных расслоений, полученных в результате скоростного удара //

Инженерный журнал: наука и инновации. 2022. № 12 (132). DOI: [10.18698/2308-6033-2022-12-2233](https://doi.org/10.18698/2308-6033-2022-12-2233)

12. Елисеев С.В., Кузнецов Н.К., Елисеев А.В., Вьонг Куанг Ч. Межпарциальные связи в механических колебательных системах с двумя степенями свободы: возможности формирования динамических состояний // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2019. Т. 23, № 4 (147). С. 689-698.

DOI: [10.21285/1814-3520-2019-4-689-698](https://doi.org/10.21285/1814-3520-2019-4-689-698)

13. Кашуба В.Б., Большаков Р.С., Мозалевская А.К., Нгуен Д.Х. Определение реакций связей между элементами виброзащитных систем на основе метода структурных преобразований // Механики XXI века. 2016. № 15. С. 295-300.

14. Каргапольцев С.К., Елисеев С.В., Вьонг К.Ч. Об особенностях установки и размещения вибровозбудителя технологической вибрационной машины // Системы. Методы. Технологии. 2019. № 2 (42). С. 7-12. DOI: [10.18324/2077-5415-2019-2-7-12](https://doi.org/10.18324/2077-5415-2019-2-7-12)

15. Абидуев П.Л., Дармаев Т.Г. Двумерная модель многослойных тонкостенных конструкций // VII Международная научная конференция «Проблемы механики современных машин» (Улан-Удэ, 25–30 июня 2018): сборник трудов. – Улан-Удэ: Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления, 2018. Т. 3. С. 13-17.

16. Елисеев А.В., Кузнецов Н.К., Миронов А.С. Карты динамических инвариантов в оценке режимов движений механических колебательных систем // Труды МАИ. 2023. № 128. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=171386>. DOI: 10.34759/trd-2023-128-05

17. Елисеев А.В., Кузнецов Н.К., Елисеев С.В. Частотная энергетическая функция в оценке динамических состояний технических объектов // Труды МАИ. 2021. № 118. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=158213>. DOI: [10.34759/trd-2021-118-04](https://doi.org/10.34759/trd-2021-118-04)
18. Елисеев А.В., Кузнецов Н.К., Елисеев С.В. Новые подходы в оценке динамических свойств колебательных структур: частотные функции и связность движений // Труды МАИ. 2021. № 120. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=161421>. DOI: [10.34759/trd-2021-120-08](https://doi.org/10.34759/trd-2021-120-08)
19. Елисеев С.В., Большаков Р.С., Елисеев А.В. и др. Устройство управления вибрационным полем технологической машины. Патент № 2689901 С2 РФ, МПК F16F 15/02, F16F 7/10, 29.05.2019.
20. Елисеев С.В., Большаков Р.С., Елисеев А.В. и др. Способ корректировки распределения амплитуд колебаний рабочего органа вибрационного технологического стенда и устройство для его реализации. Патент № 2716368 С1 РФ, МПК F16F 15/04, 11.03.2020.

References

1. Frolov K.V., Furman F.A. *Prikladnaya teoriya vibrozashchitnykh sistem* (Applied theory of vibration protection systems), Moscow, Mashinostroenie, 1985, 286 p.
2. Makhutov N.A. *Prochnost' i bezopasnost': fundamental'nye i prikladnye issledovaniya* (Strength and safety: fundamental and applied research), Novosibirsk, Novosibirskoe otделение izdatel'stva "Nauka", 2008, 528 p.

3. Panovko G.Ya. *Dinamika vibratsionnykh tekhnologicheskikh protsessov: monografiya.* (Dynamics of vibration technological processes: monograph), Moscow-Izhevsk, NITs «Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika», Institut komp'yuternykh issledovaniy, 2006, 176 p.
4. Eliseev S.V., Eliseev A.V. *Theory of oscillations. Structural mathematical modeling in problems of dynamics of technical objects*, Cham, Springer Nature Switzerland AG, 2019, 521 p.
5. Tupitsyn A.A., Nechaev V.V., Gozbenko V.E. *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie*, 2015, no. 3 (47), pp. 83-88.
6. Buldaev A.S., Khishektueva I.Kh.D., Anakhin V.D., Dambaev Zh.G. *Vestnik Buryatskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika, informatika*, 2020, no. 4, pp. 14-25. DOI: [10.18101/2304-5728-2020-4-14-25](https://doi.org/10.18101/2304-5728-2020-4-14-25)
7. Buldaev A.S. *Izvestiya Irkutskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Matematika*. 2014, vol. 8, pp. 29-43.
8. Mizhidon A.D., Kharakhinov A.V. *Vestnik Buryatskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika, informatika*, 2019, no. 1, pp. 65-77. DOI: [10.18101/2304-5728-2019-1-65-77](https://doi.org/10.18101/2304-5728-2019-1-65-77)
9. Pushchin R.V., Pykhalov A.A. *Trudy MAI*, 2020, no. 110. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=112862>. DOI: [10.34759/trd-2020-110-11](https://doi.org/10.34759/trd-2020-110-11)
10. Pykhalov A.A., Milov A.E. *Kontaktная задача статистического и динамического анализа сборочных роторов турбомашин: монография* (Contact problem of statistical and dynamic analysis of assembly rotors of turbomachines: monograph), Irkutsk, Irkutskii gosudarstvennyi tekhnicheskii universitet, 2007, 190 p.

11. Bokhoeva L.A., Baldanov A.B., Rogov V.E. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii*, 2022, no. 12 (132). DOI: [10.18698/2308-6033-2022-12-2233](https://doi.org/10.18698/2308-6033-2022-12-2233)
12. Eliseev S.V., Kuznetsov N.K., Eliseev A.V., Vyong Kuang Ch. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2019, vol. 23, no. 4 (147), pp. 689-698. DOI: [10.21285/1814-3520-2019-4-689-698](https://doi.org/10.21285/1814-3520-2019-4-689-698)
13. Kashuba V.B., Bol'shakov R.S., Mozalevskaya A.K., Nguen D.Kh. *Mekhaniki XXI veku*, 2016, no. 15, pp. 295-300.
14. Kargapol'tsev S.K., Eliseev S.V., Vyong K.Ch. *Sistemy. Metody. Tekhnologii*, 2019, no. 2 (42), pp. 7-12. DOI: [10.18324/2077-5415-2019-2-7-12](https://doi.org/10.18324/2077-5415-2019-2-7-12)
15. Abiduev P.L., Darmaev T.G. *VII Mezhdunarodnaya nauchnaya konferentsiya «Problemy mekhaniki sovremennykh mashin»*: sbornik trudov. Ulan-Ude, Vostochno-Sibirskii gosudarstvennyi universitet tekhnologii i upravleniya, 2018, vol. 3, pp. 13-17.
16. Eliseev A.V., Kuznetsov N.K., Mironov A.S. *Trudy MAI*, 2023, no. 128. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=171386>. DOI: [10.34759/trd-2023-128-05](https://doi.org/10.34759/trd-2023-128-05)
17. Eliseev A.V., Kuznetsov N.K., Eliseev S.V. *Trudy MAI*, 2021, no. 118. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=158213>. DOI: [10.34759/trd-2021-118-04](https://doi.org/10.34759/trd-2021-118-04)
18. Eliseev A.V., Kuznetsov N.K., Eliseev S.V. *Trudy MAI*, 2021, no. 120. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=161421>. DOI: [10.34759/trd-2021-120-08](https://doi.org/10.34759/trd-2021-120-08)
19. Eliseev S.V., Bol'shakov R.S., Eliseev A.V. et al. *Patent № 2689901 C2 RF*, MPK F16F 15/02, F16F 7/10, 29.05.2019.
20. Eliseev S.V., Bol'shakov R.S., Eliseev A.V. et al. *Patent № 2716368 C1 RF*, MPK F16F 15/04, 11.03.2020.

Статья поступила в редакцию 05.12.2023

Одобрена после рецензирования 09.12.2023

Принята к публикации 25.12.2023

The article was submitted on 05.12.2023; approved after reviewing on 09.12.2023;
accepted for publication on 25.12.2023