

УДК 681.516.52

## **Компенсация возмущений со стороны окружающей среды на систему управления многомерным термическим объектом**

А. В. Юдин

### **Аннотация**

Рассмотрена система управления автоклавом. Получены передаточные функции для корректирующих звеньев, позволяющие снизить влияние температуры окружающей среды на нестабильность температуры на внутренних регулирующих термopарах. Основой для построения передаточных функций являются тепловые проводимости, выраженные через теплофизические параметры объекта управления.

### **Ключевые слова**

Передаточная функция, коррекция, автоклав, матрица.

### **Введение**

Рост кристаллов из водных растворов происходит при достижении концентрации пресыщения, при этом из раствора осаждается растворенное вещество. Концентрация пресыщения достигается разными путями, основным из которых является гидротермальный метод [1].

Кристаллизацию при тепловой конвекции раствора (гидротермальный метод), как правило, применяют для выращивания малорастворимых веществ. С самого начала метод был использован для роста кристаллов кварца. Суть его состоит в следующем. В вертикально расположенный автоклав загружают шихту и заполняют водным раствором растворителя до определенного объема из расчета заданного давления. Донная часть автоклава нагревается до более высокой температуры, чем верхняя его часть. При этом в нижней части автоклава происходит растворение шихты и за счет меньшей плотности нагретый раствор поступает в верхнюю часть автоклава, в которой температура ниже. При этом поступающий в верхнюю часть сосуда раствор оказывается пересыщенным, а это приводит к осаждению

растворенного вещества на расположенных здесь затравках. Средние значения скоростей роста монокристаллов гидротермальным методом составляют 0,1–1 мм в сутки. При этом требования к стабильности температуры очень высоки, допускается длительное отклонение не более чем на 0,5 °С при номинальной температуре около 400 °С.

Основным технологическим оборудованием для выращивания монокристаллов кварца являются сосуды (автоклавы) высокого давления. Подобные установки характеризуются большим количеством взаимосвязанных тепловых зон и, с формальной точки зрения, представляет собой многозонный термический объект (МТО). Причем внутренние зоны, как правило, не содержат нагревателей и, кроме того, отличаются большой теплоемкостью, что создает проблемы при построении систем автоматического регулирования. Как правило, внутри рабочего объема автоклава отсутствуют источники тепла. Нагреватели, находящиеся на внешних стенках автоклава с помощью локальных регуляторов обеспечивают фиксированное значение температур стенки. Ведение по внутренним термопарам дает наиболее высокую точность, но при этом система управления становится чувствительной к возмущающим воздействиям со стороны окружающей среды.

Как показали исследования в рамках работ по контракту № 02.444.11.7049 по теме РИ-111/001/006 «Повышение эффективности электротермических установок при производстве особо чистого кварцевого сырья» во время проведения стажировки в «Государственное унитарное предприятие особое конструкторское технологическое бюро искусственного стекла», выполненные в рамках федеральной целевой научно-технической программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития науки и техники» на 2002–2006 годы» запаздывание сигнала от внутренних термопар приводит к значительному перерегулированию. При медленном (по отношению к постоянной времени объекта управления) изменении температуры окружающей среды (порядка 0,2 °С/ч) происходит отклонение температур внутри на величину до 0,8 °С. Введение каскадного управления [2] позволяет значительно снизить влияние изменения температуры окружающей среды. Но такое управление не эффективно для случая быстрого изменения температуры (порядка 2 °С/ч) поскольку регуляторы оптимизированы под отработку медленно изменяющихся значений. Тем не менее, такие ситуации не редки при производстве монокристаллов гидротермальным методом и связаны с недостаточной теплоизоляцией помещений, в которых расположены автоклавы, и резкими изменениями температуры окружающей среды.

Значительный эффект может дать введение в контур управления цепей коррекции. Пример динамической коррекции для МТО рассмотрен в [3]. Для реализации такой

корректирующей структуры необходимо знание передаточных функций МТО. На практике же известны лишь теплофизические параметры объекта управления. Целью данной статьи является вывод соотношений позволяющих перейти от модели МТО заданного через теплофизические параметры к модели в виде динамических звеньев принятой в теории автоматического регулирования, с целью формирования корректирующих звеньев.

### **Представление МТО в виде системы инерционных звеньев**

Типовая структура системы управления автоклавом, применяемого для целей гидротермального синтеза представляет собой совокупность сепаратных регуляторов как показано на рис. 1. Каждый регулятор выполняет сравнение измеренной температуры  $T_k$  с заданной  $T_k^*$ , ошибка регулирования обрабатывается с помощью регулятора пропорционально-интегрально-дифференциального (ПИД) действия. Для снижения влияния возмущений со стороны окружающей среды сигнал управления с выхода ПИД регулятора необходимо подвергнуть коррекции с помощью корректора с передаточной функцией  $W_k$  в зависимости от характера изменения температуры окружающей среды  $T_0$ . Скорректированный сигнал подается на усилитель мощности (УМ) с передаточной функцией  $L_k$ , определяющей температуру внутри автоклава.

Представим внутренний объем автоклава в виде совокупности взаимосвязанных тепловых объектов, характеризующихся собственной температурой, массой и теплоемкостью. Взаимодействие между объектами моделируется с помощью величин  $\gamma$ , имеющих смысл тепловых проводимостей. Структура такого МТО представлена на рис. 2.

При формировании тепловой проводимости будем считать, что взаимодействие тепловых зон, отдаленных друг от друга на расстояние  $l$ , происходит через поверхность ограниченную прямоугольником с размерами  $B \times H$ :

$$\gamma = \frac{\lambda BH}{l},$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·°С).

Матричное уравнение, описывающее подобный МТО, выведено и подробно рассмотрено в [3]

$$CM \frac{dT}{dt} + (\Gamma + \Gamma_0 - \gamma)\Gamma = P,$$

где

$C = \text{diag}(c_1, c_2, \dots, c_n)$  – диагональная матрица теплоемкостей, Дж/(кг·°С);

$M = \text{diag}(m_1, m_2, \dots, m_n)$  – диагональная матрица масс, кг;

$\Gamma = \text{diag}\left(\sum_{i=1}^n \gamma_{1,i}, \sum_{i=1}^n \gamma_{2,i}, \dots, \sum_{i=1}^n \gamma_{n,i}\right)$  – диагональная матрица, учитывающая суммарное

взаимодействие той или иной зоны со всеми остальными, Вт/°С;

$\Gamma_0 = \text{diag}(\gamma_{1,0}, \gamma_{2,0}, \dots, \gamma_{n,0})$  – диагональная матрица, учитывающая взаимодействие той или иной зоны с окружающей средой, Вт/°С;

$\gamma = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \dots & \gamma_{1n} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \dots & \gamma_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & \dots & \gamma_{nn} \end{pmatrix}$  – квадратная матрица, содержащая, в общем случае, тепловые

проводимости между зонами в различных сочетаниях, Вт/°С. Для рассматриваемого случая ненулевые элементы матрицы находятся в верхней и нижней поддиагоналях поскольку каждая тепловая зона (кроме первой и последней) связана только с двумя соседними. Причем с учетом симметрии тепловых процессов, происходящих в автоклаве,  $\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$ ;

$\text{diag}$  – функция диагонализации вектора.

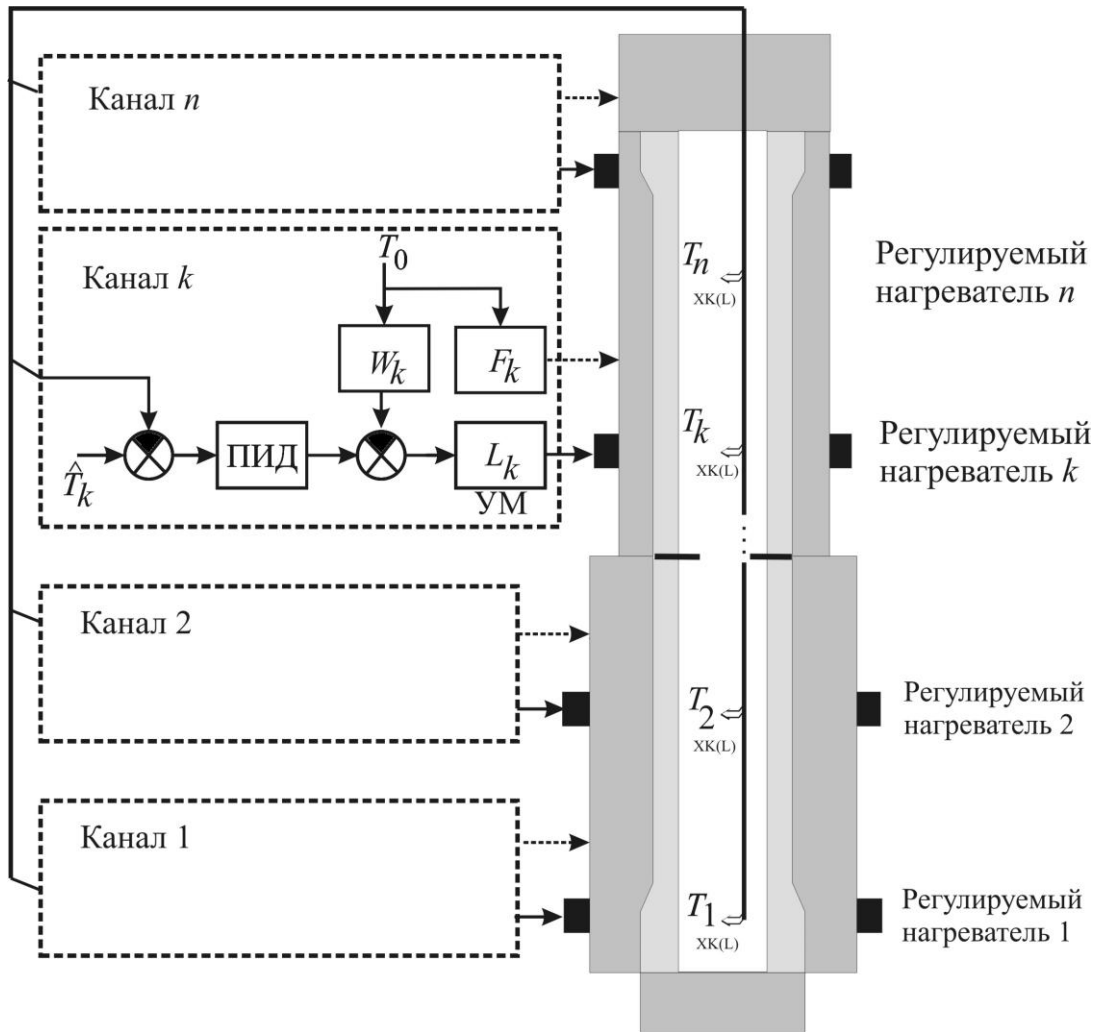


Рис. 1. Структура системы управления автоклавом

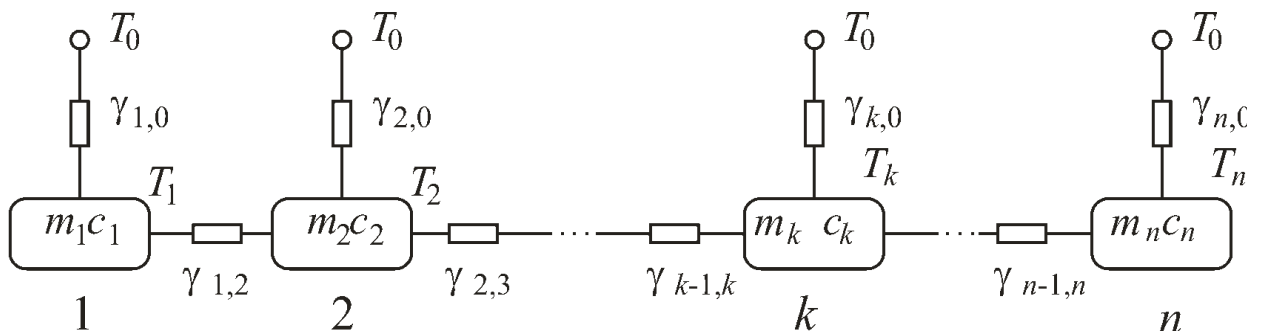


Рис. 2. Структура МТО, эквивалентного автоклаву

Представим исходное матричное уравнение в виде системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}
m_1 c_1 \frac{dT_1}{dt} + \gamma_{1,2}(T_1 - T_2) + \gamma_{1,0}(T_1 - T_0) &= P_1 \\
m_2 c_2 \frac{dT_2}{dt} + \gamma_{2,3}(T_2 - T_3) + \gamma_{2,1}(T_2 - T_1) + \gamma_{2,0}(T_2 - T_0) &= P_2 \\
m_k c_k \frac{dT_k}{dt} + \gamma_{k,k+1}(T_k - T_{k+1}) + \gamma_{k,k-1}(T_k - T_{k-1}) + \gamma_{k,0}(T_k - T_0) &= P_k \cdot \\
&\vdots \\
m_n c_n \frac{dT_n}{dt} + \gamma_{n,n-1}(T_n - T_{n-1}) + \gamma_{n,0}(T_n - T_0) &= P_n
\end{aligned}$$

Сгруппируем коэффициенты, входящие в уравнения, по температурам. Это позволит привести систему к матричному виду относительно температур. Кроме того, перенесем составляющие, содержащие температуру окружающей среды, в правую часть уравнения. После перегруппировки система примет вид

$$\begin{aligned}
m_1 c_1 \frac{dT_1}{dt} + (\gamma_{1,2} + \gamma_{1,0})T_1 - \gamma_{1,2}T_2 &= \gamma_{1,0}T_0 + P_1 \\
m_2 c_2 \frac{dT_2}{dt} - \gamma_{2,1}T_1 + (\gamma_{2,3} + \gamma_{2,1} + \gamma_{2,0})T_2 - \gamma_{2,3}T_3 &= \gamma_{2,0}T_0 + P_2 \\
m_k c_k \frac{dT_k}{dt} - \gamma_{k,k-1}T_{k-1} + (\gamma_{k,k+1} + \gamma_{k,k-1} + \gamma_{k,0})T_k - \gamma_{k,k+1}T_{k+1} &= \gamma_{k,0}T_0 + P_k \cdot \\
&\vdots \\
m_n c_n \frac{dT_n}{dt} - \gamma_{n,n-1}T_{n-1} + (\gamma_{n,0} + \gamma_{n,n-1})T_n &= \gamma_{n,0}T_0 + P_n
\end{aligned}$$

Для перехода от системы дифференциальных уравнений к системе алгебраических уравнений применим операторный метод расчета. Для этого формально заменим выражение для производной оператором дифференцирования Лапласа ( $S$ ). Входное воздействие также должно быть преобразовано к операторной форме. Чтобы различать выражение для мощности во временной области и в области изображений по Лапласу для операторных выражений будем указывать  $P(S)$ . Данный подход характерен для операторного метода расчета переходных процессов в линейных электрических цепях. Исследуемый объект также является линейным, что позволяет применить к нему операторный метод.

В операторной форме записи система уравнений примет вид

$$\begin{aligned}
-\gamma_{1,2}T_2 + (m_1 c_1 S + (\gamma_{1,2} + \gamma_{1,0}))T_1 &= \gamma_{1,0}T_0 + P_1(S) \\
-\gamma_{2,3}T_3 + (m_2 c_2 S + (\gamma_{2,3} + \gamma_{2,1} + \gamma_{2,0}))T_2 - \gamma_{2,1}T_1 &= \gamma_{2,0}T_0 + P_2(S) \\
-\gamma_{k,k+1}T_{k+1} + (m_k c_k S + (\gamma_{k,k+1} + \gamma_{k,k-1} + \gamma_{k,0}))T_k - \gamma_{k,k-1}T_{k-1} &= \gamma_{k,0}T_0 + P_k(S) \cdot \\
&\vdots \\
(m_n c_n S + (\gamma_{n,0} + \gamma_{n,n-1}))T_n - \gamma_{n,n-1}T_{n-1} &= \gamma_{n,0}T_0 + P_n(S)
\end{aligned}$$

Разделим левую и правую часть каждого уравнения на сумму тепловых проводимостей  $\gamma_{k,k+1} + \gamma_{k,k-1} + \gamma_{k,0}$ , приведенных к  $k$ -му узлу. Исключение составляют первый

и последний узлы. Для них приведенные тепловые проводимости содержат только два слагаемых, поскольку для них соседней является только одна зона. Формально примем правило формирования приведенных тепловых проводимостей: если при изменении  $k$  от 1 до  $n$  индекс тепловой проводимости обращается в ноль, то такое слагаемое не учитывается. Аналогично, если индекс тепловой проводимости превышает  $n$ , то такое слагаемое также не учитывается.

В результате система будет представлена в следующем виде

$$\begin{aligned}
& -\frac{\gamma_{1,2}}{\gamma_{1,2} + \gamma_{1,0}} T_2 + \left( \frac{m_1 c_1}{\gamma_{1,2} + \gamma_{1,0}} S + 1 \right) T_1 = \frac{\gamma_{1,0}}{\gamma_{1,2} + \gamma_{1,0}} T_0 + \frac{P_1(S)}{\gamma_{1,2} + \gamma_{1,0}} \\
& -\frac{\gamma_{2,3}}{\gamma_{2,3} + \gamma_{2,1} + \gamma_{2,0}} T_3 + \left( \frac{m_2 c_2}{\gamma_{2,3} + \gamma_{2,1} + \gamma_{2,0}} S + 1 \right) T_2 - \frac{\gamma_{2,1} T_1}{\gamma_{2,3} + \gamma_{2,1} + \gamma_{2,0}} = \\
& \quad = \frac{\gamma_{2,0} T_0}{\gamma_{2,3} + \gamma_{2,1} + \gamma_{2,0}} + \frac{P_2(S)}{\gamma_{2,3} + \gamma_{2,1} + \gamma_{2,0}} \\
& -\frac{\gamma_{k,k+1}}{\gamma_{k,k+1} + \gamma_{k,k-1} + \gamma_{k,0}} T_{k+1} + \left( \frac{m_k c_k}{\gamma_{k,k+1} + \gamma_{k,k-1} + \gamma_{k,0}} S + 1 \right) T_k - \frac{\gamma_{k,k-1} T_{k-1}}{\gamma_{k,k+1} + \gamma_{k,k-1} + \gamma_{k,0}} = \\
& \quad = \frac{\gamma_{k,0} T_0}{\gamma_{k,k+1} + \gamma_{k,k-1} + \gamma_{k,0}} + \frac{P_k(S)}{\gamma_{k,k+1} + \gamma_{k,k-1} + \gamma_{k,0}} \\
& \quad \quad \quad \vdots \\
& \left( \frac{m_n c_n}{\gamma_{n0} + \gamma_{n,n-1}} S + 1 \right) T_n - \frac{\gamma_{n,n-1}}{\gamma_{n0} + \gamma_{n,n-1}} T_{n-1} = \frac{\gamma_{n0}}{\gamma_{n0} + \gamma_{n,n-1}} T_0 + \frac{P_n(S)}{\gamma_{n0} + \gamma_{n,n-1}}
\end{aligned}$$

Введем обозначения для постоянной времени  $k$ -го узла

$$\tau_k = \frac{m_k c_k}{\gamma_{k,k+1} + \gamma_{k,k-1} + \gamma_{k,0}},$$

и для коэффициентов передачи  $k$ -го узла

$$\alpha_k = \frac{\gamma_{k,k+1}}{\gamma_{k,k+1} + \gamma_{k,k-1} + \gamma_{k,0}} \text{ – коэффициент передачи к следующему узлу,}$$

$$\beta_k = \frac{\gamma_{k,k-1}}{\gamma_{k,k+1} + \gamma_{k,k-1} + \gamma_{k,0}} \text{ – коэффициент передачи к предыдущему узлу,}$$

$$g_k = \frac{\gamma_{k,0}}{\gamma_{k,k+1} + \gamma_{k,k-1} + \gamma_{k,0}} \text{ – коэффициент передачи в окружающую среду,}$$

$$u_k = \frac{1}{\gamma_{k,k+1} + \gamma_{k,k-1} + \gamma_{k,0}} \text{ – коэффициент преобразования мощности в температуру,}$$

где  $k$  изменяется в диапазоне от 1 до  $n$ .

Тогда система примет вид

$$\begin{aligned}
-\alpha_1 T_2 + (\tau_1 s + 1) T_1 &= g_1 T_0 + u_1 P_1(S) \\
-\alpha_2 T_3 + (\tau_2 s + 1) T_2 - \beta_2 T_1 &= g_2 T_0 + u_2 P_2(S) \\
-\alpha_k T_{k+1} + (\tau_k s + 1) T_k - \beta_k T_{k-1} &= g_k T_0 + u_k P_k(S) \\
&\vdots \\
(\tau_n s + 1) T_n - \beta_n T_{n-1} &= g_n T_0 + u_n P_n(S)
\end{aligned}$$

Представим её в матричной форме записи

$$QT = GT_0 + UP,$$

где

$$Q = \begin{pmatrix} \tau_n s + 1 & -\beta_n & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -\alpha_{n-1} & \tau_{n-1} s + 1 & -\beta_{n-1} & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -\alpha_{n-2} & \tau_{n-2} s + 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \tau_2 s + 1 & -\beta_2 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -\alpha_2 & \tau_1 s + 1 \end{pmatrix}, T = \begin{pmatrix} T_n \\ T_{n-1} \\ T_{n-2} \\ \cdots \\ T_2 \\ T_1 \end{pmatrix},$$

$$G = \begin{pmatrix} g_n \\ g_{n-1} \\ g_{n-2} \\ \cdots \\ g_2 \\ g_1 \end{pmatrix}, U = \begin{pmatrix} u_n & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & u_{n-1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & u_{n-2} & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & u_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & u_1 \end{pmatrix}.$$

Из последнего уравнения в соответствии с правилами матричной алгебры выразим вектор температур, используя операцию обращения матрицы (обозначена знаком возведения в степень -1)

$$T = Q^{-1}(GT_0 + UP).$$

Представим обратимую матрицу  $Q$  в виде разности матриц  $D$ ,  $A$  и  $B$ :

$$D = \begin{pmatrix} \tau_n s + 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \tau_{n-1} s + 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tau_{n-2} s + 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \tau_2 s + 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \tau_1 s + 1 \end{pmatrix} \text{ -- матрица, характеризующая}$$

инерционность тепловой зоны,



$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \alpha_{n-1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{n-2} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \alpha_2 & 0 \end{pmatrix} \text{ – матрица, характеризующая взаимодействие с}$$

последующими зонами, как видно элемент с индексом  $n$  не используется, поскольку  $n$  является последней зоной.

$$B = \begin{pmatrix} 0 & \beta_n & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_{n-1} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \beta_2 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ – матрица, характеризующая взаимодействие с}$$

предыдущими зонами, как видно элемент с индексом 1 не используется.

С учетом введенных матриц для вектора температур получим

$$T = (D - A - B)^{-1}(GT_0 + UP).$$

Представим обращаемую матрицу в виде

$$(D - A - B) = D(H - D^{-1}(A + B)),$$

где  $H$  – единичная матрица.

Тогда выражение для вектора температур сведется к виду

$$T = D^{-1}[H - D^{-1}(A + B)]^{-1}(GT_0 + UP).$$

### Формирование функций коррекции

В полученном выражении можно выделить две квадратные матрицы:  $F = D^{-1}[H - D^{-1}(A + B)]^{-1}GT_0$  – матрица передаточных функций от температуры окружающей среды к внутренней температуре и  $L = D^{-1}[H - D^{-1}(A + B)]^{-1}UP$  – матрица передаточных функций от мощности нагревателя к внутренней температуре. Элементы главной диагонали этих матриц содержат передаточные функции по отдельным зонам нагрева.

При фиксированном значении мощности изменение температуры окружающей среды вызовет возмущение температуры  $T_k$  в  $k$ -ой зоне внутри автоклава, которое может быть описано передаточной функцией  $F_k$ . Очевидно, что для компенсации этого возмущений необходимо сформировать корректирующее воздействие по температуре с обратным знаком. Напрямую это сделать невозможно, поэтому необходимо сформировать управляющее воздействие на усилитель мощности.

Требование к корректирующему звену по мощности можно сформулировать следующим образом: возмущение  $F_k$ , приходящее со стороны окружающей среды на внутреннюю термopару автоклава через передаточную функцию коррекции  $W_k$  должно быть приведено к входу усилителя мощности преобразованным таким образом, чтобы получить на выходе переходный процесс, совпадающий с процессом на выходе  $L_k$  для случая коррекции по температуре, то есть:  $L_k W_k = F_k$ , тогда корректирующая функция будет иметь вид  $W_k = F_k / L_k$ .

### **Заключение**

Полученное выражение для матрицы коррекции  $W$ , представляющее собой отношение матрицы передаточных функций от температуры окружающей среды к внутренней температуре  $F$  к матрице передаточных функций от мощности нагревателя к внутренней температуре  $L$ , позволяет вычислить управляющее воздействие, компенсирующее вредное воздействие, вызванное быстрым изменением температуры окружающей среды. Операция деления матриц, содержащих передаточные функции может быть выполнена в среде инженерных расчетов Matlab. С учетом того, что термические объекты характеризуются не высокими степенями передаточных функций, полученные функции коррекции, рассчитанные с помощью Matlab, могут быть реализованы в системах управления реального времени, например, в виде разностных уравнений.

### **Библиографический список**

1. **Скрипов, В. П.** Спонтанная кристаллизация переохлажденных жидкостей. [Текст]/Скрипов В. П., Коверда В. П. – М.: Наука, 1984.– 232 с.
2. **Юдин, А. В.** Каскадное управление многозонными термическими объектами [Текст] / А. В. Юдин, В. М. Соснов // Вестник РГАТА им. П. А. Соловьева: сб. науч. тр. – Рыбинск, 2006.– С. 99–100.
3. **Лобацевич, К. Л.** Объединенная модель электротермического процесса [Текст] / К. Л. Лобацевич, А. В. Юдин// Вестник РГАТА им. П. А. Соловьева: сб. науч. тр. – Рыбинск, 2010. – № 1 (16).– С. 157–162.

**Юдин, А. В.** Компенсация опосредованного влияния в многозонных объектах управления [Текст] / А. В. Юдин; Автоматизация и современные технологии ISSN 0869-4931, №6, 2009.– С. 23 – 26.

### **Сведения об авторе**

Юдин Алексей Викторович, доцент Рыбинской государственной авиационной технологической академии им. П. А. Соловьева, к. т. н., e-mail: [JudinAV@mail.ru](mailto:JudinAV@mail.ru), тел. 8-905-138-22-79.