

Труды МАИ. 2024. № 139
Trudy MAI. 2024. No. 139. (In Russ.)

Научная статья

УДК 621.391

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=183459>

EDN: <https://www.elibrary.ru/PMZEQG>

РАЗРАБОТКА КОДЕКА ТРОИЧНОГО КОДА

Виталий Степанович Кузнецов¹, Алексей Станиславович Волков^{2✉}, Алексей
Викторович Солодков³, Владислав Витальевич Лоос⁴

^{1,2,3,4}Национальный исследовательский университет «Московский институт
электронной техники»,

Москва, Зеленоград, Россия.

¹vistep2000@yahoo.com

²leshvol@mail.ru ✉

³solodkov_aw@mail.ru

⁴loos.vladislav@yandex.ru

Аннотация. В статье рассмотрены возможности использования троичных символов для передачи данных, способ их сопряжения с традиционно используемыми двоичными сигналами и показаны теоретически достижимые пределы достоверности и скорости передачи информации. Приведено описание процедуры согласования алгоритмов кодирования и декодирования, предложена структура аппаратной реализации кодера и декодера. Выбраны варианты составных помехоустойчивых кодов и проведен теоретический расчет вероятности битовой ошибки. Разработана топология интегральной микросхемы кодека с использованием предложенных алгоритмов.

Ключевые слова: помехоустойчивое кодирование, каскадные коды, алгебраические коды, расчет помехоустойчивости, троичный код, кодер

Финансирование: работа была выполнена за счет средств Минобрнауки России в рамках федерального проекта «Подготовка кадров и научного фундамента для электронной промышленности» по гос. заданию на выполнение научно-исследовательской работы «Разработка методики прототипирования электронной компонентной базы на отечественных микроэлектронных производствах на основе сервиса MPW (FSMR-2023-0008)».

Для цитирования: Кузнецов В.С., Волков А.С., Солодков А.В., Лоос В.В. Разработка кодека троичного кода // Труды МАИ. 2024. № 139. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=183459>

Original article

CODEC DESIGN FOR TERNARY CODE

Vitaliy S. Kuznetsov¹, Alexey S. Volkov²✉, Alexey V. Solodkov³, Vladislav V. Loos⁴
^{1,2,3,4}National Research University of Electronic Technology,

Moscow, Zelenograd, Russia

¹vistep2000@yahoo.com

²leshvol@mail.ru✉

³solodkov_aw@mail.ru

⁴loos.vladislav@yandex.ru

Abstract. Modern communication systems use forward error-correcting codes and types of digital modulations based on a binary alphabet. The binary alphabet as a whole is a standard in the modern world due to the convenience it provides both in circuit implementations of algorithms in integrated circuits, and when working at a high level of abstraction with mathematical models, etc. However, attempts to switch to the ternary alphabet are well known, since it offers a significant increase in the information capacity of a single character, compared with the binary alphabet. The difficulty lies in the absence of a simple and effective one-to-one transition from the binary alphabet to the ternary alphabet.

The article suggests a way to combine the symbols of two binary alphabets to obtain a ternary alphabet and a way to build an error-correcting code on this alphabet. The proposed error-correcting code on a ternary basis is used in a cascade code together with an orthogonal code and subsequent specialized one-dimensional amplitude modulation. It is shown that the proposed method for constructing an error-correcting code on a ternary basis allows transmitting information at a relative speed of 1.58 bits per period of one clock pulse. A cascade code structure is proposed, consisting of a ternary error-correcting code and an orthogonal code that provides correction of single errors. The system operates on the Shannon bound in a continuous channel with additive white Gaussian noise with sufficient reliability for voice communication and high information transfer rate.

Mathematical models of encoding and decoding units have been developed and tested. The simulation shows that when choosing the codeword length of a ternary error-correcting code of 128 symbols, 166 information bits can be transmitted during 128

ternary symbols, which is equivalent to 1.29 information bits per period of one clock pulse. The probability of a bit error in the received characters is 10^{-5} at a ratio of $E_b / N_0 = -1.11$ dB.

Within the framework of the federal project "Personnel training and scientific foundation for the electronic industry" according to the state assignment for the performance of research work "Development of a technique for prototyping an electronic component base at domestic microelectronic industries based on the MPW service (FSMR-2023-0008)", the architecture of the encoding and decoding unit of the proposed cascade code is developed and implemented in the layout of an integrated circuit. The results of the chip design show that the transition from a binary alphabet of symbols to a ternary one is effectively implemented in the integrated circuit layout both in terms of area and energy consumption and possible limiting clock frequency.

Keywords: error correcting coding, concatenated codes, algebraic codes, bit error rate, ternary code, encoder

Funding: this work was funded by the Ministry of Education and Science of Russia within the federal project «Training of personnel and scientific foundation for the electronics industry» for the state assignment for the implementation of research work «Development of a methodology for prototyping an electronic component base in domestic microelectronic production based on the MPW service (FSMR-2023-0008)».

For citation: Kuznetsov V.S., Volkov A.S., Solodkov A.V., Loos V.V. Codec design for ternary code. *Trudy MAI*. 2024. no. 139. (In Russ.). URL:

<https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=183459>

Введение

При передаче сигналов по беспроводным каналам связи на них воздействуют помехи и шумы, обусловленные особенностями распространения радиоволн в канале, нелинейностями в радиоэлектронной аппаратуре и иными эффектами. Воздействие помех влечет за собой появление ненулевой вероятности приема неверной информации, выражающуюся, например, в ухудшении разборчивости речи [1, 2]. Главный способ борьбы с подобными эффектами в системах цифровой передачи данных заключается в использовании избыточного помехоустойчивого кодирования, например, линейных блочных кодов, для которых фрагмент сообщения длиной K символов (представляющий собой информационное слово) дополняется избыточными символами до длины N , формируя таким образом кодовое слово кода. Число исправляемых ошибок t напрямую зависит от отношения величин K и N и увеличивается путем либо увеличения числа избыточных символов, либо уменьшения числа информационных символов. Этот факт представляет собой первый компромисс теории кодирования, известный как компромисс скорости передачи и достоверности приема информации [3]. Кроме того, из теоремы Шеннона косвенно следует, что с увеличением длины кодового слова N число исправляемых ошибок t тоже должно возрастать [4]. Вместе с тем с ростом N растет сложность реализации алгоритмов кодирования и декодирования, причем сложность декодера возрастает значительно быстрее. В качестве решения этого компромисса предлагают каскадные кодовые конструкции, увеличивающие значение N путем

использования нескольких кодов с меньшими значениями длин N_1, N_2, \dots и менее сложными декодерами [5].

Помимо этого, для построения помехоустойчивых кодов используются недвоичные алфавиты символов, как, например, в случае кодов Рида-Соломона [6]. Для них каждый символ принадлежит полю $GF(q^m)$ и представляется заданной комбинацией q -ичных символов, причем в большинстве случаев используют вариант $q = 2$. Однако, как показано в [7-9], с точки зрения объема информации, переносимого каждым символом, более удачной конструкцией могут быть помехоустойчивые коды на основе троичных алфавитов. Практическое использование таких кодов ограничено используемой аппаратурой и тем фактом, что общепринятым стандартом хранения и обработки информации являются двоичные символы. Следовательно, для практической применимости кодов и сигналов на основе троичного базиса необходим алгоритм преобразования двоичных символов в троичные и обратно.

В данной статье предложена каскадная кодовая конструкция, в которой разработанный помехоустойчивый код на троичном базисе является внутренним кодом каскадной кодовой конструкции, предлагается способ преобразования символов из двоичного алфавита в троичный и описывается алгоритм аппаратной реализации предложенных методов. Данная работа была выполнена за счет средств Минобрнауки России в рамках федерального проекта «Подготовка кадров и научного фундамента для электронной промышленности» по гос. заданию на выполнение научно-исследовательской работы «Разработка методики

прототипирования электронной компонентной базы на отечественных микроэлектронных производствах на основе сервиса МРВ (FSMR-2023-0008)».

Возможности каскадных кодов

Форни [5] ввел каскадные коды в качестве варианта помехоустойчивого кода с большой эффективной длиной блока и высокой корректирующей способностью, реализуемого на практике. Эти цели достигаются при наличии нескольких уровней кодирования в общем случае неодинаковыми способами. Например, распространена схема с двумя уровнями кодирования. Первым кодом, называемым внешним, выбирают код, исправляющий группированные ошибки (например код Рида-Соломона), а в качестве внутреннего выбирается код, исправляющий одиночные независимые ошибки. Выбор в пользу кодов Рида-Соломона обусловлен тем, что это коды с максимально достижимым расстоянием, они подробно исследованы, а алгоритмы их кодирования и декодирования относительно просто реализуются. Сложность внешнего декодера кода Рида-Соломона определяется объемом алфавита (порядок поля Галуа m , над которым построен код), длиной блока n и кодовым расстоянием d . При заданном внешнем коде подбирается такой внутренний код, который при заданном m и заданной вероятности ошибки на бит работает при наименьшем из возможных значений отношения энергии бита к спектральной плотности шума E_b / N_0 . Таким кодом, например, является симплексный $(2^k - 1, K)$ код. Однако более удобными с точки зрения реализации являются биортогональные $(2^{k-1}, K)$ и ортогональные $(2^k, K)$ коды. Эти коды могут быть реализованы либо как

двоичные блочные коды, либо с помощью M -ичной модуляции, например, 2^k -ичной фазовой модуляции, обеспечивающей ортогональность сигналов. Очевидное свойство этого класса кодов при применении их как внутренних состоит в низких относительных скоростях кода. Поэтому такие коды полезны только при использовании в широкополосных каналах связи, либо, напротив, в системах, где требуемые скорости передачи информации достаточно малы.

Турбо-коды появились как альтернатива каскадным кодам [10]. К ним относятся, например, сверточные турбо-коды, которые строятся с использованием параллельного каскадного соединения двух рекуррентных систематических сверточных кодов с перемежителем между ними. Объединённый декодер такого кода представляет собой конвейерное соединение идентичных примитивных декодеров сверточного кода, соединённых обратными связями. В такой архитектуре вероятность ошибки декодирования обратно пропорциональна числу итераций декодирования, которое доходит до нескольких десятков, за исключением конфигураций ошибок, которые при последующих итерациях не исправляются.

В этой статье предлагается каскадная сигнально-кодовая конструкция, в которой в качестве внешнего кода используется предлагаемый авторами помехоустойчивый код на троичном базисе, который затем кодируется внутренним ортогональным кодом. Выбор в пользу ортогонального кода сделан по причине того, что эти коды принадлежат семейству кодов плотнейшей поверхностно-сферической укладки и гарантируют максимально возможную помехоустойчивость при фиксированной длине кода. Ортогональные и симплексные коды —

единственные ансамбли сложных сигналов, которые при одномерной модуляции в радиоканале работают на границе К. Э. Шэннона с достаточной надежностью [11]. Кроме того, ортогональные коды характеризуются свойством делимости сложных ортогональных сигналов (кодовых комбинаций) при одновременной и синхронной передаче полного объема ансамбля кода, благодаря чему скорость передачи информации выше, чем при стандартном подходе, когда одна кодовая комбинация передается в каждом сеансе связи.

Главное достоинство синхронного ортогонального кода - увеличение скорости передачи информации по сравнению с передачей одной кодовой комбинации ортогонального кодера в каждом сеансе связи. Однако применение синхронного ортогонального кода с длиной блока превышающей 128 символов ведет к значительному и порой неприемлемому пик-фактору с точки зрения возможностей аппаратуры при сложении мощностей одновременно передаваемых сигналов ортогонального кода в радиоканале. Предлагается использовать ортогональный код для неполной передачи объема кодовых комбинаций. Соответственно, при неполной передаче выход ортогонального кодера интерпретируется как троичный – отсутствие передачи будет эквивалентно передаче «0», а каждая кодовая комбинация передается либо в позитиве, либо в негативе. Эта особенность используется для построения внешнего троичного помехоустойчивого кода, длина которого будет равна длине ортогонального кода, а алфавит состоять из символов $\{+1, 0, -1\}$.

Сформировать троичный код возможно сопряжением двух двоичных

помехоустойчивых кодов, алфавиты которых содержат символы $\{1, 0\}$ и $\{+1, -1\}$, следующим образом (рисунок 1).

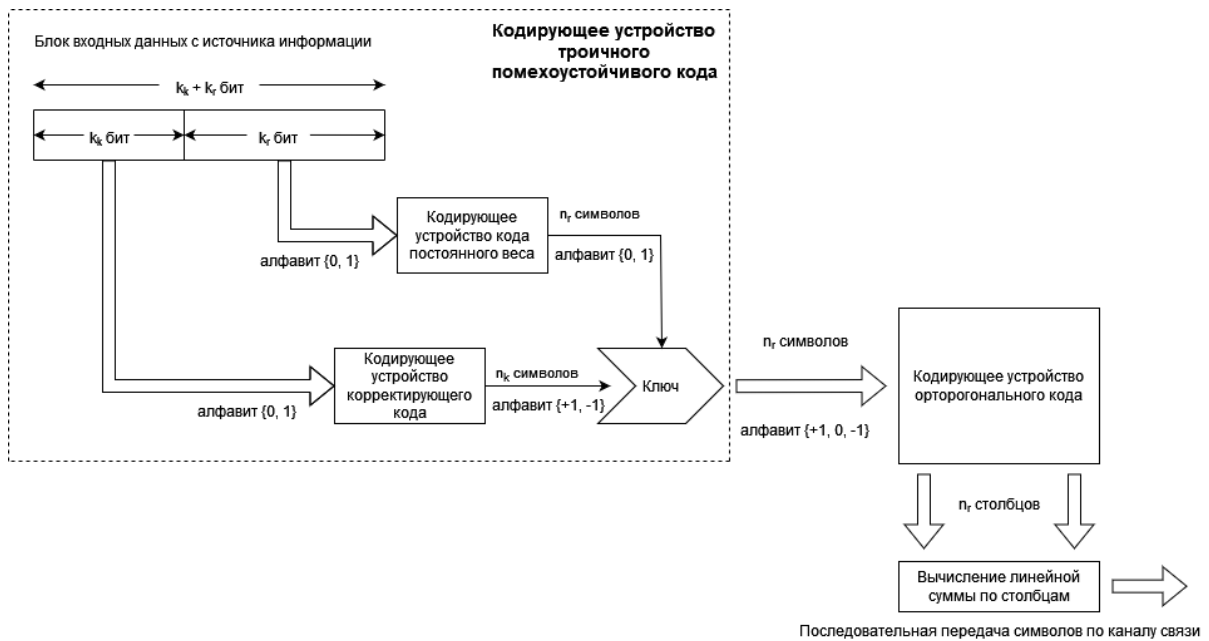


Рисунок 1 – Предлагаемая схема передающего устройства

Двоичный (n_1, k_1, d_1) код определен над алфавитом $\{1, 0\}$ и в дальнейшем называется кодом постоянного веса или равновесным. Двоичный (n_2, k_2, d_2) код определен над алфавитом $\{+1, -1\}$ и в дальнейшем называется корректирующим кодом. Формирование троичных символов кодового слова троичного помехоустойчивого кода реализуется путем ведения передачи символов кодового слова корректирующего кода на позициях ненулевых символов кодового слова кода постоянного веса. Позиции ненулевых символов кодового слова кода постоянного веса в дальнейшем именуется энергонесущими по принципу того, что конкретно на этих позициях происходит передача символов корректирующего кода. Нулевому символу кодового слова кода постоянного веса будет соответствовать ноль, физически означающий отсутствие передачи кодовой комбинации ортогонального

кода. Из такого способа сопряжения корректирующего кода и кода постоянного веса понятно, что требуется равенство между длиной кодового слова корректирующего кода и числом ненулевых символов кодового слова кода постоянного веса. Из этого же понятно, почему необходим помехоустойчивый код постоянного веса.

Введем следующие обозначения:

- k_k – число символов информационного слова корректирующего кода,
- k_r – число символов информационного слова кода постоянного веса,
- n_k – число символов кодового слова корректирующего кода,
- n_a – число энергонесущих символов кода постоянного веса,
- n_r – число символов кодового слова кода постоянного веса.

Выше было определено требование $n_a = n_k$, однако оно не единственное.

Пусть d_{hk} – хэммингово расстояние корректирующего кода, а d_{hr} – хэммингово расстояние кода постоянного веса. Для того, чтобы в троичном помехоустойчивом коде корректирующий код и код постоянного веса вносили равные вклады в помехоустойчивость у них должны быть одинаковые расстояния в метрике Евклида.

Учитывая, что символы двух любых слов x и y кода постоянного веса принадлежат алфавиту $\{0, 1\}$, то отличие в i символе будет соответствовать метрике Евклида

$\sqrt{(x_i - y_i)^2} = 1$, а расстояние кода постоянного веса будет равно

$$d_r = \sqrt{\sum_{i=1}^{n_r} (x_i - y_i)^2} = \sqrt{(x_i - y_i)^2 \cdot d_{hr}} = \sqrt{d_{hr}}. \quad \text{Аналогично расстояние}$$

корректирующего кода будет соответственно равно

$$d_k = \sqrt{\sum_{i=1}^{n_k} (x_i - y_i)^2} = \sqrt{(x_i - y_i)^2 \cdot d_{hk}} = \sqrt{4d_{hk}}, \quad \text{т.к. символы корректирующего кода}$$

принадлежат алфавиту $\{+1, -1\}$.

В соответствии с этими выражениями для обеспечения равного вклада в помехоустойчивость при блоковом приеме кодов в целом в непрерывном канале с АБГШ выбираем $d_{hr} = 4d_{hk}$. Это равенство позволяет определить требуемые характеристики корректирующего кода и кода постоянного веса в терминах числа обнаружимых и исправляемых ошибок. В качестве корректирующего кода достаточно выбрать любой высокоскоростной линейный блоковый код, позволяющий обнаруживать или исправлять одну ошибку. При выборе кода постоянного веса целесообразно формировать этот код путем отбора кодовых слов выбранного веса из весового спектра любого подходящего по заданным параметрам (n_r, k_r, d_{hr}) двоичного кода, в качестве которого был выбран код БЧХ. Нелинейные коды постоянного веса не предлагаются к рассмотрению ввиду сложных алгоритмов декодирования [12].

Описание алгоритмов работы кодера и декодера троичного кодера

Входной пакет информации с символами из алфавита $\{0, 1\}$ длины $k_k + k_r$ символов разбивается на блоки по k_k и k_r символов, первый блок поступает на кодирующее устройство корректирующего кода, второй - на кодирующее устройство кода постоянного веса. Кодирующие устройства формируют кодовые слова из информационных слов по законам кодирования конкретных помехоустойчивых кодов, выбранных в качестве корректирующего кода и кода постоянного веса. В качестве корректирующего кода предлагается использовать код с общей проверкой на четность, т.е. кодовое слово корректирующего кода будет

представлять собой информационное слово с добавленным к нему дополнительным символом общей проверки на четность. При этом, предлагается использовать отображение символов кодового слова корректирующего кода из алфавита $\{0, 1\}$ в алфавит $\{+1, -1\}$ и это отображение взаимно-однозначно. В качестве кода постоянного веса предлагается систематический код БЧХ с заранее рассчитанным разрешенным весом кодового слова, поэтому кодовое слово кода постоянного веса будет представлять собой информационное слово с добавленными к нему избыточными символами, определяемыми конкретным порождающим многочленом. Кодовое слово кода постоянного веса остается в алфавите $\{0, 1\}$. В результате работы кодирующих устройств на их выходах формируются кодовые слова с длинами n_k и n_r символов. Эти кодовые слова непрерывно попадают на ключ, работающий по следующему алгоритму: если ключ закрыт – на выходе ключа формируется пассивный ноль, означающий отсутствие передачи, если ключ открыт – на выход ключа поступает символ кодового слова корректирующего кода, означающий передачу кодовой комбинации ортогонального кода в позитиве или в негативе. Ключом управляет выход кодирующего устройства кода постоянного веса: нулевой символ кодового слова держит ключ закрытым, а подача энергонесущего символа открывает ключ. Принцип работы ключа проиллюстрирован на рисунке 2.

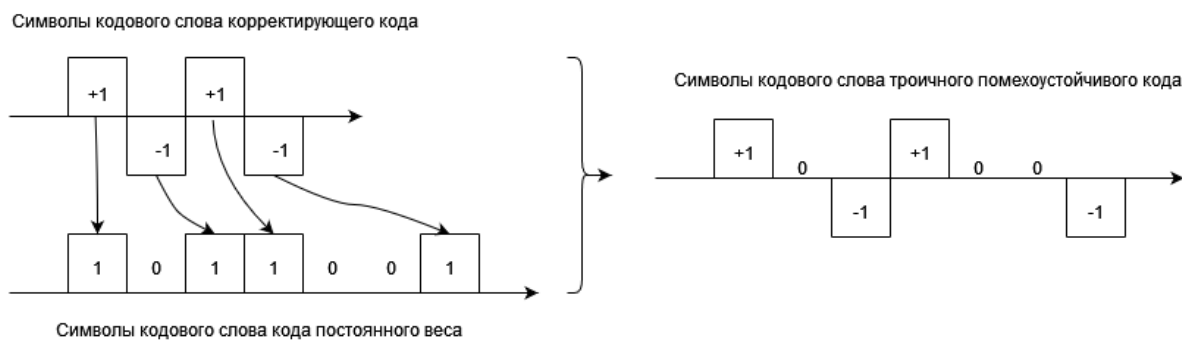


Рисунок 2 – Принцип работы ключа

Объединенная схема устройства разбиения входного пакета информации, двух кодирующих устройств (корректирующего кода и кода постоянного веса) и ключа представляет собой кодирующее устройство тричного помехоустойчивого кода. На выходе этого устройства формируется кодовая последовательность длиной n_r символов, в которой ровно n_a символов отличны от нуля. Эта последовательность представляет собой сформированное кодовое слово тричного помехоустойчивого кода. Это кодовое слово попадает на кодирующее устройство ортогонального кода, представляющего собой умножитель на матрицу Адамара размера n_r на n_r . Каждый символ кодового слова тричного помехоустойчивого кода умножается на соответствующую ему по номеру позиции строку, в результате чего получается n_r комбинаций строк матрицы Адамара, из которых n_a представлены в позитиве или в негативе, а остальные $n_r - n_a$ не передаются, т.к. умножены на 0. Далее вычисляется линейная сумма по столбцам получившейся матрицы и формируются выходные символы, лежащие в диапазоне $[-n_r / 2; +n_r / 2]$. Данный блок символов передается в канал связи.

Рассмотрим предлагаемый алгоритм приема и декодирования сигналов. Для

корректного приема и декодирования принятых сигналов учтем, что число энергонесущих символов кодового слова кода постоянного веса и троичного помехоустойчивого кода задано на этапе процедуры кодирования и неверное определение числа энергонесущих символов на приемной стороне приведет не только к неправильному декодированию, но и к неправильному определению длины кодового слова корректирующего кода. Для наиболее достоверного определения числа энергонесущих символов и их позиций в кодовом слове троичного помехоустойчивого кода будем вычислять корреляционную функцию между принятым с канала связи пакетом информации длиной n_r символов и матрицей Адамара. При отсутствии ошибок в канале результатом вычисления корреляционной функции на выходе декодера ортогонального кода будет пакет n_r символов со значениями $\{\pm n_r, 0\}$. При возникновении ошибок в канале результат коррелятора будет лежать в пределах, определяемых абсолютной величиной ошибки каждого символа отдельно. Для вынесения решения о принятии того или иного символа кодового слова энергонесущим или пассивным результаты коррелятора попадают на устройство, которое, обрабатывая весь диапазон входных значений символов по всей длине кодового слова, определяет позиции и знак n_a наибольших по модулю символов. Эти n_a символов и будут приняты как энергонесущие при формировании кодового слова троичного помехоустойчивого кода. Далее на позициях, определенных как позиции пассивных символов, будет сформирован символ «0», а на позициях, определенных как позиции энергонесущих символов, будут сформированы символы $\{+1\}$ или $\{-1\}$ в зависимости от того, какой знак был

определен в результате вычисления корреляционной функции. Заметим, что в результате воздействия помех или при некотором конкретном информационном слове корректирующего кода все энергонесущие символы могут быть охарактеризованы как $\{+1\}$, так и $\{-1\}$. Таким образом, на выходе устройства формирования кодового слова троичного помехоустойчивого кода будут определены символы, принадлежащие дискретному алфавиту $\{\pm 1, 0\}$. Далее пакет символов поступает на устройство, принцип работы которого прямо противоположен принципу работы ключа в передающем устройстве, поэтому назовем его обратным ключом. Если на вход обратного ключа поступает пассивный символ («0») – вход декодера корректирующего кода не коммутируется и на него не поступают никакие символы, в то же время на входе декодера кода постоянного веса формируется символ 0. Если на вход обратного ключа поступает энергонесущий символ – обратный ключ коммутирует его в неизменном виде на декодер корректирующего кода, а на вход декодера кода постоянного веса формирует символ «1». Таким образом, на входе декодера корректирующего кода формируется кодовое слово над алфавитом $\{\pm 1\}$, а на входе декодера кода постоянного веса – кодовое слово над алфавитом $\{1, 0\}$. При этом, внутри декодера корректирующего кода над символами алфавита $\{\pm 1\}$ берется взаимно однозначное отображение в символы алфавита $\{1, 0\}$, по правилу, идентичному обратному отображению в передающем устройстве. Последующее декодирование каждого из кодов происходит по алгоритмам, зависящим от того, какие конкретно типы и параметры кодов выбраны для сигнально-кодовой конструкции. При использовании

предложенных кодов с общей проверкой на четность и систематического кода БЧХ для кодового слова корректирующего кода вычисляется общая проверка на четность, а кодовое слово кода постоянного веса декодируется стандартным алгоритмом декодирования двоичных кодов БЧХ, включающим в себя процедуры формирования синдромного многочлена, формирования многочлена локаторов ошибок с использованием алгоритма Берлекемпа-Мессе и процедуру исправления ошибок [13]. Схема приемного устройства представлена на рисунке 3.

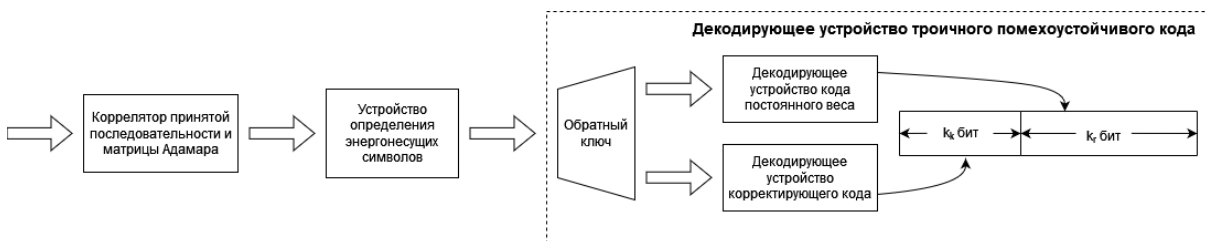


Рисунок 3 – Схема приемного устройства

Перейдем к расчету помехоустойчивости и других качественных параметров предложенной сигнально-кодовой конструкции. Предложенный способ передачи символов корректирующего кода на позициях энергонесущих символов кода постоянного веса позволяет передавать информацию с относительной скоростью передачи, превышающей 1 бит/с в перерасчете на период тактового импульса, а

именно $R_{\Sigma} = \frac{k_k + k_r}{n_r \cdot \tau}$, где τ – период тактового импульса. Максимально достижимая

скорость передачи информации в такой архитектуре троичного кода составляет $\log_2 3$ бит/с в пересчете на период тактового импульса. Для оценки достоверности

приема определим вероятность возникновения неисправленной ошибки декодирования бита информации q_{Σ} из исходного блока длиной $k_k + k_r$ бит [14, 15].

Она будет равна сумме вероятностей ошибок декодирования корректирующего кода и кода постоянного веса пропорционально длинам их информационных слов относительно исходного блока информации: $q_{\Sigma} = q_k \cdot \frac{k_k}{k_k + k_r} + q_r \cdot \frac{k_r}{k_k + k_r}$. Здесь q_k и q_r – вероятности возникновения неисправленной ошибки декодирования бита информации в корректирующем коде и коде постоянного веса соответственно. Они, в свою очередь, выражаются следующим образом:

$$q_k = \frac{Q_k \cdot d_{hk}}{n_k}, \quad (1)$$

$$q_r = \sum_{i=t_r+1}^{n_r} \frac{i}{n_r} \cdot C_{n_r}^i \cdot Q_r^i \cdot (1 - Q_r)^{n_r-i} \quad (2)$$

Выражение (1) это верхняя аддитивная граница при приеме в непрерывном канале, зависящая от кодового расстояния d_{hk} , длины кодового слова корректирующего кода n_k и вероятности символьной ошибки Q_k . При этом использование такой формулы допустимо только при $d_{hk} \geq 3$. При посимвольном приеме или случае $d_{hk} = 2$ следует использовать формулу, аналогичную (2).

Значение Q_k в свою очередь оценивается как

$$Q_k = C_{n_r}^2 \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{(2 \cdot n_r \cdot \sqrt{P_s})^2 \cdot 2}{(2 \cdot \sigma)^2 \cdot n_r} \right) = C_{n_r}^2 \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{4 \cdot n_r^2 \cdot P_s \cdot 2}{4 \cdot \sigma^2 \cdot n_r} \right) = C_{n_r}^2 \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{n_r \cdot P_s \cdot 2}{\sigma^2} \right) \quad (3)$$

откуда:

$$q_k = C_{n_r}^2 \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{n_r \cdot P_s \cdot 2}{\sigma^2} \right) \cdot \frac{d_{hk}}{n_k}, \quad (4)$$

где P_s – мощность принятого сигнала, σ^2 – спектральная плотность мощности шума [16].

Выражение (2) – традиционно применяемая формула для алгебраических кодов [17], где t_r – число исправляемых ошибок кодом постоянного веса, а Q_r – вероятность символьной ошибки кода постоянного веса:

$$Q_r = \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{(n_r \cdot \sqrt{P_s})^2}{(2 \cdot \sigma)^2 \cdot n_r}} \right) = \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{n_r \cdot P_s}{4 \cdot \sigma^2}} \right), \quad (5)$$

При этом переход от параметров P_s и σ^2 в (2, 4) к отношению E_b / N_0 может быть выполнен следующему соотношению:

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{P_s / \sigma^2 \cdot \ln 2}{\ln(1 + P_s / \sigma^2)} \quad (6)$$

с расчетом на то, что система согласована с каналом и работает близко или на границе Шеннона [18]. Стоит отметить, что при увеличении длины внешнего ортогонального кода и согласовании с каналом отношение $\frac{P_s}{\sigma^2} < 1$ и уменьшается,

при этом если $0 < \frac{P_s}{\sigma^2} \ll 1$, отношение $\frac{E_b}{N_0} \approx \ln 2$ [12].

Например, при выборе длины ортогонального кода 128 символов, выборе в качестве корректирующего кода – кода с общей проверкой на четность с параметрами (64, 63, 2), и формировании кода постоянного веса путем ограничения выходного спектра кода БЧХ с параметрами (128, 106, 8) на значение 64, получатся следующие показатели:

$$R_{\Sigma} = \frac{63 + 103}{128 \cdot \tau} = \frac{1,297}{\tau},$$

$$q_{\Sigma} = q_k \cdot \frac{63}{166} + q_r \cdot \frac{103}{166} = Q_k \cdot \frac{2}{64} \cdot \frac{63}{166} + \frac{103}{166} \cdot \sum_{i=4}^{128} \frac{i}{128} \cdot C_{128}^i \cdot Q_r^i \cdot (1 - Q_r)^{128-i},$$

что соответствует вероятности битовой ошибки $q_{\Sigma} = 10^{-5}$ при отношении $E_b / N_0 = -1,11$ дБ. Заметим, что ограничение весового спектра исходного кода БЧХ с параметрами (128, 106, 8) выполняется путем выбора только тех его информационных слов, вес кодовых слов которых будет равен 64, и уменьшением исходного объема кода до определенного. Для данного кода БЧХ число кодовых слов с весом 64 равно 2^{103} , поэтому длина информационного слова укорочена со 106 символов до 103, а между входным множеством слов длины 103 символа и множеством действительных информационных слов длиной 106 символов установлено взаимно однозначное отображение. На рисунке 4 представлен график зависимости вероятности битовой ошибки от отношения энергии бита к спектральной плотности шума, полученный в ходе математического моделирования.

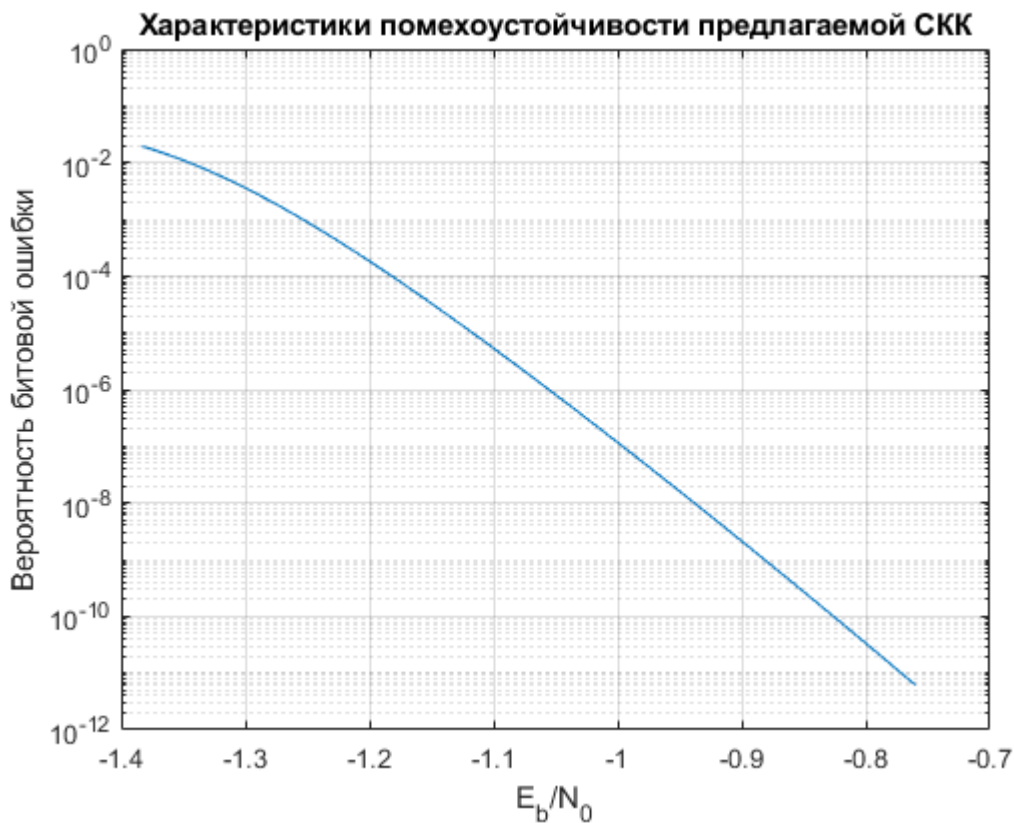


Рисунок 4 – Теоретический график вероятности битовой ошибки

Аппаратная реализация

Описанные выше алгоритмы формирования, передачи, приема и декодирования сигналов на троичном базисе реализованы в виде интегральной микросхемы, которая разработана на основе библиотеки АО «Микрон» HCMOS8D – технология КМДП с топологической нормой 180 нм, 6 металлов, с использованием библиотеки CORELIB8DLL [19, 20]. Общий вид топологии приведен на рисунке 5.

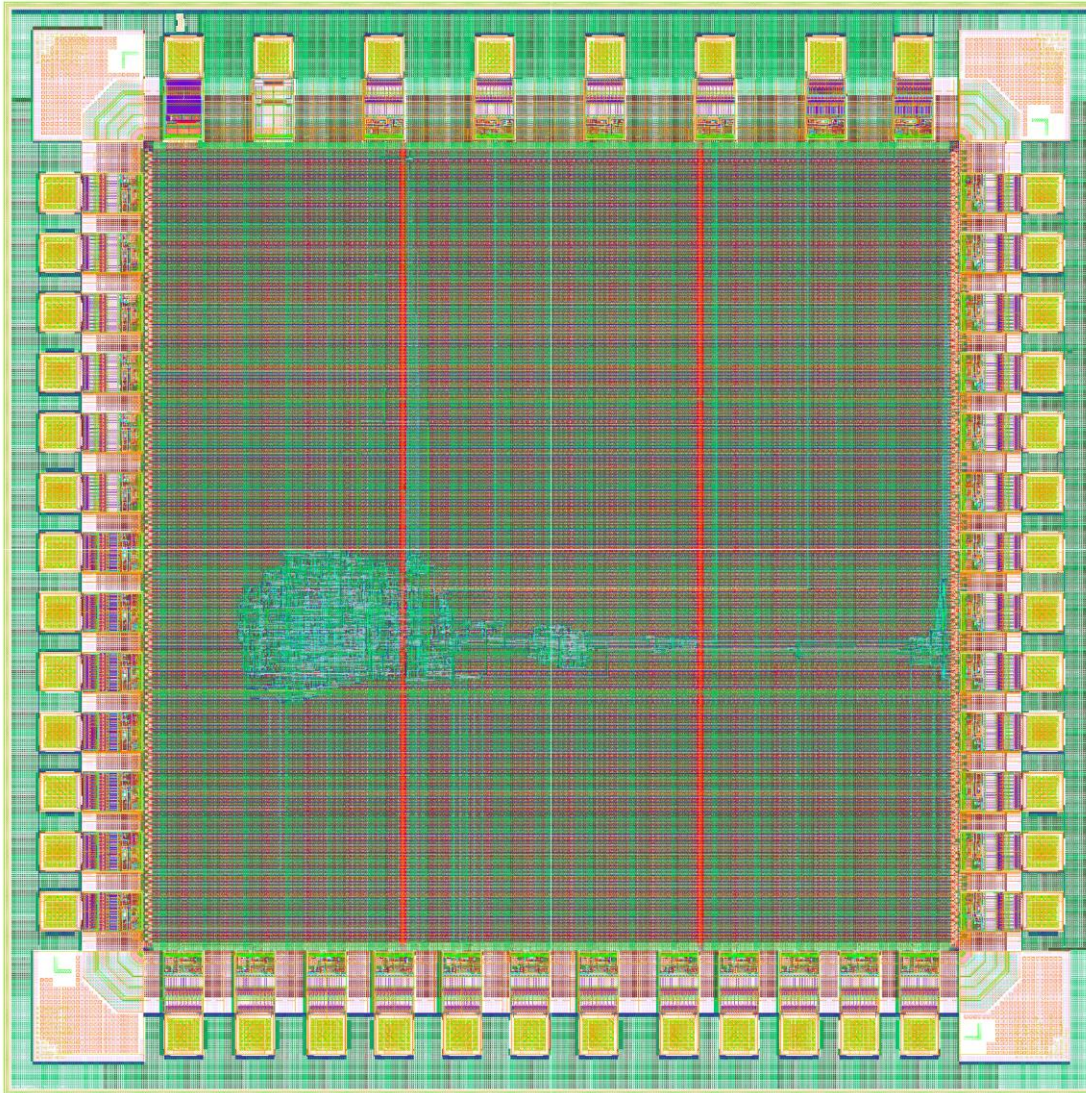


Рисунок 5 – Топология ИМС кодека

Основными параметрами интегральной микросхемы кодека троичного помехоустойчивого кода являются: длина информационного слова корректирующего кода $k_k = 63$ символа, длина кодового слова корректирующего кода $n_k = 64$ символа, длина информационного слова кода постоянного веса $k_r = 103$ символа, длина кодового слова кода постоянного веса $n_r = 128$ символов, длина ортогонального кода $n_r = 128$ символов. Микросхема в целом имеет следующие

параметры: число контактов кристалла 46, размер 2,2 на 2,2 мкм, предельная частота работы 100 МГц, пиковое потребление не более 40 мА, общее число логических вентилях 3579.

Алгоритм работы разработанной интегральной микросхемы кодека следующий. В режиме кодера на вход микросхемы поступает последовательность из 166 бит, подлежащая кодированию. Далее она разбивается на две последовательности по 63 и 103 бита, именуемыми информационными словами корректирующего кода и кода постоянного веса. В ходе работы кодирующего устройства корректирующего кода формируется бит общей проверки на четность. В ходе работы кодирующего устройства постоянного веса формируются 25 избыточных символов, получаемые путем умножения и сдвига информационного слова на порождающей многочлен кода БЧХ. Далее ключ формирует кодовое слово троичного помехоустойчивого кода. После этого 128 символов над троичным алфавитом поступают в кодирующее устройство ортогонального кода, посимвольно умножающее пришедшее слово на соответствующие строки матрицы Адамара. Далее вычисляется линейная сумма по столбцам полученных кодовых комбинаций. Результат вычисления линейной суммы последовательно поступает на выход микросхемы.

Выводы

В работе предложена каскадная кодовая конструкция на основе троичного базиса с возможностью стыковки с входными двоичными данными. Приведено описание метода стыковки, процедур кодирования и декодирования, предложена

структура аппаратной реализации кодера и декодера. Выбраны варианты составных помехоустойчивых кодов и проведен теоретический расчет вероятности битовой ошибки. Показано, что вероятность битовой ошибки, равная 10^{-5} достигается при использовании предложенных алгоритмов. Разработана топология интегральной микросхемы, реализующей кодер и декодер. Микросхема имеет размер 2,2 на 2,2 мкм при использовании технологии АО «Микрон» HCMOS8D КМДП с топологической нормой 180 нм, 6 металлов на библиотеке CORELIB8DLL.

Список источников

1. Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б., Панкратов Д.Ю. Технологии в системах радиосвязи на пути к 5G. – М.: Горячая линия-Телеком, 2018. – 280 с.
2. Шлома А.М., Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б., Шумов А.П. Новые алгоритмы формирования и обработки сигналов в системах подвижной связи. – М.: Горячая линия-Телеком, 2008. – 344 с.
3. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 1104 с.
4. Кларк Дж., мл., Кейн Дж. Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1987. – 392 с.
5. Форни Д. Каскадные коды: Пер. с англ. – М.: Мир, 1970. – 207 с.
6. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки: Пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 576 с.
7. Кузнецов В.С. Нерешённые проблемы в области передачи информации и

связи. – М.: Горячая линия-Телеком, 2019. – 59 с.

8. Кузнецов В.С. Троичные каскадные коды с модуляцией КАМ-9 и их возможности // Электросвязь. 2009. № 3. С. 30-33.

9. Кузнецов В.С. Возможности троичных каскадных кодов с двумерной модуляцией // Естественные и технические науки. 2009. № 5. С. 278-289.

10. Berrou C., Glavieux A., Thitimajshima P. Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo Codes // Proceedings of the 1993 IEEE International Conference on Communications, Geneva, Switzerland, 1993, pp. 1064-1070. DOI: [10.1109/ICC.1993.397441](https://doi.org/10.1109/ICC.1993.397441)

11. Кузнецов В.С. Помехоустойчивость и частотная эффективность в гауссовском канале связи. – М.: НИУ МИЭТ, 2015. – 92 с.

12. Шевцов В.А., Казачков В.О., Летфуллин И.Р. Исследование эффективности нелинейного сетевого кодирования // Известия высших учебных заведений. Электроника. 2024. Т. 29. № 3. С. 368-378. DOI: [10.24151/1561-5405-2024-29-3-368-378](https://doi.org/10.24151/1561-5405-2024-29-3-368-378)

13. Берлекэмп Э. Алгебраическая теория кодирования: Пер. с англ. – М.: Мир, 1971. – 477 с.

14. Агеев Ф.И., Вознюк В.В. Методика расчета вероятности битовой ошибки оптимального посимвольного когерентного приема двоичных противоположных фазоманипулированных сигналов при наличии в канале радиосвязи узкополосной шумовой помехи // Труды МАИ. 2022. № 124. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=167070>. DOI: [10.34759/trd-2022-124-15](https://doi.org/10.34759/trd-2022-124-15)

15. Шевцов А.В., Журбенко П.В. Модели ошибок в дискретных каналах связи // Вестник Морского государственного университета. 2016. № 75. С. 137-143.
16. Звонарев В.В., Питрин А.В., Попов А.С. Расчет вероятности битовой ошибки при некогерентном приёме сигнала с четырёхпозиционной относительной фазовой манипуляцией в присутствии гармонической помехи // Труды МАИ. 2024. № 135. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=179689>
17. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки: Пер. с англ. – М.: Мир, 1976. – 576 с.
18. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1963. – 829 с.
19. Волков А.С., Крейнделин В.Б. Алгоритмы кодирования алгебраических недвоичных каскадных сверточных кодов уменьшенной сложности // Т-Comm – Телекоммуникации и Транспорт. 2024. Т. 18. № 3. С. 11-18.
20. Волков А.С., Солодков А.В. Разработка топологии интегральной микросхемы кодека алгебраического сверточного кода // Труды МАИ. 2023. № 133. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=177666>

References

1. Bakulin M.G., Kreindelin V.B., Pankratov D.Yu. *Tekhnologii v sistemakh radiosvyazi na puti k 5G* (Technologies in radio systems on the way to 5G). Moscow: Goryachaya liniya-Telekom Publ., 2018. 280 p.

2. Shloma A.M., Bakulin M.G., Kreindelin V.B., Shumov A.P. *Novye algoritmy formirovaniya i obrabotki signalov v sistemakh podvizhnoi svyazi* (New algorithms for signal generation and processing in mobile communication systems). Moscow: Goryachaya liniya-Telekom Publ., 2008. 344 p.
3. Sklyar B. *Tsifrovaya svyaz'. Teoreticheskie osnovy i prakticheskoe primeneniye* (Digital Communications: Fundamentals and Applications). Moscow: Izdatel'skii dom «Vil'yams» Publ., 2003. 1104 p.
4. Klark Dzh., ml., Kein Dzh. *Kodirovaniye s ispravleniem oshibok v sistemakh tsifrovoi svyazi* (Error-correction coding for digital communications). Moscow: Radio i Svyaz Publ., 1987. 392 p.
5. Forni D. *Kaskadnyye kody* (Concatenated Codes). Moscow: Mir Publ., 1970. 207 p.
6. Bleikhut R. *Teoriya i praktika kodov, kontroliruyushchikh oshibki* (Theory and practice of error control codes). Moscow: Mir Publ., 1986. 576 p.
7. Kuznetsov V.S. *Nereshennyye problemy v oblasti peredachi informatsii i svyazi* (Unresolved problems for data transmitting and communicating). Moscow: Goryachaya Liniya-Telekom Publ., 2019. 59 p.
8. Kuznetsov V.S. Ternary codes with QAM-9 modulation and their possibilities. *Elektrosvyaz'*. 2009. No. 3. P. 30-33. (In Russ.)
9. Kuznetsov V.S. Possibilities of ternary cascade codes with two-dimensional modulation. *Estestvennyye i tekhnicheskie nauki*. 2009. No. 5. P. 278-289. (In Russ.)
10. Berrou C., Glavieux A., Thitimajshima P. Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo Codes. *Proceedings of the 1993 IEEE International*

Conference on Communications. Geneva, Switzerland, 1993, P. 1064-1070. DOI: [10.1109/ICC.1993.397441](https://doi.org/10.1109/ICC.1993.397441)

11. Kuznetsov V.S. *Pomekhoustoichivost' i chastotnaya effektivnost' v gaussovskom kanale svyazi* (Noise immunity and spectral efficiency in Gauss channel). Moscow: MIET Publ., 2015. 92 p.

12. Shevtsov V.A., Kazachkov V.O., Letfullin I.R. Investigation of the effectiveness of nonlinear network coding. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Elektronika*. 2024. V. 29, No. 3. P. 368-378. (In Russ.). DOI: [10.24151/1561-5405-2024-29-3-368-378](https://doi.org/10.24151/1561-5405-2024-29-3-368-378)

13. Berlekemp E. *Algebraicheskaya teoriya kodirovaniya* (Algebraic Coding Theory). Moscow: Mir Publ., 1971. 477 p.

14. Ageev F.I., Voznyuk V.V. A method for calculating the probability of a bit error for optimal character-by-character coherent reception of binary opposite phase-manipulated signals in the presence of narrowband noise interference in a radio communication channel. *Trudy MAI*. 2022. No. 124. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=167070>. DOI: [10.34759/trd-2022-124-15](https://doi.org/10.34759/trd-2022-124-15)

15. Shevtsov A.V., Zhurbenko P.V. Error models in discrete communication channels. *Vestnik Morskogo gosudarstvennogo universiteta*. 2016. No. 75. P. 137-143. (In Russ.)

16. Zvonarev V.V., Pitrin A.V., Popov A.S. Calculation of the probability of a bit error in case of incoherent reception of a signal with four-position relative phase manipulation in the presence of harmonic interference. *Trudy MAI*. 2024. No. 135. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=179689>

17. Peterson U., Ueldon E. *Kody, ispravlyayushchie oshibki* (Error-correcting Codes). Moscow: Mir Publ., 1976. 576 p.
18. Shannon K. *Raboty po teorii informatsii i kibernetike* (Works on information theory and cybernetics). Moscow: Izd-vo inostrannoi literatury Publ., 1963. 829 p.
19. Volkov A.S., Kreindelin V.B. Coding algorithm for algebraic non-binary concatenated convolutional codes of reduced complexity. *T-Comm – Telekommunikatsii i Transport*, 2024. V. 18, No. 3. P. 11-18. (In Russ.)
20. Volkov A.S., Solodkov A.V. Development of integrated circuit topology for algebraic convolutional codec. *Trudy MAI*. 2023. No. 133. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=177666>

Статья поступила в редакцию 07.10.2024

Одобрена после рецензирования 09.10.2024

Принята к публикации 25.12.2024

The article was submitted on 07.10.2024; approved after reviewing on 09.10.2024; accepted for publication on 25.12.2024