

Труды МАИ. 2022. № 124

Trudy MAI, 2022, no. 124

Научная статья

УДК 621.396

DOI: [10.34759/trd-2022-124-15](https://doi.org/10.34759/trd-2022-124-15)

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ВЕРОЯТНОСТИ БИТОВОЙ ОШИБКИ ОПТИМАЛЬНОГО ПОСИМВОЛЬНОГО КОГЕРЕНТНОГО ПРИЕМА ДВОИЧНЫХ ПРОТИВОПОЛОЖНЫХ ФАЗОМАНИПУЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ ПРИ НАЛИЧИИ В КАНАЛЕ РАДИОСВЯЗИ УЗКОПОЛОСНОЙ ШУМОВОЙ ПОМЕХИ

Федор Иванович Агеев^{1✉}, Вознюк Валерий Васильевич²

Военно-космическая академия имени А.Ф.Можайского,

Санкт-Петербург, Россия

¹vka@mil.ru ✉

Аннотация. В статье решается задача расчета вероятности битовой ошибки (BER - Bit Error Rate) оптимального посимвольного когерентного приема двоичных противоположных фазоманипулированных сигналов (binary phase shift key BPSK) при наличии непреднамеренной узкополосной шумовой помехи (УШП). В качестве такой помехи рассматривается гауссовская шумовая помеха с равномерным ограниченным по полосе частот спектром и с произвольной мощностью, попадающая в полосу пропускания оптимального приемника BPSK сигналов. В статье под оптимальным приемом двоичных противоположных фазоманипулированных сигналов понимается

использование приемника на основе коррелятора или согласованного фильтра, настроенных на рассматриваемый сигнал в условиях присутствия только собственных шумов приемника. Для данных условий получены аналитические выражения и разработана методика для расчета вероятности битовой ошибки оптимального посимвольного когерентного приема BPSK сигналов при наличии как собственных шумов приемника, так и УШП. Основой полученных соотношений являются известные выражения, используемые для оценки вероятностей битовых ошибок оптимального посимвольного когерентного приема BPSK сигналов на фоне белого гауссовского шума (БГШ). На основе полученных результатов сформулированы основные выводы и получены асимптотические оценки вероятности битовой ошибки оптимального посимвольного когерентного приема BPSK сигналов при наличии как собственных шумов приемника, так и УШП для предельно узкополосных и широкополосных гауссовских помех. Показано, что наличие УШП, спектр которой накладывается на спектр BPSK-сигнала приводит к снижению помехоустойчивости радиоканала передачи информации и при этом степень снижения помехоустойчивости существенно зависит как от мощности, ширины спектра, так и от места расположения такой помехи в полосе спектра BPSK-сигнала.

Ключевые слова: двоичный фазоманипулированный сигнал, плотность вероятности, корреляционный приемник, помехоустойчивость радиоканала, белый гауссовский шум, узкополосная шумовая помеха, вероятность битовой ошибки.

Для цитирования: Агеев Ф.И., Вознюк В.В. Методика расчета вероятности битовой ошибки оптимального посимвольного когерентного приема двоичных

противоположных фазоманипулированных сигналов при наличии в канале радиосвязи узкополосной шумовой помехи // Труды МАИ. 2022. № 124. DOI: [10.34759/trd-2022-124-15](https://doi.org/10.34759/trd-2022-124-15)

A METHOD FOR CALCULATING THE PROBABILITY OF A BIT ERROR OF OPTIMAL CHARACTER-BY-CHARACTER COHERENT RECEPTION OF BINARY OPPOSITE PHASE-MANIPULATED SIGNALS IN THE PRESENCE OF NARROWBAND NOISE INTERFERENCE IN THE RADIO COMMUNICATION CHANNEL

Fyodor I. Ageyev^{1✉}, Valery V. Voznyuk²

Military space academy of A.F.Mozhaysky,
Saint Petersburg, Russia

¹yka@mil.ru✉

Abstract. The article is solving the problem of the bit error probability computing of the optimal character-by-character coherent reception of the opposite phase-manipulated signals (BPSK signals) at the presence of the inadvertent narrowband noise interference. The article considers the Gaussian noise interference with uniform spectrum limited by the frequency band and arbitrary power, entering the pass band of the BPSK signals receiver. Application of the receiver based on either correlator or matched filter tuned to the signal being considered under conditions of the intrinsic noise of the receiver presence only is being understood to in the article as the optimal receiving of the opposite phase-manipulated signals (BPSK signals). Analytical expressions were derived and a technique for computing

the bit error probability of the optimal character-by-character coherent receiving of BPSK signals with the presence of both intrinsic receiver noises and narrow band noise interference. The well-known expressions, being used for the probability estimation of the bit errors of the optimal character-by-character coherent reception of the BPSK signals against the background of the white Gaussian noise, form the basis of the obtained relationships. Based on the obtained results, the basic inferences were formulated, and asymptotic probability estimations of the bit error of the optimal coherent BPSK signals reception at the presence of both intrinsic noise of the receiver and narrow band noise interference for the uttermost narrow band and wide band Gaussian interference were obtained. The article demonstrates the presence of the narrow band noise interference, which spectrum overlaps the BPSK signal spectrum leads to the noise immunity degradation of the information radio-transmission channel, and the degree of the noise immunity degradation herewith depends drastically on both power, spectrum width and this interference place of location in the BPSK signal spectrum.

Keywords: binary phase-manipulated signal, probability density, correlation receiver, radio channel noise immunity, white Gaussian noise, narrowband noise interference, bit error probability

For citation: Ageev F.I., Voznuk V.V. A method for calculating the probability of a bit error of optimal character-by-character coherent reception of binary opposite phase-manipulated signals in the presence of narrowband noise interference in the radio communication channel. *Trudy MAI*, 2022, no. 124. DOI: [10.34759/trd-2022-124-15](https://doi.org/10.34759/trd-2022-124-15)

Введение

Одним из самых опасных видов помех при передаче информации в радиоканале являются похожие по структуре помехи, ширина спектра которых соизмерима или даже меньше ширины спектра передаваемых сигналов [1]. Совпадения могут быть также и по частоте несущего колебания передаваемого сигнала и средней частоты спектра помехи. В статье рассматривается УШП с произвольным расположением в спектре BPSK-сигнала. Такие помехи часто встречаются при решении задач обеспечения электромагнитной совместимости радиоэлектронных средств [2]. Для рассмотрения случая оптимального посимвольного когерентного корреляционного приема без учета и с учетом действия рассматриваемой помехи, а также вывода формул, позволяющих вычислить численные значения вероятности ошибки приема информационного символа необходимо построить следующие аналитические модели:

- 1) внутренних шумов приемника BPSK-сигнала;
- 2) узкополосной шумовой помехи с равномерным спектром с заданными параметрами средней мощности, ширины спектра и средней частоты, определяющей положение спектра помехи на частотной оси;
- 3) BPSK-сигнала с известными параметрами средней мощности, длительности интервала манипуляции, и значением фазы манипуляции;
- 4) оптимального (корреляционного) приемника BPSK-сигнала с известными параметрами.

Математическая модель шумов приемника ВРСК-сигнала

В качестве модели собственных шумов приемника - $\hat{n}(t)$ примем белый гауссовский шум со средним значением, равным нулю и автокорреляционной функцией

$$K_n(t,s) = E\{\hat{n}(t)\hat{n}(s)\} = \frac{N_0}{2}\delta(t-s), \quad (1)$$

где $\frac{N_0}{2}$ – спектральная плотность мощности шума $n(t)$.

Математическая модель узкополосной шумовой помехи с равномерным спектром

В качестве модели УШП - $\hat{p}(t)$ примем гауссовский шум со средним значением равным нулю и дисперсией D_p , сосредоточенный в полосе частот

$\left[\omega_p - \frac{W_p}{2}; \omega_p + \frac{W_p}{2} \right]$, где ω_p - средняя частота спектра, а W_p - ширина спектра

рассматриваемой помехи [3]. Автокорреляционная функция УШП при этом может быть представлена в следующем виде:

$$K_p(t,s) = D_p \frac{\sin\left(\frac{W_p}{2}[t-s]\right)}{\frac{W_p}{2}[t-s]} \cos(\omega_p[t-s]) = D_p \operatorname{sinc}\left(\frac{W_p}{2}[t-s]\right) \cos(\omega_p[t-s]). \quad (2)$$

Функция $\text{sinc}(X) = \frac{\sin(X)}{X}$.

**Математическая модель BPSK-сигнала с известными параметрами
средней мощности, длительности интервала манипуляции, и значением фазы
манипуляции**

Математическая модель BPSK-сигнала хорошо известна в литературе и может быть представлена в следующем виде [4]:

$$s(t) = A \cdot \cos(\omega t + k\pi), \quad (3)$$

где $k \in \{0,1\}$, причем

$$k = \begin{cases} 0, & \text{при передаче информационного бита "0"} \\ 1, & \text{при передаче информационного бита "1"} \end{cases} \quad (4)$$

С учетом (3) и (4) окончательную математическую модель BPSK-сигнала запишем в виде:

$$s(t) = \begin{cases} A \cdot \cos(\omega t), & \text{при передаче информационного бита "0"} \\ -A \cdot \cos(\omega t), & \text{при передаче информационного бита "1"} \end{cases} \quad (5)$$

Длительность интервала манипуляции соответствует длительности передачи одного информационного бита и равна - T_b .

Средняя мощность BPSK-сигнала на интервале манипуляции не зависит от передаваемого информационного бита и соответственно будет равна:

$$\begin{aligned} P_b &= \frac{1}{T_b} \int_0^{T_b} s(t)^2 dt = \frac{A^2}{T_b} \int_0^{T_b} \cos^2(\omega t) dt = \frac{A^2}{2T_b} \int_0^{T_b} (1 + \cos(2\omega t)) dt = \\ &= \frac{A^2}{2T_b} \left(T_b - \frac{\sin(2\omega T_b)}{2\omega} \right) \approx \frac{A^2}{2} \text{ при } \omega \gg 1 \end{aligned} \quad (6)$$

$$E_b = P_b T_b = \frac{A^2 T_b}{2} - \text{энергия сигнала при передаче одного бита информации.}$$

Математическая модель оптимального (корреляционного) приемника BPSK-сигнала с известными параметрами

Типовая структура оптимального приемника BPSK-сигнала на фоне гауссовских помех корреляционного типа представлена на рисунке 1, где используются следующие обозначения [4]:

$s_o^0(t) = B \cdot \cos(\omega t)$ и $s_o^1(t) = -B \cdot \cos(\omega t)$ - опорные синхронизованные сигналы для идентификации принимаемых информационных символов "0" и "1" соответственно;

$\hat{\xi}_0(T_b)$ и $\hat{\xi}_1(T_b)$ - результат вычисления корреляционных интегралов для входной смеси сигнала, шумов и помехи относительно опорных сигналов $s_o^0(t)$ и $s_o^1(t)$ соответственно;

$\tilde{I}_b \in \{0,1\}$ - принятое решение о значении передаваемого информационного символа.

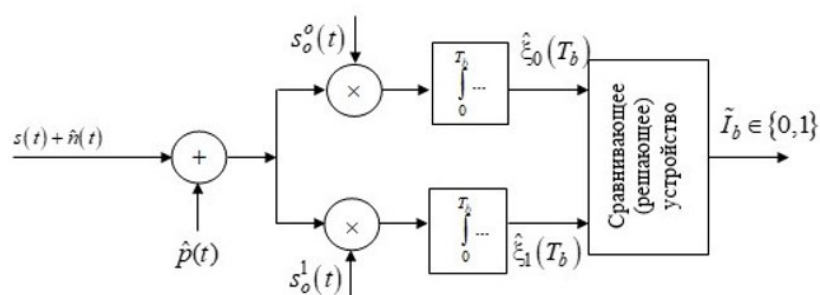


Рисунок 1. Структура устройства корреляционного приема

Применительно к рассматриваемому BPSK-сигналу сравнивающее (решающее) устройство, в зависимости от выбранной схемы реализации, работает в соответствии со следующими правилами:

$$\hat{z}_{01} = \begin{cases} 1, & \text{если } \hat{\xi}_0(T_b) \geq \hat{\xi}_1(T_b) \\ 0, & \text{если } \hat{\xi}_1(T_b) > \hat{\xi}_0(T_b) \end{cases} \quad \text{или} \quad \hat{z}_{02} = \begin{cases} 1, & \text{если } \hat{\xi}_0(T_b) - \hat{\xi}_1(T_b) \geq 0 \\ 0, & \text{если } \hat{\xi}_0(T_b) - \hat{\xi}_1(T_b) < 0 \end{cases} \quad (7)$$

Общий методический подход при оценке вероятности ошибки на бит информации для BPSK-сигнала с известными параметрами в условиях действия БГШ и УШП

Общий методический подход при оценке вероятности ошибки на бит информации для BPSK-сигнала с известными параметрами в условиях действия БГШ и УШП состоит в оценке вида и параметров (в частности для нормального закона распределения случайной величины, математического ожидания и дисперсии) закона распределения случайных величин $\hat{\xi}_0(T_b)$ и $\hat{\xi}_1(T_b)$ с последующим определением вероятности несовместных случайных событий $P_0(\hat{\xi}_0(T_b) \geq \hat{\xi}_1(T_b) / 1)$ и $P_1(\hat{\xi}_1(T_b) > \hat{\xi}_0(T_b) / 0)$, соответствующих ошибочным оценкам сравнивающего (решающего) устройства (т.е. вероятности событий того, что передавался символ "1", а принято решение, что - "0" и наоборот передавался символ "0", а принято решение, что - "1").

При оценке вида закона распределения случайных величин $\hat{\xi}_0(T_b)$ и $\hat{\xi}_1(T_b)$ примем во внимание тот факт, что случайные процессы $\hat{n}(t)$ и $\hat{p}(t)$, действующие на входе приемного устройства, относятся к классу гауссовских случайных процессов.

Кроме того, операции произведения данных случайных процессов на детерминированные функции $s_o^0(t)$ и $s_o^1(t)$ с последующим их интегрированием на интервале $t \in [0, T]$ не меняют вида их законов распределения, хотя это не относится к характеризующим их параметрам. Из этого утверждения следует вывод, что случайные величины $\hat{\xi}_0(T_b)$ и $\hat{\xi}_1(T_b)$ будут также относиться к классу гауссовских случайных величин с математическими ожиданиями m_0 и m_1 и дисперсиями D_0 и D_1 соответственно [5]. Кроме того необходимо отметить тот факт, что случайные величины $\hat{\xi}_0(T_b)$ и $\hat{\xi}_1(T_b)$ абсолютно коррелированы, так как опорные синхронизованные сигналы совпадают по форме и отличаются только знаками, из чего следует справедливость следующего равенства $\hat{\xi}_0(T_b) = -\hat{\xi}_1(T_b)$.

Для оценки указанных параметров рассмотрим процесс преобразования в рассматриваемом приемнике входного сигнала, шума и помехи [6].

Итак, на входе корреляционного приемника BPSK-сигналов с известными параметрами действует следующая смесь случайных и детерминированных процессов

$$\hat{y}(t) = s(t) + \hat{n}(t) + \hat{p}(t). \quad (8)$$

В силу линейности корреляционного приемника его реакция на данную аддитивную смесь будет состоять из суммы реакций на каждую аддитивную составляющую в (8). Сначала определим реакцию приемника на полезный сигнал.

Реакция приемника на полезный сигнал $s(t)$.

Поскольку приемник содержит два коррелятора, а сигнал может переносить два символа «0» или «1», то получим четыре возможные реализации приема [7].

Первая реализация соответствует реакции первого коррелятора на прием сигнала соответствующего биту "0":

$$K_{S_{10}}(t) = \int_0^{T_b} A \cos(\omega t) \cdot B \cos(\omega t) dt = \frac{AB}{2} \int_0^{T_b} (1 + \cos(2\omega t)) dt \approx \frac{ABT_b}{2} \text{ при } 2\omega T_b \gg 1.$$

Вторая реализация соответствует реакции первого коррелятора на прием информационного бита "1":

$$K_{S_{11}}(t) = \int_0^{T_b} -A \cos(\omega t) \cdot B \cos(\omega t) dt \approx -\frac{ABT_b}{2} \text{ при } 2\omega T_b \gg 1.$$

Третья реализация соответствует реакции второго коррелятора на прием сигнала соответствующего биту "0":

$$K_{S_{20}}(t) = \int_0^{T_b} A \cos(\omega t) \cdot -B \cos(\omega t) dt \approx -\frac{ABT_b}{2} \text{ при } 2\omega T_b \gg 1.$$

Четвертая реализация соответствует реакции второго коррелятора на прием сигнала соответствующего биту "1":

$$K_{S_{21}}(t) = \int_0^{T_b} -A \cos(\omega t) \cdot -B \cos(\omega t) dt \approx \frac{ABT_b}{2} \text{ при } 2\omega T_b \gg 1.$$

В дальнейшем, в силу выполнения условия $2\omega T_b \gg 1$, примем, что

$$K_{S_{10}}(t) = \frac{ABT_b}{2}; K_{S_{11}}(t) = -\frac{ABT_b}{2}; K_{S_{20}}(t) = -\frac{ABT_b}{2}; K_{S_{21}}(t) = \frac{ABT_b}{2}. \quad (9)$$

Кроме того нам потребуется для дальнейших вычислений определить так называемую импульсную функцию приемника $g(z)$. Для этого вычислим взаимную свертку опорного сигнала $s_o^o(t)$ с самим собой [3,8].

$$\begin{aligned}
 g(z) &= B^2 \int_0^{T_b} \cos(\omega u) \cdot \cos(\omega(u-z)) du = \\
 &= B^2 \int_0^{T_b} \left[\cos^2(\omega u) \cos(\omega z) + \frac{1}{2} \sin(2\omega u) \cdot \sin(\omega z) \right] du = \quad (10) \\
 &\frac{B^2 T_b}{2} \left(\cos(\omega z) (1 + \text{sinc}(2\omega T_b)) + \frac{\sin^2(\omega T_b)}{\omega T_b} \sin(\omega z) \right) \approx \frac{B^2 T_b}{2} \cos(\omega z) \text{ при } \omega T_b \gg 1.
 \end{aligned}$$

Взаимная свертка с опорным сигналом $s_o^1(t)$ будет совпадать с аналогичной функцией определенной для $s_o^o(t)$.

Реакция приемника на белый гауссовский шум $\hat{n}(t)$

Поскольку приемник содержит два коррелятора и одну реализацию шума на входе, то получим две возможные реализации такого шума на выходе приемника:

$$\hat{K}n_1(T_b) = \int_0^{T_b} \hat{n}(t) \cdot B \cos(\omega t) dt \text{ и } \hat{K}n_2(T_b) = \int_0^{T_b} \hat{n}(t) \cdot -B \cos(\omega t) dt.$$

Очевидно, что $\hat{K}n_1(t) = -\hat{K}n_2(t)$. Очевидно, что данные случайные величины имеют нормальное распределение с математическим ожиданием $\langle \hat{K}n_{1/2}(t) \rangle = 0$. Для вычисления значения дисперсии найдем автокорреляционную функцию данной случайной величины [9,10]. Для этого вычислим следующий интеграл, где $K_n(t,s) = K_n(t-s)$ определено выражением (1).

$$\begin{aligned}
R_{Kn}(\tau, T_b) &= \int_0^{T_b} g(z) K_n(\tau - z) dz = \int_0^{T_b} \frac{B^2 T_b}{2} \cos(\omega z) \cdot \frac{N_0}{2} \delta(\tau - z) dz = \\
&= \frac{B^2 N_0 T_b}{4} \int_0^{T_b} \cos(\omega z) \cdot \delta(\tau - z) dz = \frac{B^2 N_0 T_b}{4} \cos(\omega \tau)
\end{aligned} \quad (11)$$

Из (11) следует, что величина дисперсии случайной величины $\hat{Kn}_1(t)$ или $\hat{Kn}_2(t)$ составит

$$D_{Kn} = R_{Kn}(0, T_b) = \frac{B^2 N_0 T_b}{4}. \quad (12)$$

Реакция приемника на узкополосную шумовую помеху $\hat{p}(t)$

Поскольку приемник содержит два коррелятора и одну реализацию УШП, то получим две возможные реализации такой помехи на выходе приемника:

$$\hat{Kp}_1(T_b) = \int_0^{T_b} \hat{p}(t) \cdot B \cos(\omega t) dt \quad \text{и} \quad \hat{Kp}_2(T_b) = \int_0^{T_b} \hat{p}(t) \cdot -B \cos(\omega t) dt.$$

Очевидно, что $\hat{Kp}_1(t) = -\hat{Kp}_2(t)$. Данные случайные величины в силу линейности коррелятора будут также иметь нормальные распределения с математическим ожиданием $\langle \hat{Kp}_{1/2}(t) \rangle = 0$ и равными дисперсиями D_{Kp} . Для вычисления значения дисперсии данной случайной величины найдем ее автокорреляционную функцию $R_{Kp}(0, T_b)$ из которой получим искомую величину $D_{Kp} = R_{Kp}(0, T_b)$. Для этого вычислим интеграл свертки, где корреляционная функция УШП $K_p(\tau - z)$ задана выражением (2), а импульсная функция приемника - выражением (10).

$$\begin{aligned}
R_{Kp}(\tau, T_b) &= \int_0^{T_b} g(z) K_p(\tau - z) dz = \\
&= \int_0^{T_b} \frac{B^2 T_b}{2} \cos(\omega z) D_p \frac{\sin\left(\frac{W_p}{2}[\tau - z]\right)}{\frac{W_p}{2}[\tau - z]} \cos(\omega_p[\tau - z]) dz = \\
&= \frac{B^2 D_p T_b}{2} \int_0^{T_b} \frac{\sin\left(\frac{W_p}{2}[\tau - z]\right)}{\frac{W_p}{2}[\tau - z]} \cos(\omega z) \cos(\omega_p[\tau - z]) dz.
\end{aligned} \tag{13}$$

Для вычисления данного интеграла свертки, сделаем следующие

преобразования $\sin\left(\frac{W_p}{2}[\tau - z]\right) = \sin\left(\frac{W_p}{2}\tau\right)\cos\left(\frac{W_p}{2}z\right) - \cos\left(\frac{W_p}{2}\tau\right)\sin\left(\frac{W_p}{2}z\right)$ и

$\cos(\omega_p[\tau - z]) = \cos(\omega_p\tau)\cos(\omega_p z) + \sin(\omega_p\tau)\sin(\omega_p z)$. Кроме того учтем, что для

вычисления дисперсии необходимо положить $\tau = 0$. Тогда избегая многочисленных преобразований получим:

$$D_{Kp} = R_{Kp}(0, T_b) = \frac{B^2 D_p T_b}{2W_p} \int_0^{T_b} \frac{\sin\left(\frac{W_p}{2}z\right)}{z} \cdot \left(\cos([\omega_p + \omega]z) + \cos([\omega_p - \omega]z)\right) dz. \tag{14}$$

Учитывая, что $\sin(Wz)\cos(wz) = \frac{1}{2}(\sin([w + W]z) - \sin([w - W]z))$ выражение (14)

преобразуется к следующему виду:

$$D_{Kp} = \frac{B^2 D_p T_b}{4W_p} \int_0^{T_b} \frac{\sin\left([\omega + \omega_p + \frac{W_p}{2}]z\right) - \sin\left([\omega + \omega_p - \frac{W_p}{2}]z\right) + \sin\left([\omega - \omega_p + \frac{W_p}{2}]z\right) - \sin\left([\omega - \omega_p - \frac{W_p}{2}]z\right)}{z} dz \tag{15}$$

Введем обозначение $Si(wT_b) = \int_0^{T_b} \frac{\sin(wz)}{z} dz$. Тогда выражение (15) запишется в

следующем виде:

$$D_{kp} = \frac{B^2 D_p T_b}{4W_p} \left(Si\left(\left[\omega + \omega_p + \frac{W_p}{2}\right]T_b\right) - Si\left(\left[\omega + \omega_p - \frac{W_p}{2}\right]T_b\right) + Si\left(\left[\omega - \omega_p + \frac{W_p}{2}\right]T_b\right) - Si\left(\left[\omega - \omega_p - \frac{W_p}{2}\right]T_b\right) \right). \quad (16)$$

Выражение (16) можно упростить, если использовать следующую аппроксимацию функции $Si(x)$:

$$Si(x) \approx sign(x) \left(\left[\frac{\pi}{2} - \frac{\cos(x)}{|x|} \right] \cdot \left[1 - e^{-|x|} \right] + e^{-|x|} \right). \quad (17)$$

Из (17) следует, что $\lim_{x \rightarrow \infty} Si(x) \approx \frac{\pi}{2}$, $\lim_{x \rightarrow 0} Si(x) \approx 0$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{Si(wx)}{x} \approx w$.

Кроме того, введем новое обозначение $\Delta = \omega - \omega_p$, которое фактически является расстройкой несущих частот (средних частот спектра) сигнала и узкополосной шумовой помехи и тогда для больших значений $(\omega + \omega_p) \gg 1$ выражение (16) может быть упрощено и представлено в компактном виде:

$$D_{kp} \approx \frac{B^2 D_p T_b}{4W_p} \left| Si\left(\left[\Delta + \frac{W_p}{2}\right]T_b\right) - Si\left(\left[\Delta - \frac{W_p}{2}\right]T_b\right) \right|. \quad (18)$$

Все необходимые расчетные выражения получены, что позволяет перейти к определению величины битовой ошибки при приеме BPSK-сигналов с известными параметрами в условиях действия БГШ и УШП с заданными параметрами [11-15].

Методика оценки вероятности ошибки на бит информации для BPSK-сигнала с известными параметрами в условиях действия БГШ и УШП

Как было определено ранее в соответствии с общим методическим подходом к оценке вероятности ошибки на бит информации для BPSK-сигнала с известными параметрами в условиях действия широкополосного шума и УШП необходимо:

1) определить параметры (математическое ожидание и дисперсию) нормального закона распределения случайных величин $\hat{\xi}_0(T_b)$ и $\hat{\xi}_1(T_b)$;

2) определить вероятности несовместных случайных событий $P_0(\hat{\xi}_0(T_b) \geq \hat{\xi}_1(T_b)/1)$ и $P_1(\hat{\xi}_1(T_b) > \hat{\xi}_0(T_b)/0)$, соответствующих ошибочным оценкам сравнивающего (решающего) устройства (т.е. передавался символ "1", а принято решение, что - "0" и наоборот передавался символ "0", а принято решение, что - "1");

3) с учетом априорной вероятности передачи "0" и "1" бита $P_a(0)$ и $P_a(1)$ соответственно находим финальное выражение вероятности ошибки на бит информации для BPSK-сигнала с известными параметрами в условиях действия БГШ и УШП в следующем виде:

$$P_{ош\ BPSK} = P_0(\hat{\xi}_0(T_b) \geq \hat{\xi}_1(T_b)/1)P_a(1) + P_1(\hat{\xi}_1(T_b) > \hat{\xi}_0(T_b)/0)P_a(0).$$

Для случайной величины $\hat{\xi}_0(T_b)$, на основании ранее проведенных исследований (9), установлено, что ее математическое ожидание соответствует реакции первого коррелятора на полезный сигнал.

Причем при передаче "0" бита и при передаче "1" бита ее математическое ожидание составит соответственно

$$m_{00} = \langle \hat{\xi}_0(T_b) / 0 \rangle = \frac{ABT_b}{2} \quad \text{и} \quad m_{01} = \langle \hat{\xi}_0(T_b) / 1 \rangle = -\frac{ABT_b}{2}. \quad (19)$$

Аналогично для величины $\hat{\xi}_1(T_b)$ на выходе второго коррелятора имеем

$$m_{10} = \langle \hat{\xi}_1(T_b) / 0 \rangle = -\frac{ABT_b}{2} \quad \text{и} \quad m_{11} = \langle \hat{\xi}_1(T_b) / 1 \rangle = \frac{ABT_b}{2}. \quad (20)$$

Дисперсия случайной величины $\hat{\xi}_0(T_b)$ будет равна дисперсии случайной величины $\hat{\xi}_1(T_b)$ независимо от передаваемого бита, на основании ранее проведенных исследований (12), (18) и в силу некоррелированности широкополосного шума и узкополосной шумовой помехи составит:

$$D_\xi = \langle \hat{\xi}_{0,1}^2(T_b) / 0,1 \rangle = \frac{B^2 N_0 T_b}{4} + \frac{B^2 D_p T_b}{4W_p} \left| \text{Si} \left(\left[\Delta + \frac{W_p}{2} \right] T_b \right) - \text{Si} \left(\left[\Delta - \frac{W_p}{2} \right] T_b \right) \right|. \quad (21)$$

С учетом найденных параметров запишем выражения для условных функций плотностей вероятности случайных величин $\hat{\xi}_0(T_b)$ и $\hat{\xi}_1(T_b)$ [16-18].

При передаче "0" бита:

$$w_0(\xi / 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_\xi}} e^{-\frac{(\xi - m_{00})^2}{2D_\xi}} \quad \text{и} \quad w_1(\xi / 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_\xi}} e^{-\frac{(\xi - m_{10})^2}{2D_\xi}}. \quad (22)$$

При передаче "1" бита:

$$w_0(\xi / 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_\xi}} e^{-\frac{(\xi - m_{01})^2}{2D_\xi}} \quad \text{и} \quad w_1(\xi / 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_\xi}} e^{-\frac{(\xi - m_{11})^2}{2D_\xi}}. \quad (23)$$

Для определения вероятностей случайных событий $P_0(\hat{\xi}_0(T_b) \geq \hat{\xi}_1(T_b)/1)$ и $P_1(\hat{\xi}_1(T_b) > \hat{\xi}_0(T_b)/0)$, соответствующих ошибочным оценкам сравнивающего (решающего) устройства приемника выведем необходимые расчетные соотношения с учетом определенных ранее условных функций плотностей вероятности случайных величин $\hat{\xi}_0(T_b)$ и $\hat{\xi}_1(T_b)$. Суммарная вероятность ошибки на бит передаваемой информации в каналах связи использующих BPSK-сигналы с известными параметрами в условиях действия широкополосного шума и УШП при равновероятной передаче нулевых и единичных бит информации может быть записана в следующем виде:

$$P_{ош\ BPSK_1} = \frac{1}{2} P_0(\hat{\xi}_0 \geq \hat{\xi}_1 / 1) + \frac{1}{2} P_1(\hat{\xi}_1 > \hat{\xi}_0 / 0). \quad (24)$$

В силу симметрии законов распределения $P_0(\hat{\xi}_0(T_b) \geq \hat{\xi}_1(T_b)/1)$ и $P_1(\hat{\xi}_1(T_b) > \hat{\xi}_0(T_b)/0)$, а также принимая во внимание (24) окончательно имеем:

$$P_{ош\ BPSK_1} = P_0(\hat{\xi}_0 \geq \hat{\xi}_1 / 1) \text{ или } P_{ош\ BPSK_1} = P_1(\hat{\xi}_1 > \hat{\xi}_0 / 0). \quad (25)$$

Примем для упрощения, что $P_{ош\ BPSK_1} = P_0(\hat{\xi}_0 \geq \hat{\xi}_1 / 1)$.

Если учесть тот факт, что применительно к рассматриваемому сигналу и приемнику справедливо $\hat{\xi}_0(T_b) = -\hat{\xi}_1(T_b)$, то последнее выражение можно модифицировать. Исходное условие $\hat{\xi}_0 \geq \hat{\xi}_1$ можно трансформировать в $\hat{\xi}_0 \geq -\hat{\xi}_0$ или, что тоже самое $\hat{\xi}_0 \geq 0$, а условие $\hat{\xi}_1 > \hat{\xi}_0$ в условие $\hat{\xi}_1 > 0$. С учетом этого выражения для битовой ошибки (25) преобразуются в следующее:

$$P_{ош\ BPSK_1} = P_0(\hat{\xi}_0 \geq 0/1). \quad (26)$$

Тогда

$$P_{ош\ BPSK_1} = P_0(\hat{\xi}_0 \geq 0/1) = \int_0^{\infty} w_0(\xi/1) d\xi = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_\xi}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{(\xi-m_{01})^2}{2D_\xi}} d\xi = Q\left(\frac{-m_{01}}{\sqrt{D_\xi}}\right)$$

Учитывая, что $m_{01} = m_{10} = -\frac{ABT_b}{2}$ окончательно получаем

$$P_{ош\ BPSK_1} = Q\left(\frac{ABT_b}{2\sqrt{D_\xi}}\right), \quad (27)$$

где $Q(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_y^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$.

Часто на практике применяется другое правило принятия решения о принятом символе приведенное ранее в (7). Оно может быть представлено следующим образом:

$$\hat{v} = \begin{cases} 0 & \text{ли } \hat{\Lambda}(T_b) \geq 0 \\ 1 & \text{если } \hat{\Lambda}(T_b) < 0 \end{cases}, \text{ где } \hat{\Lambda}(T_b) = \hat{\xi}_0(T_b) - \hat{\xi}_1(T_b). \quad (28)$$

Для случайной величины $\hat{\Lambda}(T_b)$ характерны следующие особенности: она имеет нормальное распределение, в силу нормальности исходных случайных величин $\hat{\xi}_0(T_b)$ и $\hat{\xi}_1(T_b)$, а ее математическое ожидание примет следующие значения:

$$m_{\hat{\Lambda}} = \langle \hat{\Lambda}(T_b) \rangle = \langle \hat{\xi}_0(T_b) - \hat{\xi}_1(T_b) \rangle = \begin{cases} m_0 = m_{00} - m_{10} = 2m_{00} = ABT_b & \text{при передаче "0"} \\ m_1 = m_{10} - m_{11} = -2m_{11} = -ABT_b & \text{при передаче "1"} \end{cases} \quad (29)$$

Дисперсия случайной величины $\hat{\Lambda}(T_b)$ может быть рассчитана следующим образом

$$D_{\hat{\Lambda}} = \left\langle \left(\hat{\Lambda}(T_b) - m_{\hat{\Lambda}} \right)^2 \right\rangle = \left\langle \hat{\Lambda}^2 - 2m_{\hat{\Lambda}}\hat{\Lambda} + m_{\hat{\Lambda}}^2 \right\rangle = \left\langle \hat{\Lambda}^2 \right\rangle - m_{\hat{\Lambda}}^2.$$

Величину $\left\langle \hat{\Lambda}^2 \right\rangle$, учитывая равенство $\hat{\xi}_0(T_b) = -\hat{\xi}_1(T_b)$, определим следующим образом:

$$\begin{aligned} \left\langle \hat{\Lambda}^2 \right\rangle &= \left\langle \left(\hat{\xi}_0 - \hat{\xi}_1 \right)^2 \right\rangle = \left\langle \hat{\xi}_0^2 - 2\hat{\xi}_0\hat{\xi}_1 + \hat{\xi}_1^2 \right\rangle = \left\langle \hat{\xi}_0^2 \right\rangle - 2\left\langle \hat{\xi}_0\hat{\xi}_1 \right\rangle + \left\langle \hat{\xi}_1^2 \right\rangle = \\ &= 4\left(D_{\xi} + m_{\xi}^2 \right) = 4\left(D_{\xi} + \frac{(ABT_b)^2}{4} \right) = 4D_{\xi} + (ABT_b)^2 \end{aligned}$$

Величина $m_{\hat{\Lambda}}^2$ с учетом (29) составит $m_{\hat{\Lambda}}^2 = (ABT_b)^2$.

Тогда:

$$D_{\hat{\Lambda}} = \left\langle \hat{\Lambda}^2 \right\rangle - m_{\hat{\Lambda}}^2 = 4D_{\xi}. \quad (30)$$

При передаче "0" бита с учетом (30) функция плотности вероятности случайной величины $\hat{\Lambda}(T_b)$ запишется в виде:

$$w(\Lambda / 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_{\hat{\Lambda}}}} e^{-\frac{(\Lambda - m_0)}{2D_{\hat{\Lambda}}}} = \frac{1}{\sqrt{8\pi D_{\xi}}} e^{-\frac{(\Lambda - ABT_b)}{8D_{\xi}}}. \quad (31)$$

При передаче "1" бита:

$$w(\Lambda / 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_{\hat{\Lambda}}}} e^{-\frac{(\Lambda - m_1)}{2D_{\hat{\Lambda}}}} = \frac{1}{\sqrt{8\pi D_{\xi}}} e^{-\frac{(\Lambda + ABT_b)}{8D_{\xi}}}. \quad (32)$$

С учетом (31) и (32) при равновероятной передаче нулевого и единичного бита информации вероятность битовой ошибки может быть найдена в следующем виде:

$$P_{ош\ BPSK_2} = \frac{1}{2} P_1(\hat{\Lambda} \geq 0/1) + \frac{1}{2} P_0(\hat{\Lambda} < 0/0), \quad (33)$$

где
$$P_0(\hat{\Lambda} < 0/0) = \frac{1}{\sqrt{8\pi D_\xi}} \int_{-\infty}^0 e^{-\frac{(\lambda - ABT_b)^2}{8D_\xi}} d\lambda = Q\left(\frac{ABT_b}{2\sqrt{D_\xi}}\right);$$

$$P_1(\hat{\Lambda} \geq 0/1) = \frac{1}{\sqrt{8\pi D_\xi}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{(\lambda + ABT_b)^2}{8D_\xi}} d\lambda = Q\left(\frac{ABT_b}{2\sqrt{D_\xi}}\right).$$

Окончательно выражение (33) может быть записано как:

$$P_{ош\ BPSK_2} = \frac{1}{2} P_0(\hat{\Lambda} < 0/0) + \frac{1}{2} P_1(\hat{\Lambda} \geq 0/1) = Q\left(\frac{ABT_b}{2\sqrt{D_\xi}}\right). \quad (34)$$

Очевидно, что выражение (34) полностью совпадает с выражением (27), из чего можно сделать тот вывод, что для оптимального приемника BPSK-сигналов с известными параметрами в условиях действия широкополосного шума и УШП правила принятия решение (7) эквивалентны по помехоустойчивости [19,20].

Раскроем содержание (34) с учетом ранее найденных значений суммарной дисперсии БГШ и УШП, определяемых выражением (21).

$$P_{ош\ BPSK_2} = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0 + \frac{D_p}{W_p} \left| Si\left(\left[\Delta + \frac{W_p}{2}\right] T_b\right) - Si\left(\left[\Delta - \frac{W_p}{2}\right] T_b\right) \right|}}\right), \quad (35)$$

где $E_b = \frac{A^2 T_b}{2}$. Или в других обозначениях

$$P_{out\ BPSK_2} = Q \left(\sqrt{\frac{2k_b}{1 + k_p FSi(\Delta, W_p, T_b)}} \right), \quad (36)$$

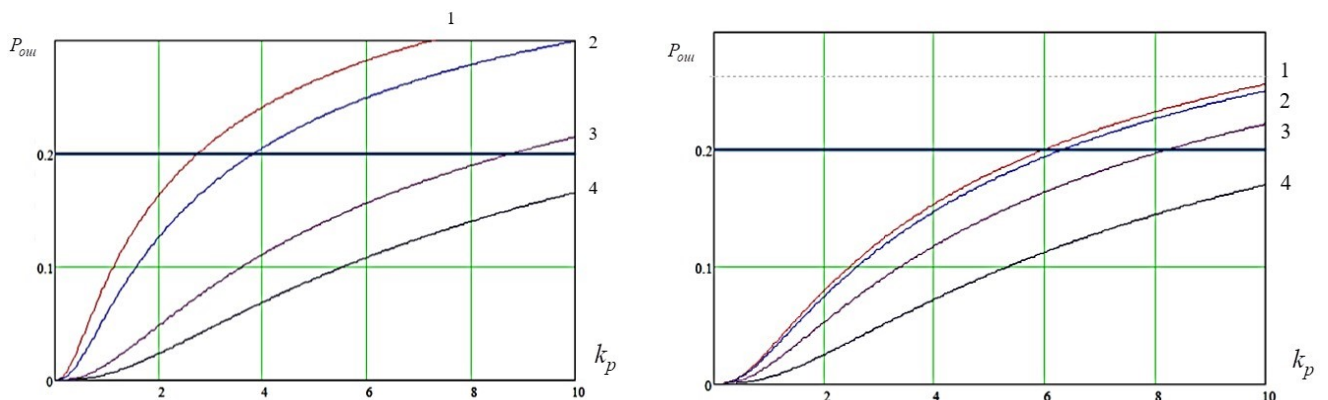
где $k_b = \frac{E_b}{N_0}$ - отношение сигнал-шум в приемном устройстве; $k_p = \frac{D_p}{N_0}$ -

эквивалентное отношение помеха-шум на входе в приемного устройства; функция

$FSi(\Delta, W_p, T_b)$ определена как

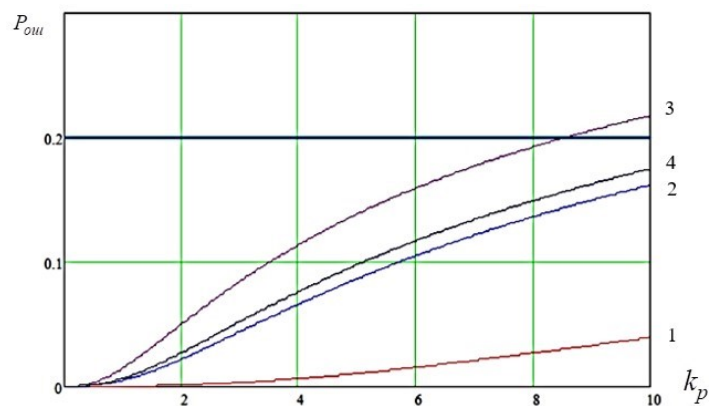
$$FSi(\Delta, W_p, T_b) = \frac{\left| Si \left(\left[\Delta + \frac{W_p}{2} \right] T_b \right) - Si \left(\left[\Delta - \frac{W_p}{2} \right] T_b \right) \right|}{W_p}. \quad (37)$$

Ниже на рисунке 2 показаны зависимости, полученные на основе (37) при фиксированном значении $T_b = 1$ и $k_b = 10$.



а)

б)



в)

Рис. 2. Зависимость вероятности битовой ошибки приема BPSK-сигналов с известными параметрами в условиях действия широкополосного шума и УШП с расстройкой несущей

а) $\Delta = 0$, б) $\Delta = 2$, в) $\Delta = 3$ и шириной спектра помехи $W_p = 1$ (1), $W_p = 5$ (2),
 $W_p = 10$ (3), $W_p = 15$ (4)

Ниже на рисунках 3,4 показаны зависимости, полученные на основе (32) при фиксированном значении $T_b = 1$.

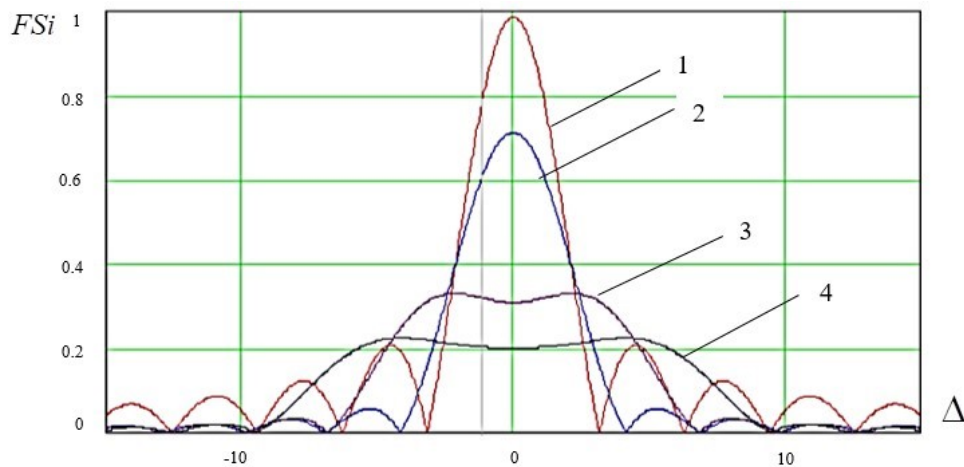


Рис. 3. Зависимость функции $FSi(\Delta, W_p, T_b)$ от расстройки несущих помехи и сигнала Δ при фиксированной ширине спектра помехи $W_p = 1$ (1), $W_p = 5$ (2), $W_p = 10$ (3),
 $W_p = 15$ (4)

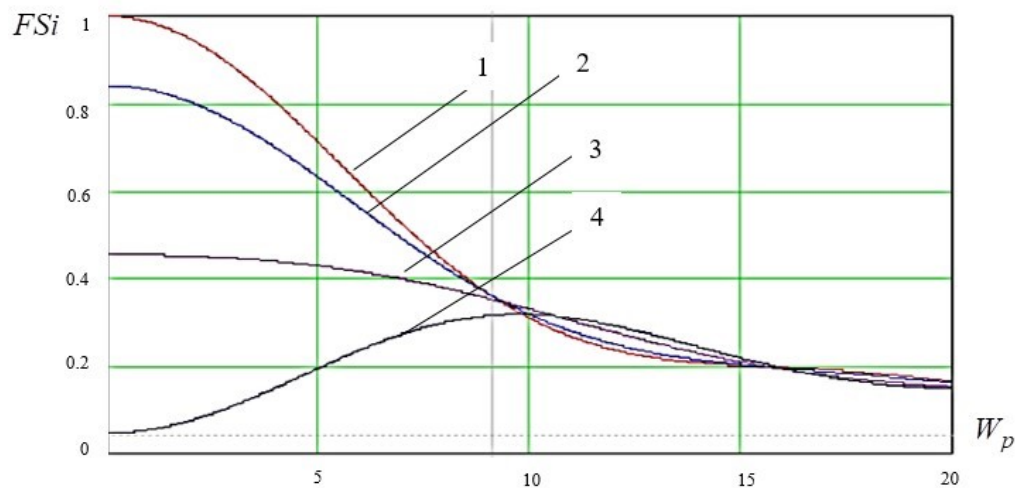


Рис. 4. Зависимость $FSi(\Delta, W_p, T_b)$ от ширины спектра помехи W_p при фиксированной расстройке несущих помехи и сигнала $\Delta = 0$ (1), $\Delta = 1$ (2), $\Delta = 2$ (3), $\Delta = 3$ (4)

Анализ выражения (35) также показывает, что предельное сужение спектра УШП (т.е. $W_p \rightarrow 0$) при $\Delta = 0$ приводит к следующему выражению для расчета вероятности битовой ошибки приема BPSK-сигналов оптимальным приемником

$$P_{ош\ BPSK/(W_p \rightarrow 0)} = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0 + D_p T_b}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{2P_b}{N_0 R_b + D_p}}\right).$$

Данное соотношение будет справедливым с приемлемой точностью уже при $W_p < \frac{1}{5T_b}$. Из данного выражения также следует, что для мощной узкополосной помехи $D_p > 2P_b$ снижение скорости R_b передачи канальных битов не приведет к повышению качества связи.

Неограниченное расширение полосы частот УШП (т.е. $W_p \rightarrow \infty$) при любых Δ приводит к следующему выражению для расчета вероятности битовой ошибки приема BPSK-сигналов оптимальным приемником

$$P_{ош\ BPSK/(W_p \rightarrow \infty)} = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0 + \frac{\pi D_p}{W_p}}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0 + \frac{D_p}{2F_p}}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{2P_b}{N_0 R_b + D_p \frac{R_b}{2F_p}}}\right).$$

Данное выражение справедливо с приемлемой точностью уже при $W_p > 3\frac{2\pi}{T_b}$.

Из последнего выражения следует, что для мощной узкополосной помехи $D_p > 2P_b$ снижение скорости R_b передачи канальных битов может привести к существенному повышению качества связи.

Выводы

На основании проведенного анализа совместного влияния широкополосного шума и узкополосной шумовой помехи с известными параметрами (спектральной плотностью мощности БГШ - $\frac{N_0}{2}$; шириной спектра УШП - W_p ; расстройкой несущих помехи и сигнала - Δ ; дисперсией УШП - D_p , а также энергией сигнала на один бит передаваемой информации - E_b) на качество (вероятность битовой ошибки $P_{ош\ BPSK}$) приема BPSK-сигналов оптимальным приемником (корреляционного типа) показано:

1. Полученное в работе выражение для определения средней вероятности битовой ошибки приема BPSK-сигналов оптимальным приемником корреляционного типа в условиях действия широкополосного шума и УШП (35) совпадает с известным выражением для определения рассматриваемой вероятности в условиях действия только белого гауссовского шума с заданной спектральной плотностью мощности $\frac{N_0}{2}$ если в данном выражении принять нулевую дисперсию УШП $D_p = 0$.

2. Вероятность битовой ошибки приема BPSK-сигналов оптимальным приемником в условиях действия широкополосного шума и УШП $P_{ош\ BPSK}$ существенно зависит от таких параметров УШП как ширина спектра - W_p , расстройка несущих частот помехи и сигнала - Δ , дисперсия помехи - D_p .

3. Как следует из рис. 2 а) при нулевой расстройке несущих частот помехи и сигнала $\Delta = 0$, расширение спектра помехи приводит к монотонному нелинейному снижению показателя качества приема $P_{ош\ BPSK}$, б) и в) при расстройке несущих частот помехи и сигнала $\Delta = 2...3$, расширение спектра помехи также приводит к монотонному нелинейному снижению показателя качества приема $P_{ош\ BPSK}$, однако УШП с более широким спектром приводит к меньшему снижению рассматриваемого показателя по сравнению с помехами с более узким спектром.

4. Комплексный характер влияния УШП с различными параметрами Δ и W_p показан на рис. 3. и рис 4. При этом большие значения приведенных зависимостей указывают на большие значения и вероятностей битовой ошибки приема BPSK-сигналов оптимальным приемником. Анализ данных зависимостей указывает, что наиболее опасной, с точки зрения влияния шумовой помехи на качество связи с использованием BPSK-сигналов в случае оптимального приема (без применения узкополосного фильтра на входе приемника), является УШП с параметрами $\Delta \rightarrow 0$ и $W_p \rightarrow 0$. Коэффициент подавления оптимального приемника BPSK-сигналов такой помехой (т.е. отношение дисперсии помехи к средней мощности сигнала при котором достигается $P_{ош\ BPSK} = 0.2$) при отношении сигнал-шум 10 дБ составит $K_n = 2.7$.

5. Негативное воздействие мощной УШП с $D_p > 2P_b$, $\Delta \rightarrow 0$ и $W_p \rightarrow 0$ на оптимальный приемник BPSK-сигналов не может быть уменьшено за счет снижения скорости R_b передачи информации в канале связи. И, наоборот, для УШП с $D_p > 2P_b$

, $\Delta \rightarrow 0$ и $W_p > 3 \frac{2\pi}{T_b}$ ее негативное воздействие на приемник может быть существенно

уменьшено за счет снижения скорости R_b передачи информации в канале связи.

Список источников

1. Вознюк В.В., Куценко Е.В. Помехоустойчивость систем радиосвязи с двоичными фазоманипулированными широкополосными сигналами при воздействии ретранслированных компенсационных помех типа прямой инверсии сигнала // Труды Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского. 2018. № 660. С. 44–56.
2. Бучинский Д.И., Вознюк В.В. Помехоустойчивость когерентного демодулятора двоичных фазоманипулированных сигналов с расширенным спектром при воздействии гауссовской помехи с ограниченным по полосе равномерным спектром // Труды Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского. 2020. № 675. С. 69–76.
3. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. - М.: Радио и связь, 1989. - 656 с.
4. Звонарев В.В., Карабельников И.А., Попов А.С. Вероятность ошибки приема BPSK-сигнала в присутствии подобной помехи // Вопросы радиоэлектроники. 2019. № 3. С. 49-53.
5. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. - М.: Высшая школа, 2000. - 462 с.

6. Вознюк В.В., Богаченков К.Н., Маслаков П.А. Особенности создания помех компенсационного типа для решения задач защиты информации от утечки по техническим каналам // Труды ВКА имени А.Ф. Можайского. 2015. № 646. С. 83–92.
7. Винокуров В.И., Ваккер Р.А. Вопросы обработки сложных сигналов в корреляционных системах. - М.: Советское радио, 1972. – 216 с.
8. Агеев Ф.И., Ворона М.С., Звонарев В.В., Попов А.С. Методика расчета помехоустойчивости системы радиосвязи с учетом динамических характеристик случайных замираний сигнала // Радиотехника. 2018. № 5. С. 92-99.
9. Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. – М.: Радио и связь, 1985. - 384 с.
10. Агеев Ф.И., Вознюк В.В., Худик М.Ю. Повышение помехоустойчивости систем передачи данных фазоманипулированными шумоподобными сигналами в условиях действия помех с различной спектральной структурой на основе целенаправленной модификации спектра сигнала // Труды МАИ. 2021. № 118. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=158242>. DOI: [10.34759/trd-2021-118-08](https://doi.org/10.34759/trd-2021-118-08)
11. Кантор Л.А. Спутниковая связь и вещание: справочник. - М.: Радио и связь, 1987. – 342 с.
12. Финк Л.М. Теория передачи дискретных сообщений. - М.: Советское радио, 1970. - 728 с.
13. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. - М.: Советское радио, 1966. - 680 с.

14. Бакеев Д.А. Радиотехнические системы передачи информации. Системы связи. Оценка технической эффективности радиотехнических систем передачи информации и систем связи. – Петропавловск-Камчатский: КамчатГТУ, 2006. - 69 с.
15. Мальцев Г.Н., Травкин В.С. Оптимальный прием сложных фазоманипулированных сигналов в спутниковых радиоканалах в условиях внутрисистемных помех // Информационно-управляющие системы. 2006. № 5. С. 32-42.
16. Мальцев Г.Н., Евтеев А.В. Исследование помехоустойчивости радиотехнических систем передачи информации с шумоподобными фазоманипулированными сигналами при наличии ошибок синхронизации по задержке // Информационно-управляющие системы. 2019. № 3. С. 105-113.
17. Маслаков П.А., Паршуткин А.В., Фомин А.В. Модель функционирования канала спутниковой связи при воздействии нестационарных помех // Труды Военно-космической академии им. А.Ф.Можайского. 2016. № 651. С. 78–83.
18. Агиевич С.Н., Луценко С.А. Оценка помехоустойчивости спутниковых систем радиосвязи с фазоманипулированными широкополосными сигналами // Вопросы оборонной техники. Серия 16: Технические вопросы противодействия терроризму. 2018. № 9-10 (123-124). С. 132-137.
19. Звонарев В.В., Попов А.С., Худик М.Ю. Методика расчета вероятности ошибки посимвольного приема дискретных сообщений при наличии помех // Труды МАИ. 2019. № 105. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=104213>

20. Борисов В.И., Зинчук В.М., Лимарев А.Е., Шестопапов В.И. Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра прямой модуляцией псевдослучайной последовательностью: монография. - М.: Радиософт, 2011. - 548 с.

References

1. Voznyuk V.V., Kutsenko E.V. *Trudy Voенно-kosmicheskoi akademii imeni A.F. Mozhaiskogo*, 2018, no. 660, pp. 44–56.
2. Buchinskii D.I., Voznyuk V.V. *Trudy Voенно-kosmicheskoi akademii imeni A.F. Mozhaiskogo*, 2020, no. 675, pp. 69–76.
3. Levin B.R. *Teoreticheskie osnovy statisticheskoi radiotekhniki* (Theoretical foundations of statistical radio engineering), Moscow, Radio i svyaz', 1989, 656 p.
4. Zvonarev V.V., Karabel'nikov I.A., Popov A.S. *Voprosy radioelektroniki*, 2019, no. 3, pp. 49-53.
5. Baskakov S.I. *Radiotekhnicheskie tsepi i signaly* (Radio engineering circuits and signals), Moscow, Vysshaya shkola, 2000, 462 p.
6. Voznyuk V.V., Bogachenkov K.N., Maslakov P.A. *Trudy VKA imeni A.F. Mozhaiskogo*, 2015, no. 646, pp. 83–92.
7. Vinokurov V.I., Vakker R.A. *Voprosy obrabotki slozhnykh signalov v korrelyatsionnykh sistemakh* (Issues of complex signal processing in correlation systems), Moscow, Sovetskoe radio, 1972, 216 p.
8. Ageev F.I., Vorona M.S., Zvonarev V.V., Popov A.S. *Radiotekhnika*, 2018, no. 5, pp. 92-99.

9. Varakin L.E. *Sistemy svyazi s shumopodobnymi signalami* (Communication systems with noise-type signals), Moscow, Radio i svyaz', 1985, 384 p.
10. Ageev F.I., Voznyuk V.V., Khudik M.Yu. *Trudy MAI*, 2021, no. 118. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=158242> DOI: [10.34759/trd-2021-118-08](https://doi.org/10.34759/trd-2021-118-08)
11. Kantor L.A. *Sputnikovaya svyaz' i veshchanie* (Satellite communication and broadcasting), Moscow, Radio i svyaz', 1987, 342 p.
12. Fink L.M. *Teoriya peredachi diskretnykh soobshchenii* (Theory of Translation of Discrete Messages), Moscow, Sovetskoe radio, 1970, 728 p.
13. Tikhonov V.I. *Statisticheskaya radiotekhnika* (Statistical radio engineering), Moscow, Sovetskoe radio, 1966, 680 p.
14. Bakeev D.A. *Radiotekhnicheskie sistemy peredachi informatsii. Sistemy svyazi. Otsenka tekhnicheskoi effektivnosti radiotekhnicheskikh sistem peredachi informatsii i sistem svyazi* (Radio engineering systems of information transfer. Communication systems. Assessment of technical efficiency of radio engineering systems of information transfer and communication systems), Petropavlovsk-Kamchatskii, KamchatGTU, 2006, 69 p.
15. Mal'tsev G.N., Travkin V.S. *Informatsionno-upravlyayushchie sistemy*, 2006, no. 5, pp. 32-42.
16. Mal'tsev G.N., Evteev A.V. *Informatsionno-upravlyayushchie sistemy*, 2019, no. 3, pp. 105-113.
17. Maslakov P.A., Parshutkin A.V., Fomin A.V. *Trudy Voenno-kosmicheskoi akademii im. A.F.Mozhaiskogo*, 2016, no. 651, pp. 78–83.
18. Agievich S.N., Lutsenko S.A. *Voprosy oboronnoi tekhniki. Seriya 16: Tekhnicheskie voprosy protivodeistviya terrorizmu*, 2018, no. 9-10 (123-124), pp. 132-137.

19. Zvonarev V.V., Popov A.S., Khudik M.Yu. *Trudy MAI*, 2019, no. 105. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=104213>

20. Borisov V.I., Zinchuk V.M., Limarev A.E., Shestopalov V.I. *Pomekhozashchishchennost' sistem radiosvyazi s rasshireniem spektra pryamoi modulyatsiei psevdosluchainoi posledovatel'nost'yu* (Noise immunity of systems of a radio communication with expansion of a range with direct modulation by pseudorandom sequence), Moscow, RadioSoft, 2011, 548 p.

Статья поступила в редакцию 21.03.2022

Статья после доработки 23.03.2022

Одобрена после рецензирования 28.03.2022

Принята к публикации 21.06.2022

The article was submitted on 21.03.2022; approved after reviewing on 28.03.2022; accepted for publication on 21.06.2022