

УДК 517.977

Управление полетом пассажирских самолетов при пересечении их маршрутов во время захода на посадку*

Г.Н. Лебедев, Зо Мин Тайк, Тин Пхон Чжо, А. М. Медведев

Аннотация

Рассматривается задача оптимального управления боковым движением транспортных средств при их сближении на пересекающихся маршрутах под произвольным углом.

Ключевые слова: контроль безопасности; оптимальное управление; летательные аппараты; динамическое программирование; функция риска

*Работа выполнена при материальной поддержке гранта РФФИ № 11-08-00028а

1. Введение

При оживленном движении транспортных средств, как наземных, так и воздушных, весьма часто возникают случаи их опасного сближения, и даже возможно пересечение их маршрутов.

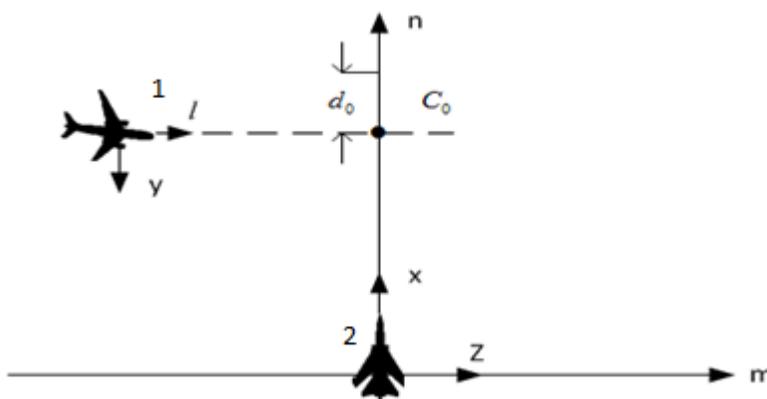


Рис.1. Пересечение маршрутов в точке C_0 при поперечном движении транспорта

Чтобы избежать их столкновение, существуют следующие возможности:

- выполнение боковых маневров с целью уклонения от вероятной точки встречи, что возможно осуществить для любого транспорта;
- для воздушных судов, летящих на разной высоте, есть возможность разминуться при дополнительных затратах топлива;
- согласованное регулирование попутной скорости движения (один тормозит, другой повышает скорость).
- предварительное планирование маршрутов с использованием не только критерия минимума пройденного пути, но и безопасности движения.

Нужно заметить что задача многомерной маршрутизации по критерию минимума числа пересечений решается в других технических областях, в частности, при трассировке электронных плат и технологии изготовления ряда электронных приборов и микроэлектроники [1-2]. Однако в этих задачах динамика самого движения по маршрутам не учитывается.

В данной работе наиболее подробно рассматривается первый случай управления боковым движением при постоянной и одинаковой скорости сближающихся транспортных средств при следующей постановке задачи.

2. Постановка задачи

Рассматривается процесс сближения двуходнотипных транспортных средств при следующих условиях. **Дано:**

1. Заданы уравнения движения одного транспорта в системе координат

$$x_1, z_1$$

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -a_1 x_2 + b_1 u_1$$

$$\dot{z}_1 = z_2 \tag{1}$$

$$\dot{z}_2 = z_3 - P - Kz_2^2$$

$$\dot{z}_3 = -a_3 z_3 + b_3 u_3$$

где x_1 - координата бокового движения первого транспорта, x_2 - боковая скорость, u_1 - сигнал управления боковым движением; z_1 - координата попутного движения первого транспорта, z_2 - попутная скорость, z_3 - попутное ускорение, возникающее под действием управления u_3 . P - сила трения на единицу массы, K - коэффициент лобового сопротивления; a_1, b_1, a_3, b_3 - заданные динамические параметры первого транспорта.

2. Заданы уравнения движения второго транспорта в другой системе координат l_1, y_1

$$\dot{l}_1 = l_2$$

$$\dot{l}_2 = -a_2 l_2 + b_2 u_2$$

$$\dot{y}_1 = y_2 \tag{2}$$

$$\dot{y}_2 = y_3 - P - K y_2^2$$

$$\dot{y}_3 = -a_4 y_3 + b_4 u_4$$

где l_1 - координата бокового движения второго транспорта, l_2 - боковая скорость, u_2 - сигнал управления боковым движением; y_1 - координата попутного движения второго транспорта; y_2 - попутная скорость, y_3 - попутное ускорение, возникающее под действием управления u_4 ; a_2, b_2, a_4, b_4 - заданные динамические параметры второго транспорта.

3. Управление попутным движением подробно не рассматривается, а считается установившимся при постоянной максимальной скорости V , т.е. если $\dot{z}_2 = \dot{z}_3 = 0$, то это означает соответствие сигнала u_3 команде создания максимальной тяги двигателя:

$$z_3 = \frac{b_3}{a_3} u_3; K z_2^2 = z_3 - P = \frac{b_3}{a_3} u_3 - P; V = z_2 = \sqrt{\frac{\frac{b_3}{a_3} u_3 - P}{K}} \tag{3}$$

Таким образом, начальные скорости попутного движения одинаковы, неизменны и равны V .

4. Начальное состояние первого транспорта в земной системе координат x, z определяется нулевыми значениями $m_1(0)=n_1(0)=0$, где земной координате x_1 соответствует координата n_1 , земной координате z_1 соответствует координата m_1 . Начальное состояние второго транспорта в земной системе координат определяется

своими ненулевыми значениями (координата m_1 соответствует координате l_1 , координата n_1 – координате y_1)

$$m_2(0)=M_1; n_2(0)=-M_1$$

Таким образом, начало сближения гарантирует столкновение, если не предпринять мер по его устранению. При этом величина $n_2(0)<0$, если второй транспорт приближается слева согласно рис.1.

5. При пересечении маршрутов m_1 и m_2 курсовые углы образуют между собой угол 90° , а дистанция d между транспортными средствами определяется по формуле

$$d = \sqrt{(x_1 - l_1)^2 + (z_1 - y_1)^2} \quad (4)$$

Минимум дистанции r при сближении определяет безопасность движения, и его нужно увеличить за счет дополнительно управления.

6. Задан интегральный критерий Y , определяющий в свертке штрафы за снижение безопасности движения, за отклонения от заданных линий m_1 и m_2 пути, пересекающихся в точке C_0 , и расходуемую энергию на управление [3]

$$Y = \min \int_0^T \left[\frac{r_0}{2}(u_1^2 + u_2^2) + \frac{r_1}{2}[(x_1 - m_1)^2 + (l_1 - m_2)^2] + \frac{r_2}{2}(x_2^2 + l_2^2) + \frac{r_3}{2}M_3 \right] dt \quad (5)$$

где r_0 - весовой коэффициент штрафа за потраченную мощность при управлении, r_1 - за отклонение от заданной линии пути m_i , r_2 - за отклонение по скорости, r_3 - за приближение к другому транспорту, M_3 - главный штрафной показатель, оценивающий возможный ущерб от аварийного сближения транспортных средств, учитывающий их боковое движение, и зависящий от переменной дистанции d по формуле

$$M_3 = \frac{[x_1 - (y_1 - y_0 + D)^2 + l_1 - (z_1 - z_0 + D)^2]}{1 + \frac{d^2}{(x_1 + D)^2 + (l_1 + D)^2}} \quad (6)$$

где D – заданная гарантированная дистанция безопасного сближения

Максимальное значение штрафной функции M_3 соответствует случаю столкновения транспортных средств, а это произойдет при $d=0$; $x_1=y_1-y_0$; $l_1=z_1-z_0$. Поэтому согласно формуле (6) слагаемое $0,5r_3M$ определяет максимальный ущерб

$$0,5r_3M = r_3D^2 = Ш_{max}$$

Поэтому в исходных данных решаемой задачи весовой коэффициент r_3 можно задать следующим образом:

$$r_3 = \frac{Ш_{max}}{D^2}$$

Остальные весовые коэффициенты r_0 , r_1 , r_2 явно меньше r_3 и удовлетворяют неравенствам

$$r_0 < r_1 < r_2 \leq r_3$$

Требуется

- определить логику согласованного бокового движения двух транспортов при уклонении от опасной встречи;
- синтезировать оптимальное управление боковым движением
- промоделировать полученные алгоритмы, назначение которых состоит в увеличении минимальной дистанции d и повышении безопасности движения за счет оптимального поведения.

3. Логика поведения для систем управления боковым движением транспортов при их сближении

Логика поведения при сближении транспортов исходит из двух действий [4]:

- определение условия выбора альтернативы прямолинейного движения транспортов, когда их сближение неопасно, либо наоборот, необходимо предпринять дополнительные меры
- выбор способа выполнения боковых маневров обеих транспортных средств:

Первое действие осуществить несложно, т.к. при прямолинейном равномерном движении несложно определить времена t_1 и t_2 достижения точки пересечения маршрутов обеими средствами, и если модуль $|t_2 - t_1|$ достаточно велик, но и минимальная дистанция будет больше гарантированного значения D . Тогда движение неопасно, что соответствует условию

$$|(m_2 - m_1) + (n_2 - n_1)| > D \quad (7)$$

Если условие (7) не соблюдается, то нужно совершать дополнительные боковые маневры. Предварительные исследования показали, что разминуться при сближении лучше при встречном и поперечном движении, за исключением попутного, если оба транспорта будут поворачивать в одну из сторон. Тщательный анализ четырёх возможных ситуаций встречи при $n_2 - n_1 > 0$ показал, что для выбора направления бокового движения необходимо проверять выполнение двух неравенств, представленных ниже

$$(n_2 - n_1) - (m_2 - m_1) > 0 \text{ и } (m_2 - m_1) < 0 \text{ - поворот влево}$$

$$(n_2 - n_1) - |m_2 - m_1| > 0 \text{ и } (m_2 - m_1) > 0 \text{ - поворот вправо}$$

$$(n_2 - n_1) - |m_2 - m_1| < 0 \text{ и } (m_2 - m_1) < 0 \text{ - поворот вправо}$$

$$(n_2 - n_1) - |m_2 - m_1| < 0 \text{ и } (m_2 - m_1) > 0 \text{ - поворот влево}$$

Иными словами, если знаки разностей $\Delta n - |\Delta m|$ и Δm совпадают, то нужен поворот вправо, и наоборот, при несовпадении знаков – поворот влево. В частности, на рис.1 представлена ситуация, когда знаки совпадают, и боковое движение должно осуществляться вправо.

Блок-схема логического анализа условий сближения представлена на рис.2

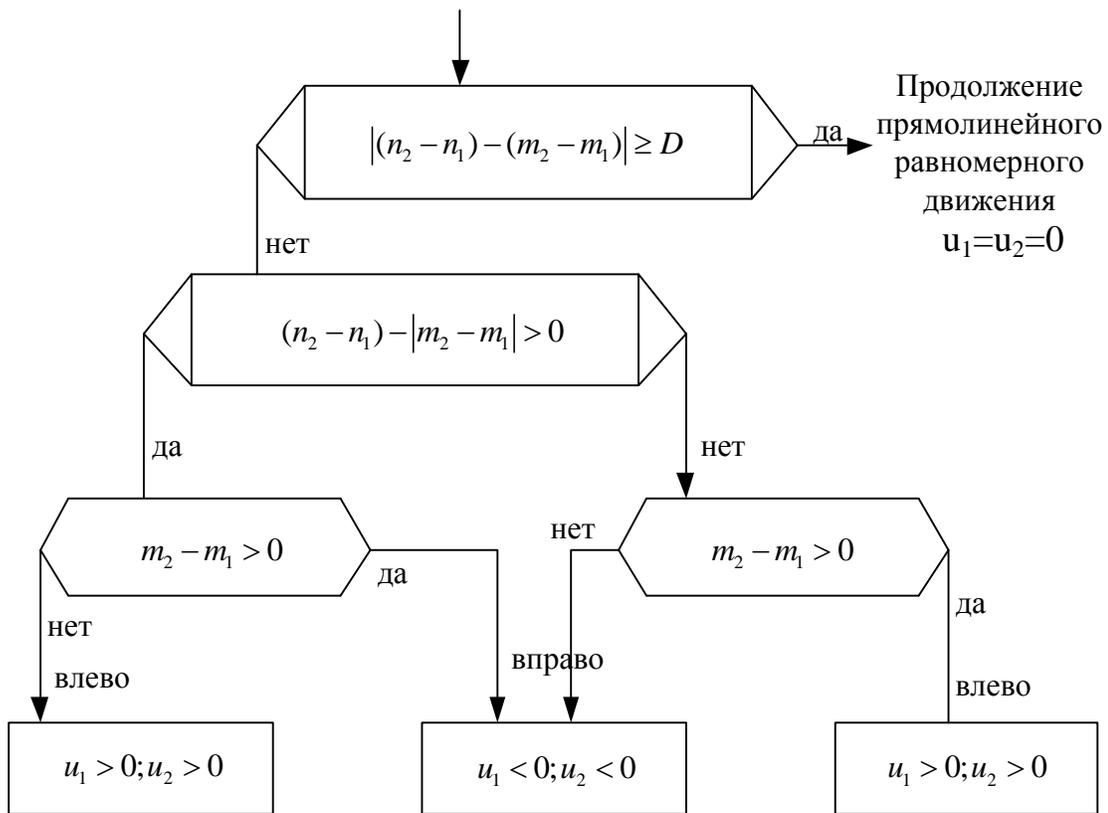


Рис.2 Блок-схема логического анализа условий бокового движения транспортов при пересечении их маршрутов

4. Синтез оптимального управления боковым движением одного транспорта при сближении с препятствием

Найдем оптимальное управление боковым движением при обходе препятствия при следующих первоначальных допущениях:

- транспорт движется с постоянной попутной скоростью V , а его боковое движение описывается дифференциальными уравнениями (1) при $z_0=0$
- неуправляемое препятствие приближается к заданной линии пути m_1 т.е. $y_0=0$, u , пересекает её, двигаясь по линии пути m_2 с небольшой постоянной скоростью y_2 , под углом $\Delta\psi = 90^\circ$

Тогда при заданных уравнениях (1) и интегральном функционале (6), в котором $u_2=l_1=m_2=l_2=0$, можно воспользоваться динамическим программированием, как это сделано, в частности, в [1].

Согласно динамическому программированию [2] функция Беллмана записывается таким образом:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 y_1 + \gamma_1 \frac{x_1^2}{2} + \gamma_2 \frac{x_2^2}{2} + \gamma_3 \frac{y_1^2}{2} + \psi_{12} x_1 x_2 + \psi_{13} x_1 y_1 + \psi_{23} x_2 y_1 + p x_1 x_2 d^2 + \theta d^2 x_2 + \varphi d^2 y_1 \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_1} &= \beta_1 + \gamma_1 x_1 + \varphi_{14} y_1 + \psi_{12} x_2 + p d^2 x_2 + \psi_{13} y_1; \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_2} = \beta_2 + \gamma_2 x_2 + \psi_{12} x_1 + \psi_{23} y_1 + p d^2 x_1 + \theta d^2; \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial y_1} &= \beta_3 + \gamma_3 y_1 + \psi_{13} x_1 + \psi_{23} x_2 + \varphi_{34} y_1 + 2\theta d x_2 + 2\varphi d z + 2p x_1 x_2\end{aligned}\tag{8}$$

Пользуясь условием оптимальности с учетом известных \dot{x}_i

$$-\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \min_u \left\{ f_0 + \sum \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \dot{x}_i \right\}$$

запишем уравнение Беллмана:

$$\begin{aligned}-\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} &= \min_{u_1} \left[r_0 \frac{u_1^2}{2} + r_1 \frac{(x_1 - m_1)^2}{2} + r_2 \frac{x_2^2}{2} + \frac{1}{2} \frac{r_3 (x_1 - y_1 + D)^2}{1 + \frac{d^2}{(x_1 + D)^2}} + \right. \\ &+ (\beta_1 + \gamma_1 x_1 + \psi_{12} x_2 + \psi_{13} d + \psi_{14} y_1 + p d^2 x_2)(dx_2) + \\ &+ (\beta_2 + \gamma_2 x_2 + \psi_{12} x_1 + \psi_{23} d + \psi_{24} y_1 + p d^2 x_1 + \theta d^2)(-a_1 x_2 + b_1 u_1) - \\ &- (\beta_3 + \gamma_3 d + \psi_{13} x_1 + \psi_{23} x_2 + \psi_{34} y_1 + 2\theta d x_2 + 2\varphi d z + 2p x_1 x_2) y_2 \\ &\left. + (\beta_4 + \gamma_4 z + \psi_{14} x_1 + \psi_{24} x_2 + \psi_{34} d + \varphi d^2)(y_2) \right]\end{aligned}\tag{9}$$

Оптимизируем функцию Беллмана по параметру u_1 :

$$\begin{aligned}f(u_1) &= r_0 \frac{u_1^2}{2} + (\beta_2 + \gamma_2 x_2 + \psi_{12} x_1 + \psi_{23} d + p x_1 d^2 + \theta d^2 + \varphi_{24} y_1) b_1 u_1 \\ f'(u_1) &= r_0 u_1 + (\beta_2 + \gamma_2 x_2 + \psi_{12} x_1 + \psi_{23} y_1 + p x_1 d^2 + \theta d^2 + \varphi_{24} y_1) b_1 = 0\end{aligned}$$

Отсюда получим искомое оптимальное управление

$$u_{1opt.} = -\frac{b_1}{r_0}(\beta_2 + \gamma_2 x_2 + \psi_{12} x_1 + \psi_{23} y_1 + p x_1 d^2 + \theta d^2 + \varphi_{24} y_1) \quad (10)$$

Подставим $u_{1opt.}$ (10) в выражение (8) $\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = 0$. Тогда получим систему нелинейных алгебраических уравнений для одинаковых множителей степенного полинома в правой части уравнения Беллмана (9).

Решая эту систему уравнений, получим искомые коэффициенты функции Беллмана:

$$\begin{aligned} \psi_{12} &= \frac{\sqrt{(r_1 + r_3)r_0}}{b_1}; \quad \gamma_2 = \frac{r_0(-a_1 + \sqrt{a_1^2 + \frac{b_1^2(r_2 + 2\psi_{12})}{r_0}})}{b_1^2}; \\ \psi_{24} &= \frac{-r_3}{a_2(a_1 + a_2 + \frac{b_1^2}{r_0}\gamma_2) + \frac{b_1^2}{r_0}\psi_{12}}; \quad \psi_{14} = \psi_{24}(a_1 + a_2 + \frac{b_1^2}{r_0}\gamma_2); \quad p = \sqrt{-\frac{r_3 r_0}{D b_1^2 \psi_{24}}}; \\ \gamma_1 &= \psi_{12}(a_1 + \frac{b_1^2}{r_0}\gamma_2); \quad \theta = \frac{2r_3 r_0}{D b_1^2 \psi_{24}}; \quad a_2 = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

$$\Delta = \left[\frac{\psi_{12} \psi_{24} b_1^2 y_2}{4\theta r_0 (v_1 + w)} - (v_1 + w)(a_1 + \frac{b_1^2 \gamma_2}{r_0}) \right]^2 - 2\psi_{12} \frac{b_1^2}{\theta r_0} \left[\psi_{12} \gamma_2 \frac{b_1^2}{r_0} - r_1 m + r_3 D + \psi_{14} y_2 - 2\theta (v_1 + w)^2 \right];$$

$$\psi_{23} = \left[-\frac{\psi_{12} \psi_{24} b_1^2 y_2}{4\theta r_0 (v_1 + w)} + (v_1 + w)(a_1 + \frac{b_1^2 \gamma_2}{r_0}) + \sqrt{\Delta} \right] \theta \frac{r_0}{\psi_{12} b_1^2};$$

$$\beta_2 = \left[2r_3 - \frac{\psi_{23} \psi_{24} b_1^2 y_2}{2r_0 (v_1 + w)} - \frac{b_1^2 \psi_{23}^2}{r_0} - \frac{2b_1^2 \gamma_2 \theta}{r_0} \right] \frac{r_0}{2b_1^2 \theta};$$

$$\psi_{13} = \frac{(-r_1 m + r_3 D + \psi_{14} y_2 - \frac{b_1^2 \beta_2 \psi_{12}}{r_0})}{v_1 + w} \quad (12)$$

В формуле (12) в явном виде усматривается линейная зависимость от незначительной скорости движения препятствия u_2 .

Решение этих уравнений позволяет найти в квадратурах оптимальное управление

$$u_1^* = -\frac{b_1}{r_0} \left[\gamma_2 x_2 + \psi_{12}(x_1 - m_1) + \frac{(\beta_2 + \psi_{24}(y_1 - m_1))}{(1 - \theta \frac{d^2}{\beta_2})} \right], \quad (13)$$

где коэффициент β_2 согласно формуле (12) линейно зависит от скорости y_2 . Поэтому обозначим сокращенно выражение для β_2 в следующем виде

$$\beta_2 = \beta_{21} + \beta_{22} y_2$$

а оптимальному управлению соответствует линейный регулятор

$$u_1^* = -\frac{b_1}{r_0} \left[\psi_{12}(x_1 - m_1) + \gamma_2 x_2 + \frac{(\beta_{21} + \psi_{24}(y_1 - m_1) + \beta_{22} y_2)}{(1 - \theta \frac{d^2}{\beta_2})} \right], \quad (14)$$

Следует заметить, что формула (14) получена при условии, что второй транспорт является неуправляемым.

5. Обобщение результатов оптимального синтеза при одновременном управлении двух транспортных средств и пересекающихся маршрутах под произвольным углом, неравном 90°

С учетом поставленной задачи согласованного бокового движения двух транспортных средств сделаем следующие обобщения, приводящие к поправкам в формуле (14) для управления.

1. У каждого транспорта есть своя заданная линия пути m_1 и m_2 , и поэтому к нулю должны стремиться разности $x_1 - m_1$, $l_1 - m_2$, а не сами значения x_1 и l_1 . Кроме того, скорости движения транспортов равноценны, их нужно учитывать, и поэтому формулу (14) можно переписать по-другому (пока что в случае пересекающихся курсов под углом 90°)

$$u_1 = -\frac{b_1}{r_0} \left[\psi_{12}(x_1 - m_1) + \gamma_2 x_2 + \frac{(\beta_{21} + \psi_{24}(y_1 - m_1) + \beta_{22}y_2)}{(1 - \theta \frac{d^2}{\beta_2})} \right]$$

$$u_1 = -\frac{b_2}{r_0} \left[\psi_{12}(l_1 - m_2) + \gamma_2 l_2 + \frac{(\beta_{21} + \psi_{24}(z_1 - m_2) + \beta_{22}z_2)}{(1 - \theta \frac{d^2}{\beta_2})} \right] \quad (15)$$

90°, как это

2. В случае пересечения маршрутов под углом $\Delta\psi$, не равном показано на рис 3., необходимо внести дополнительные поправки в расчеты

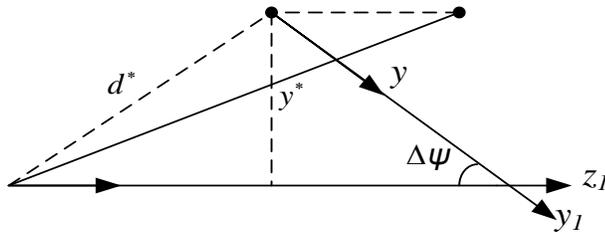


Рис 3. Случай движения на пересекающихся курсах $\Delta\psi$, неравных 90

На рисунке отрезки d^* и y^* соответствуют расстоянию между транспортом и дистанции в точке встречи, если движение осуществлялось бы под углом $\Delta\psi=90^\circ$, а значит, эти отрезки соответствуют формулам (15). На самом деле при $\Delta\psi \neq 90^\circ$ значения d^* и y^* нужно заменить на новые – d и y_1 , которые надо подставить в формулу (13). С учетом несложных тригонометрических расчетов и при допущении

$$45^\circ \leq \Delta\psi \leq 135^\circ$$

можно получить формулы поправок

$$y_1 = y_1^* \cdot \sin \Delta\psi;$$

$$d = d^* + y_1^* \cdot \cos \Delta\psi$$

Это позволяет записать формулы (15) в следующем окончательном виде

$$u_1 = -\frac{b_1}{r_0} \left[\psi_{12}(x_1 - m_1) + \gamma_2 x_2 + \frac{(\beta_{21} + \psi_{24} y_1 \sin \Delta \psi + \beta_{22} y_2)}{1 - \theta \frac{(d + y_1 \cos \Delta \psi)^2}{\beta_2}} \right] \quad (16)$$

$$u_2 = -\frac{b_2}{r_2} \left[\psi_{12}(l_1 - m_2) + \gamma_2 x_2 + \frac{(\beta_{21} + \psi_{24} z_1 \sin \Delta \psi + \beta_{22} z_2)}{1 - \theta \frac{(d + y_1 \cos \Delta \psi)^2}{\beta_2}} \right]$$

6. Первые результаты моделирования

Для проверки эффективности боковых маневров транспортных средств при их сближении было проведено моделирование при следующих исходных данных

$$x_1(0) = l_1(0) = 80, x_0 = l_0 = 80, C_x = 80, C_l = -80, x_2(0) = l_2(0) = z_1(0) = z_2(0) = y_1(0) = y_2(0) = 0$$

Это означает, что транспорты движутся со скоростью 1 м/сек. При этом для управления применялись регуляторы, имеющие следующие параметры

$$k_1 = k_2 = 0,5, \beta_2 = b = \gamma_2 = \gamma_0 = \psi_{12} = \psi_{24} = 10, \theta = 0,2$$

Динамические параметры транспортных средств, как объектов управления, были взяты равными

$$a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = b_1 = b_2 = b_3 = b_4 = P_1 = P_2 = 0,5$$

Схема моделирования в среде Matlab представлена на рис.4

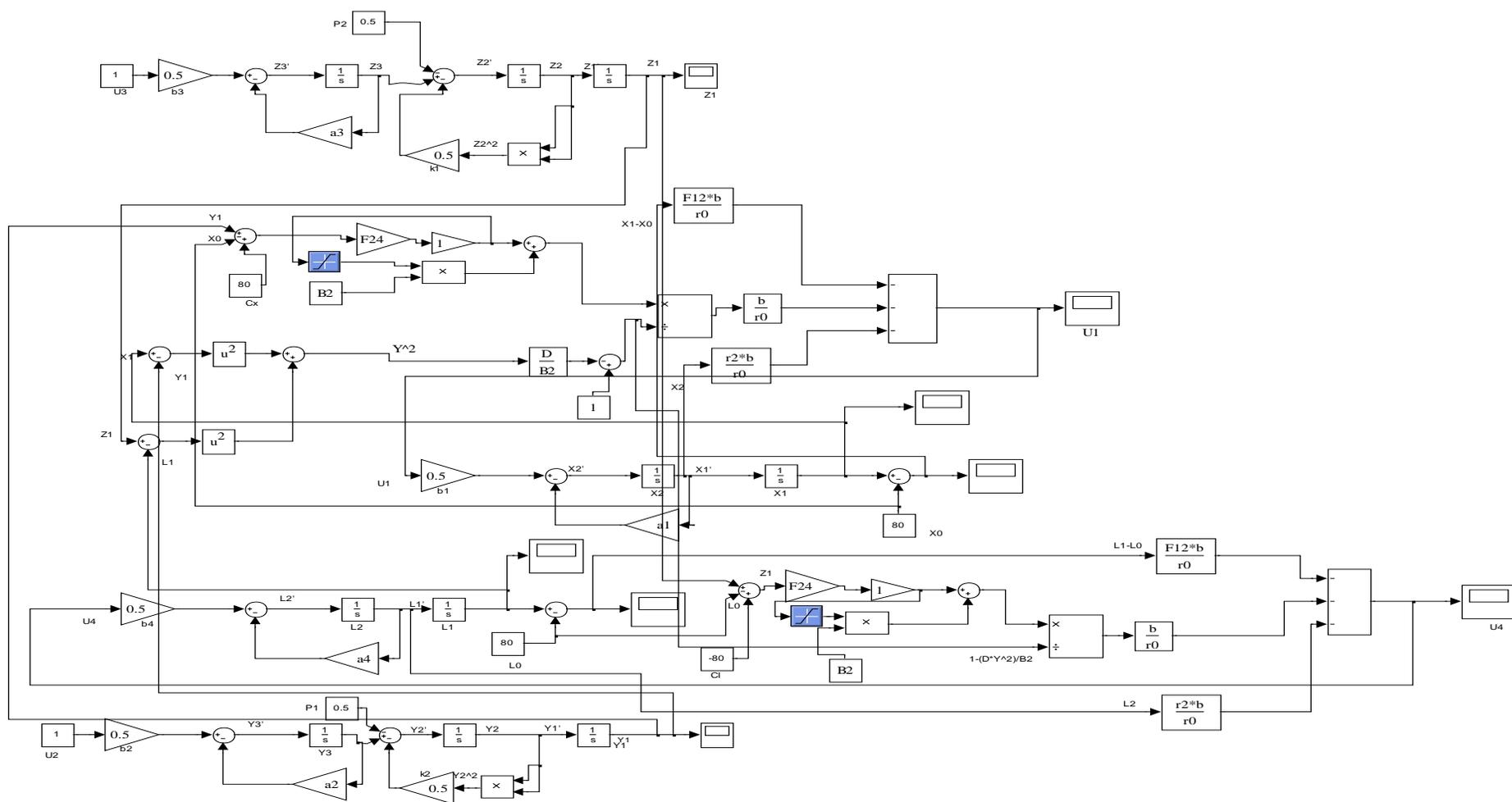


Рис 4. Схема моделирования движения двух транспортных средств при пересечении их маршрутов

Результаты моделирования представлены на рис.5

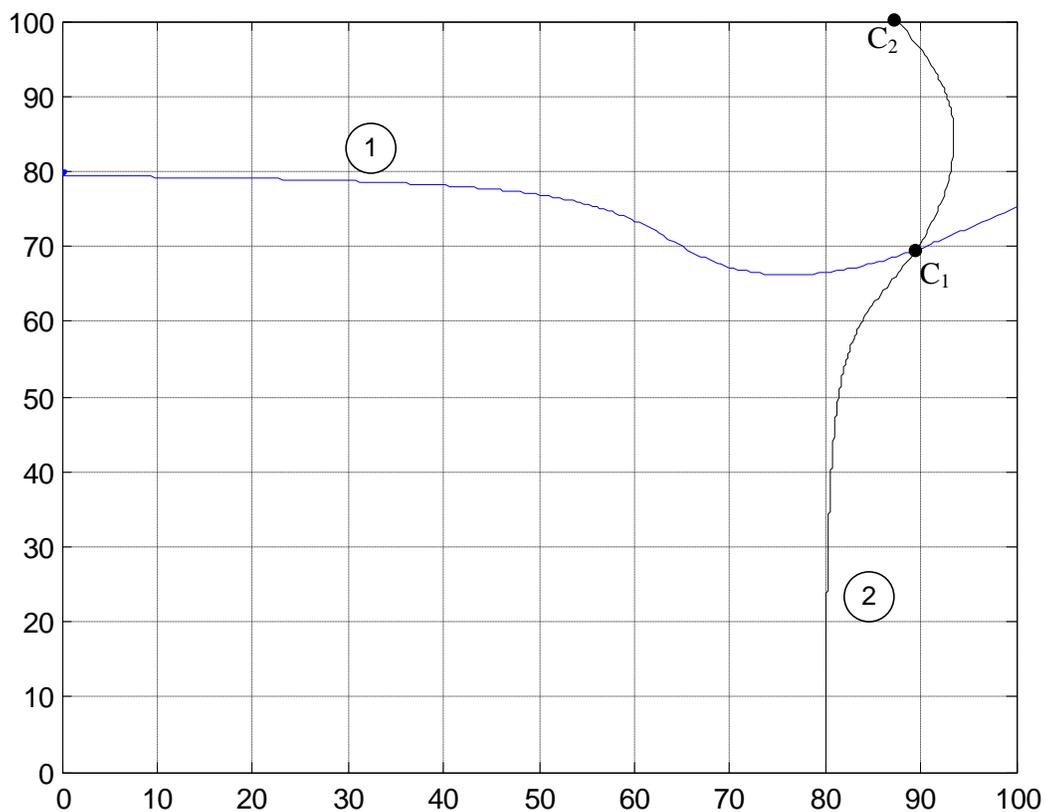


Рис 5. Результаты моделирования маневрирующих транспортных средств при их сближении

Видно, что при попадании транспорта 1 в точку C_1 другой транспорт 2 окажется в точке C_2 , удаленной от точки C_1 на дистанцию $d=30\text{м}$.

Заключение

На основании проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. Предложена логика альтернативного выбора способа согласованного выполнения боковых маневров обеих транспортных средств при их опасном сближении.
2. Получено уточненное правило (16) оптимального управления боковым движением транспорта при пересечении маршрутов с другим транспортом под произвольным углом.
3. Результаты моделирования показали, что при скорости движения транспортов, равной 1м/сек , можно избежать столкновения, если боковое маневрирование начинается с дистанции не менее 100м.
4. Анализ условий безопасного движения в более общем случае в зависимости от скорости и начальной дальности обнаружения другого транспорта требует дополнительных исследований.

Библиографический список

1. А. Медведев. Электрическое проектирование печатных плат. -Производство электроники. -2012 -№3. -с. 1.5.
2. А. Медведев. Последовательность проектирования печатных плат. - Технологии в электронной промышленности - 2011 - № 5. - с. 34-40.
3. Лебедев Г.Н., Тин Пхон Чжо, Чан Ван Туен, “Решение задачи динамического программирования при безопасном попутном движении воздушных судов”, Труды МАИ, М., № 54, 2012.г.
4. Лебедев Г.Н., Тин Пхон Чжо, Зо Мин Тайк, Хахулин Г.Ф., Малыгин В.Б. “Оптимальное управление и контроль безопасности поперечного движения речных и воздушных судов при пересечении их маршрутов”, М., “Новые технологии”, “Мехатроника, автоматизация, управление”, 2012, №12, стр. 50-55.

Сведения об авторах

Лебедев Георгий Николаевич, профессор Московского авиационного института (национального исследовательского университета), д.т.н., профессор, тел.: 786-8995, 8(916)306-9284; e-mail: kaf301@mai.ru

Зо Мин Тайк, аспирант Московского авиационного института (национального исследовательского университета), тел.: 8(926)749-6796; e-mail: zawminhtike147@gmail.com

Тин Пхон Чжо, докторант Московского авиационного института (национального исследовательского университета), тел.: 8(925)046-0630; e-mail: thehtweaung@gmail.com

Медведев Аркадий Максимович, профессор Московского авиационного института (национального исследовательского университета), тел.: 8(903)117-1435; e-mail: medvedevam@bk.ru