

## Плоский пристеночный зонд в режиме сплошной среды

**Котельников В.А.\*, Котельников М.В.\*\***

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия*

*\*e-mail: [myk\\_home@mail.ru](mailto:myk_home@mail.ru)*

*\*\*e-mail: [myk\\_home@mail.ru](mailto:myk_home@mail.ru)*

### **Аннотация**

Рассмотрены физическая, математическая и численная модели задачи о плоском пристеночном зонде в форме удлиненного прямоугольника, омываемого параллельным его поверхности потоком слабоионизованной плазмы в режиме сплошной среды. Приведены результаты вычислительных экспериментов: профили самосогласованных электрических полей, концентраций ионов и электронов, эволюционные кривые для потоков заряженных частиц на единицу длины зонда. Представлен полученный в вычислительных экспериментах набор вольтамперных характеристик плоских пристеночных зондов в достаточном для практики интервале изменения характерных параметров задачи.

**Ключевые слова:** электрический зонд, вольтамперная характеристика, плоский пристеночный зонд, уравнение неразрывности, уравнение Пуассона, концевой эффект, краевой эффект.

### **Введение**

Плоские пристеночные зонды используются на гиперзвуковых летательных аппаратах (ГЛА), движущихся в плотных слоях атмосферы, для определения радиофизических параметров плазмы вблизи их поверхности. Такие исследования необходимы для уточнения потоков тепла, заряда, импульса из окружающей среды на элементы поверхности ГЛА. Они необходимы также для решения проблемы радиосвязи. Плоские пристеночные зонды могут применяться также в технологических системах, использующих плотную плазму в качестве рабочего вещества.

Принципиальная схема плоского пристеночного зонда, расположенного на диэлектрической поверхности, обтекаемой параллельным потоком плотной плазмы, представлена на рис. 1. Ось  $z$  направлена вдоль удлиненной стороны прямоугольника,  $y$  - по нормали к зонду,  $x$  - вдоль плоскости зонда и параллельно вектору скорости потока плазмы  $\mathbf{v}_\infty$ . Ширина зонда  $2r_p$  предполагается малой по сравнению с его длиной. Потенциал зонда  $\varphi_p$  относительно потенциала пространства поддерживается с помощью внешнего источника питания в зондовой цепи.

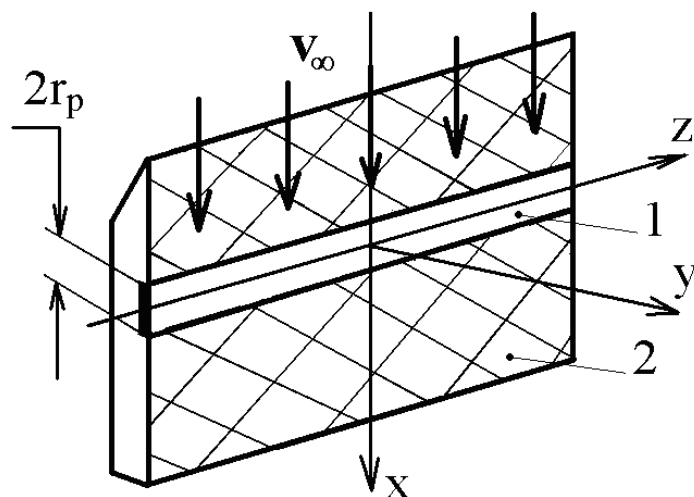


Рис. 1. Плоский пристеночный электрод

1-активная поверхность электрода;

2-обтекаемая плазмой пластина

Среди работ предшествующих авторов по плоским пристеночным зондам отметим работы Чана [1], который считал, что слой объемного заряда вблизи зонда много меньше толщины пограничного слоя, что позволяло пренебрегать влиянием на зондовый ток процессов подвижности по сравнению с процессами диффузии и конвекции. Отметим также работы В.А. Котельникова [2], который расширил применимость зондов плоской геометрии на случай толстого слоя объемного заряда, работы А.В. Шанькова [3], который провел вычисление зондового тока с учетом конвекции в ограниченном интервале изменения определяющих параметров задачи, и работы С.В. Ульданава [4,5], который рассматривал поведение плоского пристеночного зонда в турбулентном потоке плазмы.

## Математическая и вычислительная модели задачи

Математическая модель зондовой задачи для приведенной геометрии зонда оказывается двумерной нестационарной, что ведет к сокращению необходимых вычислительных ресурсов. Ее решение позволяет уточнить теорию плоского пристеночного зонда, предназначенного для установки на боковой поверхности ГЛА. Такой электрод можно рассматривать как элемент конструкции самого летательного аппарата.

При выборе физической и математической модели решались также и трехмерные нестационарные задачи, однако никаких новых физических эффектов они не выявили, а расход необходимых ресурсов ЭВМ существенно возрос.

Математическая модель электродинамической части задачи (1) включает в себя:

- Уравнения неразрывности для ионов и электронов;
- Уравнение Пуассона для самосогласованного электрического поля.

Суммарная скорость заряженных частиц векторно складывается из трех компонент: конвективной, диффузионной и составляющей, связанной с электрическим полем в возмущенной зоне зонда.

$$\left\{ \begin{array}{l}
\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_e u_{ex}) + \frac{\partial}{\partial y}(n_e u_{ey}) = 0 \\
\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_i u_{ix}) + \frac{\partial}{\partial y}(n_i u_{iy}) = 0 \\
\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = n_e - n_i \\
u_{ex} = u_{\infty x} - \frac{D}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial x} + D\varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial x} \\
u_{ey} = u_{\infty y} - \frac{D}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial y} + D\varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial y} \\
u_{ix} = u_{\infty x} - \frac{1}{n_i} \frac{\partial n_i}{\partial x} - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \\
u_{iy} = u_{\infty y} - \frac{1}{n_i} \frac{\partial n_i}{\partial y} - \frac{\partial \varphi}{\partial y} \\
\mathbf{u} = \mathbf{u}_{\infty} + \mathbf{u}_D + \mathbf{u}_E
\end{array} \right. \quad (1)$$

Система (1) записана в безразмерном виде. Масштабы обезразмеривания приведены ниже.

Начальные и граничные условия:

$$\begin{aligned}
\varphi &= \varphi_p \quad \text{при } y = 0, \quad -r_p \leq x \leq r_p \\
\varphi_{\infty} &= 0 \\
n_{\text{отталк. частиц}} &= 0 \quad \text{при } y = 0, \quad -r_p \leq x \leq r_p \\
n_{\text{прит. частиц}} &= n_p \quad \text{при } y = 0, \quad -r_p \leq x \leq r_p \\
\varphi(x, y) &= f_1(x, y) \quad \text{при } t = 0 \\
n_i(x, y) &= f_2(x, y) \quad \text{при } t = 0 \\
n_e(x, y) &= f_3(x, y) \quad \text{при } t = 0
\end{aligned} \quad (2)$$

В данной системе  $n$ ,  $u$ ,  $\varphi$  - концентрация, скорость, потенциал электрического поля.

Величина  $D$  есть отношение коэффициентов диффузии электронов и ионов;  $\varepsilon = \frac{T_i}{T_e}$ ,

$T$  - температура.

Индексы  $i$ ,  $e$ ,  $p$ ,  $\infty$  - относятся к ионам, электронам, поверхности зонда, внешней границе расчетной области.

Методика нахождения  $n_p$ ,  $f_{1,2,3}(x, y)$  изложена в [6].

Система (1) с условиями (2) решалась различными численными методами [5,6]. Наиболее удобным оказался метод последовательных итераций по времени. Согласно этому методу в момент времени  $t=0$  задается импульсное изменение потенциала от начального значения до конечного  $\varphi_p$ . При этом происходит эволюция возмущенной зоны (в том числе и потока заряженных частиц на зонд) от начального до конечного стационарного состояния, которое рассматривается как искомое решение задачи при потенциале зонда  $\varphi = \varphi_p$ . Значение  $u_\infty = u_\infty(y)$  получается решением уравнений пограничного слоя для нейтральной компоненты [5], параметр  $\varepsilon$  - варьируется.

Математическая модель задачи – многопараметрическая. В качестве параметров рассматриваются:

- безразмерная полуширина зонда  $r_0 = \frac{r_p}{M_r}$ ,  $\left( M_r = \left( \frac{\varepsilon_0 k T_i}{n_{i\infty} e^2} \right)^{1/2} \right)$ ;
- безразмерный потенциал зонда  $\varphi_0 = \frac{\Phi_p}{M_\varphi}$ ,  $\left( M_\varphi = \frac{k T_{i\infty}}{e} \right)$ ;

- безразмерная скорость набегающего потока плазмы  $u_0 = \frac{u_\infty}{M_u}$ ,  $\left( M_u = \frac{D_i}{M_r} \right)$ ;
- $D = \frac{D_e}{D_i} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{m_i T_e}{m_e T_i} \right)^{1/2}$ ;
- $\varepsilon = \frac{T_i}{T_e}$ .

Как следует из системы уравнений (1), параметры  $D$  и  $\varepsilon$  влияют только на электронную компоненту зондового тока. В расчетах полагалось  $\varepsilon = 1$ ,  $D = 30$ , что соответствует случаю водородной плазмы при условии, что  $T_i = T_e$ . Остальные параметры варьировались в следующих пределах:

$$3 \leq r_0 \leq 100, \quad -20 \leq \varphi_0 \leq 20, \quad 0 \leq u_0 \leq 20.$$

### **Результаты вычислительных экспериментов**

Некоторые результаты вычислительных экспериментов приведены на рис. (2 ÷ 8). На рис. (2а,б) даны поля концентраций электронов и ионов при отрицательном потенциале зонда и относительно небольшом значении направленной скорости потока, по порядку близкой к тепловой скорости ионов ( $u_0 = 1$ ), а на рис. (2в,г) аналогичные поля концентраций при значении  $u_0 = 10$ , если остальные параметры сохраняются. Каждый цвет на графиках соответствует своему интервалу изменения концентрации, границы между соседними цветными областями можно рассматривать в качестве изоконцентральных.

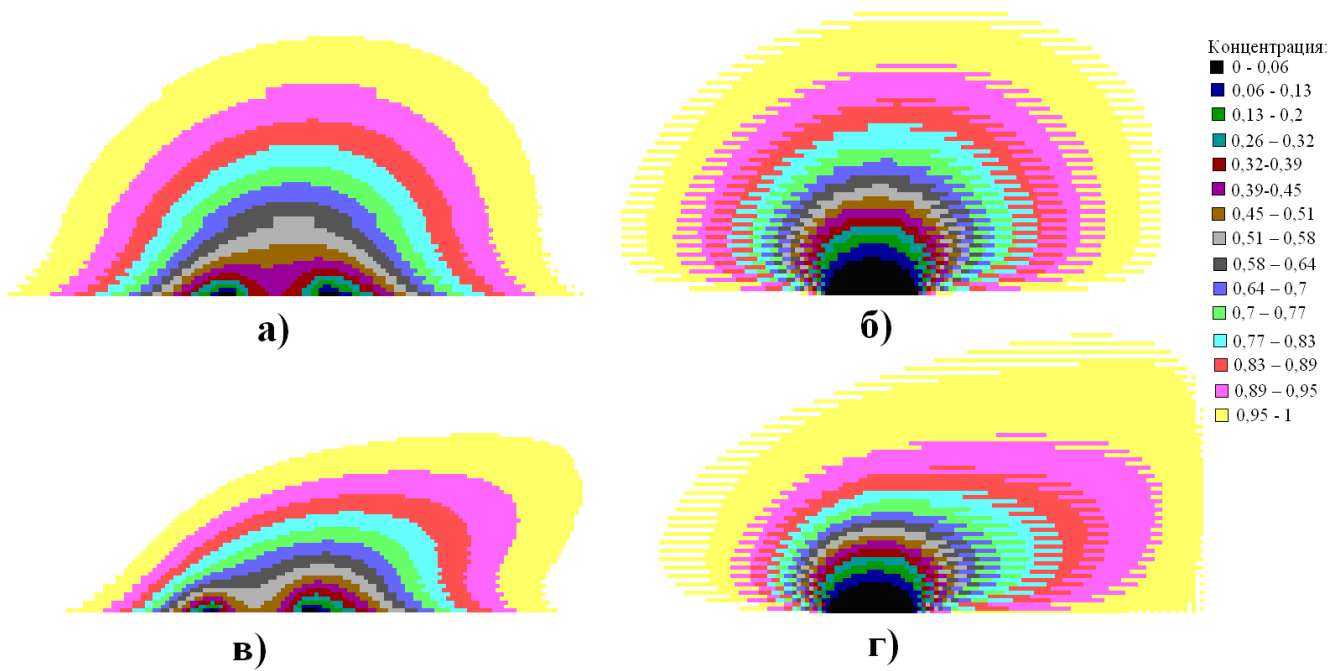


Рис. 2. Поля концентраций ( $r_0 = 3, \varphi_0 = -6, \varepsilon = 1$ )

а) ионы,  $v_0=1$ ; б) электроны,  $v_0=1$ ; в) ионы,  $v_0=10$ ; г) электроны,  $v_0=10$

Рисунки позволяют обнаружить основные особенности поведения плоских пристеночных зондов в потоке непрерывной плазмы:

- При относительно малых направленных скоростях профили линий постоянной концентрации (изоконцентрали) имеют плоскость симметрии XY. На краях пластины ионы (рис. 2а) имеют всплески концентрации, что связано со сгущением линий напряженности электрического поля у краев пластины. В литературе [1,5] это явление получило название краевого эффекта;
- При достаточно больших скоростях кроме краевого эффекта возникает так называемый концевой эффект [1]. Физическая природа концевого эффекта объясняется конкурирующим действием двух причин: электрическое поле зонда притягивает ионы к пластине, а конвективное движение смещает их вдоль



пластины. Поэтому ионы с большей вероятностью попадают на пластину на некотором расстоянии от передней кромки. При достаточно малой ширине пластины и относительно большой конвективной скорости они вообще могут не попасть на поверхность зонда. На рис. 2в ( $r_0=3$ ,  $u_0=10$ ) параметры задачи таковы, что ионы попадают на пластину в области удаленного края, поэтому на этом краю максимум концентрации возрос и оказался больше, чем на переднем крае. С увеличением  $r_0$  локальные максимумы раздвигаются и между ними растет участок, на котором изоконцентрали располагаются параллельно пластине;

- На рис. 2б,г представлены изолинии электронов, которые в данном случае отталкиваются от отрицательно заряженного зонда. Хотя тепловая скорость электронов велика по сравнению с их направленной скоростью, на рис. 2г отчетливо наблюдается нарушение симметрии относительно плоскости XY. В данном случае оно определяется профилем самосогласованного электрического поля.

Вклад в зондовый ток концевых и краевого эффектов с ростом  $r_0$  снижается.

Как показали вычислительные эксперименты, этими эффектами можно пренебречь при значениях  $r_0 \geq 10^3$ . В практике зондового эксперимента удобно брать плоские пристеночные зонды большого размера, поскольку в этом случае существенно упрощается методика обработки зондовых характеристик.

На рис. 3 приведена эволюционная кривая для ионного тока на единицу длины зонда при двух значениях скорости набегающего потока плазмы после импульсного изменения потенциала зонда.

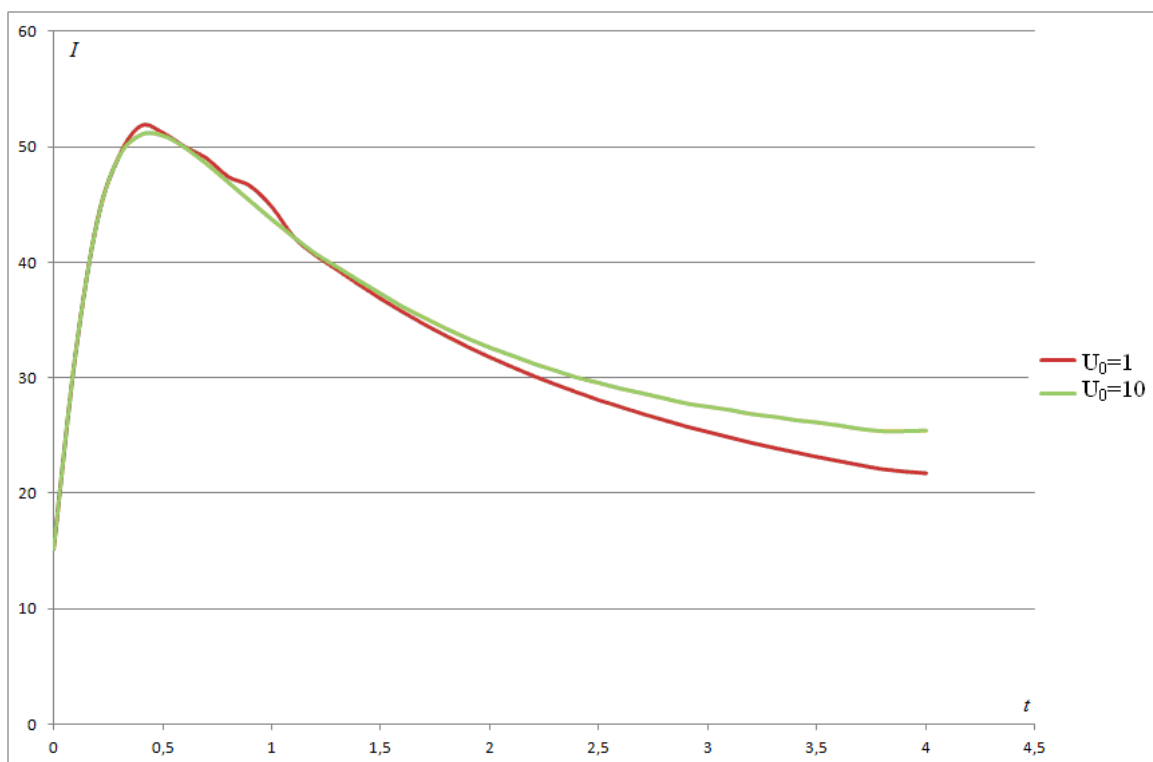


Рис. 3. Эволюция ионного тока после импульсного изменения потенциала зонда

$$(r_0 = 30, \varphi_0 = -6, \varepsilon = 1)$$

Эволюционные кривые позволяют определить время релаксации в плазме, по которому согласно методу нестационарной зондовой диагностики [5,6] можно определить температуру ионов. Из рисунка следует, что с ростом направленной скорости потока время релаксации сокращается, т.е. снижается время проведения вычислительного эксперимента.

На рис. (4-7) даны вольтамперные характеристики плоских пристеночных зондов при двух значениях направленной скорости потока  $u_0 = 1$  и  $10$  и значении полуширины зонда  $r_0$  в интервале  $(3 \div 50)$ . Из кривых рис. (4-7) следует, что с уменьшением размера зонда плотность тока растет, растет также и влияние скорости потока на зондовый ток. Эти выводы согласуются с результатами других работ для

зондов различных геометрий, как в режиме сплошной среды, так и в молекулярном режиме [1,5,6].

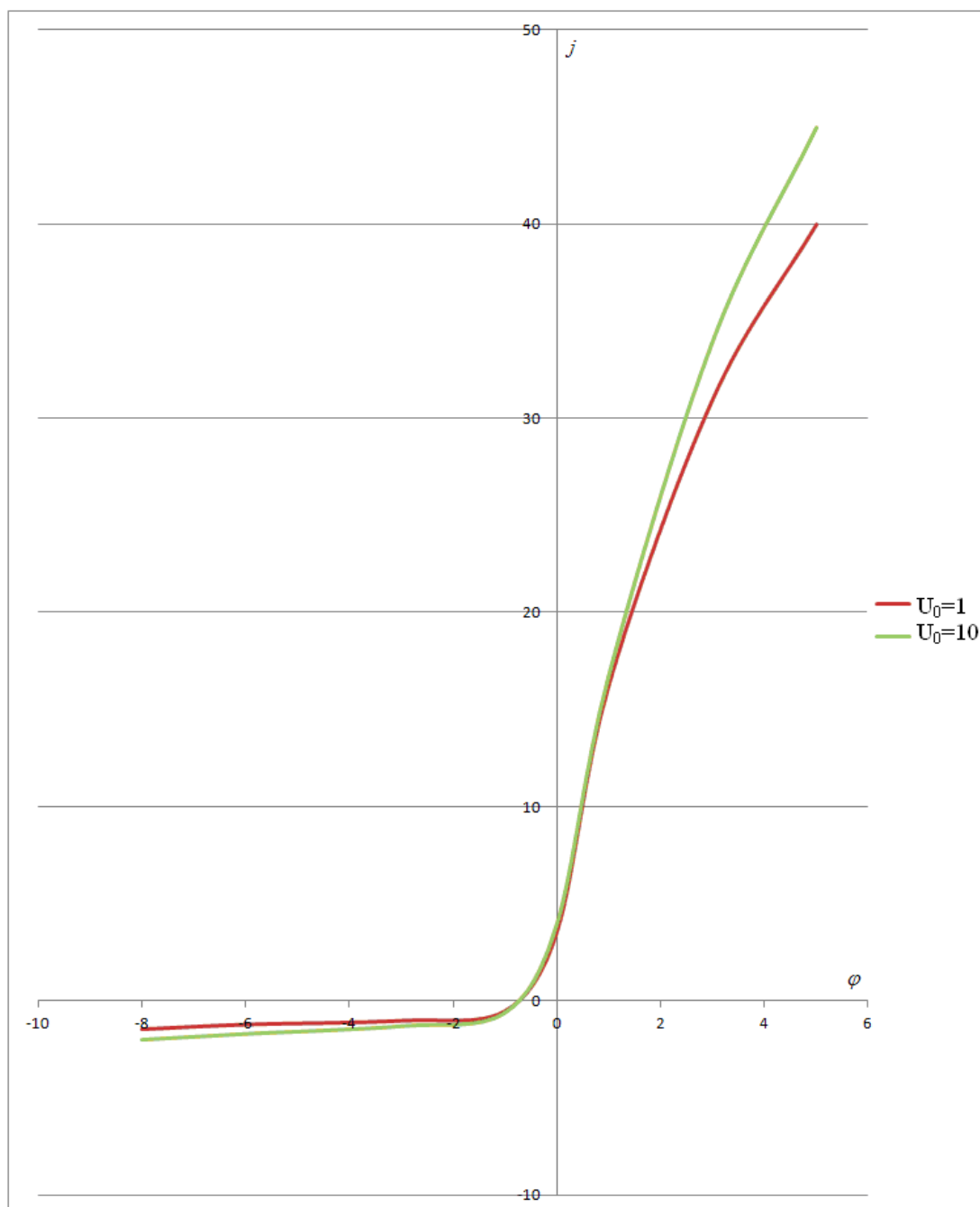


Рис. 4. Вольтамперные характеристики ( $r_0 = 3, \varepsilon = 1, D = 30$ )

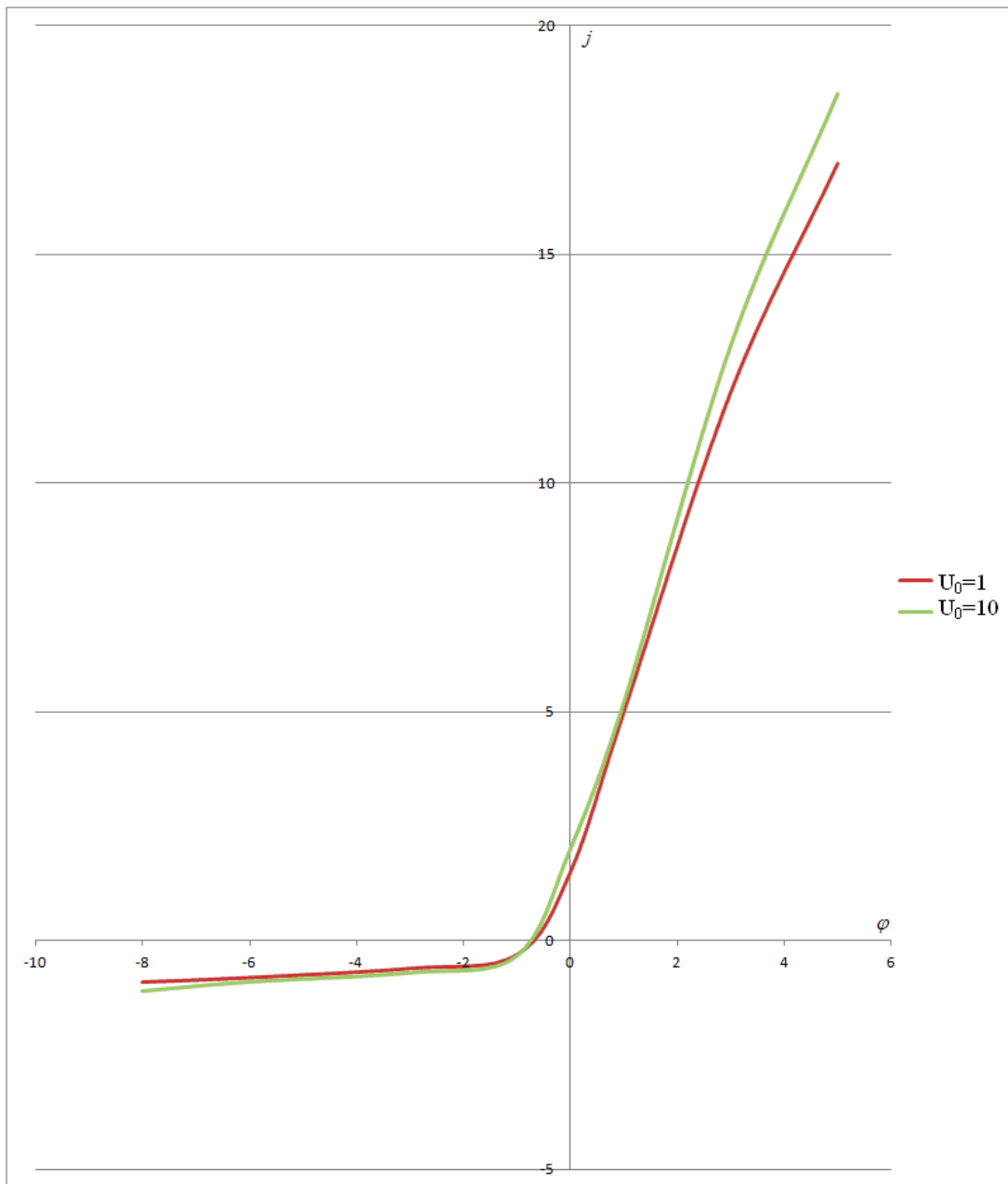


Рис. 5. Вольтамперные характеристики ( $r_0 = 10, \varepsilon = 1, D = 30$ )

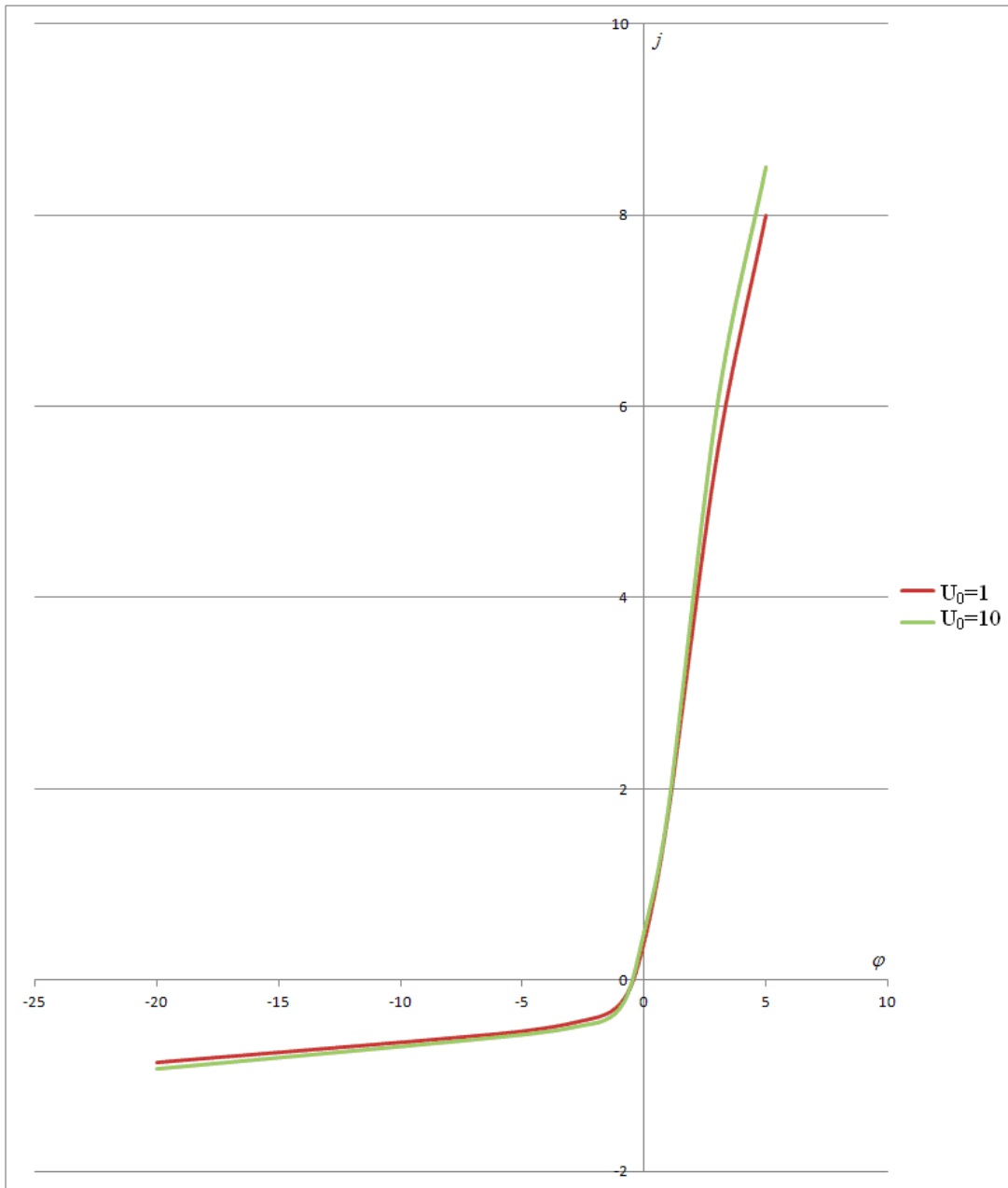


Рис. 6. Вольтамперные характеристики ( $r_0 = 30, \varepsilon = 1, D = 30$ )

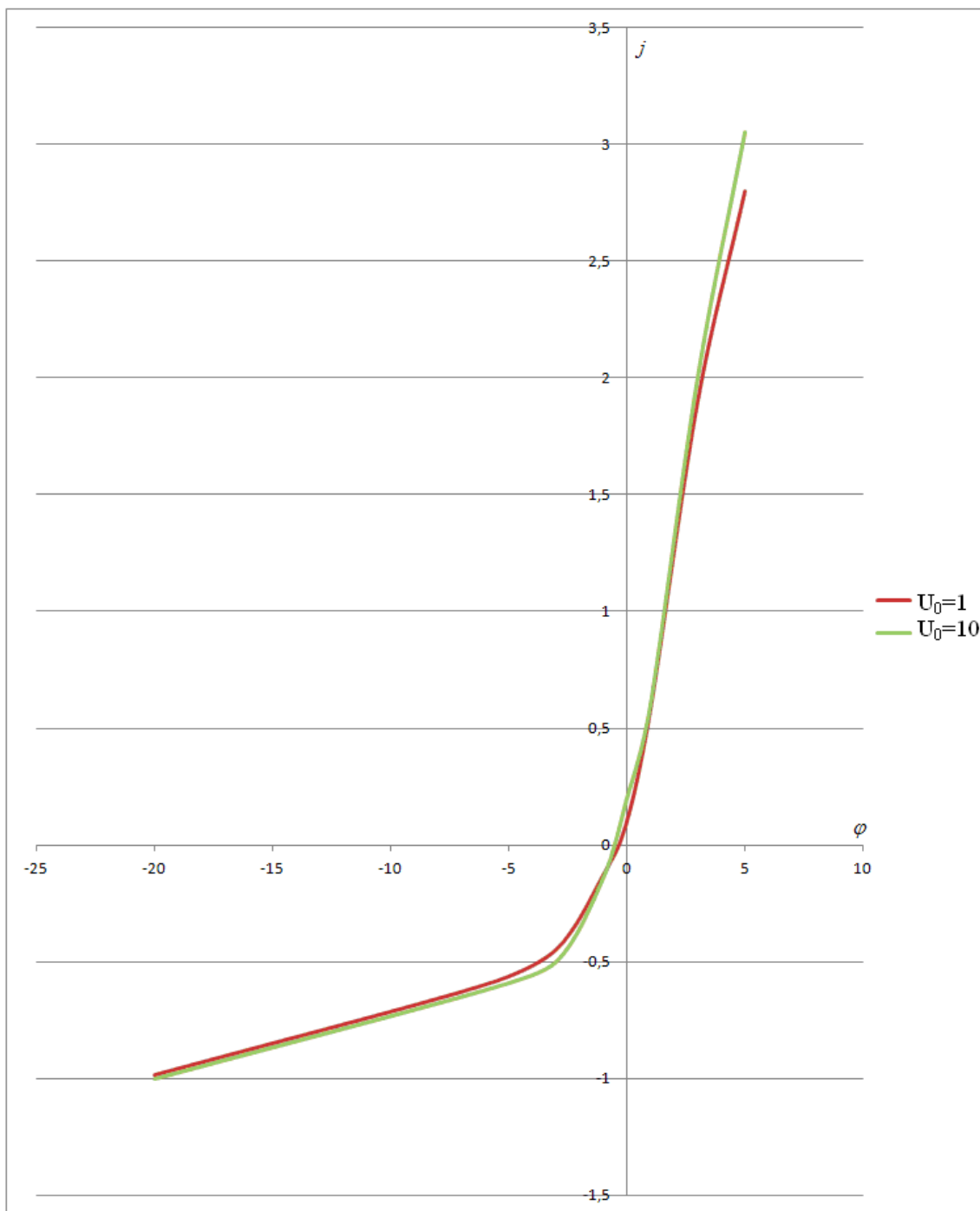


Рис. 7. Вольтамперные характеристики ( $r_0 = 50, \varepsilon = 1, D = 30$ )

## Заключение

Полученные в вычислительном эксперименте зондовые характеристики в потоках плотной плазмы могут быть использованы для обработки зондовых экспериментов в струях технологических плазмотронов, а также в пристеночной плазме, возникающей вблизи поверхности гиперзвуковых летательных аппаратов.

*Поддержано РФФИ, грант № 08-08-13586 ОФИ-Ц.*

## Список литературы

1. Чан П., Телбот Л., Турян К. Электрические зонды в неподвижной и движущейся плазме. (Теория и применение). - М.: Мир, 1978. - 202 с.
2. Алексеев Б.В., Котельников В.А. Зондовый метод диагностики плазмы. - М.: Энергоатомиздат, 1988. - 239 с.
3. Шаньков А.В. Математическое моделирование процессов переноса вблизи плоских пристеночных зондов: Дисс... канд.ф.-м.наук. - М.: 1995.
4. Ульданов С.Б. Математическое моделирование процессов переноса вблизи заряженных тел в турбулентном потоке плазмы: Дисс...канд.ф.-м.наук. - М.: 2001.
5. Котельников В.А., Ульданов С.В., Котельников М.В. Процессы переноса в пристеночных слоях плазмы. - М.: Наука, 2004. - 422 с.
6. Котельников В.А., Гидаспов В.Ю., Котельников М.В. Математическое моделирование обтекания тел потоками бесстолкновительной и столкновительной плазмы.- М.: Физматлит, 2010. - 288 с.