

УДК 621.865.8_5.001.5

Самонаведение аэробаллистического высокоскоростного беспилотного летательного аппарата на терминальном участке полета с учётом неопределённости его аэродинамических характеристик и влияния неконтролируемых факторов

К.И. Сыпало, М.Н.Кузнецов

Аннотация.

Предложен алгоритм рационального самонаведения аэробаллистического высокоскоростного беспилотного летательного аппарата (АВБЛА) на терминальном участке полёта в атмосфере. Данный алгоритм обеспечивает наведение в заданную область пространства с требуемой точностью и условиями подхода к этой области при неопределенности аэродинамических характеристик летательного аппарата и воздействии широкого спектра неконтролируемых факторов. Алгоритм заключается в формировании на борту летательного аппарата обновляемой попадающей траектории по данным многоспектральной системы наблюдения. Приведены результаты моделирования процесса терминального наведения АВБЛА в различных условиях, подтверждающие возможность достижения высокой терминальной точности и слабую чувствительность алгоритма к воздействию неконтролируемых факторов.

Ключевые слова: аэробаллистический высокоскоростной беспилотный летательный аппарат, высокоточное самонаведение; рациональная обновляемая попадающая траектория; многоканальная система наблюдения; кривые Безье; сплайн.

1. Введение. Обзор исследуемой проблемы.

Одной из наиболее сложных и актуальных проблем проектирования систем управления современной авиационной техники является проблема разработки алгоритмов наведения так называемых аэробаллистических высокоскоростных беспилотных летательных аппаратов (АВБЛА) [1-4], к которым относятся ЛА, движущиеся в атмосфере со скоростями порядка 4-5М и обладающие аэродинамическим качеством, большим единицы ($K > 1$): возвращаемые модули космических кораблей многоразового использования, в том числе перспективные аппараты, разрабатываемые в рамках коммерческих проектов гиперзвуковых космических челноков, сверх и гиперзвуковые ракеты различных областей применения. Актуальность данной проблемы, постановка которой подробно описана в [5], обусловлена прежде всего

высокой скоростью АВБЛА, специфическими высокими требованиями по точности выведения АВБЛА в терминальную область (как по плановым координатам, так и по условиям подхода к данной области), действием широкого спектра неконтролируемых факторов, включая неопределенность параметров модели движения, а также невозможностью получения конструктивных результатов решения задачи терминального управления формальными методами или к неприемлемости с прикладной точки зрения результатов применения упрощенных подходов.

Ранее авторами был предложен алгоритм самонаведения АВБЛА на основе применения вариационных методов для решения задачи нелинейного оптимального управления по полным данным [5], причем была показана принципиальная возможность формирования оптимального программного управления в виде т.н. полетного задания и невозможность использования предложенного алгоритма на борту вследствие высоких вычислительных затрат.

Настоящая статья посвящена решению задачи самонаведения в окрестности сформированной ранее программной траектории, результатом решения которой, будет пространственная траектория наведения, минимизирующая текущий и терминальный промах, возникающие вследствие воздействия неконтролируемых факторов и неопределенностей параметров модели, т.е. разработке бортового рационального алгоритма высокоточного терминального самонаведения АВБЛА.

2. Постановка задачи. Математические модели.

Так же как и ранее [5], будем рассматривать сценарий терминального управления АВБЛА в предположении о том, что требуемая терминальная область представляет собой неподвижную точку пространства с заданными координатами (начало глиссады посадки, начало траектории неуправляемого прямолинейного движения ракеты и т.п.) в совокупности с требованиями к диапазонам углов наклона и курса траектории ЛА в терминальной точке $[\Theta_{\min}, \Theta_{\max}]$, $[\Psi_{\min}, \Psi_{\max}]$.

Будем предполагать, что целевая задача, решаемая АВБЛА, может быть формализована фактом достижения требуемого значения вероятности ($P_{\text{треб}}$) попадания в заданную окрестность точки пространства с известными координатами, определяемую при отсутствии отказов и с учётом дополнительных условий следующим образом:

$$P_{\text{ц}}(T) = P \left\{ \begin{array}{l} |x_c(T) - x_{\text{тп}}| \leq \varepsilon_x, |z_c(T) - z_{\text{тп}}| \leq \varepsilon_z, |h(T) - h_{\text{тп}}| \leq \varepsilon_h, \\ \Theta_{\min} \leq \Theta(T) \leq \Theta_{\max}, \Psi_{\min} \leq \Psi(T) \leq \Psi_{\max}, V(T) \geq V_{\min} \end{array} \right\} \geq P_{\text{треб}}, \quad (2.1)$$

где $P_{\text{ц}}(T)$ - вероятность решения целевой задачи в терминальный момент времени T ; $x_{\text{тп}}, z_{\text{тп}}$ - плановые координаты терминальной точки в момент времени T в стартовой СК; $x_c(T), z_c(T)$ - плановые координаты ЛА в момент времени T в стартовой СК; $h(T), h_{\text{тп}}$ - высота ЛА и терминальной точки в момент времени T соответственно; $\Theta(T)$ - угол наклона траектории ЛА в момент времени T ; $[\Theta_{\text{min}}, \Theta_{\text{max}}]$ - диапазон угла наклона траектории в терминальный момент времени; данный диапазон определяется исходя из обеспечения требуемого угла δ_{inc} наклона линии падения высокоскоростного ЛА; $\Psi(T)$ - угол курса траектории ЛА в момент времени T ; $[\Psi_{\text{min}}, \Psi_{\text{max}}]$ - диапазон углов курса траектории в терминальный момент времени; данный диапазон определяется исходя из обеспечения требуемого азимута (курса) Az_{inc} линии падения ЛА; $V(T), V_{\text{min}}$ - скорость ЛА в момент времени T и заданная терминальная скорость соответственно; $\mathcal{E}_x, \mathcal{E}_z, \mathcal{E}_h$ - предельно допустимые значения компонент терминального промаха ЛА (т.е. вектора с началом в терминальной точке и концом в центре масс ЛА) в момент времени T по плановым координатам и высоте соответственно.

Таким образом, с учётом сделанных допущений вероятность успешного решения целевой задачи (1.1) (при отсутствии отказов) эквивалентна вероятности события, состоящего в том, что в терминальный момент времени T величина промаха не превысит требуемого значения с вероятностью, не ниже $P_{\text{треб}}$. Иными словами, задача может быть интерпретирована как задача удержания части контролируемых компонент фазового вектора высокоскоростного ЛА в заданном диапазоне с требуемой точностью.

Так же как и ранее, модель движения ЛА рассматривается в траекторной системе координат [5]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{V} \approx \frac{-X \cos(\alpha) \cos(\beta) - Y \sin(\alpha) \cos(\beta) + Z \sin(\beta)}{m} - g \cdot \sin \Theta \\ \dot{\Theta} \approx \frac{Y \cos(\gamma)}{mV} - \frac{g}{V} \cos \Theta + \frac{V}{r} \cos \Theta \\ \dot{\Psi} \approx -\frac{Y \sin(\gamma)}{mV \cos \Theta} \\ \dot{\alpha} = \omega_z - \dot{\Theta} \\ \dot{\beta} = \omega_y - \dot{\Psi} \\ \dot{h} = V \sin \Theta \\ \dot{L} = V \frac{R_E}{r} \cos \Theta \cos \Psi \\ \dot{B} = V \frac{R_E}{r} \cos \Theta \sin \Psi \end{array} \right. \quad (2.2)$$

В этих уравнениях введены следующие обозначения: h - высота над земной поверхностью; L - дальность до терминальной точки; B - боковое отклонение ЛА от линии дальности; Θ - угол наклона траектории; Ψ - угол пути; V - скорость ЛА относительно Земли; $\boldsymbol{\omega} = (\omega_x \mid \omega_y \mid \omega_z)^T$ - вектор абсолютной угловой скорости ЛА в проекции на оси связанной системы координат; α, β - углы атаки и скольжения ЛА; γ - угол крена ЛА; $X = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_x$ - аэродинамическая продольная сила; $Y = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_y$ - аэродинамическая нормальная сила; $Z = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_z$ - аэродинамическая поперечная сила; ρ - плотность атмосферы; S - характерная площадь ЛА, C_x, C_y, C_z - коэффициенты аэродинамических сил; g - ускорение силы тяжести

$$g = g_0 \frac{R_E}{R_E + h}, \quad g_0 = 9.81,$$

R_E - экваториальный радиус Земли.

Система уравнений (2.2) получена для случая сферической Земли без учета влияния переносного и кориолисового ускорений.

Вектор состояния ЛА в такой постановке имеет размерность 8×1 :

$$\mathbf{X} = (h \ L \ B \ V \ \Theta \ \Psi \ \omega_y \ \omega_z)^T,$$

а вектор управления имеет размерность 2×1 :

$$\mathbf{U} = (\alpha_{com} \ \gamma_{com})^T, \quad (2.3)$$

Уравнения (2.2) дополнены соотношениями, описывающими процессы в системе управления угловым движением ЛА. Будем предполагать в дальнейшем, что при рассмотрении задачи терминального управления используется модель каналов системы управления угловым движением, аппроксимируемая следующими передаточными функциями [6]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\alpha(p)}{\alpha_{com}(p)} = \frac{K_\alpha}{T_\alpha^2 p^2 + 2T_\alpha \xi_\alpha p + 1} \\ \frac{\gamma(p)}{\gamma_{com}(p)} = \frac{K_\gamma}{T_\gamma p + 1} \\ \frac{\beta(p)}{\beta_{com}(p)} = \frac{K_\beta}{T_\beta^2 p^2 + 2T_\beta \xi_\beta p + 1}, \quad \beta_{com}(p) \equiv 0 \\ \dot{\omega}_x = 0 \\ \dot{\omega}_y = 0 \\ \dot{\omega}_z = 0 \end{array} \right. \quad (2.4)$$

где

$K_\alpha, K_\beta, K_\gamma$ - коэффициенты усиления передаточной функции замкнутой системы управления угловым движением;

$T_\alpha, T_\beta, T_\gamma$ - постоянные времени передаточной функции замкнутой системы управления угловым движением;

ξ_α, ξ_β - коэффициенты демпфирования передаточной функции системы управления угловым движением.

Далее будем полагать, что время переходных процессов в системе управления угловым движением (2.4) составляет не более 0.5с, а коэффициент демпфирования - 0.75.

На вектор управления (2.3) наложены ограничения вида

$$\alpha_{\min} \leq \alpha_{com} \leq \alpha_{\max}, \quad \gamma_{\min} \leq \gamma_{com} \leq \gamma_{\max},$$

где $[\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$, $[\gamma_{\min}, \gamma_{\max}]$ - предельные диапазоны изменения углов атаки и крена соответственно. Допустим, что известна программная попадающая траектория, задаваемая найденными постоянными значениями вектора управления $\mathbf{U}^{pr} = (\alpha^{pr} \quad \gamma^{pr})^T$ и известными зависимостями параметров движения ЛА как функции от дальности до терминальной точки

$$h(L), B(L), V(L), \Theta(L), \Psi(L).$$

Кроме того, будем также полагать, что сформирована область достижимости \mathcal{N} , т.е. определены граничные точки области фазового пространства в пространстве $H-L-B-V-\Theta-\Psi$, из которой возможно приведение ЛА в терминальную точку при выполнении условий подхода к терминальной точке.

Очевидно, что реальная траектория ЛА, начиная с момента начала терминального участка, будет отличаться от программной вследствие воздействия следующих неконтролируемых факторов:

1. Разброса начальных условий, обусловленный ошибками выведения ЛА на маршевом участке. Здесь мы будем полагать, что вектор состояния ЛА в момент начала терминального участка $X_m \in \mathcal{N}$.
2. Воздействия ветровых возмущений и вариаций плотности атмосферы.
3. Неопределенности в знании аэродинамики ЛА, что приводит к отличию реальных аэродинамических характеристик от номинальных.
4. Ошибок реализации управляющих воздействий.

Следовательно, необходимо разработать алгоритм терминального самонаведения ЛА, обеспечивающего субметровую точность выведения ЛА в терминальную точку при выполнении требований по условиям подхода к терминальной точке в условиях действия описанных неконтролируемых факторов.

3. Метод пространственного терминального наведения АВБЛА

Как известно, традиционно для компенсации мгновенного и терминального промахов, обусловленных вышеперечисленными причинами, используются различные способы самонаведения, т.е. формирования управляющих воздействий на основе текущих оценок отклонений состояния ЛА от требуемого в соответствии с законом наведения. Целый ряд исследований показывает, что в случае реализации пространственных маневров при подходе к терминальной точке и при наличии ограничений на условия подхода к ней классические методы самонаведения практически неприменимы [7-9]. Это объясняется тем, что традиционно используемые методы самонаведения (пропорциональная навигация, наведение в упрежденную точку и т.д.) позволяют сформировать траекторию, удовлетворяющую приведенным выше ограничениям на угловое положение линии падения ЛА, только с учетом соответствующих поправок, вносимых в эти законы [9].

Суть предлагаемого алгоритма самонаведения заключается в периодическом перестроении попадающих траектории на основе текущих данных о состоянии ЛА, поставляемых бортовой системой наблюдения, без учёта влияния неконтролируемых

факторов на оставшейся части траектории движения центра масс ЛА. Также как и ранее [5], будем предполагать, что на борту АВБЛА имеется бортовая система наблюдения, позволяющая осуществить координатную привязку ц.м. ЛА к априори определенной на маршевом участке полёта терминальной точке на основе корреляционно-экстремальных или признаков алгоритмов обработки радиоизображений, формируемых бортовой РЛС с синтезированной апертурой [10].

Обновление попадающей траектории осуществляется для текущей оценки местоположения АВБЛА таким образом, чтобы в терминальный момент времени были выполнены все перечисленные выше ограничения по условию подхода к терминальной точке (см. рис. 1). Иными словами, на правом конце обновляемой траектории мы требуем выполнение следующих условий:

$$\begin{aligned} L_p(T) = L_{tp}, h_p(T) = h_{tp}, B_p(T) = 0, \\ \Theta_p(T) = \Theta_{tp}, \Psi_p(T) = \Psi_{tp} \end{aligned} ,$$

где

индекс p относится к обновляемой попадающей траектории;

$L_p(T)$ - продольная координата АВБЛА в терминальный момент времени;

$h_p(T)$ - высота АВБЛА в терминальный момент времени;

$B_p(T)$ - боковое отклонение АВБЛА в терминальный момент времени;

$\Theta_p(T)$ - угол наклона траектории в терминальный момент времени;

$\Psi_p(T)$ - угол курса траектории в терминальный момент времени.

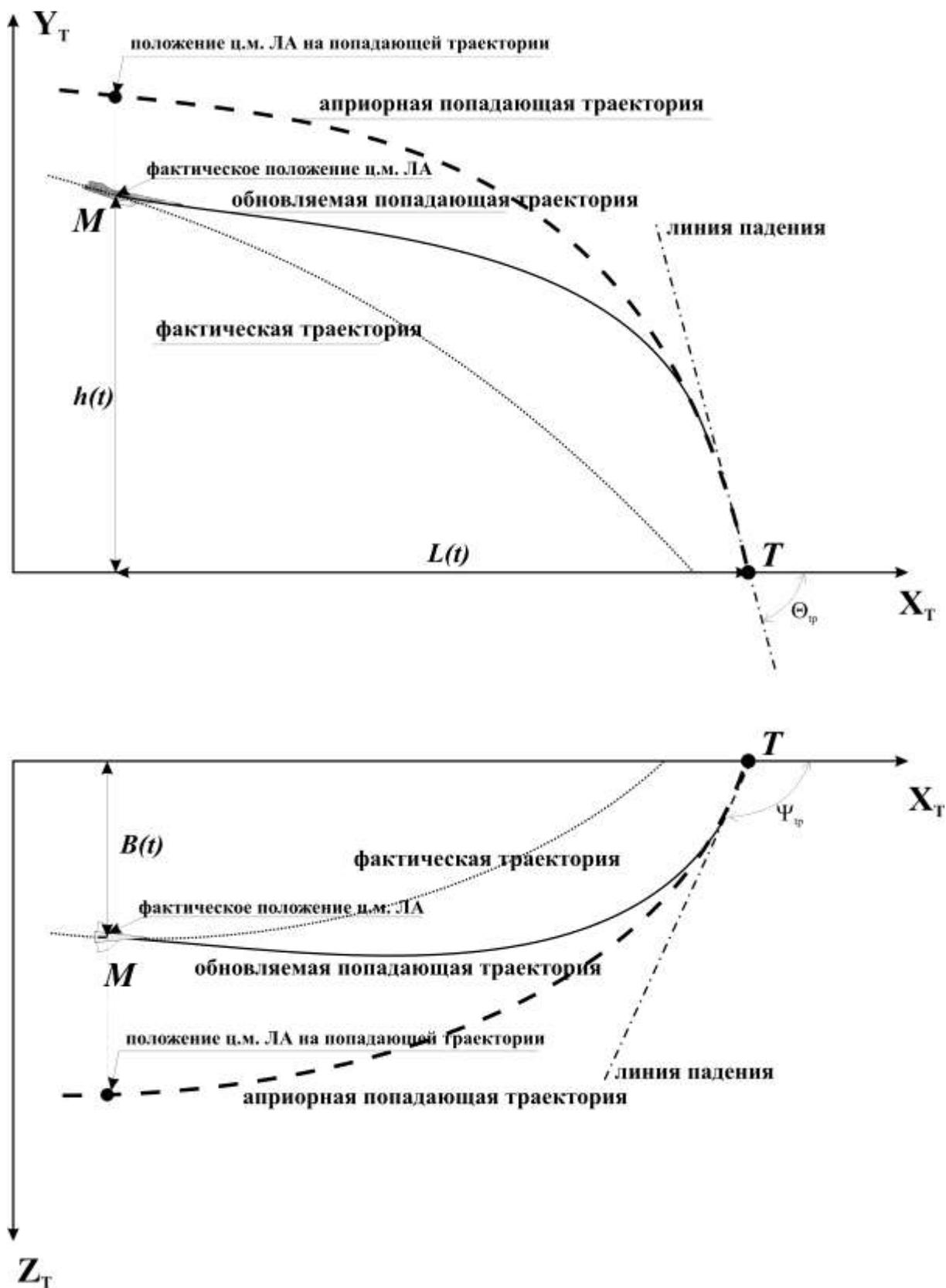


Рис. 1. Схема наведения по обновляемой попадающей траектории

Авторами разработано три алгоритма формирования обновляемых попадающих траекторий, основанных на использовании следующих непрерывно дифференцируемых кривых:

1. Классических сплайнов
2. Кривых Безье второго порядка
3. Кривых Безье третьего порядка

Ниже рассмотрим каждый из них детально.

4. Построение обновляемых траектории на основе классических сплайнов

Наиболее простым и естественным способом формирования подобного рода траектории является использование классических сплайнов, обладающих свойством непрерывности как самого сплайна, так и первых двух его производных. Как известно для построения классического сплайна необходимо задать четыре краевых условия, однозначно определяющих коэффициенты кубического полинома. Итак, будем полагать, что в момент времени t , соответствующий моменту времени обновления попадающей траектории, бортовой навигационной системой ЛА определены оценки положения ЛА относительно терминальной точки T , или координаты ЛА в траекторной СК $L(t), h(t), B(t)$.

Будем далее полагать, что формируемая аппроксимирующая траектория должна быть представлена в виде:

$$h(L) = a_0 + a_1L + a_2L^2 + a_3L^3$$

$$B(L) = b_0 + b_1L + b_2L^2 + b_3L^3$$

где

$h(L)$ - значение высоты полета, как функция продольной координаты ЛА;

$B(L)$ - значение бокового отклонения, как функция продольной координаты ЛА;

L - продольная координата ЛА, $L \in [L(t), L_{tp}]$;

$(L_{tr}, H_{tr}, B_{tr}, \Theta_{tr}, \Psi_{tr})$ - терминальная точка

a_0, a_1, a_2, a_3 - коэффициенты сплайна в продольном движении;

b_0, b_1, b_2, b_3 - коэффициенты сплайна в боковом движении.

Для вычисления коэффициентов необходимо воспользоваться следующими соотношениями:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_0 + a_1 L(t_0) + a_2 L(t_0)^2 + a_3 L(t_0)^3 = h(t_0) \\ a_0 + a_1 L_{tr} + a_2 L_{tr}^2 + a_3 L_{tr}^3 = h_{tr} \\ \left. \frac{\partial h(L)}{\partial L} \right|_{L(t_0)} = a_1 + 2a_2 L(t_0) + 3a_3 L(t_0)^2 = tg(\Theta(t_0)) \\ \left. \frac{\partial h(L)}{\partial L} \right|_{L_{tr}} = a_1 + 2a_2 L_{tr} + 3a_3 L_{tr}^2 = tg(\Theta_{tr}) \end{array} \right. \quad (4.1)$$

и

$$\left\{ \begin{array}{l} b_0 + b_1 L(t_0) + b_2 L(t_0)^2 + b_3 L(t_0)^3 = B(t_0) \\ b_0 + b_1 L_{tr} + b_2 L_{tr}^2 + b_3 L_{tr}^3 = B_{tr} \equiv 0 \\ \left. \frac{\partial B(L)}{\partial L} \right|_{L(t_0)} = b_1 + 2b_2 L(t_0) + 3b_3 L(t_0)^2 = tg(\Psi(t_0)) \\ \left. \frac{\partial B(L)}{\partial L} \right|_{L_{tr}} = b_1 + 2b_2 L_{tr} + 3b_3 L_{tr}^2 = tg(\Psi_{tr}) \end{array} \right. \quad (4.2)$$

Приведенная алгебраическая система уравнений (4.1-4.2) решается аналитически, вследствие чего определяется обновляемая попадающая траектория, приводящая ЛА из точки с текущими координатами $(L(t), h(t), B(t))$ в терминальную точку с требуемой угловой ориентацией линии падения.

Так как обновляемая попадающая траектория ЛА представлена теперь в виде полиномов по степени продольной координаты ЛА, допускающих использование различных аналитических операций, следовательно, можно найти явные выражения для потребных значений угловых скоростей вектора скорости ЛА в продольном и боковом каналах, а именно:

В продольном движении:

$$\Theta(t) = \arctg \left(\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{h(L(t+\Delta t)) - h(L(t))}{L(t+\Delta t) - L(t)} \right) = \arctg \left(\lim_{\Delta L \rightarrow 0} \frac{h(L+\Delta L) - h(L)}{\Delta L} \right).$$

Тогда, раскрывая скобки, получаем

$$\Theta_{com}(t) = \arctg(a_1 + 2a_2 L + 3a_3 L^2)$$

и

$$\dot{\Theta}_{com}(t) = \frac{1}{1 + (a_1 + 2a_2L + 3a_3L^2)^2} (2a_2V \cos \Theta \cos \Psi + 6a_3L \cdot V \cos \Theta \cos \Psi). \quad (4.3)$$

В боковом движении:

$$\Psi_{com}(t) = \arctg(b_1 + 2b_2L + 3b_3L^2)$$

$$\dot{\Psi}_{com}(t) = \frac{1}{1 + (b_1 + 2b_2L + 3b_3L^2)^2} (2b_2V \cos \Theta \cos \Psi + 6b_3L \cdot V \cos \Theta \cos \Psi) \quad (4.4)$$

Получив потребные значения угловых скоростей в продольном (4.3) и боковом (4.4) движении, определяем сигналы наведения:

$$\alpha_{com} = \frac{I}{C_y^\alpha} \left(\frac{2}{\rho V^2 S} Y_{com} - C_y^0 - C_y^\delta \delta \right) = \frac{I}{C_y^\alpha} \left(\frac{2}{\rho V^2 S} \frac{-\dot{\Psi}_{com} \cos \Theta}{\cos(\gamma_{com})} - C_y^0 - C_y^\delta \delta \right) \quad (4.5)$$

$$\gamma_{com} = \arctg \left(\frac{-\dot{\Psi}_{com} \cos \Theta}{\left(\dot{\Theta}_{com} + \frac{g}{V} \cos \Theta - \frac{V}{r} \cos \Theta \right)} \right) \quad (4.6)$$

Вычисленные в соответствии с (4.5, 4.6) значения сигналов наведения проходят проверку на допустимые ограничения:

$$\begin{cases} \alpha_{com} = \alpha_{com}, |\alpha_{com}| \leq \alpha^{lim} \\ \alpha_{com} = \text{Sign}(\alpha_{com}) \cdot \alpha^{lim} \end{cases} \quad (4.7)$$

$$\begin{cases} \gamma_{com} = \gamma_{com}, |\gamma_{com}| \leq \gamma^{lim} \\ \gamma_{com} = \text{Sign}(\gamma_{com}) \cdot \gamma^{lim} \end{cases} ,$$

где

α^{lim} величина располагаемого (предельно допустимого) угла атаки на участке терминального наведения;

γ^{lim} величина располагаемого (предельно допустимого) крена на участке терминального наведения;

Сформированные таким образом сигналы наведения являются входными воздействиями в системе управления угловым движением, описываемой уравнениями (2.4).

5. Построение обновляемых траекторий на основе Кривых Безье второго и третьего порядка.

Данный подход был разработан с целью устранения ограничений накладываемых применением «сплайнового» подхода. Он связан с формированием траекторий на основе кривых Безье являющихся частным случаем многочленов Бернштейна.

Кривая Безье параметрическая кривая задаваемая выражением

$$B(t) = \sum_{i=0}^n P_i \cdot b_{i,n}(t), 0 < t < 1, \text{ где } P_i \text{-функция компонент векторов опорных вершин, а}$$

$b_{i,n}(t)$ - базисные функции кривой Безье, называемые также полиномами Бернштейна.

$$b_{i,n}(t) = \binom{n}{i} \cdot t^i \cdot (1-t)^{n-i}, \binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!}$$

Где n - степень полинома, i — порядковый номер опорной вершины.

Для построения попадающей траектории, так же как и в случае со сплайном, будем полагать, что в момент времени t_0 , определены оценки положения ГЗЛА относительно цели, или координаты ГЗЛА в траекторной СК: $L(t_0)$, $h(t_0)$, $B(t_0)$.

Для реализации алгоритма использовались квадратичные и кубические кривые.

Формирование управлений на основе кривой второго порядка

Представим попадающую траекторию на основе кривой Безье второго порядка в виде неявно заданных функций $H(L)$ и $B(L)$:

$$\begin{cases} (1-a^2) \cdot h_0 + 2a \cdot (1-a) \cdot h_1 + a^2 \cdot h_2 = 0 \\ (1-a^2) \cdot L_0 + 2a \cdot (1-a) \cdot L_{h1} + a^2 \cdot L_2 = 0 \\ (1-a^2) \cdot b_0 + 2a \cdot (1-a) \cdot b_1 + a^2 \cdot b_2 = 0 \\ (1-a^2) \cdot L_0 + 2a \cdot (1-a) \cdot L_{b1} + a^2 \cdot L_2 = 0 \end{cases} \quad (5.1)$$

где

$$a \in [0,1],$$

h_0 – высота в текущий момент времени;

h_2 – высота в терминальный момент времени;

b_0 – боковое отклонение в текущий момент времени;

b_2 – боковое отклонение в терминальный момент времени;

L_0 – продольная координата в текущий момент времени;

L_2 - продольная координата в терминальный момент времени;

В качестве h_1 и b_1 примем координаты точек пересечения касательных к соответственно горизонтальной и вертикальной проекциям опорной траектории в текущий и терминальный моменты времени. L_{h1} и L_{b1} – соответствующие продольные координаты.

Определяются h_1 и b_1 следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} B_{h0} = h_0 + \tan(\Theta_0) \cdot L_0 \\ B_{h2} = h_2 + \tan(\Theta_2) \cdot L_2 \\ L_{h1} = \frac{B_{h0} - B_{h2}}{\tan(\Theta_2) - \tan(\Theta_0)}, \\ h_1 = L_h \cdot \tan(\Theta_2) + B_{h2} \\ B_{b0} = b_0 + \tan(\Psi_0) \cdot L_0 \\ B_{b2} = b_2 + \tan(\Psi_2) \cdot L_2 \\ L_{b1} = \frac{B_{b0} - B_{b2}}{\tan(\Psi_2) - \tan(\Psi_0)} \\ b_1 = L_b \cdot \tan(\Psi_2) + B_{b2} \end{array} \right. \quad (5.2)$$

где

Θ_0 – угол наклона траектории в текущий момент времени,

Θ_2 – угол наклона траектории в терминальный момент времени,

Ψ_0 – угол курса траектории в текущий момент времени,

Ψ_2 – угол курса траектории в терминальный момент времени.

Определим выражения для потребных значений угловых скоростей в продольном и боковом каналах:

$$\begin{aligned}
L'_a &= 2 \cdot (L_{h1} - L_0) + 2 \cdot a \cdot (L_0 + L_2 - 2 \cdot L_{h1}) \\
L''_a &= 2 \cdot (L_0 + L_2 - 2 \cdot L_{h1}) \\
H'_a &= 2 \cdot (h_1 - h_0) + 2 \cdot a \cdot (h_0 + h_2 - 2 \cdot h_1) \\
H''_a &= 2 \cdot (h_0 + h_2 - 2 \cdot h_1) \\
H'_L &= \frac{H'_a}{L'_a} = \frac{2 \cdot (h_1 - h_0) + 2 \cdot a \cdot (h_0 + h_2 - 2 \cdot h_1)}{2 \cdot (L_{h1} - L_0) + 2 \cdot a \cdot (L_0 + L_2 - 2 \cdot L_{h1})} \\
H''_L &= \frac{(H'_L)'_a}{L'_a} = \frac{H''_a \cdot L'_a - H'_a \cdot L''_a}{(L'_a)^2} \cdot \frac{1}{L'_a} \\
\dot{\Theta}_{com} &= \frac{H''_L}{1 + (H'_L)^2} \\
B'_a &= 2 \cdot (b_1 - b_0) + 2 \cdot a \cdot (b_0 + b_2 - 2 \cdot b_1) \\
B''_a &= 2 \cdot (b_0 + b_2 - 2 \cdot b_1) \\
B'_L &= \frac{B'_a}{L'_a} = \frac{2 \cdot (b_1 - b_0) + 2 \cdot a \cdot (b_0 + b_2 - 2 \cdot b_1)}{2 \cdot (L_{h1} - L_0) + 2 \cdot a \cdot (L_0 + L_2 - 2 \cdot L_{h1})} \\
B''_L &= \frac{(B'_L)'_a}{L'_a} = \frac{B''_a \cdot L'_a - B'_a \cdot L''_a}{(L'_a)^2} \cdot \frac{1}{L'_a} \\
\dot{\Psi}_{com} &= \frac{B''_L}{1 + (B'_L)^2}
\end{aligned} \tag{5.3}$$

Необходимые для получения сигналов наведения производные углов в текущий момент времени получаются при $a = 0$.

Формирование управлений на основе кривой третьего порядка

Обновляемая попадающая траектория в этом случае может быть представлена как:

$$\begin{cases}
(1 - a^3) \cdot h_0 + 3a \cdot (1 - a^2) \cdot h_1 + 3a^2 \cdot (1 - a) \cdot h_2 + 3 \cdot a^3 \cdot h_3 = 0 \\
(1 - a^3) \cdot L_0 + 3a \cdot (1 - a^2) \cdot L_{h1} + 3a^2 \cdot (1 - a) \cdot L_{h2} + 3 \cdot a^3 \cdot L_3 = 0 \\
(1 - a^3) \cdot b_0 + 3a \cdot (1 - a^2) \cdot b_1 + 3a^2 \cdot (1 - a) \cdot b_2 + 3 \cdot a^3 \cdot b_3 = 0 \\
(1 - a^3) \cdot L_0 + 3a \cdot (1 - a^2) \cdot L_{b1} + 3a^2 \cdot (1 - a) \cdot L_{b2} + 3 \cdot a^3 \cdot L_3 = 0
\end{cases} \tag{5.4}$$

где

$$a \in [0, 1],$$

h_0 – высота в текущий момент времени;

h_3 – высота в терминальный момент времени;

b_0 – боковое отклонение в текущий момент времени;

b_3 – боковое отклонение в терминальный момент времени;

L_0 – продольная координата в текущий момент времени;

L_3 - продольная координата в терминальный момент времени;

Точки (L_{h1}, h_1) , (L_{h2}, h_2) расположены на касательных к вертикальной проекции попадающей траектории. Точки (L_{b1}, b_1) , (L_{b2}, b_2) расположены на касательных к горизонтальной проекции попадающей траектории. Значения h_1 , h_2 , b_1 , b_2 вычисляются как:

$$\begin{aligned} h_1 &= h_0 + |L_0 - L_3| \cdot k_{h1} \cdot \tan(\Theta_0) \\ h_2 &= h_3 - |L_0 - L_3| \cdot k_{h2} \cdot \tan(\Theta_3) \\ b_1 &= b_0 + |L_0 - L_3| \cdot k_{b1} \cdot \tan(\Psi_0) \\ b_2 &= b_3 - |L_0 - L_3| \cdot k_{b2} \cdot \tan(\Psi_3) \end{aligned} \quad (5.5)$$

где

Θ_0 – угол наклона траектории в текущий момент времени,

Θ_3 – угол наклона траектории в терминальный момент времени,

Ψ_0 – угол курса траектории в текущий момент времени,

Ψ_3 – угол курса траектории в терминальный момент времени.

Потребные угловые скорости определяются в целом аналогично кривым второго порядка:

$$\begin{aligned}
L'_a &= 3 \cdot (1-a)^2 \cdot (L_1 - L_0) + 6 \cdot a \cdot (1-a) \cdot (L_2 - L_1) + 3 \cdot a^2 \cdot (L_3 - L_2) \\
L''_a &= 6 \cdot (1-a) \cdot (L_0 - 2 \cdot L_1 + L_2) + 6 \cdot a \cdot (L_1 - 2 \cdot L_2 + L_3) \\
H'_a &= 3 \cdot (1-a)^2 \cdot (h_1 - h_0) + 6 \cdot a \cdot (1-a) \cdot (h_2 - h_1) + 3 \cdot a^2 \cdot (h_3 - h_2) \\
H''_a &= 6 \cdot (1-a) \cdot (h_0 - 2 \cdot h_1 + h_2) + 6 \cdot a \cdot (h_1 - 2 \cdot h_2 + h_3) \\
H'_L &= \frac{H'_a}{L'_a} \\
H''_L &= \frac{(H'_L)'_a}{L'_a} = \frac{H''_a \cdot L'_a - H'_a \cdot L''_a}{(L'_a)^2} \cdot \frac{1}{L'_a} \\
\dot{\Theta}_{com} &= \frac{H''_L}{1 + (H'_L)^2} \\
B'_a &= 3 \cdot (1-a)^2 \cdot (b_1 - b_0) + 6 \cdot a \cdot (1-a) \cdot (b_2 - b_1) + 3 \cdot a^2 \cdot (b_3 - b_2) \\
B''_a &= 6 \cdot (1-a) \cdot (b_0 - 2 \cdot b_1 + b_2) + 6 \cdot a \cdot (b_1 - 2 \cdot b_2 + b_3) \\
B'_L &= \frac{B'_a}{L'_a} \\
B''_L &= \frac{(B'_L)'_a}{L'_a} = \frac{B''_a \cdot L'_a - B'_a \cdot L''_a}{(L'_a)^2} \cdot \frac{1}{L'_a} \\
\dot{\Psi}_{com} &= \frac{B''_L}{1 + (B'_L)^2}
\end{aligned} \tag{5.6}$$

Далее с помощью соотношений (4.5-4.6) вычисляются командные углы $\alpha_{com}, \gamma_{com}$ и проходят проверку на допустимые ограничения (4.7).

6. Результаты моделирования

Опишем теперь результаты моделирования для пространственного наведения на основе использования обновляемой попадающей траектории для ЛА с так называемой обобщенной математической моделью, аэродинамические характеристики которого приведены в [9], а ограничения на управление составляют $|\alpha_{max}| = 10^0, |\gamma_{max}| = 70^0$.

Основное внимание здесь традиционно [3] уделялось определению допустимого разброса компонент фазового вектора ЛА в момент начала терминального участка по высоте, боковому отклонению, скорости, углам наклона и курса траектории. При этом были исследованы траектории наведения для следующих значений начального разброса компонент фазового вектора:

$$\Delta B_0 \in [-2000..2000] \text{ м}; \Delta H_0 \in [-3000..3000] \text{ м}; \Delta V_0 \in [-100..100] \text{ м/с};$$

$$\Delta\Theta_0 \in [-3..3]; \Delta\Psi_0 \in [-2.5..2.5],$$

при действии порывов ветра, описываемых моделью, приведенной в [11].

На рис. 2 приведены значения терминального промаха в картинной плоскости цели в координатах «боковое отклонение»-«дальность». На рис. 3 приведены значения терминального промаха по линии падения в координатах «отклонение угла курса»-«отклонение угла наклона». На рис. 4 приведены значения терминального промаха по высоте и терминальной скорости ЛА.

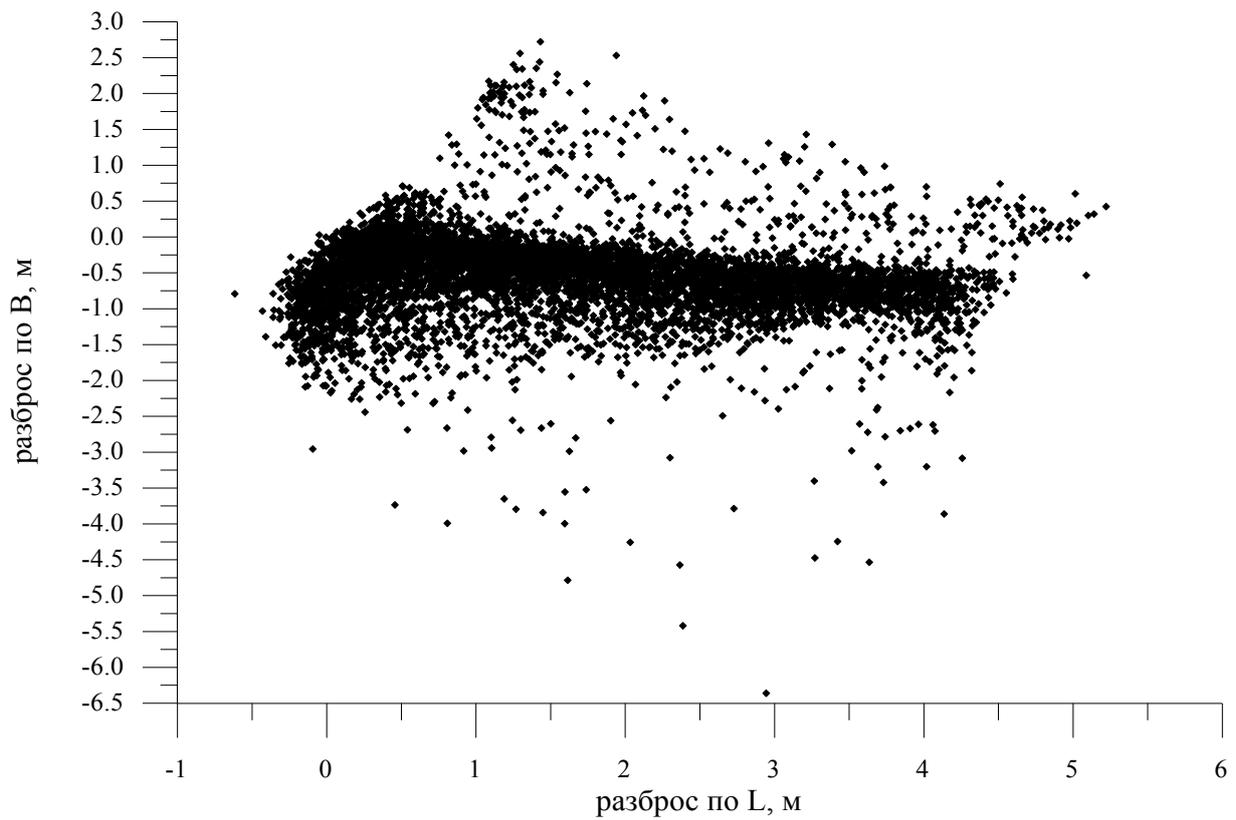


Рис. 2. Рассеивание терминальной точки в картинной плоскости

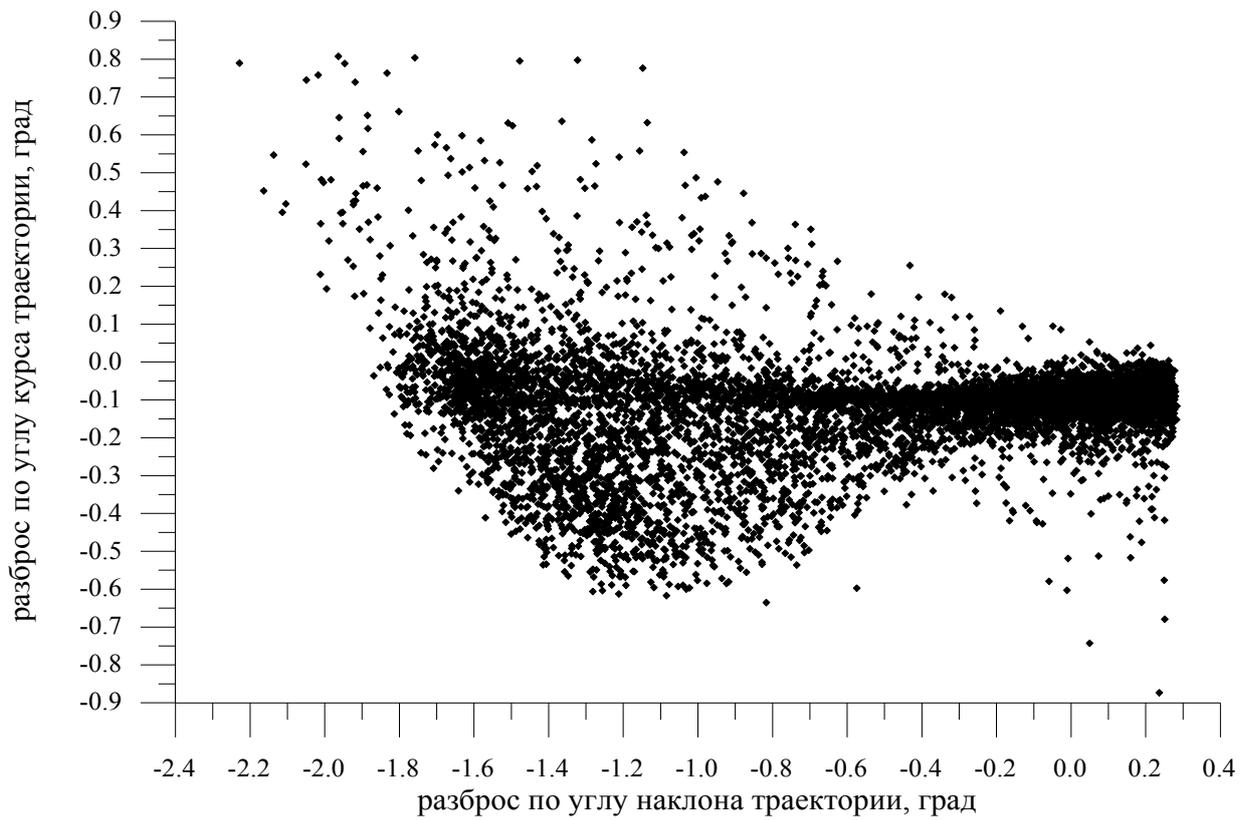


Рис. 3. Рассеивание терминальной точки по условиям подхода

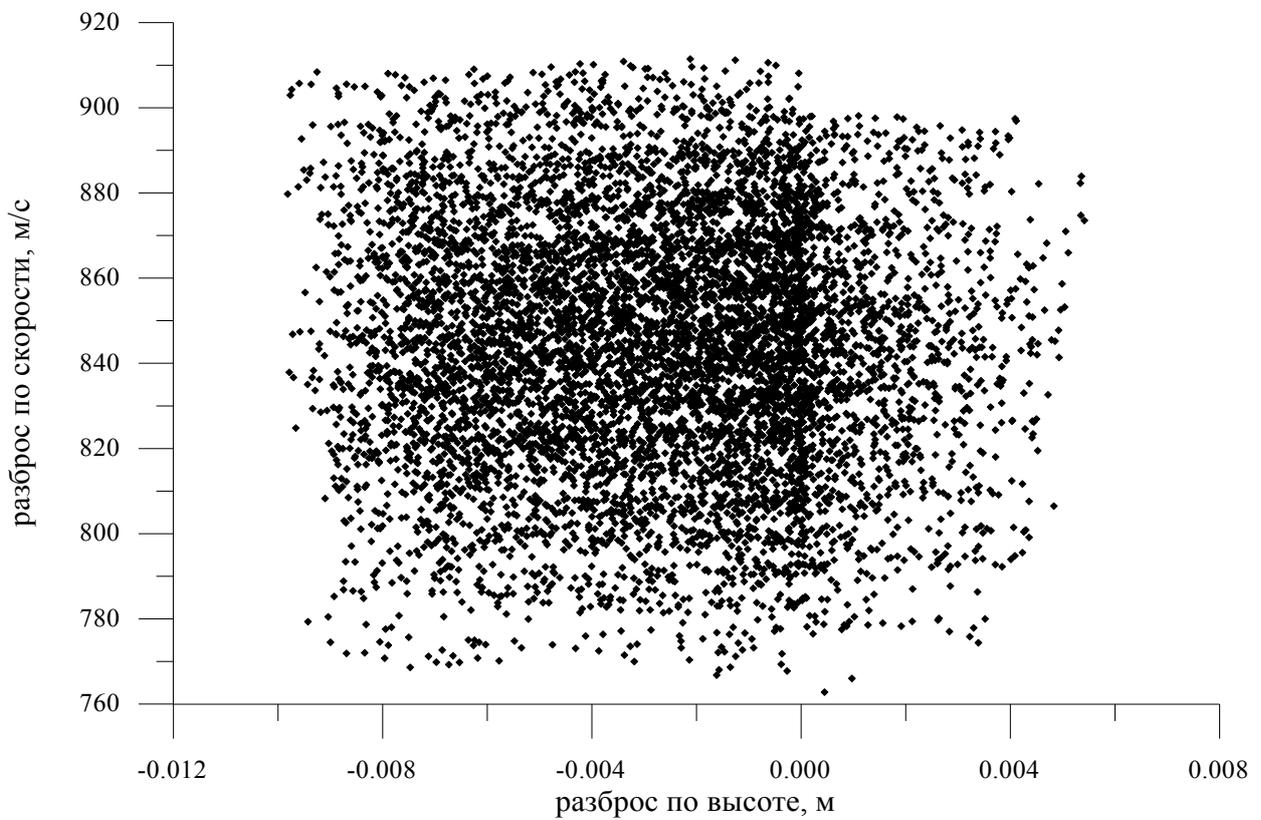


Рис. 4. Рассеивание терминальной точки по скорости и высоте

Помимо этого, при моделировании изучался вопрос, связанный с влиянием неопределенностей в модели движения (разбросы аэродинамических характеристик, вариации плотности атмосферы) на точность терминального наведения. В рамках проведенного моделирования по отношению к априори рассчитанной программной траектории с невозмущенными (опорными значениями) аэродинамических коэффициентов на траектории наведения рассматривалось влияние неконтролируемого фактора $\rho^* \cdot C_x^*$ и $\rho^* \cdot C_y^*$, значения которых по отношению к опорным значениям ($\rho^0 \cdot C_x^0, \rho^0 \cdot C_y^0$) варьировались в диапазоне 20%.

В таблицу 1 сведены значения терминальных промахов для наихудшего случая в неопределенности знания силы лобового сопротивления ($\rho^* \cdot C_x^* = 1.2 \cdot \rho^0 \cdot C_x^0$).

В таблицу 2 сведены значения терминальных промахов для наихудшего случая в неопределенности знания подъемной силы ($\rho^* \cdot C_y^* = 0.8 \cdot \rho^0 \cdot C_y^0$).

Начальный разброс	ΔL , м	ΔB , м	$\Delta \Theta$, град	$\Delta \Psi$, град	V_{tr} , м/с
$\Delta B_0 = 1$ км	-0.947	0.190	0.801	-0.047	739.46
$\Delta B_0 = -1$ км	-0.948	0.189	0.812	-0.049	739.42
$\Delta H_0 = 1$ км	-0.951	0.186	0.816	-0.042	750.88
$\Delta H_0 = -1$ км	-0.943	0.191	0.813	-0.049	727.56
$\Delta V_0 = 100$ м/с	-0.965	0.190	0.806	-0.040	766.98
$\Delta V_0 = -100$ м/с	-0.938	0.190	0.813	-0.039	710.95
$\Delta \Theta_0 = 5^\circ$	-0.952	0.198	0.818	-0.058	753.71
$\Delta \Theta_0 = -5^\circ$	-0.937	0.182	0.816	-0.043	713.15
$\Delta \Psi_0 = 3^\circ$	-0.948	0.192	0.816	-0.029	737.31
$\Delta \Psi_0 = -3^\circ$	-0.958	0.181	0.809	-0.082	739.32

Таблица 1. Значения терминальных промахов для наихудшего случая в неопределенности знания силы лобового сопротивления

Начальный разброс	ΔL , м	ΔB , м	$\Delta \Theta$, град	$\Delta \Psi$, град	ΔV , м/с
$\Delta B_0=1$ км	2.057	0.242	0.795	1.32	835.25
$\Delta B_0=-1$ км	-2.061	0.236	0.794	1.31	835.84
$\Delta H_0=1$ км	-2.120	0.247	0.785	1.37	834.64
$\Delta H_0=-1$ км	-2.017	0.266	0.805	1.27	823.4
$\Delta V_0=100$ м/с	-2.173	0.128	0.755	1.31	862.60
$\Delta V_0=-100$ м/с	-2.037	0.236	0.789	1.33	806.45
$\Delta \Theta_0=5^\circ$	-2.306	0.028	0.711	1.624	843.79
$\Delta \Theta_0=-5^\circ$	-1.998	0.289	0.802	1.261	809.24
$\Delta \Psi_0=3^\circ$	-2.594	-0.731	0.424	1.94	829.71
$\Delta \Psi_0=-3^\circ$	-2.133	0.211	0.801	1.43	835.74

Таблица 2. Значения терминальных промахов для наихудшего случая в неопределенности знания подъемной силы

Анализ приведенных результатов моделирования позволяет утверждать, что использование описанного подхода для организации терминального наведения позволяет обеспечить высокую терминальную точность наведения в достаточно большой зоне достижимости: точность составляет по терминальному промаху 5-7 м в координатах картинной плоскости и 1-2 градуса по угловому положению линии падения. Кроме того, наблюдается слабая чувствительность предлагаемых алгоритмов наведения к влиянию неконтролируемых факторов, включая разброс аэродинамических коэффициентов и вариации плотности атмосферы.

Однако при исследовании применимости «сплайнового» подхода к формированию обновляемых траекторий для различных терминальных ограничений на линию падения было

выявлена неприменимость данного подхода для больших углов наклона траекторий, для $\Theta_i \leq -60^\circ$ формируемые алгоритмом траектории нереализуемы в силу ограничений, на $|\alpha_{\max}| = 10^\circ, |\gamma_{\max}| = 70^\circ$ что в итоге приводит к недопустимо большим промахам. Для наглядности представим графики зависимости величины значений управляющих воздействий от продольной координаты в $\alpha(L), \gamma(L)$.

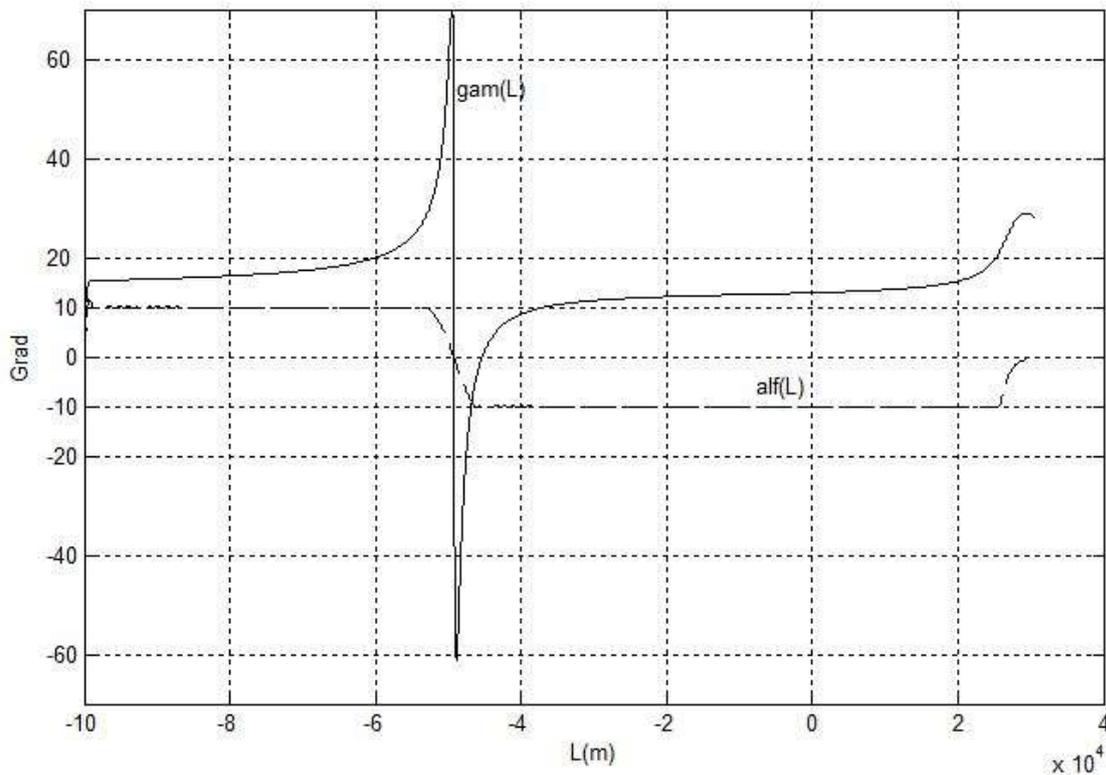


Рис. 5. Эволюция управляющих воздействий в процессе наведения

Данные результаты получены для $\Psi_i = 20^\circ$ и $\Theta_i = -60^\circ$. Из Рис.5. видно, что управление по углу атаки не обрабатывается и принимает предельные значения. Алгоритм расчета пространственных траекторий с помощью кривых Безье устраняет описанные выше проблемы «сплайнового» подхода и может применяться совместно с ним для реализации самонаведения в случае больших значений угла наклона траектории в терминальной точке. На рис. 6-7 представлены результаты моделирования наведения с применением алгоритма основанного на построении кривых Безье, для значения $\Psi_i = 10^\circ$ и $\Theta_i = -80^\circ$,

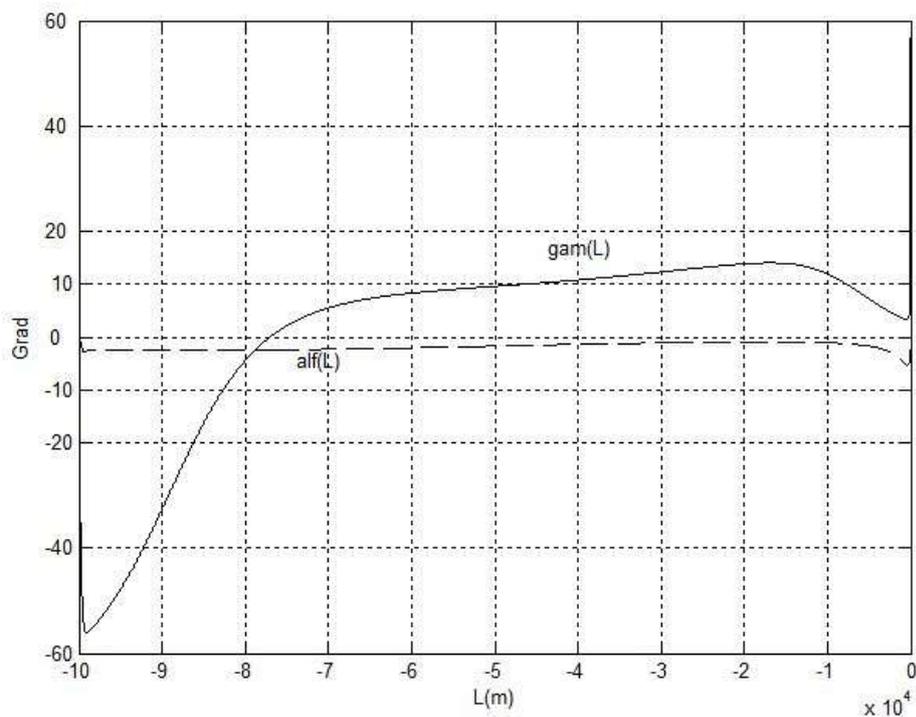


Рис.6. Эволюция управляющих воздействий в процессе наведения

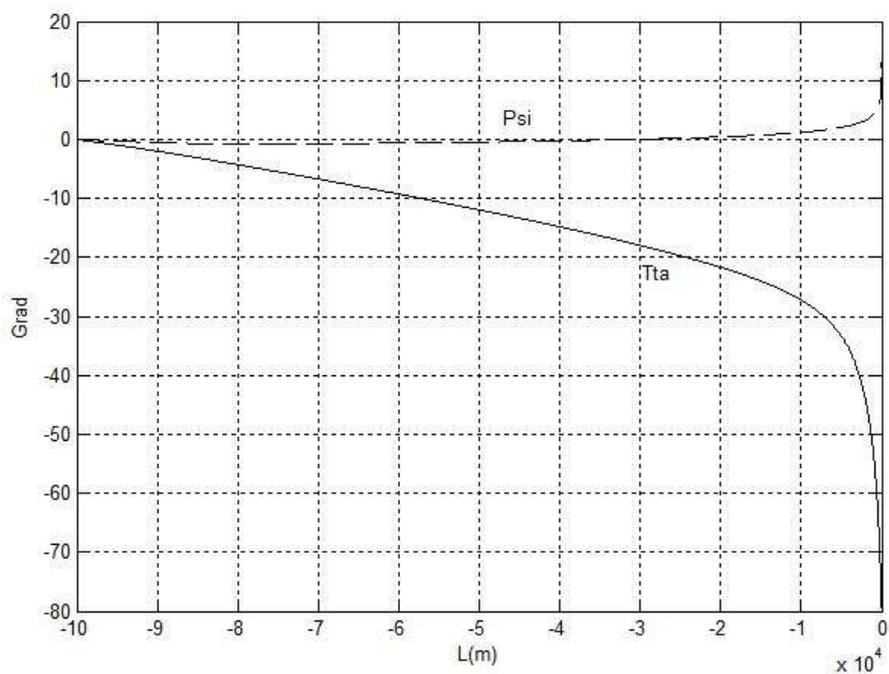


Рис.7. Эволюция углов наклона траектории в процессе наведения

Как видно из приведенных выше графиков наведение таким способом не приводит к предельным значениям отклонения рулей, и в конце наведения достигается требуемое значение по углу наклона траектории.

7. Оценка применимости различных алгоритмов построения обновляемых попадающих траекторий для различных условий подхода к терминальной области

В процессе имитационного моделирования вышеописанных алгоритмов формирования обновляемых попадающих траекторий были обнаружены следующие ограничения:

- Алгоритм с использованием сплайнов и кривых Безье третьего порядка при наведении в продольном канале формирует нереализуемые аппроксимирующие траектории при терминальных углах наклона траектории меньше -60° .
- Алгоритм с использованием кривых Безье второго порядка при наведении в продольном канале формирует нереализуемые аппроксимирующие траектории для опорных траекторий, имеющих низкую начальную высоту и терминальный угол наклона траектории больше -60° .
- Алгоритм с использованием кривых Безье второго порядка при наведении в боковом канале формирует нереализуемые аппроксимирующие траектории для опорных траекторий с начальным и конечным углом курса разных знаков.

Таким образом, оптимальным в смысле диапазона условий применения и простоты вычислений будет использование в боковом канале алгоритма основанного на применении кривых Безье третьего порядка. В продольном канале оптимальным в смысле диапазона условий применения и простоты вычислений будет использование алгоритма основанного на использовании кривых Безье второго порядка при терминальном угле наклона траектории больше -60° и алгоритма основанного на кривых Безье третьего порядка при терминальном угле наклона траектории меньше -60° .

Сказанное можно проиллюстрировать т.н. зонами применимости для различных алгоритмов наведения, т.е. областями наиболее предпочтительного применения того или иного алгоритма, в зависимости от требуемых условий подхода к терминальной области (рис. 8). Так из рис. 8, в частности, следует, что использование комбинаций «кривые Безье 2+3» или «кривые Безье 3+3» позволяют при небольших углах курса траектории ($|\Psi| \leq 10^\circ$) обеспечить достижение терминальной точки даже из задней полусферы ($\Theta = -140^\circ$).

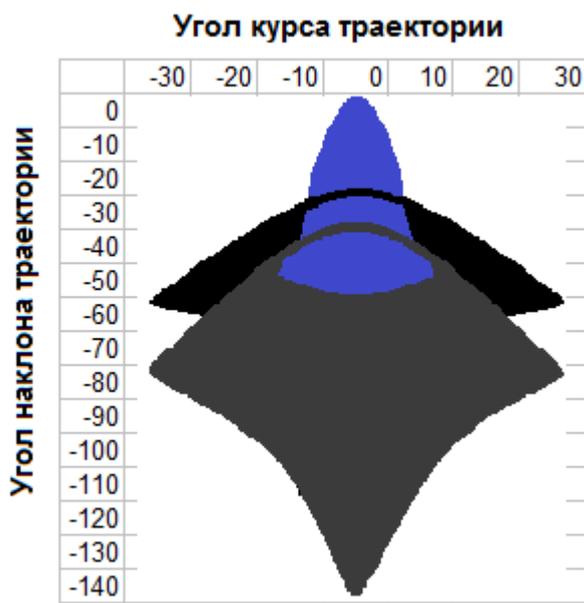


Рис. 8 Зоны применимости алгоритмов наведения (синий - сплайн, серый - кривые Безье (2+3), черный – Безье 3+3)

8. Заключение

Таким образом, представленный в статье алгоритм рационального пространственного терминального наведения обеспечивает реализацию высокоточного наведения АВБЛА при соблюдении требований по терминальному промаху и положению линии падения в терминальный момент времени для широкого диапазона значений.

Согласно результатам имитационного моделирования предложенный подход к решению поставленной задачи не уступает по терминальной точности рассмотренному ранее оптимальному алгоритму наведения [5], при этом обладает явным преимуществом по скорости решения и требованиям к вычислительным ресурсам, что в реальной системе может оказаться решающим фактором в выборе того или иного способа наведения.

В результате имитационного моделирования подтверждена работоспособность предложенного алгоритма, а также высокая точность наведения и его слабая чувствительность к влиянию неконтролируемых факторов, и, как следствие, перспективность использования в качестве основы для разработки бортовых системы наведения и управления АВБЛА.

9. **Использованные источники**

1. Под редакцией академика Федосова Е.А. Сборник докладов Юбилейной научно-технической конференции «Авиационные системы в XXI веке». Том I. Москва. Научно-информационный центр ГосНИИАС. 2006.
2. Красильщиков М.Н., Себряков Г.Г., Сыпало К.И., Веремеенко К.К. и др. Современные информационные технологии в задачах навигации и наведения беспилотных маневренных летательных аппаратов. Москва. ФИЗМАТЛИТ. 2009.
3. Красильщиков М.Н., Себряков Г.Г., Сыпало К.И., Веремеенко К.К. и др. Навигация и наведение беспилотных маневренных летательных аппаратов на основе современных информационных технологий. Москва. ФИЗМАТЛИТ. 2005.
4. The National Military Strategy of the United States of America. A Strategy for Today; A Vision for Tomorrow. Department of Defense USA. 2009.
5. Сыпало К.И., Кузнецов М.Н. Оптимальное самонаведение аэробаллистического высокоскоростного беспилотного летательного аппарата на терминальном участке полета // Труды МАИ, №9, 2011
6. Лебедев А.А., Карабанов В.А. Динамика систем управления беспилотными летательными аппаратами. Москва. Машиностроение 1965.
7. Hodgson J.A., Lee D.W. Terminal Guidance using a Doppler Beam Sharpening Radar // AIAA Guidance, Navigation and Control Conf. and Dynamics. Austin, Texas, AIAA Paper 2003-5796. August, 2003.
8. Breivik M., Fossen T.I. Principles of Guidance-Based Path Following in 2D-3D // Proc. 44th IEEE Control and Decision Conf. Inst. of Electronic Engineers. Piscataway, NJ, 2005. P.627-634.
9. Lu Ping, Doman D. D., Schierman J. D. Adaptive Terminal Guidance for Hypervelocity Impact in Specified Direction // J. of Guidance, Control and Dynamics. March-April, 2006. V.29. №2. P.269-278.
10. Инсаров В.В. Структурно-лингвистический алгоритм обработки изображений и распознавания образов наземных сцен в системе наведения летательного аппарата // Изв. РАН. ТиСУ. 2004. № 1.
11. ГОСТ 24728-81. Ветер. Пространственное и временное распределение характеристик. Москва. Издательство стандартов, 1982

Сведения об авторах

Сыпало Кирилл Иванович, доцент Московского авиационного института
(национального исследовательского университета), к.т.н.,

тел.: (499) 158-44-99; e-mail: kir@mai.ru

Кузнецов Максим Николаевич, аспирант Московского авиационного института
(национального исследовательского университета),

тел.: (499) 158-45-15; e-mail: maxmithnik@gmail.com