УДК 532.582.2

Математическая модель течения около цилиндра с плоскими пластинами при наличии стационарных отрывных зон

К.В Редькина.

Аннотация

Математическая модель течения описывает потенциальное течение с циркуляцией около цилиндра в присутствии пластин. Решение задачи обтекания цилиндра при наличии экранирующей поверхности получено для потока несжимаемой идеальной жидкости (НИЖ). В рамках численно-аналитического метода моделирование экранирующей поверхности выполняется с помощью набора точечных вихрей, равномерно распределенных по поверхности экрана. Получена зависимость максимальной скорости на контуре от расположения экрана. Исследованы зависимости величины циркуляции стационарного вихря от длины экрана, циркуляции вокруг цилиндра и положения отрывной зоны. Профили скорости в сечениях перпендикулярных экранирующей плоскости показывают возможность создания равномерного потока за отрывной зоной. Распределение давления по контуру в зависимости от значений циркуляции вокруг цилиндра, положения экранирующей поверхности и расположения отрывной зоны указывает на образование зоны разряжения внутри отрывного пузыря.

Ключевые слова:

течение; комплексный потенциал; циркуляция, вихрь; условия стационарности; линии тока; численно-аналитический метод; отрывная зона; вихри Фёппла.

Введение

Целью работы является разработка математической модели течения около цилиндра с экранирующими пластинами в присутствии стационарных отрывных зон.

Теоретическая значимость работы заключается в получении фундаментальных новых знаний о параметрах потенциальных течений с циркуляцией около цилиндра с экранирующими пластинами.

1

Практическая значимость работы состоит в возможности использования вращающегося цилиндра для системы управления пограничным слоем (УПС) в исследованиях аэродинамических характеристик транспортных средств при продувках в аэродинамических трубах. Экспериментальные исследования высокоскоростного наземного транспорта, автомобилей, летательных аппаратов на режимах взлёта и посадки, экранопланов предполагают учёт экранирующей поверхности. При продувках в аэродинамических трубах необходимо обеспечить равномерный профиль скорости перед исследуемым объектом. Одним из способов, позволяющим это достичь, является применение вращающегося цилиндра. На рис. 1 приводится схема устройства, включающая вращающийся цилиндр и плоские пластины. На рис. 2 показана концепция реализации равномерного профиля скорости вблизи экранирующей плоскости, которая состоит в сложении профилей скорости от течения с наложенной циркуляцией и скорости в пограничном слое.



Рис. 1. Схема вращающего цилиндра с пластинами



Рис. 2. Концепция создания равномерного профиля вблизи экрана

На основании принципа обращения движения равномерный профиль скорости необходим для физического моделирования обтекания тел вблизи экранирующей поверхности. Данная концепция УПС была опубликована в магистерской работе Thomas Elmer Farrell [1].

Как известно [2], при обтекании цилиндра на его подветренной стороне образуются отрывные зоны. В аэродинамической трубе Т1-СГАУ методом дымящейся проволочки студентами Тихоновым А. А. (гр. 1402) и Панковым Р. С. (гр. 1601) под руководством старшего преподавателя Клементьева В. А. была выполнена визуализация течения около вращающегося цилиндра с экранирующими пластинами. Полученные картины течения, показаны на рис. 3, из которого видно уменьшение отрывной зоны на верхней поверхности пластины в случае вращения цилиндра. Из представленных результатов визуализации течения можно сделать вывод о том, что путём вращения цилиндра можно добиться безотрывного обтекания экранирующей пластины. Однако вблизи цилиндра можно наблюдать небольшую рециркуляционную зону, которую в механике жидкости и газа принято называть отрывным пузырём. Для целей разработки системы УПС применительно к аэродинамическим стендам, в которых моделируется экранирующая поверхность, интерес представляет стационарность отрывного пузыря и уменьшение его размеров до минимальных.





Рис. 3. Визуализация линий тока методом дымящейся проволочки (слева цилиндр не вращается; справа – вращается)

Широко известно решение задачи бесциркуляционного и циркуляционного обтекания изолированного цилиндра потоком НИЖ [3, 4], а также решение задачи течения около цилиндра при наличии стационарных вихрей [4-7]. Задачи потенциальных течений с наложенной циркуляцией около цилиндра с экранирующими пластинами рассматривались ранее авторами в предположении отсутствия отрывных зон [8, 9].

В данной работе предлагается дальнейшее развитие математической модели [7, 8] для учёта отрывной зоны. Получена картина обтекания цилиндра с пластинами при наличии отрывной зоны путём визуализации линий тока, приведён расчёт поля скорости около комбинации цилиндр-пластина и получено распределение давления на поверхности этой комбинации. Математическая модель основана на использовании результатов работ [8-14].

Геометрическая схема

Рассматривается задача течения жидкости около цилиндра с экранирующими пластинами при наличии стационарного вихря, моделирующего отрывную зону. Геометрическая схема задачи показана на рис. 4. Вводятся относительные геометрические характеристики: $\overline{L} = L/(2R)$ – относительная длина пластины; $\overline{h} = h/R$ – относительная высота установки пластины; $\overline{x} = x/R$ – относительная координата вдоль пластины. Размерные величины L, R, h, x – длина пластины, радиус цилиндра, высота установки пластины и расстояние от центра цилиндра до некоторого сечения, перпендикулярного пластине, показаны на рис. 4.



Рис. 4. Геометрическая схема задачи

В рамках численно-аналитического метода (ЧАМ) [8-14] моделирование экранирующей поверхности выполняется с помощью набора точечных вихрей, равномерно распределенных по поверхности экрана. Экран разбивается на граничные элементы, в пределах каждого помещается точечных вихрь и контрольная точка, используется численная схема метода дискретных вихрей «¼ - ¾». На ¼ граничного элемента располагается точечный вихрь, а на ¾ – контрольная точка. Особенностью геометрической схемы является корректность расположения контрольных точек на экранирующей плоскости вблизи цилиндра. Это обеспечивает согласованность граничных условий и хорошую обусловленность системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Задача сводится к решению СЛАУ, физический смысл которой – удовлетворение условий непротекания в контрольных точках. Для обеспечения циркуляционного обтекания цилиндра в его центре располагается вихрь. Отрывная зона моделируется стационарным дискретным вихрем, расположение которого зависит от координаты точки отрыва потока от поверхности цилиндра.

Постановка задачи

Рассматривается безотрывное циркуляционное обтекание двумерного тела вблизи плоского неподвижного экрана (рис. 4) в присутствии стационарного дискретного вихря. Среда считается НИЖ. Используется теория функций комплексного переменного, в рамках которой запись комплексного потенциала *W* определяет решение задачи.

4

В рамках ЧАМ моделирование плоского неподвижного экрана выполняется с помощью набора точечных вихрей, равномерно распределенных по поверхности экрана. В этом случае комплексный потенциал течения записывается в виде [8, 9]

$$W(z) = \overline{V}_{\infty}z + \frac{V_{\infty}R^2}{z} + \frac{\Gamma}{\pi i}\ln z + \frac{1}{2\pi i} \left(\sum_{j=1}^{N+1} \Gamma_j \ln \frac{(z - z_{\nu j})z}{z - \frac{R^2}{\overline{z}_{\nu j}}} \right), \tag{1}$$

где z = x + iy – комплексная переменная; $i = \sqrt{-1}$ – мнимая единица; $V_{\infty}, \overline{V_{\infty}}$ – комплексная и сопряжённая скорость набегающего потока, соответственно; Г – величина циркуляции скорости около цилиндра; $\Gamma_j, z_{vj}, \overline{z}_{vj}$ – величина циркуляции скорости, комплексная и сопряжённая координаты *j*-го вихря, соответственно; *j* – порядковый номер дискретного вихря; N – суммарное количество дискретных вихрей, расположенных на экранирующей поверхности; N+1 – порядковый номер вихря, отвечающего за образование отрывного пузыря.

Если известны интенсивности всех вихрей, то комплексный потенциал (1) определяет полностью поле скоростей около обтекаемого тела. Компоненты скорости определяются формулами

$$u(x, y) = \operatorname{Re}\left(\overline{V}\right) = \operatorname{Re}\left(\frac{dW}{dz}\right), \quad v(x, y) = -\operatorname{Im}\left(\overline{V}\right) = -\operatorname{Im}\left(\frac{dW}{dz}\right), \tag{2}$$

где u и v – компоненты скорости вдоль осей OX и OY, соответственно; \overline{V} – сопряжённая комплексная скорость.

Выполнение условий непротекания во всех контрольных точках позволяет записать векторное уравнение, суть которого является равенство нулю нормальной составляющей скорости в каждой контрольной точке

$$\vec{V} \cdot \vec{n} = 0, \tag{3}$$

где $\vec{V} = u(x, y)\vec{i} + v(x, y)\vec{j}$ – векторное поле скоростей; $\vec{n} = n_x(x, y)\vec{i} + n_y(x, y)\vec{j}$ – векторное поле нормалей к экранирующей плоскости.

Для частного случая горизонтального расположения пластины для контрольных точек имеем

$$v(x_{cj}, y_{cj}) = 0, \quad j = 1...N,$$
(4)

где x_{cj} , y_{cj} – координаты j-ой контрольной точки.

СЛАУ (4) может быть записана в обычной матричной форме

$\mathbf{A}\cdot\boldsymbol{\Gamma}=\mathbf{R},$

в которой матрица аэродинамического влияния **A** определяется коэффициентами в четвёртом слагаемом в комплексном потенциале (1), вектор-столбец **Г** содержит неизвестные величины Γ_j , а вектор-столбец правых частей **R** определяется первыми тремя слагаемыми в комплексном потенциале (1).

Решение СЛАУ не представляет трудности, поскольку матрица аэродинамического влияния **A** является плотнозаполненной и хорошо обусловленной. Для таких СЛАУ могут быть применены стандартные методы Гаусса или *LU*-разложения. В данной работе был использован итерационный метод решения СЛАУ, в основе которого лежит метод триангулиаризации (*LU*-разложения), который реализован в стандартной процедуре языка Фортран [15]. После нахождения неизвестных интенсивностей Γ_j можно построить поле скоростей по формуле (2).

Итерационный алгоритм решения задачи

Известными величинами в задачи являются: скорость набегающего потока V_{∞} и геометрия комбинации цилиндр-экранирующая поверхность. В геометрию входит радиус цилиндра R, длины пластин L и высота расположения пластины относительно плоскости симметрии цилиндра h. К неизвестным относятся величины циркуляции дискретных вихрей Γ_j , распределенных по пластине, а также координата $z_{\nu,N+1}$ и интенсивность Γ_{N+1} дискретного вихря, образующего отрывную зону.

Предполагая координату точки отрыва z_s на поверхности цилиндра известной и, используя условия непротекания на пластине, имеем на одно неизвестное больше, чем условий. В такой ситуации предлагается ввести итерационный метод решения задачи, сущность которого сводится к заданию начального приближения для координаты вихря. Если координаты вихря $z_{v,N+1}$ и точка отрыва z_s заданы, то количество неизвестных соответствует количеству условий, задача становится совместной и разрешимой. Последующая коррекция расположения дискретного вихря $z_{v,N+1}$, реализующего отрывную зону, связано с предположением о стационарности этого вихря. Используя это предположение, можно определить координату стационарного вихря $z_{v,N+1}$, для этих целей в работе используется метод Мюллера [12, 13, 15]. Было сделано предположение, что координата стационарного вихря $z_{v,N+1}$ и точки отрыва потока z_s изменяются в зависимости от положения экрана. Так, например, для h = 0 координаты стационарного вихря и точки отрыва на цилиндре совпадают с соответствующими координатами для задачи о вихрях Фёппла [13].

Центр расположения дискретного вихря $z_{\nu,N+1}$ можно рассматривать как неподвижную точку, то есть как "точку торможения". Данная точка находится в поле скорости, в которое не включается скорость от самого вихря. Другими словами можно утверждать, что используется концепция невлияния вихря самого на себя. Такой подход ранее использовался в задачах нахождения вихрей Фёппла [12, 13].

После определения новой координаты стационарного вихря мы имеем интенсивность стационарного вихря $\Gamma_{N+1}^{(1)}$ и его координату $z_{\nu,N+1}^{(1)}$, это можно назвать первой итерацией.

На второй итерации используется та же точка отрыва z_s , но координата вихря уже новая $z_{v,N+1}^{(1)}$. Решается задача нахождения всех интенсивностей вихрей, расположенных на пластине, и вихря, находящегося в центре отрывной зоны. Для этого решается СЛАУ (5). После решения СЛАУ имеем значения всех циркуляций вихрей, включая вихрь, отвечающий за отрывной пузырь $\Gamma_{N+1}^{(2)}$. После этого находится по методу Мюллера новая точка стационарности вихря $z_{v,N+1}^{(2)}$. На этом вторая итерация заканчивается.

Координату дискретного вихря (точку стационарности) $z_{\nu,N+1}^{(2)}$ используем как входную информацию для третьей итерации, в которой так же решается СЛАУ (5) и заново определяется циркуляция вихря $\Gamma_{N+1}^{(3)}$ и по методу Мюллера новое положение стационарного вихря $z_{\nu,N+1}^{(3)}$, после чего процесс повторяется.

Критерием выхода из итерационного процесса можно назначить абсолютную погрешность нахождения координаты стационарности вихря или абсолютную погрешность значения интенсивности этого вихря. В данной работе принята абсолютная погрешность координаты расположения стационарного вихря. В качестве критерия выхода из итерационного процесса взята абсолютная погрешность значений модулей комплексных координат стационарного вихря на предыдущей и последующих итерациях. Если за характерный размер принять радиус цилиндра, тогда за абсолютную погрешность Δ можно принять величину равную $R \cdot 10^{-3}$ и условие выхода из итерационного процесса можно записать в виде

$\left\| z_{\nu,N+1}^{(i)} \right\| - \left\| z_{\nu,N+1}^{(i-1)} \right\| \le \Delta$.

Итак, для начала итерационного процесса необходимо задать нулевые приближения для координат точки отрыва на поверхности цилиндра и центра стационарного вихря. В дан-

ной работе в качестве нулевого приближения предлагается координаты точки отрыва и центра вихря вычислять по следующим формулам:

$$z_{v,N+!}^{(0)} = x_{v,f} + i(y_{v,f} + h), \quad \theta_s^{(0)} = arctg\left(\frac{y_{s,f} + h}{x_{s,f}}\right)$$

где $z_{v,N+t}^{(0)}$ – начальное приближение для координаты центра вихря; $x_{v,f}$, $y_{v,f}$ – абсцисса и ордината координаты центра вихря Фёппла, соответственно; $\theta_s^{(0)}$ – полярный угол, определяющий положение точки отрыва на цилиндре; $x_{s,f}$, $y_{s,f}$ – абсцисса и ордината координаты точки отрыва для вихря Фёппла, соответственно.

Результаты расчёта

Экранирующая поверхность, находящаяся в плоскости симметрии цилиндра, не влияет на картину течения, поэтому для сравнения с точным решением обтекания изолированного цилиндра вблизи неподвижных вихрей Фёппла расположим экранирующую поверхность в плоскости симметрии цилиндра. Сравнение полученных численных результатов с точным решением для стационарных вихрей Фёппла [6] представлено на рис. 5.



Рис. 5. Сравнение точного и численного решений для стационарных вихрей Фёппла

Из рис. 5 видно, что численные результаты хорошо согласуются с точным решением. На рис. 6 показано сравнение зависимости величин циркуляции стационарных вихрей от их продольной координаты. Из рисунка видно, что результаты хорошо согласуются с точным решением.



Рис. 6. Сравнение зависимости циркуляции стационарных вихрей от их координаты

На рис. 7 представлена картина течения в виде линий тока при обтекании цилиндра с экранирующей поверхностью при отсутствии циркуляции на цилиндре.



Рис. 7. Линии тока вблизи цилиндра с экранирующей поверхностью для конфигурации высокоплана ($\bar{h} = 0, 5$) при отсутствии циркуляции на цилиндре

При смещении экрана из плоскости симметрии он оказывает существенное влияние на всю область течения. На рис. 8 и рис. 9 представлены картины течения при обтекании цилиндра с экранирующей поверхностью при наложенной циркуляции на цилиндр. Из рисунков видно, что циркуляция оказывает существенное влияние на картину течения.



Рис. 8. Линии тока вблизи цилиндра с экранирующей поверхностью для конфигурации среднеплана при Г=10 на цилиндре



Рис. 9 Линии тока вблизи цилиндра с экранирующей поверхностью для конфигурации высокоплана ($\overline{h} = 0,5$) при Г=10 на цилиндре

На рис. 10 представлена картина течения в виде линий тока около цилиндра при наличии симметричных стационарных вихрей Фёппла. На рисунке красным цветом показаны точки торможения, в которых скорость равняется нулю, а чёрным цветом – точки стационарности вихрей Фёппла.



Рис. 10. Линии тока вблизи цилиндра при наличии вихрей Фёппла

На рис. 11 представлена картина течения в виде линий тока при обтекании цилиндра с экранирующей поверхностью при наличии отрывного пузыря на тыльной стороне цилиндра. Очевидно, что стационарный вихрь существенно влияет на картину течения. Чёрными и красными точками показаны итерационные шаги отыскания координаты точки стационарности вихря, а синим цветом изображена окончательная точка стационарности вихря.



Рис. 11. Линии тока вблизи цилиндра с экранирующей поверхностью $(\bar{h} = 0, 5)$ при наличии отрывной зоны

Зависимость максимальной скорости от высоты расположения экрана при отсутствии циркуляции на цилиндре и отрывного пузыря (рис. 12) показывает, что наибольшая скорость достигается в случае касания экрана цилиндром снизу, а минимальная скорость осуществляется, когда экран лежит на цилиндре сверху.



Рис. 12. Зависимость максимальной скорости на цилиндре от высоты расположения экрана при Г=0

Известное точное решение [3] для изолированного цилиндра без экрана получается, если экранирующую поверхность разместить в плоскости симметрии цилиндра.

На рис. 13 и рис. 14 показано распределение скорости по поверхности экрана и цилиндра для различных значений циркуляции вокруг цилиндра и расположении экрана в плоскости симметрии цилиндра при длине экрана $\overline{L} = 10$ и отсутствии отрывного пузыря. В случае конфигурации среднеплана (рис. 13) решение хорошо согласуется с точным аналитическим решением для изолированного цилиндра. Вычисление скорости производилось на расстоянии вычислительного радиуса от экрана, так как на поверхности расположены вихри, в ядре которых скорость стремится к бесконечности.



Рис. 13. Распределение скорости по контуру цилиндр-экранирующая поверхность $(\bar{h} = 0; \bar{L} = 10)$ для различных значений циркуляции на цилиндре



Рис. 14. Распределение скорости по контуру цилиндр-экранирующая поверхность $(\bar{h} = 0, 25; \bar{L} = 10)$ для различных значений циркуляции на цилиндре

Конфигурация цилиндр-экранирующая поверхность в случае $\bar{h} \neq 0$ имеет самоиндуцируемую циркуляцию, которая связана с несимметрией компоновки. Рис. 15 показывает зависимость величины циркуляции конфигурации от высоты расположения экрана. Данная зависимость имеет сложную структуру. Она симметрична относительно начала координат, в промежутках от -0,3 до 0, 3, от -0,5 до -0,4 и от 0,4 до 0,5 линейна, однако значения её производной меняются на интервалах от -0,4 до -0,3 и от 0,3 до 0,4.



Рис. 15. Зависимость величины циркуляции конфигурации от высоты расположения экрана

Была обнаружена зависимость величины циркуляции стационарного вихря от относительной длины экранирующих пластин (рис. 16). Как видно из рис. 16 длина экрана $\overline{L} \ge 10$ не влияет на величину циркуляции стационарного вихря, поэтому далее в работе использовалась относительная длина экрана $\overline{L} = 10$.



Рис. 16. Зависимость величины циркуляции стационарного вихря от относительной длины экрана

На рис. 17 показана зависимость величины циркуляции стационарных вихрей от относительной высоты расположения экрана для трёх различных отрывных зон, координаты центров которых указаны на рисунке в круглых скобках. В расчётах рассматривался длинный экран ($\bar{L} = 10$), расположенный на высоте $\bar{h} = 0,2$.



Рис. 17. Зависимости величин циркуляций стационарных вихрей от относительной высоты расположения экрана

На рис. 18 показаны зависимости величин циркуляций стационарного вихря от величины циркуляции на цилиндре для трёх различных отрывных зон, координаты центров которых указаны на рисунке. В расчётах рассматривался длинный экран ($\overline{L} = 10$), расположенный на высоте $\overline{h} = 0,2$.



Рис. 18. Зависимость величины циркуляции стационарного вихря от циркуляции на цилиндре

Важным результатом является отыскание такой циркуляции цилиндра, при которой профиль скорости на небольшом расстоянии от отрывной зоны был бы близок к профилю однородного потока.

На рис. 19 и рис. 20 показаны профили скорости в различных сечениях за отрывной зоной и для различных величин циркуляций на цилиндре.





Рис. 19. Изменение скорости потока в сечении $\overline{x} = 2$

Рис. 20. Изменение скорости потока в сечении $\overline{x} = 4$

На рис. 20 СКО обозначает среднее квадратическое отклонение σ , которое определяется по формуле

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \left(V_i - |V_{\infty}|\right)^2}{n-1}},$$

где V_i – скорость в *i*-той точке сечения, перпендикулярного пластине; *n* – количество точек, взятых в сечении.

Из рис. 20 видно, что для обеспечения минимального значения СКО можно подобрать соответствующую циркуляцию на цилиндре, другими словами задавать определённую угловую скорость вращения цилиндра.

Было исследовано распределение давления по поверхности цилиндра и экрана в присутствии отрывного пузыря. В соответствии с ЧАМ вычисление коэффициента давления производилось на расстоянии вычислительного радиуса от пластины. На рис. 21 представлены распределения давления по поверхности цилиндра и экрана в присутствии отрывной зоны для различных относительных высот расположения экрана. Получено, что в отрывном пузыре находится область разрежения, где давление резко уменьшается, и чем выше поднят экран, тем сильнее уменьшается давление.



Рис. 21. Распределение коэффициента давления по поверхности цилиндра и экрана в присутствии отрывного пузыря для различных относительных высот расположения экрана

В работе исследована зависимость коэффициента давления от расположения отрывного пузыря. Получено (рис. 22), что чем больше отрывная зона, тем значительнее падение давления в этой области.



Рис. 22. Распределение коэффициента давления по поверхности цилиндра и экрана для различных размеров отрывной зоны

Изменение величины циркуляции на цилиндре также влияет на распределение давления по поверхности конфигурации цилиндр-экранирующая поверхность. Установлено (рис. 23), что с увеличением циркуляции на цилиндре, давление в отрывной зоне уменьшается по модулю.



Рис. 23. Распределение коэффициента давления по поверхности цилиндра и экрана в присутствии отрывного пузыря при различной циркуляции на цилиндре

Заключение

На основе численно-аналитического метода разработана математическая модель потенциального течения с циркуляцией вокруг цилиндра с экранирующей поверхностью при наличии отрывной зоны. Отрывная зона моделируется стационарным дискретным вихрем. Получено распределение скорости по контуру в зависимости от величины циркуляции и положения экранирующей поверхности по высоте цилиндра. Найдена зависимость максимальной скорости от расположения экрана. Наибольшее значение максимальной скорости достигается при расположении экрана, касающегося поверхности цилиндра снизу. Получена зависимость величины циркуляции вихря в отрывной зоне от относительной высоты установки экрана. Математическая модель в частном случае расположения пластины в плоскости симметрии цилиндра описывает точное решение для стационарных вихрей Фёппла. Исследованы циркуляции стационарных вихрей в зависимости от относительной высоты расположения экрана для различных отрывных зон. Получено, что циркуляция по модулю растёт как от размера пузырей, так и от высоты расположения экрана. Выявлено, что величина циркуляции на цилиндре влияет незначительно на величину циркуляции стационарного вихря, но всё же, при увеличении величины циркуляции на цилиндре циркуляция вихря в отрывной зоне по модулю уменьшается. Установлено влияние относительной длины экранирующей поверхности на величину циркуляции стационарного дискретного вихря в отрывной зоне для различных значений циркуляции на цилиндре. Результаты показали, что начиная с 5 относительных длин пластины (по отношению к радиусу цилиндра), влияние изменения размеров экрана становится незначительным. Построены профили скорости для нескольких сечений, расположенных на различных относительных расстояниях от отрывной зоны. Рассчитано распределение давления по цилиндру и экрану в присутствии отрывного пузыря. Установлено, что с увеличением высоты экрана коэффициент давления возрастает по модулю. Исследовано влияние размеров отрывной зоны и величины циркуляции на цилиндре на распределение давления по поверхности цилиндра и пластины.

Библиографический список

1. Thomas Elmer Farrell Development of a New Boundary Layer Control Technique for Automotive Wind Tunnel Testing: A Thesis for the degree of Master of Science – B.S., Wichita State University, 2003. – 63p.

2. Ван-Дайк М. Альбом течений жидкости и газа: Пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 184с.

3. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа: Учеб. для вузов – 7-е изд. испр. – М.: Дрофа, 2003. – 840с.

4. Милн-Томсон Л. Теоретическая гидродинамика: Пер. с англ. – М.: Мир, 1964. – 655с.

5. Розе Н.В., Кибель И.А., Кочин Н.Е. Теоретическая гидромеханика – Л.-М.: Главная редакция технико-теоретической литературы, 1937. – 507с.

6. Нилсен Дж. Аэродинамика управляемых снарядов: Пер. с англ. – М.: Гос. научно-техн. изд-во ОБОРОНГИЗ, 1962. – 474с.

7. Борисов А.В., Мамаев И.С., Соколовский. М.А. Фундаментальные и прикладные проблемы теории вихрей – М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. – 704с.

8. Фролова К.В. Циркуляционное течение около цилиндра при наличии экранирующей поверхности //Х Королёвские чтения: материалы Всерос. молодёж. науч. конф. с междунар. участием, Самара, 1-3 октября 2009 г.: тез. докл. – Самара, Изд-во СГАУ, 2009. – С.65.

9. Фролов В. А, Фролова К.В. Несжимаемое потенциальное течение около цилиндра при наличии циркуляции и экранирующей поверхности //Тр. 52-й науч. конф. МФТИ «Современные пробл. фундамен. и прикл. наук»: Ч. VI. Аэромеханика и летательная техника. М.: МФТИ – 2009. – С.31-33.

10. Фролов В.А. Численно-аналитический метод решения задач потенциального течения около группы двумерных //Вест. Самар. гос. аэрокосм. ун-та. – 2004. – №1(5). – С.52-60.

11. Фролов В.А. Новый метод построения решения задачи о потенциальном течении около двумерных тел //Гидродинамика больших скоростей и числ. моделирование: матер. 3-й междунар. летн. науч. школы. – Кемерово: ИНТ, 2006. – С.459-467.

12. Фролова К.В. Применение метода Мюллера для нахождения точки торможения в циркуляционных потенциальных течениях //Тезисы докладов XXXIII Самар. обл. студен. науч. конф., Самара, 2007. – Издат. дом «Федоров» – С.215.

13. Фролова К.В. Применение метода Мюллера для нахождения координат вихрей Фёппла в потенциальных течениях //IX Королёвские чтения: матер. Всерос. молодёж. науч. конф. с междунар. участием, Самара, 1-3 октября 2007 г.: тез. докл. – Самара, Изд-во СГАУ, 2007. С.65.

14. Фролов В.А., Фролова К.В. Подъёмная сила пластины вблизи экрана //Тр. 51-й науч. конф. МФТИ «Современные пробл. фундамен. и прикл. наук»: Ч. VI. Аэромеханика и летательная техника. М.: МФТИ – 2008. – С.11-14.

 Бартеньев О.В. Фортран для профессионалов. Математическая библиотека IMSL: Ч. 2. – М.: Диалог-МИФИ, 2001. – 320с.

Сведения об авторе

Редькина Ксения Владимировна, магистрант Самарского государственного аэрокосмического университета им. акад. С.П. Королева (национального исследовательского университета) Московское шоссе, 34; г. Самара, 443086; тел.: 89023216398; e-mail: beledi@mail.ru