

УДК 629.7.05 (519.6)

К вопросу об оптимизации параметров и структуры системы начальной ориентации навигационных систем в азимуте

А.И. Репин, Г.В. Меркишин, Л.В. Попова

Аннотация

В статье приводятся материалы по оптимизации структуры и параметров системы начальной ориентации навигационных систем в азимуте. Алгоритмы оптимальной нелинейной фильтрации получены в условиях Гауссовой аппроксимации апостериорной плотности вероятностей. Учитывая возможность работы системы на малых расстояниях при выбранной мощности полезного сигнала, уравнения фильтрации можно упростить, если амплитуду импульсов считать известной. Тогда не является затруднительным получение решения уравнений для вторых центральных моментов после временного усреднения. Приведен график для дисперсии ошибок фильтрации полезного сигнала (сообщения).

Ключевые слова

Оптимизация структуры и параметров, Гауссова аппроксимация, навигационные системы, ошибка фильтрации.

Вектор состояния $X(t)$, оптимальную оценку которого следует получить, есть стохастический вектор, компонентами которого являются как передаваемые сообщения, так и сопутствующие факторы, в т.ч. параметры, учитывающие воздействие помех и искажений. Кроме того, поскольку период следования импульсов $T(x)$ мал по сравнению со временем корреляции передаваемого сообщения τ_λ (частота следования импульсов $\Omega \gg \alpha = \frac{1}{\tau_\lambda}$), то $x(t)$ можно считать функцией непрерывного времени.

Для непрерывных Марковских процессов получено уравнение Фоккера – Планка. Аналогичным уравнением, как следует из [1,2,3], описываются процессы диффузии и теплопроводности. При этом для определения вероятности срыва слежения используется методика вычисления вероятности преодоления броуновской частицей высокого потенциального барьера. То есть, считается, изучаемые в информационно-измерительных и управляющих системах процессы обладают свойствами Марковских процессов. Учитывая, что частота следования импульсов в системе предполетной ориентации подобна процессу диффузии, то изучаемый в системе случайный процесс приближенно можно моделировать процессом без последействия. Тогда априорное стохастическое уравнение для изучаемого в системе процесса можно записать в виде:

$$\dot{\Omega} = -\alpha(\Omega - \Omega_0) + \eta(t)$$

Таким образом, изменение параметра Ω вполне описывается уравнением Ланжевена. Значит, предлагаемые математические модели вполне пригодны для использования их при решении поставленной практической задачи.

Пусть колебание $y(t)$, действующее на вход приемного устройства, имеет следующий вид [1]:

$$y(t) = S[X(t),t] + n(t), \quad t \geq t_0,$$

где S - известная нелинейная скалярная функция, определяемая моделью полезного сигнала; $n(t)$ - белый Гауссов шум с нулевым средним значением и известной функцией корреляции:

$$M[n(t)] = 0; \quad M[n(t_2) n(t_1)] = 1/2 N_0 \delta(t_2 - t_1)$$

Передаваемое сообщение и сопутствующие ему параметры сигнала определяются вектором состояния $X(t)$, оптимальную оценку которого следует получить.

Оцениваемый n - мерный вектор состояния удовлетворяет априорным стохастическим дифференциальным уравнениям с привлечением формирующих процессов в виде белых Гауссовых шумов [2]:

$$\frac{dx_\lambda}{dt} = \alpha_\lambda [X(t), t] + \sum_{i=1}^m q_{\lambda i}(t) \cdot n_{xi}(t);$$

$$x_\alpha(t) = x_{\alpha 0}, \quad \alpha = 1, 2, \dots, n$$

или в матричной форме записи

$$\frac{d}{dt} X(t) = A[X(t), t] + G(t)N_x(t), \quad X(t_0) = X_0, \quad t \geq t_0,$$

где $\alpha_\lambda[X(t), t]$ - коэффициент сноса, определяющий скорость изменения процесса $x_\lambda(t + \Delta t)$ в фиксированной точке (x, t) ; $q_{\lambda i}$ - функции, определяющие диффузию Марковских процессов.

Считаем ограничения, накладываемые на гладкость и ограниченность вектор - функции $A[X(t), t]$, выполненными. При этом $X(t)$ можно считать непрерывным Марковским процессом [1].

Априорная плотность вероятностей $\rho(X, t)$ удовлетворяет уравнению Фоккера – Планка – Колмогорова при $\rho(X, t_0) = \rho(X_0)$:

$$\frac{d}{dt} \rho(X, t) = - \sum_{i=1}^n \frac{d}{dx_i} \alpha_i(X, t) \rho(X, t) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} \frac{d^2}{dx_i dx_j} \rho(X, t),$$

где d_{ij} является элементом матрицы $G(t)U^T(t)$; $G(t) = [q\alpha_i(t)]$ - известная матрица размером $n \times m$; $U = [U_{ij}]$ - симметричная неотрицательно определенная матрица интенсивностей формирующих белых шумов размером $m \times m$.

Вся информация о реализации вектора состояний $X(t)$ заключается в апостериорной плотности распределения вероятностей для значений X при условии, что наблюдается процесс $\{\xi(\tau), t_0 \leq \tau \leq t\}$.

За оценку вектора состояния $\hat{X}(t)$ принимают его значение, соответствующее максимуму апостериорной плотности вероятности (АПВ) или математическому ожиданию АПВ. Ошибка оценивания определяется как разность между истинным значением вектора состояния и значением оценки.

Уравнения для АПВ с учетом выражения для $y(t)$ будут иметь вид [2];

$$\frac{d\omega(X, t)}{dt} = \alpha_\phi \{ \omega(X, t) \} + (Q - Mps[Q])\omega(X, t),$$

где $Q = \frac{2}{N_0} [y(t)SX, t) - \frac{1}{2} S^2(X, t)]$; $M_p s[Q] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} Q \omega(X, t) \prod_{i=1}^n dx_i$;

$$\alpha_\phi = - \sum_{i=1}^n \frac{d}{dx_i} \alpha_i(X, t) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij}(t) \frac{d^2}{dx_i dx_j}.$$

Поскольку уравнения для точной оптимальной оценки вектора состояния и для точной ковариационной матрицы ошибок не могут быть решены, так как функции A и S являются нелинейными функциями от X , то приближенные алгоритмы нелинейной фильтрации получим в условиях Гауссовой аппроксимации АПВ.

Применительно к отдельным компонентам вектора состояния можно получить

следующие выражения [2]:

$$\frac{d}{dt}x_{\mu}^{\circ} = \alpha_{\mu}[X^{\circ}(t), t] + \sum_{\eta=1}^n K_{\mu} \eta Q_{\eta}(X^{\circ}, t), \quad \mu = 1, 2, \dots, n$$

$$\text{и} \quad \frac{d}{dt}K_{\mu}^{\nu} = b_{\mu}^{\nu}(t) + \sum_{i=1}^n K_{i}^{\nu} \frac{d\alpha_{\mu}(X^{\circ}, t)}{dx_i} + \sum_{i=1}^n K_{\mu}^i \frac{d\alpha_{\nu}(X^{\circ}, t)}{dx_i} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n K_{\mu}^i K_{j}^{\nu} Q_{ij}(X^{\circ}, t),$$

$$\nu = 1, 2, \dots, n,$$

$$\text{где} \quad Q_{\nu}(X^{\circ}, t) = \frac{dQ(X^{\circ}, t)}{dx_{\nu}}; \quad Q_{\mu}^{\nu}(X^{\circ}, t) = \frac{d^2Q(X^{\circ}, t)}{dx_{\mu} dx_{\nu}};$$

$$b_{\mu}^{\nu}(t) = \sum_{i=1}^m q_{\alpha k}(t) g_{\beta k}(t) \sqrt{U_{\alpha\alpha}} \sqrt{U_{\beta\beta}} - \text{коэффициенты диффузии}; \quad \alpha, \beta = 1, 2, \dots, n.$$

Если компоненты вектора состояния являются неэнергетическими параметрами, то

$$Q(X, t) = \frac{2}{N_0} \cdot y(t) \cdot S(X, t).$$

Передаваемое сообщение можно приближенно моделировать случайным процессом, который описывается стохастическим дифференциальным уравнением [2]:

$$\dot{\lambda} = -\alpha \lambda + \alpha n_{\lambda}(t),$$

где α - известная постоянная величина; $n_{\lambda}(t)$ - стационарный белый шум с известными статистическими характеристиками:

$$M[n_{\lambda}(t)] = 0; \quad M[n_{\lambda}(t_1)n_{\lambda}(t_2)] = \frac{1}{2} N_{\lambda} \delta(t_2 - t_1)$$

и с учетом того, что процесс передачи сообщения сводится к модуляции вектора параметров $X(t)$ согласно $x_{\mu}(t) = x_{\mu 0}[1 + m_{\mu} \lambda_{\mu}(t)]$, где $x_{\mu 0} = \langle x_{\mu}(t) \rangle$; m_{μ} - коэффициент модуляции параметра $x_{\mu}(t)$; $\lambda_{\mu}(t)$ - я компонента вектора передаваемых сообщений, будем иметь:

$$\dot{x} = -\alpha(x - x_0) + \eta(t),$$

$$\text{где} \quad \eta(t) = \alpha m_{\mu} x_{\mu 0} n_{\lambda}(t); \quad \langle \eta(t) \rangle = 0; \quad \langle \eta(t_1)\eta(t_2) \rangle = b \delta(t_2, t_1); \quad b = \frac{1}{2} N_{\lambda} \alpha^2 m_{\mu}^2 x_{\mu}^2 x_{\mu 0}^2$$

Угловые скобки означают усреднение по множеству реализаций.

Пусть полезный сигнал имеет вид: $S(t) = A(t)f(x, t) \cos[w_0 t + \Psi(t)]$

где

$$f(t - Q_k - R_k) = \begin{cases} \exp\left\{-\frac{\Pi}{2\tau^2} \left(t - Q_k - R_k + \frac{\pi}{2}\right)^2\right\} & , \quad t < Q_k + R_k - \frac{\pi}{2} \\ 1 & , \quad -Q_k - R_k + \frac{\pi}{2} \leq t \leq Q_k + R_k + \frac{\pi}{2} \\ \exp\left\{-\frac{\Pi}{2\tau^2} \left(t - Q_k - R_k + \frac{\pi}{2}\right)^2\right\} & , \quad t < Q_k + R_k - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

- Формированная ошибка; Q_k - момент

тактового отсчета k -го импульса (передатчик и приемник неподвижны); τ - длительность ко-локольной части импульса; τ_n - длительность плоской части импульса; ω_0 - среднее значение несущей частоты; R_k - сдвиг k -го полезного сигнала, обусловленный относительным движением приемника и передатчика; фаза $\Psi(t)$ является случайной и изменяется из-за наличия эффекта Доплера и нестабильности частоты задающего генератора в передатчике [1]:

$$\begin{cases} \dot{\Psi} = (\omega - \omega_0) + n_\varphi(t) \\ \dot{\omega} = -(\omega - \omega_0) + n_\omega(t) \end{cases}$$

где $\omega_0 = M[\omega(t)]$; $(\omega - \omega_0)$ - не скомпенсированный Доплеровский сдвиг частоты; γ - постоянный коэффициент, характеризующий ширину спектра Доплеровских частот; $n_\varphi(t)$, $n_\omega(t)$ - стационарные белые шумы с известными статистическими характеристиками:

$$M[n_\varphi(t)] = 0; \quad M[n_\varphi(t_1)n_\varphi(t_2)] = \frac{1}{2}N_\varphi\delta(t_2 - t_1); \quad M[n_\omega(t)] = 0;$$

$$M[n_\omega(t_1)n_\omega(t_2)] = \frac{1}{2}N_\omega\delta(t_2 - t_1); \quad n_\varphi(t) \quad \text{и} \quad n_\omega(t)$$

- взаимно независимы; $A(t)$ - амплитуда полезных сигналов, которая флуктуирует согласно [2]:

$$A(t) = A_0[1 + m_A\lambda_A(t)]; \quad A_0 = M[A(t)]; \quad m_A - \text{постоянный коэффициент};$$

$\lambda_A(t)$ - случайная функция, определяющая помеху $A(t)$, которая описывается в простейшем случае уравнением

$$\dot{\lambda}_A = -\alpha_A\lambda_A + \alpha_A n_A(t),$$

где $n_A(t)$ - стационарный белый шум с известными статистическими характеристиками:

$$M[n_A(t)] = 0; \quad M[n_A(t_1)n_A(t_2)] = \frac{1}{2}N_A\delta(t_2 - t_1).$$

Как указывалось, $x(t)$ можно считать функцией непрерывного времени. Вектор состояния является 4-х компонентным.

Таким образом, систему априорных стохастических уравнений можно записать в виде:

$$\begin{cases} \dot{\Omega} = -\alpha(\Omega - \Omega_0) + \eta(t) \\ \dot{\Psi} = -(\omega - \omega_0) + n_\varphi(t) \\ \dot{\omega} = -\gamma(\omega - \omega_0) + n_\omega(t) \\ \dot{A} = -\mu(A - A_0) + n_A(t) \end{cases}$$

При рассматриваемой системе априорных уравнений управления оптимальной фильтрации после некоторых вычислений принимают вид:

$$\begin{cases} \dot{\Omega}^* = -\alpha(\Omega^* - \Omega_0) + K_{\Omega\Omega}Q_{\Omega}^* + K_{\Omega\omega}Q_{\omega}^* + K_{\Omega A}Q_A^* \\ \dot{\Psi}^* = -(\omega^* - \omega_0) + K_{\Omega\Psi}Q_{\Omega}^* + K_{\Psi\omega}Q_{\omega}^* + K_{A\Psi}Q_A^* \\ \dot{\omega}^* = -\gamma(\omega^* - \omega_0) + K_{\Omega\omega}Q_{\Omega}^* + K_{\Psi\omega}Q_{\omega}^* + K_{A\omega}Q_A^* \\ \dot{A}^* = -\mu(A^* - A_0) + K_{\Omega A}Q_{\Omega}^* + K_{A\omega}Q_{\omega}^* + K_{A A}Q_A^* \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{K}_{\Omega\Omega} &= b - 2\alpha K_{\Omega\Omega} + K_{\Omega\Omega}^2 Q_{\Omega\Omega}^* + 2K_{\Omega\Omega}K_{\Omega\Psi}Q_{\Omega\Psi}^* + K_{\Omega\Psi}^2 Q_{\Psi\Psi}^* + 2K_{\Omega\Omega}K_{\Omega A}Q_{\Omega A}^* + 2K_{\Omega\Psi}K_{A\Psi}Q_{\Psi A}^* + K_{\Omega A}^2 Q_{AA}^* \\ \dot{K}_{\Psi\Psi} &= \frac{1}{2}N_{\varphi} + 2K_{\Psi\omega} + K_{\Omega\Psi}^2 Q_{\Omega\Omega}^* + 2K_{\Omega\Omega}K_{\Omega\Psi}Q_{\Omega\Psi}^* + K_{\Omega\Psi}^2 Q_{\Psi\Psi}^* + 2K_{\Omega\Omega}K_{\Omega A}Q_{\Omega A}^* + 2K_{\Omega\Psi}K_{A\Psi}Q_{\Psi A}^* + K_{\Omega A}^2 Q_{AA}^* \\ \dot{K}_{\omega\omega} &= \frac{1}{2}N_{\omega} - 2\gamma K_{\omega\omega} + K_{\Omega\omega}^2 Q_{\Omega\Omega}^* + 2K_{\Omega\Omega}K_{\Omega\omega}Q_{\Omega\omega}^* + K_{\Omega\omega}^2 Q_{\omega\omega}^* + 2K_{\Omega\Omega}K_{\Omega A}Q_{\Omega A}^* + 2K_{\Omega\omega}K_{A\omega}Q_{A\omega}^* + K_{\Omega A}^2 Q_{AA}^* \\ \dot{K}_{\Omega\Psi} &= -\alpha K_{\Omega\Psi} + K_{\Omega\omega} + K_{\Omega\Omega} + K_{\Omega\Psi}Q_{\Omega\Omega}^* + (K_{\Omega\Omega}K_{\Psi\Psi} + K_{\Omega\Psi}^2)Q_{\Omega\Psi}^* + K_{\Omega\Psi}K_{\Psi\Psi}Q_{\Omega\Psi}^* + (K_{\Omega\Psi}K_{A\Psi} + K_{\Omega A}K_{\Psi\Psi})Q_{\Psi A}^* + \\ &\quad + (K_{\Omega\Omega}K_{A\Psi} + K_{\Omega A}K_{\Omega\Psi})Q_{\Omega A}^* + K_{\Omega A}K_{A\Psi}Q_{AA}^* \quad \text{оценочных значений} \\ \dot{K}_{\Omega\omega} &= -\alpha K_{\Omega\omega} - \gamma K_{\Omega\omega} + K_{\Omega\Omega}K_{\Omega\omega}Q_{\Omega\Omega}^* + (K_{\Omega A}K_{\Psi\omega} + K_{\Omega\Psi}K_{\Omega\omega})Q_{\Omega\Psi}^* + K_{\Omega\Psi}K_{\Psi\omega}Q_{\Psi\Psi}^* + (K_{\Omega\Psi}K_{A\omega} + K_{\Omega A}K_{\Psi\omega})Q_{\Psi A}^* + \\ &\quad + (K_{\Psi\Omega}K_{A\omega} + K_{\Psi A}K_{\Omega\omega})Q_{\Omega A}^* + K_{\Psi A}K_{A\omega}Q_{AA}^* \quad \text{параметров;} \\ \dot{K}_{AA} &= \frac{1}{2}N_A - 2\mu K_{AA} + K_{\Omega A}^2 Q_{\Omega\Omega}^* + 2K_{A\Omega}K_{\Psi A}Q_{\Omega\Psi}^* + K_{A\Psi}^2 Q_{\Psi\Psi}^* + 2K_{A\Psi}K_{AA}Q_{\Psi A}^* + 2K_{A\Omega}K_{AA}Q_{\Omega A}^* + K_{AA}^2 + Q_{AA}^2 \\ \dot{K}_{\Omega A} &= -\alpha K_{\Omega A} - K_{\Omega A}\mu + K_{\Omega\Omega}K_{\Omega A}Q_{\Omega\Omega}^* + (K_{\Omega\Omega}K_{\Psi A} + K_{\Omega\Psi}K_{\Omega A})Q_{\Omega\Psi}^* + K_{\Psi A}K_{\Omega A}Q_{\Psi\Psi}^* + (K_{\Omega\Psi}K_{AA} + K_{\Omega A}K_{\Psi A})Q_{\Psi A}^* + \\ &\quad + (K_{\Omega\Omega}K_{AA} + K_{\Omega A}^2)Q_{\Omega A}^* + K_{\Omega A}K_{AA}Q_{AA}^* \\ \dot{K}_{A\Psi} &= -\mu K_{A\Psi} + K_{A\omega} + K_{A\Omega}K_{\Omega\Psi}Q_{\Omega\Omega}^* + (K_{A\Omega}K_{\Psi\Psi} + K_{A\Psi}K_{\Omega\Psi})Q_{\Omega\Psi}^* + K_{\Psi\Psi}K_{\Omega A}Q_{\Psi\Psi}^* + (K_{AA}K_{\Psi\Psi} + K_{A\Psi}^2)Q_{\Psi A}^* + \\ &\quad + (K_{A\Omega}K_{A\Psi} + K_{AA}K_{\Omega\Psi})Q_{\Omega A}^* + K_{AA}K_{A\Psi}Q_{AA}^* \\ \dot{K}_{A\omega} &= -\alpha K_{A\omega} - \gamma K_{A\omega} + K_{A\Omega}K_{\Omega\omega}Q_{\Omega\Omega}^* + (K_{A\Omega}K_{\Psi A} + K_{A\Psi}K_{\Omega\omega})Q_{\Omega\Psi}^* + K_{A\Psi}K_{\Psi\omega}Q_{\Psi\Psi}^* + (K_{A\Psi}K_{A\omega} + K_{AA}K_{\Psi\omega})Q_{\Psi A}^* + \\ &\quad + (K_{A\Omega}K_{A\omega} + K_{AA}K_{\Omega\omega})Q_{\Omega A}^* + K_{AA}K_{A\omega}Q_{AA}^* \quad \text{- для вторых} \\ &\quad \text{центральных моментов.} \end{aligned} \right.$$

После временного усреднения система нелинейных дифференциальных уравнений сводится к алгебраической: производные приравниваются к нулю в левых частях уравнений и смешанные производные $Q_{ij}^* = 0$. При этом производная по времени от логарифма АПВ равна:

$$Q_A = \frac{1}{N_0} [2y(t)f(\Omega, t)\cos(\omega_0 t - \Psi) - 2Af^2(\Omega, t)\cos^2(\omega_0 t + \Psi)]$$

Далее,

$$\bar{Q}_{AA} = -\frac{\tau_u}{N_0 T}; \quad \bar{Q}_\Omega = \frac{1}{N_0} 2y(t) \cos \omega_0 t \frac{df}{d\Omega}; \quad \bar{Q}_{\Omega\Omega} = -\frac{\Pi A^2}{2N_0 \tau \Omega_0^3};$$

$$\Omega_0 = \frac{1}{T_0}; \quad \frac{df}{d\Omega} = \frac{1}{\Omega^2} \cdot \frac{df}{dt}; \quad \bar{Q}_{\Omega\Psi} = \bar{Q}_{\Omega A} = \bar{Q}_{\Psi A} = 0; \quad \bar{Q}_{\Psi\Psi} = \frac{A_0^2 \tau_{u0}}{N_0 T_0}.$$

Фильтрующая система начальной ориентации (выставки) описывается четырнадцатью уравнениями. Это говорит о ее сложности. Для решения задачи начальной выставки как частной задачи общей теории навигационных систем нет необходимости прибегать к усложнению бортового оборудования, увеличению массогабаритных характеристик и других параметров системы. Учитывая возможность ее работы на малых расстояниях при выбранной мощности полезного сигнала, написанные выше уравнения можно упростить, если амплитуду импульсов считать известной. Решение уравнений для вторых центральных моментов в этом случае менее затруднительно:

$$\bar{K}_{\Omega\Omega} = -\alpha \frac{1}{\bar{Q}_{\Omega\Omega}^*} \left[\sqrt{1 - \frac{b}{\alpha^2} \cdot \bar{Q}_{\Omega\Omega}^*} - 1 \right];$$

$$\bar{K}_{\Psi\Psi} = -\gamma \frac{1}{\bar{Q}_{\Omega\Omega}^*} (\sqrt{1 + \alpha + 2G} - 1);$$

$$\bar{K}_{\Psi\omega} = -\gamma^2 \frac{1}{\bar{Q}_{\Omega\Omega}^*} (1 + G - \sqrt{1 + \alpha + 2G});$$

$$\bar{K}_{\omega\omega} = -\gamma^2 \frac{1}{\bar{Q}_{\Omega\Omega}^*} (1 + G - \sqrt{1 + \alpha + 2G}) \cdot \sqrt{1 + \alpha + 2G};$$

$$\bar{K}_{\Omega\Psi} = \bar{K}_{\Omega\omega} = 0,$$

где $L = -\frac{N_\varphi \bar{Q}_{\Psi\Psi}^*}{2\gamma^2}; \quad G = \sqrt{-\frac{N_\omega + \gamma^2 N_\varphi}{2\gamma^4} \cdot \bar{Q}_{\Psi\Psi}^*}$

и будем иметь три уравнения оптимальной фильтрации для оценочных значений параметров $\Omega(t)$, $\Psi(t)$, $\omega(t)$.

Полученные уравнения оптимальной фильтрации определяют структурную схему оптимального приемника. Для ее построения используются обозначения:

$$K_\Omega = \frac{\bar{K}_{\Omega\Omega} C}{N_0 \alpha \nu}; \quad K_{H\Omega} = \frac{1}{C m_\Omega \Omega_0}; \quad K_{II} = \frac{C_1^2}{(C_1 \Omega^*)^2}; \quad W(p) = \frac{\alpha}{p + \alpha},$$

где C_1 - постоянный коэффициент; $p = \frac{d}{dt}$ - оператор дифференцирования.

Реализация системы выполняется с помощью устройств следующего типа: устройства формирования видеоимпульсов; подстраиваемого генератора; управляющего элемента.

Ошибка фильтрации полезного сигнала (сообщения) будет определяться по формуле:

$$\delta_{\Omega} = \frac{\varepsilon_{\Omega}^2}{\sigma_{\lambda}^2} = \frac{\Delta}{\Pi\beta_{\Omega}^2 Q_{\tau}^2} \left(\sqrt{1 + 2\Pi\beta_{\Omega}^2 \rho \eta \frac{Q_{\tau}^2}{\Delta}} - 1 \right)$$

где $\varepsilon_{\Omega}^2 = \bar{K}_{\Omega} / m_{\Omega}^2 \Omega_0^2$ - апостериорная дисперсия ошибки фильтрации; $Q_{\tau} = T_0 / \tau_u$ -скважность; $\Delta = \tau / \tau_u$ - коэффициент прямоугольности; $\rho = A_0^2 \tau_u / 2N_0$ -отношение сигнал/помеха на входе приемника; δ_{λ}^2 - априорная дисперсия полезного сообщения; $\eta = \frac{1}{\alpha T}$ - коэффициент временного квантования; $\beta_{\Omega} = m_{\Omega} \delta_{\lambda \Omega}$ - безразмерный коэффициент модуляции.

Графическая интерпретация ошибки фильтрации полезного сигнала (сообщения) показана на рис. 1.

Скорость руления самолета мала и составляет ≈ 10 км/ч. Амплитуда сигнала в условиях плохой видимости имеет значительные флуктуации. Целесообразно, например, пренебречь наличием эффекта Доплера и составить три уравнения оптимальной фильтрации для оценочных значений параметров $\Omega(t)$, $\Psi(t)$, $A(t)$, определить точность фильтрации и при необходимости сравнить с рассмотренными случаями с учетом усложнения систем, снижения надежности и т.д.

Решение уравнений для вторых центральных моментов после временного усреднения будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \bar{K}_{\Psi\Psi} &= \sqrt{\frac{\gamma^2}{Q_{\Psi\Psi}^{*2}} - \frac{K}{Q_{\Psi\Psi}^*} - \frac{2}{Q_{\Psi\Psi}^*}} \cdot \sqrt{-\frac{m + K\gamma^2}{Q_{\Psi\Psi}^*} + \frac{\gamma}{Q_{\Psi\Psi}^*}}; \\ \bar{K}_{\Psi\omega} &= -\gamma \sqrt{\frac{\gamma^2}{Q_{\Psi\Psi}^{*2}} - \frac{K}{Q_{\Psi\Psi}^*} - \frac{2}{Q_{\Psi\Psi}^*}} \cdot \sqrt{-\frac{m + K\gamma^2}{Q_{\Psi\Psi}^*} - \frac{\gamma}{Q_{\Psi\Psi}^*}}; \\ \bar{K}_{\omega\omega} &= (\gamma^2 - Q_{\Psi\Psi}^* \sqrt{-\frac{m + K\gamma^2}{Q_{\Psi\Psi}^*}}) \cdot \sqrt{\frac{\gamma^2}{Q_{\Psi\Psi}^{*2}} - \frac{K}{Q_{\Psi\Psi}^*} - \frac{2}{Q_{\Psi\Psi}^*}} \cdot \sqrt{-\frac{m + K\gamma^2}{Q_{\Psi\Psi}^*} + \frac{\gamma^3}{Q_{\Psi\Psi}^*} - K\gamma - 2\gamma \sqrt{-\frac{m + K\gamma^2}{Q_{\Psi\Psi}^*}}}; \\ \bar{K}_{\Omega\Omega} &= \frac{\alpha}{Q_{\Psi\Psi}^*} + \sqrt{\frac{\alpha^2}{Q_{\Psi\Psi}^{*2}} - \frac{b}{Q_{\Omega\Omega}^*}}; \end{aligned}$$

$$\bar{K}_{AA} = \frac{\mu}{Q_{AA}^*} + \sqrt{\frac{\mu^2}{Q_{AA}^{*2}} - \frac{l}{Q_{AA}^*}};$$

$$\bar{K}_{\Omega\Psi} = \bar{K}_{\Omega A} = \bar{K}_{A\Psi} = \bar{K}_{\Omega\omega} = \bar{K}_{A\omega} = 0,$$

$$\text{где } K = \frac{1}{2} N_{\Psi}; \quad m = \frac{1}{2} N_{\omega}; \quad l = \frac{1}{2} N_A.$$

В рассматриваемом приближении точность фильтрации параметра не зависит от амплитудных и фазовых флуктуаций и дисперсия ошибки фильтрации передаваемого сообщения вычисляется согласно формулы для δ_{Ω} .

Литература

1. Первачев С.В. Радиоавтоматика. - М.: Сов. радио, 1983.
2. Ярлыков М.С. Применение Марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике. - М.: Сов. радио, 1981.
3. Тузов Г.И. Статистическая теория приема сложных сигналов. - М.: Сов. радио, 1977.

Сведения об авторах

Анатолий Иванович Репин, профессор Московского авиационного института (государственного технического университета) д.т.н., тел.: 8-916 421 58 52.

Геннадий Васильевич Меркишин, заведующий кафедрой Московского авиационного института (государственного технического университета), профессор, д.т.н., тел.: 8 903 255 73 39.

Людмила Викторовна Попова, аспирант Московского авиационного института (государственного технического университета), тел.: 8 903 967 65 00.

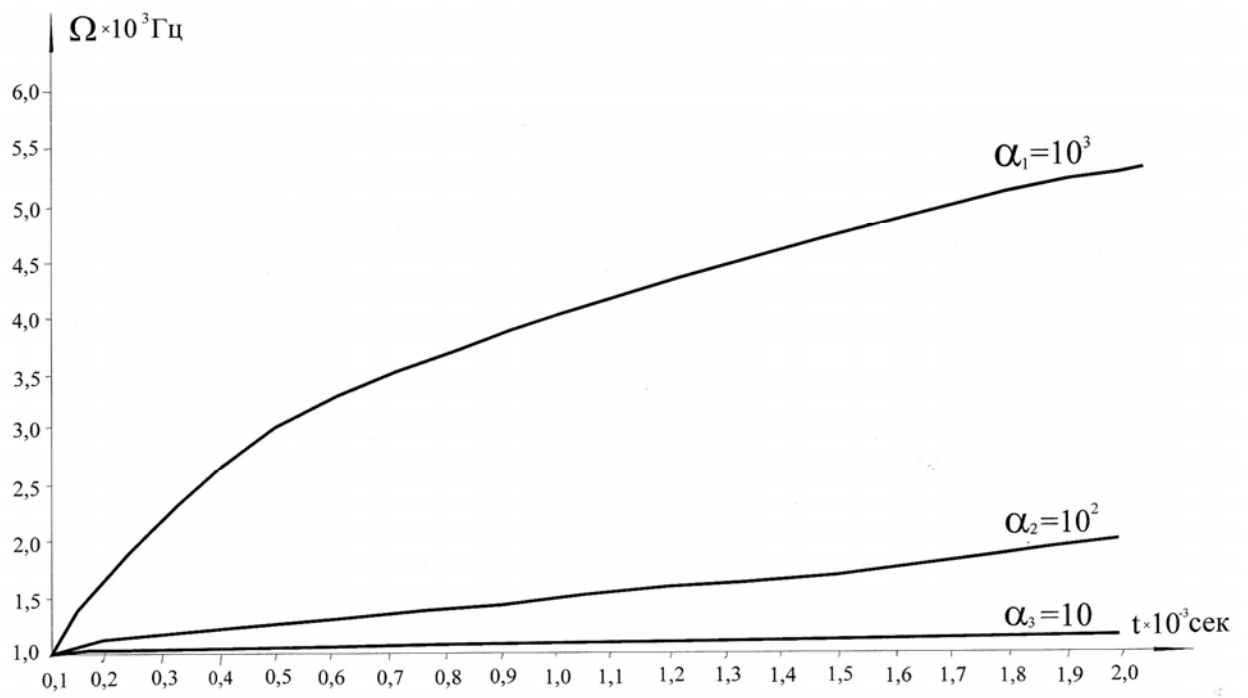


Рис. 1.