

Научная статья

УДК 681.53

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=186901>

EDN: <https://www.elibrary.ru/XMDWSK>

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ИНТЕГРАЛОВ ГАЛЁРКИНА ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОСТИ "ЗОНЫ НЕЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ" ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Н.Л. Гречкин 

Санкт-Петербургский государственный университет
аэрокосмического приборостроения, г. Санкт-Петербург, Россия

 space.suai@bk.ru

Цитирование: Гречкин Н.Л. Алгоритм расчета интегралов Галёркина для нелинейности "зоны нечувствительности" при решении задачи синтеза систем автоматического управления // Труды МАИ. 2025. № 145. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=186901>

Аннотация. Статья посвящена исследованию и разработке методов синтеза нелинейных систем автоматического управления с характеристикой типа «зона нечувствительности». Рассматривается актуальность задачи синтеза таких систем, вызванная растущим спросом на сложные системы управления. В качестве математического аппарата предлагается использовать обобщённый метод Галёркина, дополненный полиномиальной аппроксимацией нелинейных характеристик. Предлагается алгоритм расчёта интегралов Галёркина для кусочно-линейной аппроксимации нелинейности «зона нечувствительности». Алгоритм реализует пошаговую процедуру вычисления интегралов, основывающуюся на определении моментов переключения нелинейности и суммировании промежуточных результатов.

Ключевые слова: зона нечувствительности, нелинейные системы, полиномиальная аппроксимация, обобщённый метод Галёркина, алгоритм.

Финансирование: работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, соглашение № FSRF-20230003, «Фундаментальные основы построения помехозащищенных систем космической и спутниковой связи, относительной навигации, технического зрения и аэрокосмического мониторинга».

ALGORITHM FOR CALCULATING GALERKIN INTEGRALS FOR THE "DEAD ZONE" NONLINEARITY IN THE SYNTHESIS PROBLEM OF AUTOMATIC CONTROL SYSTEMS

N.L. Grechkin 

Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation,
Saint Petersburg, Russia

 space.suai@bk.ru

Citation: Grechkin N.L. Algorithm for calculating galerkin integrals for the "dead zone" nonlinearity in the synthesis problem of automatic control systems // Trudy MAI. 2025. No. 145. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=186901>

Abstract. The article is devoted to the study and development of methods for synthesizing nonlinear automatic control systems (ACS) with characteristics of the "dead zone" type. The relevance of the problem of synthesizing such systems is considered, caused by the growing demand for complex control systems operating under conditions of strong nonlinearities and external disturbances. The article emphasizes that linear models are not always able to adequately reflect reality, so special attention is paid to the creation and study of nonlinear ACS. It is proposed to use the generalized Galerkin method as a mathematical apparatus. The advantage of this approach is that it allows synthesizing control laws for a wide class of systems, regardless of their complexity and the order of differential equations describing their dynamics. The mechanism of occurrence of dead zones in the characteristics of various elements of systems, caused by design features, frictional forces and external loads, is considered in detail. It has been established that the presence of such zones has a serious impact on the dynamics of the system: in some cases, causing instability and

self-oscillations, in others, contributing to improved stability and suppression of unwanted oscillations.

An algorithm for calculating Galerkin integrals for a piecewise linear approximation of the "dead zone" nonlinearity is proposed. The algorithm implements a step-by-step procedure for calculating integrals based on determining the moments of nonlinearity switching and summing up intermediate results. The key conclusion is that the use of the proposed method allows increasing the accuracy of the synthesis of nonlinear ACS, reducing the risk of adverse consequences associated with the appearance of dead zones. It is emphasized that further development of this approach will provide the possibility of its wider integration into industrial and scientific areas, contributing to the growth of the quality and reliability of control systems.

Keywords: dead zone, nonlinear systems, polynomial approximation, generalized Galerkin's method, algorithm.

Funding: the paper was prepared with the financial support of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, grant agreement No. FSRF-2023-0003, «Fundamental principles of building of noise-immune systems for space and satellite communications, relative navigation, technical vision and aerospace monitoring».

Введение

Современное развитие технологий сопровождается стремительным ростом сложности и разнообразия систем автоматического управления (САУ), которые используются в различных сферах жизни общества, например, промышленное производство, авиация и многое другое. В большинстве случаев реальные системы обладают нелинейными свойствами, обусловленными спецификой конструкций, физическими законами, а также воздействием внешних факторов [1-7]. Линейные модели, несмотря на свою привлекательность с точки зрения удобства анализа и синтеза, зачастую неспособны полно и точно отразить реальный характер процессов, происходящих в сложных системах.

Именно поэтому сегодня особенно остро встаёт вопрос о разработке и исследовании нелинейных САУ. Данные исследования необходимы для глубокого

понимания поведения таких систем, выявления закономерностей и создания эффективных методов синтеза, обеспечивающих надежную и качественную работу в условиях реальных нелинейных нагрузок и возмущений [7-14]. Сложность решения задач синтеза нелинейных САУ обусловлена отсутствием универсальных методов и подходов, позволяющих одновременно учитывать всю совокупность факторов, влияющих на поведение системы. В работах [15-17], предлагается создать программный комплекс, позволяющий с единых математических, алгоритмических и методологических позиций решать задачу параметрического синтеза при наличии в системе как динамических, так и статических нелинейных характеристик. В качестве математического аппарата используется обобщенный метод Галёркина. В данной статье рассматривается часть программного комплекса, а именно алгоритм расчета интегралов Галёркина при кусочно-линейной аппроксимации элемента «зона нечувствительности».

Как известно, в нелинейных САУ с характеристикой «зона нечувствительности» поступивший на вход системы или её элемента сигнал вызывает реакцию только в том случае, если его величина достигает определенного порогового значения. Пока сигнал не превышает этот порог, выходной отклик системы отсутствует [18,19]. Данное пороговое значение входного сигнала и обозначает величину зоны нечувствительности данного устройства или системы в целом.

Возникновение зон нечувствительности в характеристиках различных компонентов может происходить по разным причинам, например, с конструктивными особенностями устройств, и прочими факторами. Важно отметить, что как природа самой нечувствительности, так и местоположение зоны нечувствительности, существенно влияют на динамику работы всей системы. В одних ситуациях наличие зоны нечувствительности способно вызвать автоколебания, в других — наоборот, поддерживать устойчивость и устранять нежелательных автоколебаний. Подобные проявления могут возникать, например, из-за предварительной деформации нулевых пружин, наличия сухого

трения в подвижных соединениях элементов САУ, постоянных внешних нагрузок и иных обстоятельств [20,21].

Математический аппарат

В работе рассматривается обобщенный метод Галёркина как один из методов синтеза нелинейных систем управления, содержащих в том числе нелинейность «зона нечувствительности». Приводится алгоритм расчета интегралов Галёркина для кусочно-линейной аппроксимации нелинейного элемента «зона нечувствительности» [22].

Вид характеристики «зона нечувствительности» представлен на рисунке 1. Математическое описание нелинейной характеристики можно представить в виде следующей системы:

$$x_{\text{вых}} = \begin{cases} k \cdot (x_{\text{ex}} - b), & \text{при } x_{\text{ex}} \geq b \\ 0, & \text{при } |x_{\text{ex}}| < b \\ k \cdot (x_{\text{ex}} + b), & \text{при } x_{\text{ex}} \leq -b \end{cases}.$$

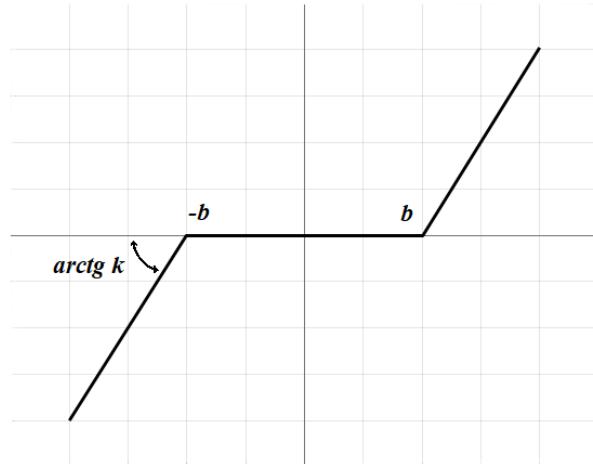


Рисунок 1 - Вид нелинейной характеристики «зона нечувствительности».

Вопрос постановки задачи синтеза и общая последовательность ее решения с помощью обобщенного метода Галёркина были раскрыты в работах [23,24]. Здесь стоит лишь упомянуть, что с математической точки зрения задача синтеза нелинейной системы сводится к поиску оптимального значения целевой функции следующего вида:

$$J = \sum_{q=1}^m \left\{ \sum_{i=0}^n a_i(c_k) \cdot A_{qi} + \sum_{i=0}^u b_i(c_k) \cdot B_{qi} + \sum_{i=0}^v e_i(c_k) \cdot C_{qi} \right\}^2, \min_{c_k} J \rightarrow 0,$$

где $A_{qi} = \int_0^\infty D^i \{x^0(t)\} e^{-\rho_q t} dt, \quad i = 1, 2, \dots, n;$

$$B_{qi} = \int_0^\infty D^i \{F[x^0(t), \dot{x}^0(t)]\} e^{-\rho_q t} dt = B_q \rho^{i-1}, \quad i = 1, 2, \dots, u;$$

$$C_{qi} = \int_0^\infty D^i \{H1(t)\} e^{-\rho_q t} dt, \quad i = 1, 2, \dots, v;$$

Для вычисления интеграла B_{qi} нелинейная функция $F[x^0(t)]$ представляется в виде обобщенной функции:

$$F[x^0(t)] = F_{+0}(t) \cdot 1(t) + \sum_{j=0}^r [F_{+j}(t) - F_{-j}(t)] \cdot 1(t - t_j),$$

где t_j – моменты переключения нелинейности; $F_{+j}(t)$ и $F_{-j}(t)$ – аналитические выражения нелинейной функции соответственно до и после момента переключения t_j ; $F_{+0}(t) = F_1(t)$ – аналитические выражения нелинейной функции в момент времени $t = +0$; r – число переключений нелинейной функции, зависящее от вида характеристики нелинейного элемента $F(x)$ и желаемого программного движения $x^0(t)$.

В [23-24] подробно рассмотрены вычисления интегралов B_{qi} для программных движений по ошибке:

$$x^0(t) = (H^* e^{-\alpha t} \cos(\beta t - \varphi_0)) 1(t),$$

и по выходу системы:

$$x^0(t) = (x_y - H^* e^{-\alpha t} \cos(\beta t - \varphi_0)) 1(t).$$

Для процесса по ошибке системы интеграл B_{qi} имеет вид:

$$B_q = \frac{V}{(\alpha + \rho_q)^2 + \beta^2};$$

$$\begin{aligned} V &= H^* k \rho_q [(\alpha + \rho_q) \cos(\varphi_0) + \beta \sin(\varphi_0)] - b k [(\alpha + \rho_q)^2 + \beta^2] + \\ &+ b k [\alpha(\alpha + \rho_q) + \beta^2] \times (e^{-\rho_q t_1} + e^{-\rho_q t_2} - e^{-\rho_q t_3} - e^{-\rho_q t_4} + \dots) + H^* k \rho_q \beta \sum_{j=1}^r (-1)^{j-1} e^{-(\alpha + \rho_q)t_j} \sin(\beta t_j - \varphi_0). \end{aligned}$$

Для процесса по выходу системы интеграл B_{qi} имеет вид:

$$B_q = \frac{V}{(\alpha + \rho_q)^2 + \beta^2};$$

$$V = k(x_y - b) \left[(\alpha + \rho_q)\alpha + \beta^2 \right] \sum_{j=1}^r (-1)^{j-1} e^{-\rho_q t_j} + H^* k \rho_q \beta \sum_{j=1}^r (-1)^{j-1} e^{-(\alpha+\rho_q)t_j} \sin(\beta t_j - \phi_0).$$

Программа, реализующая обобщённый метод Галёркина, организована по блочно-модульному принципу, как описано в работе [17]. Алгоритм, отвечающий за вычисление моментов переключения t_j , играет ключевую роль в расчете интегралов B_{qi} . После того, как моменты переключения t_j определены, сами интегралы B_{qi} рассчитываются согласно алгоритмам, представленных на рисунках 2 и 3.

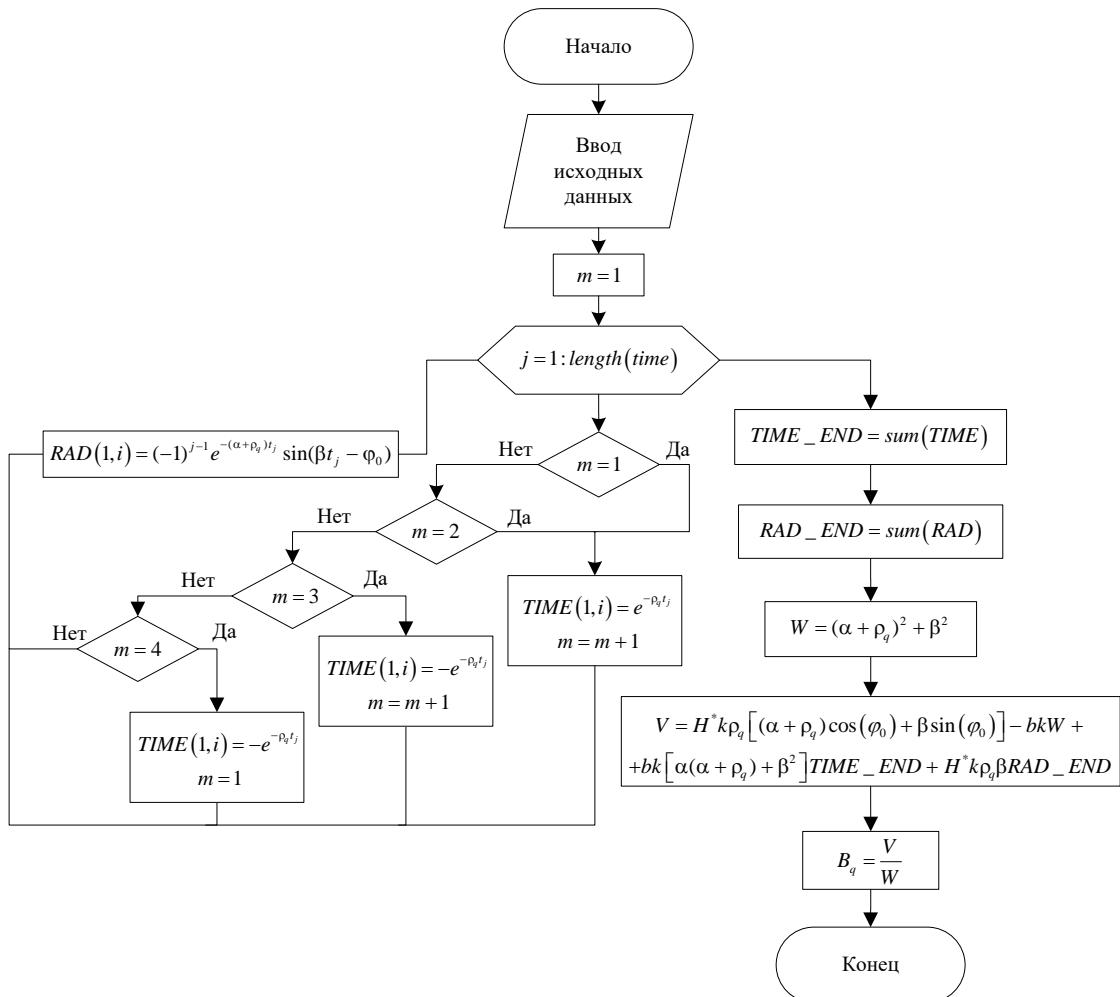


Рисунок 2 - Схема алгоритма расчета интегралов B_{qi} для нелинейности «зона нечувствительности» при желаемом программном движении по ошибке.

Исходными данными для работы первой и второй программ являются:

- параметры желаемого программного движения и координатных функций $x_y, H^*, \alpha, \beta, \varphi_0, \rho_q$;
- переменная *time*, представляющую собой массив моментов переключения нелинейного элемента «зона нечувствительности», полученная с помощью алгоритма;
- коэффициенты b и k нелинейности «зона нечувствительности» (рисунок 1).

Принцип работы алгоритма (рисунок 2) реализуется следующим образом:

1. Перед началом расчетов устанавливается переменная $m=1$.
2. Запускается цикл *for* с пунктами 3–10, повторяющийся столько раз, сколько элементов содержится в массиве *time*. По завершении каждого полного прохода цикла (пункт 10) переменная j увеличивается на единицу, а затем программа переходит к пункту 11.
3. Проверяется условие $m=1$. Если условие истинно, выполняется переход к пункту 4, иначе – к пункту 5.
4. Значение переменной m увеличивается на 1, а в первую строку *i*-го столбца матрицы *TIME* заносится численное значение равное:
$$e^{-\rho_q t_j}.$$
5. Затем проверяется условие $m=2$. Если оно верно, выполняется возврат к пункту 4, иначе – идет к следующему условию.
6. Далее проверяется условие $m=3$. Если оно верно, выполняется переход к пункту 7, иначе – к пункту 8.
7. Значение переменной m вновь увеличивается на 1, и аналогично пункту 4 обновляется первая строка *i*-го столбца матрицы *TIME*, в соответствии с выражением:
$$-e^{-\rho_q t_j}.$$

8. Проверяется условие $m = 4$. Если оно выполняется, то осуществляется переход к пункту 7, если не выполняется – к пункту 8

9. Значение переменной t вновь увеличивается на 1, и аналогично предыдущим пунктам обновляется первая строка i -го столбца матрицы $TIME$ в соответствии с выражением

$$-e^{-\rho_q t_j}.$$

10. В первую строку i -го столбца матрицы RAD записывается определенное числовое значение в соответствии с выражением

$$(-1)^{j-1} e^{-(\alpha+\rho_q)t_j} \sin(\beta t_j - \varphi_0).$$

11. Переменной $TIME_END$ присваивается сумма всех элементов матрицы $TIME$.

12. Переменной RAD_END присваивается сумма всех элементов матрицы RAD .

13. Переменной W присваивается значение, определяемое выражением:

$$(\alpha + \rho_q)^2 + \beta^2.$$

14. Переменной V присваивается соответствующее значение согласно выражению:

$$\begin{aligned} & H^* k \rho_q \left[(\alpha + \rho_q) \cos(\varphi_0) + \beta \sin(\varphi_0) \right] - b k \left[(\alpha + \rho_q)^2 + \beta^2 \right] + \\ & + b k \left[\alpha(\alpha + \rho_q) + \beta^2 \right] \times TIME_END + H^* k \rho_q \beta RAD_END. \end{aligned}$$

15. В итоге, переменной B_q присваивается итоговое значение в соответствии с выражением:

$$B_q = \frac{V}{W}.$$

Принцип работы алгоритма (рисунок 3) реализуется следующим образом:

1. Сначала программа инициализирует переменную t , присваивая ей значение равное 1.

2. Затем запускается цикл *for*, который последовательно проходит пункты 3-4, повторяясь столько раз, сколько элементов содержится в массиве *time*. Переменная j принимает значения равное размеру массива *time*. По завершению цикла выполняется переход к пункту 5.

3. Внутри цикла в ячейку матрицы $TIME$ первой строки и i -го столбца заносится числовое значение, вычисленное по формуле:

$$(-1)^{j-1} e^{-\rho_q t_j}.$$

4. Далее в матрицу RAD первой строки i -го столбца помещается значение, полученное по формуле:

$$(-1)^{j-1} e^{-(\alpha+\rho_q)t_j} \sin(\beta t_j - \phi_0).$$

5. После завершения цикла, переменной $TIME_END$ присваивается сумма всех элементов матрицы $TIME$.

6. Аналогично с пунктом 5, переменной RAD_END присваивается сумма всех элементов матрицы RAD .

7. Затем рассчитывается значение переменной W по формуле:

$$(\alpha + \rho_q)^2 + \beta^2.$$

8. Далее вычисляется значение переменной V по формуле:

$$k(x_y - b) [(\alpha + \rho_q)\alpha + \beta^2] TIME_END + H^* k \rho_q \beta RAD_END.$$

9. Переменной B_q присваивается итоговое значение, вычисленное по формуле:

$$B_q = \frac{V}{W}.$$

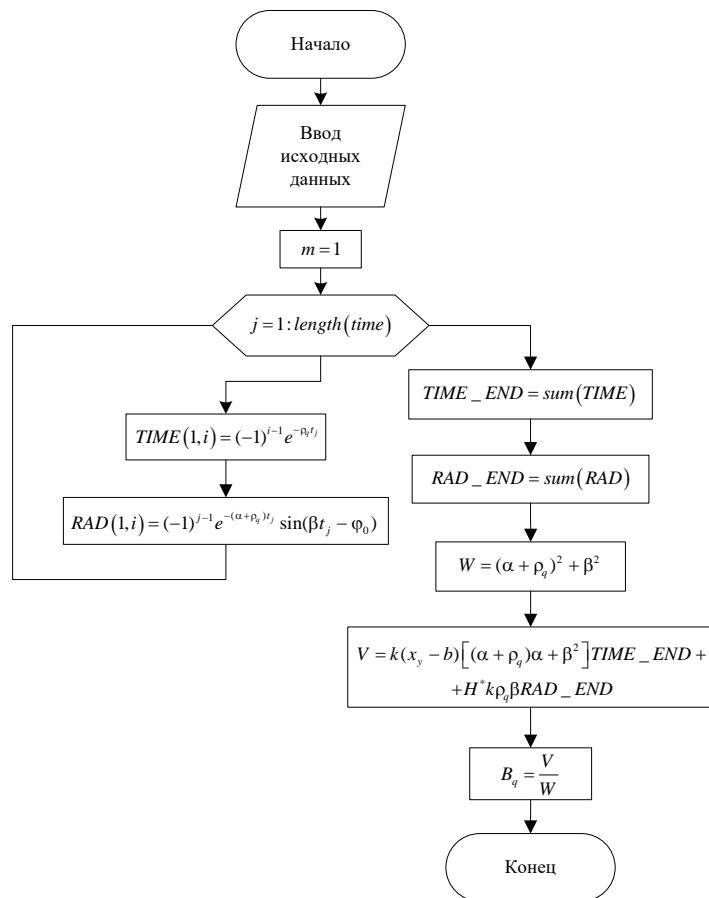


Рисунок 3 - Схема алгоритма расчета интегралов B_{qi} для нелинейности «зона нечувствительности» при желаемом программном движении по выходу.

Заключение

В статье рассмотрена важная проблема синтеза нелинейных, обладающих нелинейностью типа «зона нечувствительности» систем автоматического управления. Традиционные подходы, основанные на линейных моделях, зачастую не могут полноценно описать реальные процессы, протекающие в таких системах, что диктует необходимость разработки методов синтеза нелинейных САУ. Основным результатом исследования является предложение комплексного подхода к синтезу нелинейных систем, включающего в себя использование обобщённого метода Галёркина. Это позволяет создавать математические модели, способные адекватно отражать поведение реальных систем, даже в присутствии значительных нелинейностей и возмущений.

Представленный алгоритм расчёта интегралов Галёркина для кусочно-линейной аппроксимации нелинейности «зона нечувствительности», позволяет эффективно и точно рассчитывать необходимые интегралы, что обеспечивает возможность качественного синтеза законов управления для систем с подобными нелинейностями. Итогом исследования является вывод о том, что использование предложенного метода существенно повышает точность и эффективность синтеза нелинейных систем управления.

Конфликт интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Conflict of interest

The author declares no conflict of interest.

Список источников

1. Wang J., Aranovskiy S.V., Bobtsov A.A., Pyrkin A.A., Kolyubin S.A. A Method to Provide Conditions for Sustained Excitation // Automation and Remote Control, 2018, vol. 79, no. 2, pp. 258-264. DOI: [10.1134/S0005117918020054](https://doi.org/10.1134/S0005117918020054)

2. Михеенко, А. М. Анализ устойчивости широтно-импульсной системы с отрицательной обратной связью / А. М. Михеенко, Е. С. Абрамова, С. С. Абрамов // Электросвязь. – 2013. – № 8. – С. 20-22.

3. Ловчиков, А. Н. Анализ и синтез широтно-импульсных систем / А. Н. Ловчиков, Е. Е. Носкова // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М.Ф. Решетнева. – 2010. – № 4(30). – С. 57-61.

4. Смоляков, В. Н. Методика анализа абсолютной устойчивости нелинейных импульсных систем посредством ЭВМ на основе иннорного подхода / В. Н. Смоляков // Инженерный вестник Дона. – 2017. – № 1(44). – С. 48.

5. Пшихопов, В. Х. Блочный синтез робастных автоматических систем при ограничениях на управления и координаты состояния / В. Х. Пшихопов, М. Ю. Медведев // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2011. – № 1. – С. 2-8.

6. Пантелеев А.В. Применение методов глобальной оптимизации для параметрического синтеза обобщенного пропорционально – интегрально-дифференциального регулятора в задаче управления полетом / А.В. Пантелеев, Т.А. Летова, Е.А. Помазуева // Труды МАИ. 2015. № 79.

7. Кантулев А.Н. Исследование устойчивости автономных нелинейных динамических систем/ А.Н. Кантулев, А.Ю. Кунецов// Труды МАИ. 2010. № 40.

8. Pyrkin A., Bobtsov A., Kolyubin S., Faronov M. Output Controller for Uncertain Nonlinear Systems with Structural, Parametric, and Signal Disturbances // IEEE Multi-Conference on Systems and Control, 2012. DOI: [10.1109/CCA.2012.6402352](https://doi.org/10.1109/CCA.2012.6402352)

9. Bernal Miguel, Sala Antonio, Lendek Zsophia, Guerra Thierry-Marie. Analysis and Synthesis of Nonlinear Control Systems: A Convex Optimisation Approach. 2022. DOI: [10.1007/978-3-030-90773-0](https://doi.org/10.1007/978-3-030-90773-0)

10. Lendek Zs., Guerra T., Lauber J. Controller design for TS models using delayed nonquadratic Lyapunov functions // IEEE Transactions on Cybernetics, 2015, vol. 45 (3), pp. 453–464. DOI: [10.1109/TCYB.2014.2327657](https://doi.org/10.1109/TCYB.2014.2327657)

11. Vladimir Sinyakov, Antoine Girard. Controller Synthesis for Nonlinear Systems with Reachability Specifications Using Monotonicity // IEEE Conference on Decision and Control, 2019, Nice, France. DOI: [10.1109/CDC40024.2019.9029740](https://doi.org/10.1109/CDC40024.2019.9029740)

12. Shashihin V.N. Synthesis of Control for Nonlinear Systems // Synthesis of Control for Nonlinear Systems, 2019, vol. 53, pp. 97–106. DOI: [10.3103/s0146411619020068](https://doi.org/10.3103/s0146411619020068)

13. Yang Z., Zhang L., Zeng X., Tang X., Peng C., Zeng Z. Hybrid Controller Synthesis for Nonlinear Systems Subject to Reach-Avoid Constraints. In: Enea, C., Lal, A. (eds) Computer Aided Verification. CAV 2023. Lecture Notes in Computer Science, vol. 13964. Springer, Cham. DOI: [10.1007/978-3-031-37706-8_16](https://doi.org/10.1007/978-3-031-37706-8_16)

14. Wang L., Ortega R., Bobtsov A. Observability is sufficient for the design of globally exponentially stable state observers for state-affine nonlinear systems // Automatica, 2023, vol. 149, pp. 11083.

15. Гречкин, Н. Л. Алгоритм определения точек переключения нелинейного элемента «зона нечувствительности» / Н. Л. Гречкин, Е. Ю. Ватаева, В. Ф. Шишлаков // Метрологическое обеспечение инновационных технологий : Сборник статей VII Международного форума, Санкт-Петербург, 04 марта 2025 года. – Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, 2025. – С. 143-144.

16. Гречкин, Н. Л. Алгоритм реализации модуля «амплитудно-импульсный модулятор» / Н. Л. Гречкин, Е. Ю. Ватаева, С. Н. Трубенева // Математические методы и модели в высокотехнологичном производстве : Сборник тезисов докладов IV Международного форума. В 2-х частях, Санкт-Петербург, 06 ноября 2024 года. – Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, 2024. – С. 242-245.

17. Гречкин, Н. Л. Алгоритм вычисления точек переключения нелинейности «двуихпозиционное реле с гистерезисом» / Н. Л. Гречкин, Е. Ю. Ватаева, В. Ф. Шишлаков // Радиотехника. – 2024. – Т. 88, № 8. – С. 24-34. – DOI [10.18127/j00338486-202408-03](https://doi.org/10.18127/j00338486-202408-03).

18. Gnilitsky, V. Exploring sensitivity of mathematical model for the system of voltage symmetrization / V. Gnilitsky, A. Polishchuk, R. Petrosyan // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2016. – Vol. 5, No. 8(83). – P. 4-8. – DOI [10.15587/1729-4061.2016.80066](https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.80066).

19. Шахрай, Е. А. Синтез модифицированного ПИД-регулятора в условиях многорежимности функционирования зашумленного объекта / Е. А. Шахрай, В. Ф. Лубенцов, Е. В. Лубенцова // Электронный сетевой политехнический журнал "Научные труды КубГТУ". – 2021. – № 1. – С. 99-108.
20. Салама, Б. Система автоматического управления регулятором давления масла для гидропрессовой сборки соединений с натягом / Б. Салама // Интеллектуальные системы в производстве. – 2018. – Т. 16, № 1. – С. 67-71. – DOI 10.22213/2410-9304-2018-1-67-71.
21. Дедеш, В. Т. Устойчивость и автоколебания нелинейных одноконтурных систем автоматического управления / В. Т. Дедеш // Ученые записки ЦАГИ. – 2010. – Т. 41, № 3. – С. 82-92.
22. Никитин А.В., Шишлаков В.Ф. Параметрический синтез нелинейных систем автоматического управления: монография. – СПб: СПбГУАП., 2003. – 358 с.
23. Ватаева Е.Ю., Параметрический синтез маломощной потенциометрической следящей системы // Труды МАИ. 2024. № 134
24. Ватаева Е.Ю. Параметрический синтез операторов управления САУ при полиномиальной аппроксимации характеристик нелинейных элементов // Труды МАИ. 2023. № 128. DOI: 10.34759/trd-2023-128-16

References

1. Wang J., Aranovskiy S.V., Bobtsov A.A., Pyrkin A.A., Kolyubin S.A. A Method to Provide Conditions for Sustained Excitation, *Automation and Remote Control*, 2018, vol 79, no. 2, pp. 258-264. DOI: [10.1134/S0005117918020054](https://doi.org/10.1134/S0005117918020054)
2. Mikheenko, A. M. Analysis of stability of a pulse-width system with negative feedback / A. M. Mikheenko, E. S. Abramova, S. S. Abramov // Electrosvyaz. - 2013. - No. 8. - p. 20-22.
3. Lovchikov, A. N. Analysis and synthesis of pulse-width systems / A. N. Lovchikov, E. E. Noskova // Bulletin of the Siberian State Aerospace University named after Academician M. F. Reshetnev. - 2010. - No. 4 (30). - p. 57-61
4. Smolyakov, V. N. Methodology for analyzing the absolute stability of nonlinear pulse systems using a computer based on the inner approach / V. N. Smolyakov // Engineering Bulletin of the Don. - 2017. - No. 1 (44). - p. 48-51.

5. Pshikhopov, V. Kh. Block synthesis of robust automatic systems with constraints on controls and state coordinates / V. Kh. Pshikhopov, M. Yu. Medvedev // Mechatronics, automation, control - 2011. - No. 1. - p. 2-8

6. Pantaleev A.V. Application of global optimization methods for parametric synthesis of a generalized proportional-integral-differential controller in a flight control problem / A.V. Pantaleev, T.A. Letova, E.A. Pomazueva // Proceedings of MAI. 2015. No. 79.

7. Kantulev A.N. Study of stability of autonomous nonlinear dynamic systems / A.N. Kantulev, A.Yu. Kunetsov // Proceedings of MAI. 2010. No. 40.

8. Pyrkin A., Bobtsov A., Kolyubin S., Faronov M. Output Controller for Uncertain Nonlinear Systems with Structural, Parametric, and Signal Disturbances // IEEE Multi-Conference on Systems and Control, 2012. DOI: [10.1109/CCA.2012.6402352](https://doi.org/10.1109/CCA.2012.6402352)

9. Bernal Miguel, Sala Antonio, Lendek Zsofia, Guerra Thierry-Marie. Analysis and Synthesis of Nonlinear Control Systems: A Convex Optimisation Approach. 2022. DOI: [10.1007/978-3-030-90773-0](https://doi.org/10.1007/978-3-030-90773-0)

10. Lendek Zs., Guerra T., Lauber J. Controller design for TS models using delayed nonquadratic Lyapunov functions // IEEE Transactions on Cybernetics, 2015, vol. 45 (3), pp. 453–464. DOI: [10.1109/TCYB.2014.2327657](https://doi.org/10.1109/TCYB.2014.2327657)

11. Vladimir Sinyakov, Antoine Girard. Controller Synthesis for Nonlinear Systemswith Reachability Specifications Using Monotonicity // IEEE Conferenceon Decisionand Control, 2019, Nice, France. DOI: [10.1109/CDC40024.2019.9029740](https://doi.org/10.1109/CDC40024.2019.9029740)

12. Shashihin V.N. Synthesis of Control for Nonlinear Systems // Synthesis of Control for Nonlinear Systems, 2019, vol. 53, pp. 97–106. DOI: [10.3103/s0146411619020068](https://doi.org/10.3103/s0146411619020068)

13. Yang Z., Zhang L., Zeng X., Tang X., Peng C., Zeng Z. Hybrid Controller Synthesis for Nonlinear Systems Subject to Reach-Avoid Constraints. In: Enea, C., Lal, A. (eds) Computer Aided Verification. CAV 2023. Lecture Notes in Computer Science, vol. 13964. Springer, Cham. DOI: [10.1007/978-3-031-37706-8_16](https://doi.org/10.1007/978-3-031-37706-8_16)

14. Wang L., Ortega R., Bobtsov A. Observability is sufficient for the design of globally exponentially stable state observers for state-affine nonlinear systems // Automatica, 2023, vol. 149, pp. 11083.

15. Grechkin, N. L. Algorithm for determining the switching points of a nonlinear element "dead zone" / N. L. Grechkin, E. Yu. Vataeva, V. F. Shishlakov // Metrological support of innovative technologies: Collection of articles of the VII International Forum, St. Petersburg, March 04, 2025. - St. Petersburg: St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, 2025. - P. 143-144. 14.

16. Grechkin, N. L. Algorithm for implementing the "pulse-amplitude modulator" module / N. L. Grechkin, E. Yu. Vataeva, S. N. Trubeneva // Mathematical methods and models in high-tech production: Collection of abstracts of reports of the IV International Forum. In 2 parts, St. Petersburg, November 06, 2024. – Saint Petersburg: Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, 2024. – P. 242-245.

17. Grechkin, N. L. Algorithm for calculating the switching points of the nonlinearity "two-position relay with hysteresis" / N. L. Grechkin, E. Yu. Vataeva, V. F. Shishlakov // Radio Engineering. – 2024. – Vol. 88, No. 8. – P. 24-34. – DOI 10.18127/j00338486-202408-03.

18. Gnilitsky, V. Exploring sensitivity of mathematical model for the system of voltage symmetrization / V. Gnilitsky, A. Polishchuk, R. Petrosyan // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2016. – Vol. 5, No. 8(83). – P. 4-8. – DOI 10.15587/1729-4061.2016.80066.

19. Shakhrai, E. A. Synthesis of a modified PID controller under conditions of multi-mode operation of a noisy object / E. A. Shakhrai, V. F. Lubentsov, E. V. Lubentsova // Electronic online polythematic journal "Scientific Works of KubSTU". - 2021. - No. 1. - p. 99-108.

20. Salama, B. Automatic control system of the oil pressure regulator for hydraulic press assembly of tension joints / B. Salama // Intelligent systems in production. - 2018. - Vol. 16, No. 1. - pp. 67-71. - DOI 10.22213/2410-9304-2018-1-67-71.

21. Dedesh, V. T. Stability and self-oscillations of nonlinear single-loop automatic control systems / V. T. Dedesh // Scientific notes of TsAGI. - 2010. - Vol. 41, No. 3. - pp. 82-92.

22. Nikitin A.V., Shishlakov V.F. Parametricheskii sintez nelineinykh sistem avtomaticheskogo upravleniya: monografiya (Parametric synthesis of nonlinear automatic control systems), Saint Petersburg, GUAP, 2003, 358 p.

23. Vataeva E.Yu., Parametric synthesis of a low-power potentiometric tracking system. *Trudy MAI*, 2024, no. 134. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=178477>

24. Vataeva E.Yu. Parametric synthesis of ACS control operators with polynomial approximation of the characteristics of nonlinear elements. *Trudy MAI*, 2023, no. 128. DOI: 10.34759/trd-2023-128-16

Информация об авторах

Никита Леонидович Гречкин, старший преподаватель кафедры управления в технических системах, Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, г. Санкт-Петербург, Россия; ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-8477-0752>; e-mail: space.suai@bk.ru

Information about the authors

Nikita L. Grechkin, Senior lecturer, Control in Technical System Department, Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Saint Petersburg, Russia; ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-8477-0752>; e-mail: space.suai@bk.ru

Получено 27 октября 2025 • Принято к публикации 10 декабря 2025 • Опубликовано 30 декабря 2025
Received 27 October 2025 • Accepted 10 December 2025 • Published 30 December 2025
