УДК 531.383

Передача сигналов ориентации стоячей волны, преобразуемых ёмкостными датчиками, в волновом твердотельном гироскопе

А. А. Захаров.

Проведён анализ формирования и прохождения сигналов ориентации стоячей волны по синусному и косинусному каналам от резонатора до аналого-цифровых преобразователей (АЦП) в волновом твердотельном гироскопе (ВТГ) при неподвижном основании ВТГ. Используя электрический аналог математической модели конденсатора переменной ёмкости и символический метод расчёта электрических цепей, найдены аналитические зависимости сигналов на входах буферных усилителей от параметров измерительных цепей ёмкостных датчиков при питании их от источников постоянного и переменного напряжения. Получены выражения сигналов ориентации с выходов АЦП с учётом наличия отклонений коэффициентов передачи и нулевых сигналов промежуточных блоков. Проведено исследование влияния указанных погрешностей на периодическую ошибку измерения угла ориентации стоячей волны.

Ключевые слова: интегрирующий волновой твердотельный гироскоп, угол положения (ориентации) стоячей волны, методическая периодическая ошибка, сигнал, ёмкостные датчики радиального перемещения оболочки резонатора, буферный усилитель, дифференциальный усилитель-сумматор, синхронный детектор, аналого-цифровой преобразователь.

1. Задачи исследования

В последнее время для угловой ориентации движущихся объектов находит применение интегрирующий волновой твердотельный гироскоп (ВТГ-ИГ) [1…3]. Чувствительный элемент ВТГ-ИГ представляет собой упругую тонкую оболочку вращения – резонатор, предназначенный для поддержания в нем незатухающих механических колебаний оболочки в виде стоячей волны. На основании, под резонатором, установлены датчики углового положения стоячей волны. В качестве них в данной работе рассматриваются (как наиболее распространённые) ёмкостные датчики радиального перемещения оболочки резонатора. Сигналы датчиков усиливаются и складываются таким образом, что в результате образуются два оцифрованных сигнала A_s, A_c, соответственно зависящие от $\sin\theta$ и $\cos\theta$ (по выходам каналов «As» и «Ac»). Исходя из уровней A_s, A_c, при штатной работе резонатора в режиме параметрического возбуждения, электронный вычислительный блок (ВБ) ВТГ-ИГ непрерывно подсчитывает значения угла (θ[рад]) положения стоячей волны (ориентации пучностей волны относительно основания) и значения угла (ψ [рад]) поворота основания гироскопа вокруг его оси чувствительности (оси резонатора) относительно инерциального пространства. Подсчёт значений ψ осуществляется в соответствии с известной [2,3] формулой

$$\psi = -\theta/K, \tag{1.1}$$

где K – масштабный коэффициент ВТГ, по данным [1…3] K= 0,28…0,31.

На рис.1 показаны измерительные электроды ёмкостных датчиков Д1…Д8 (связанные с основанием ВТГ), образующая линия металлизированной стенки оболочки резонатора (окружность - при отсутствии стоячей волны и эллипс - при наличии стоячей волны в момент времени t [с]) и указанные углы. Здесь также приведён угол (φ [рад]) по телу основания вдоль окружности, включающей поверхности измерительных электродов.

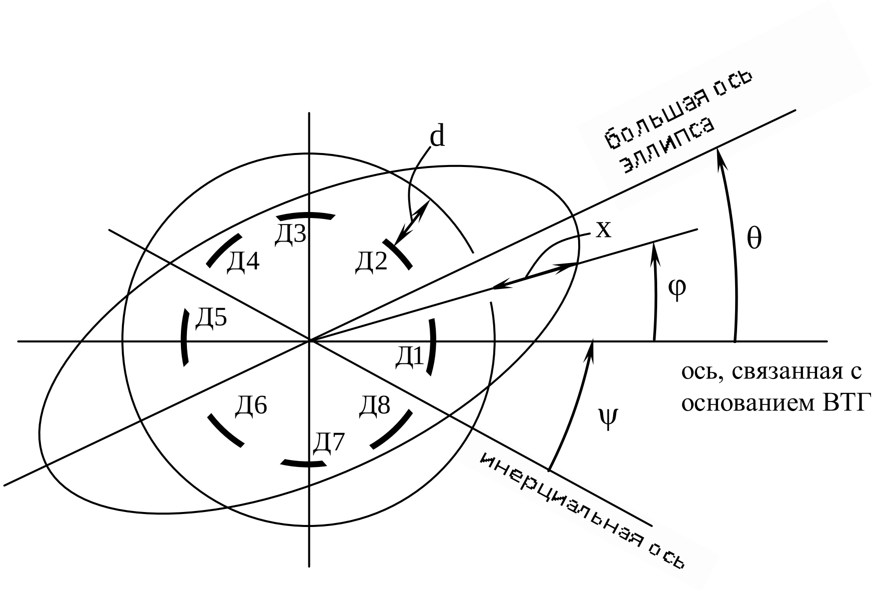

Рис. 1

При некачественном формировании и (или) преобразовании сигналов, поступающих от датчиков угла (θ) положения стоячей волны по каналам «As» и «Ac» выходные сигналы функционально могут иметь вид: $A_s=A_1\cdot\sin2\theta+c_1$, $A_c=A_2\cdot\cos2\theta+c_2$ (где: $A_1>0$, $A_2>0$ и c_1, c_2 – коэффициенты пропорциональности [мВ] и нулевые сигналы [мВ] зависимостей $A_s(\sin2\theta)$, $A_c(\cos2\theta)$, соответственно; $A_1 \neq A_2$ и (или) $c_1 \neq 0$, $c_2 \neq 0$). (При норме $A_1=A_2$ и $c_1=0$, $c_2=0$). И появляется периодическая ошибка $\Delta\theta(\theta)$. (На тему этой методической ошибки автором готовится статья к публикации в «Трудах МАИ» одновременно с данной статьёй). В соответствии с (1.1) возникает также периодическая ошибка расчёта параметра ψ. У гироскопов ВТГ-ИГД (с цифровым дифференцированием [4] последовательности значений ψ) имеются также соответствующие периодические ошибки определения приращений угла ψ и угловой скорости.

Для проработки алгоритмов компенсации указанной ошибки, необходимо рассмотреть структуру каналов «As» и «Ac». Анализ формирования и передачи сигналов по этим каналам с нахождением факторов, способствующих возникновению ошибки, является главной задачей настоящей работы. В ходе исследования просматривались выражения сигналов ёмкостных датчиков перемещения в зависимости от параметров измерительной цепи. К сожалению, вывод формул в [5] проведён только для условий питания измерительной схемы постоянным напряжением, краток и недостаточно ясен. В [6] имеется формула тока ёмкостного датчика при питании его переменным напряжением, но при отсутствии в цепи активного сопротивления. В последнее время измерительные схемы ВТГ с ёмкостными датчиками используются с питанием переменным напряжением [7] и с последовательным включением датчика и входа буферного усилителя (при значительном активном входном сопротивлении усилителя). Соответственно возникла необходимость вывода выражений сигналов датчика применительно к ВТГ при питании схемы от источников как постоянного, так и переменного напряжения. Такова дополнительная задача проводимого исследования, и решение её представлено с помощью построения электрической модели конденсатора переменной ёмкости.

2.Условия и параметры начального этапа формирования сигналов ёмкостных датчиков

Сначала остановимся на физической сущности образования сигналов, связанной с геометрией колеблющегося резонатора. Пусть d – радиальный зазор [мм] между круговой образующей металлизированной стенки оболочки (см. рис. 1) и окружностью, включающей поверхности измерительных электродов датчиков Д1…Д8. Радиальный зазор (d_z [мм]) между эллипсовидной образующей металлизированной стенки оболочки резонатора и окружностью, включающей поверхности измерительных электродов равен:

$$d_z = d + x.$$

x – смещение [мкм] кромки тонкой полусферической оболочки в радиальном направлении при колебаниях в момент времени t; в соответствии с [8] (при пренебрежении малыми квадратурными колебаниями, аналогично [3]) имеем

$$x = x_{мх} \cdot \cos 2(\varphi - \theta) \cdot \cos(\omega_г t + \psi_г),$$

где: $x_{мх}$ – амплитуда [мкм] радиальных колебаний кромки резонатора; $\omega_г$ – угловая частота [рад/с] колебаний резонатора; $\psi_г$ – начальная фаза [рад] колебаний.

Обычно для расчётов принимают:

$|x|/d << 1.$

Так в [8] рассматривается ВТГ с $x_{мх} < 6$ мкм, $d \geq 100$ мкм. Обозначим через x_φ экстремальное радиальное смещение [мкм] кромки для данного угла φ.

$x_\varphi = x_{мх} \cdot \cos 2(\varphi - \theta).$

Каждый ёмкостный датчик перемещения (например Д1) представляет собой конденсатор, обкладками которого являются измерительный электрод и металлизированная стенка резонатора, а диэлектриком – газовая среда близкая к вакуумной. Расстояние (d_{zn}) между обкладками датчика с порядковым номером «n» и смещение (x_n) его подвижной обкладки принимаются равными соответствующим значениям под серединой электрода этого датчика. При этом угол φ_n является углом φ, соответствующим середине дуги измерительного электрода n-ого датчика:

$$\varphi_n = (n-1) \cdot \pi/4. \qquad (2.1)$$

Аналогично предыдущему:

$$d_{zn} = d + x_{\varphi n}; \qquad (2.2)$$

$$x_n = x_{\varphi n} \cdot \cos(\omega_г t + \psi_г); \qquad (2.3)$$

$$|x_n|/d << 1; \ |x_{\varphi n}|/d << 1; \qquad (2.4)$$

$x_{\varphi n} = x_{мх} \cdot \cos 2(\varphi_n - \theta),$

где $x_{\varphi n}$ – экстремальное смещение x_φ для данного угла φ_n (для n-ого датчика).

Из последнего выражения с подстановкой (2.1) имеем

$$x_{\varphi n} = x_{мх} \cdot \sin(n\pi/2 - 2\theta). \qquad (2.5)$$

Поскольку $x_{\varphi(n+4)} = x_{мх} \cdot \sin(n\pi/2 + 4\pi/2 - 2\theta) = x_{\varphi n}$, то из (2.3) следует

$$x_{n+4} = x_n. \qquad (2.6)$$

Пусть C_0, C_n – электроёмкости [Ф] n-го датчика соответственно при отсутствии и наличии стоячей волны. Поскольку ёмкость плоского конденсатора обратно пропорциональна зазору между обкладками [5,6,9], то, используя (2.2), (2.3), имеем

$$C_n = \frac{C_0 \cdot d}{d_{zn}} = \frac{C_0}{1 + x_n/d} = \frac{C_0}{1 + \left(x_{\varphi n}/d\right) \cdot \cos(\omega_г t + \psi_г)}. \qquad (2.7)$$

Из (2.6) и (2.7) также следует

$$C_{n+4} = C_n . \tag{2.8}$$

Рассмотрим рис. 2, где показана электрическая цепь, соответствующая схеме подключения электропитания (источника ЭДС E [В]) к металлизации резонатора при работе одного измерительного электрода. Внутренним сопротивлением источника, по сравнению с сопротивлениями металлизации (r [Ом]) и входным сопротивлением (R [Ом]) буферного усилителя БУ, пренебрегаем. Обозначим через u напряжение [В] на ёмкости C_n. Поскольку заряд указанного конденсатора равен произведению $u \cdot C_n$ [6] , а его ток (i [А]) определяется производной заряда по времени (t), то при переменной ёмкости C_n

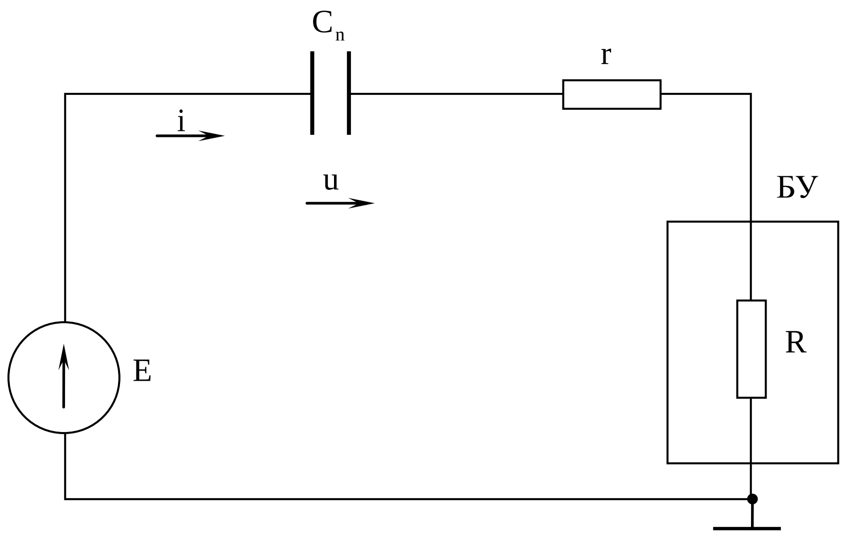

Рис. 2

$$i = C_n \cdot \frac{du}{dt} + u \cdot \frac{dC_n}{dt}, \tag{2.9}$$

где $\frac{du}{dt}$, $\frac{dC_n}{dt}$ - производные по t. Дифференцируем (2.7) (с учётом (2.4)):

$$\frac{dC_n}{dt} = C_0 \cdot \left(1 + \left(x_{\varphi n}/d\right) \cdot \cos(\omega_r t + \psi_r)\right)^{-2} \cdot x_{\varphi n}/d \cdot \omega_r \cdot \sin(\omega_r t + \psi_r) \approx$$
$$\approx C_0 \cdot \left(x_{\varphi n}/d\right) \cdot \omega_r \cdot \sin(\omega_r t + \psi_r) . \tag{2.10}$$

На рис. 3 можно представить схему, эквивалентную схеме рис. 2. Мгновенные значения токов, обозначенные на рис. 3, в соответствии с (2.9) равны

$$i_1 = C_n \cdot \frac{du}{dt}; \tag{2.11}$$

$$i_2 = u \cdot \frac{dC_n}{dt}. \qquad (2.12)$$

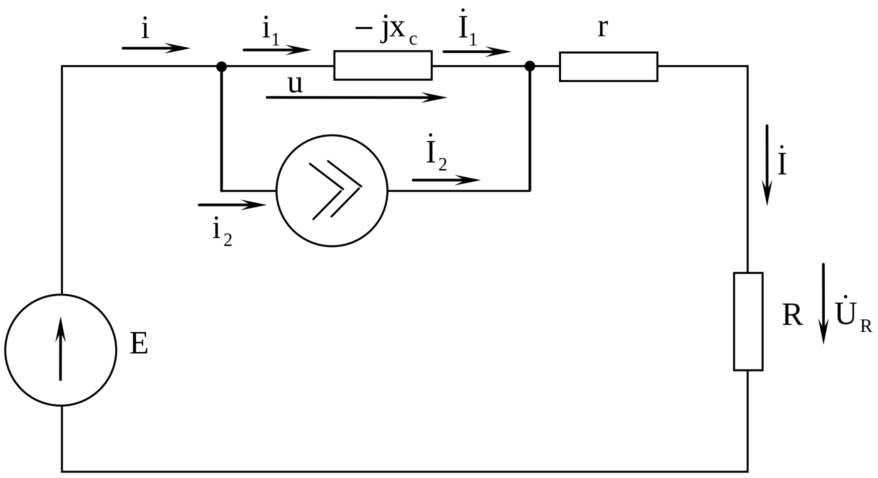

Рис. 3

Исходя из структуры (2.11), (2.12) и законов электротехники, ток i_2 рассматривается как образованный источником тока с бесконечно большим внутренним сопротивлением, а i_1 (при переменном напряжении u) – как проходящий по ёмкостному сопротивлению x_c [Ом]. При этом допустимо применить метод решения с использованием соответствующих комплексных токов $\dot{I}$, $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$ и комплекса ($-j\,x_c$) ёмкостного сопротивления x_c [Ом].

3. Сигналы ёмкостных датчиков при питании измерительных электродов от источника постоянной ЭДС

Пусть ЭДС E источника питания имеет постоянное значение E_0 [В] (см. рис. 4а). В дальнейшем нас будут интересовать составляющие токов, изменяющиеся с угловой частотой ω_r резонатора. И для этой частоты электрические параметры обозначаются с индексом «r». Ёмкостное сопротивление x_{cr} [Ом] из (2.7) равно:

$$x_{cr} = \frac{1}{C_n \cdot \omega_r} = \frac{1}{C_0 \cdot \omega_r} \cdot \left(1 + {}^{x_n}\!/_{d}\right) = x_{cr0} + x_{cr\approx}, \qquad (3.1)$$

где x_{cr0}, $x_{cr\approx}$ - постоянная и переменная составляющие ёмкостного сопротивления x_{cr} (см. (2.3).

$$x_{cr0} = \frac{1}{C_0 \cdot \omega_r};\; x_{cr\approx} = \frac{1}{C_0 \cdot \omega_r} \cdot {}^{x_n}\!/_{d} = \frac{1}{C_0 \cdot \omega_r} \cdot \left({}^{x_{\varphi n}}\!/_{d}\right) \cdot \cos(\omega_r t + \psi_r). \qquad (3.2)$$

Из (2.4), (3.1), (3.2) имеем

$$x_{cr} \approx x_{cr0}. \qquad (3.3)$$

Постоянная составляющая тока i_r, протекающего через ёмкость C_n, равна нулю. Так что постоянная составляющая (u_{r0}) напряжения u_r по закону Киргофа:

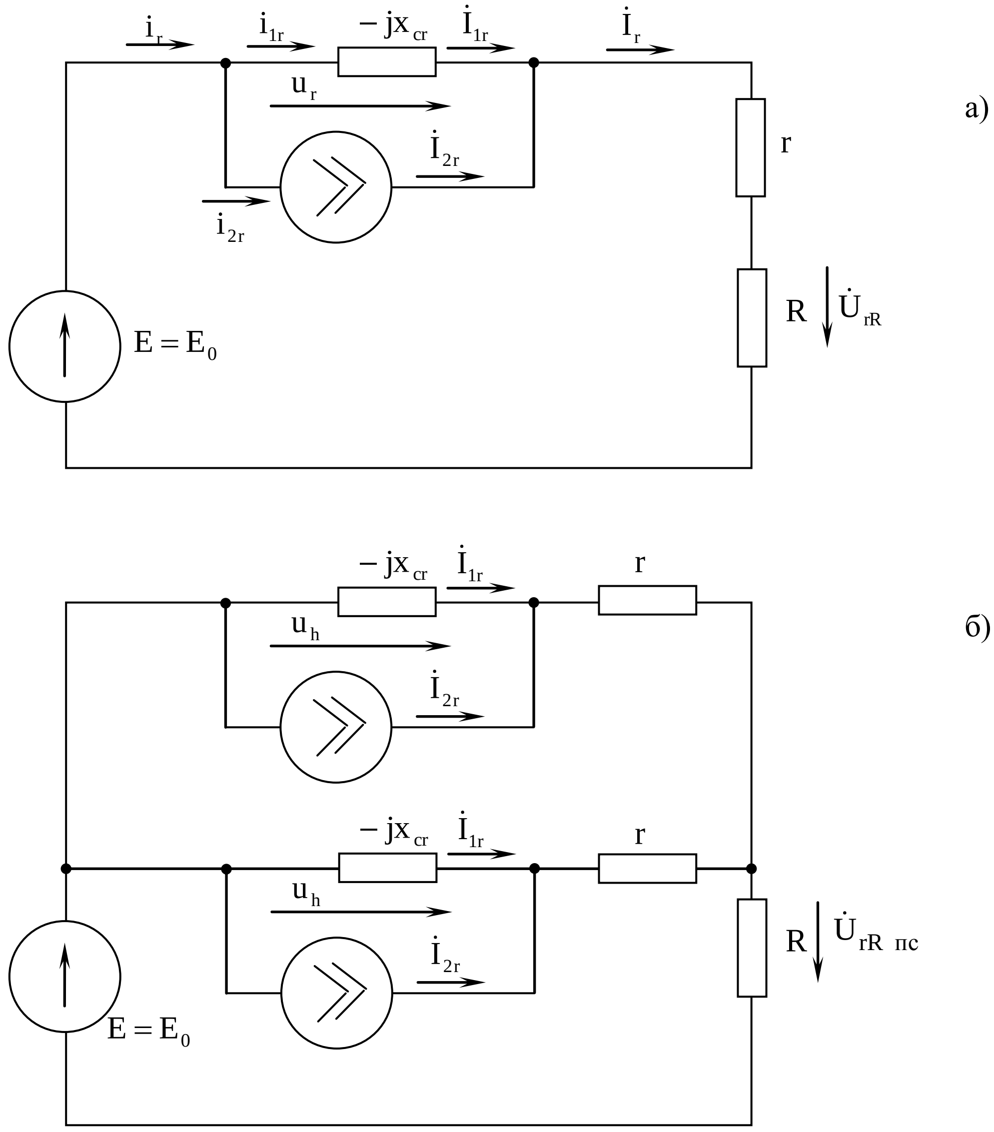

Рис. 4

$$u_{r0} = E_0. \tag{3.4}$$

Ток i_{2r} с учётом (2.4), (2.10) , (2.12), (3.1), (3.2), (3.4) равен

$$i_{2r} = E_0 \cdot C_0 \cdot \left({x_{\varphi п}}/{d} \right) \cdot \omega_r \cdot \sin(\omega_r t + \psi_r) = E_0 \cdot \left({x_{\varphi п}}/{d \cdot x_{cr0}} \right) \cdot \sin(\omega_r t + \psi_r).$$

Соответственно комплексная функция этого тока $\dot{I}_{2r} \cdot e^{j\omega_r t}$, а комплексное (действующее) значение этого тока

$$\dot{I}_{2r} = \frac{E_0 \cdot x_{\varphi п}}{\sqrt{2} \cdot d \cdot x_{cr0}} \cdot e^{j\psi_r}. \qquad (3.5)$$

По законам Киргофа (с учётом (3.3)) имеем систему уравнений:

$$\dot{I}_r = \dot{I}_{1r} + \dot{I}_{2r}; \quad \dot{I}_r \cdot (r + R) + \dot{I}_{1r} \cdot (-j\,x_{cr0}) = 0.$$

Решаем эту систему относительно неизвестного тока $\dot{I}_r$.

$$\dot{I}_r = -\dot{I}_{2r} \cdot \frac{jx_{cr0}}{r + R - jx_{cr0}} = -\dot{I}_{2r} \cdot \frac{jx_{cr0}}{z_r \cdot e^{j\varphi_r}}, \qquad (3.6)$$

где z_r, φ_r – модуль и аргумент комплексного сопротивления цепи.

$$z_r = \sqrt{(r+R)^2 + x_{cr0}^2}, \; \varphi_r = -\mathrm{arctg}\frac{x_{cr0}}{r+R}.$$

Подставляя (3.5) в (3.6), окончательно имеем:

$$\dot{I}_r = \frac{E_0 \cdot x_{\varphi п}}{\sqrt{2} \cdot d \cdot z_r} \cdot e^{j(\psi_r - \varphi_r - \pi/2)}. \qquad (3.7)$$

(При $x_{cr0}/R \ll 1$, $z_r = r + R$, $\varphi_r = 0$, и $\dot{I}_r\,(x_{cr0}/R \ll 1) = \dfrac{E_0 \cdot x_{\varphi п}}{\sqrt{2} \cdot d \cdot (r+R)} \cdot e^{j(\psi_r - \pi/2)}$.

Найденный комплекс тока отвечает [8], где приведена формула модуля).

Соответственно из (3.7) (по закону Ома) комплексное (действующее) напряжение на входе усилителя:

$$\dot{U}_{rR} = \frac{E_0 \cdot x_{\varphi п} \cdot R}{\sqrt{2} \cdot d \cdot z_r} \cdot e^{j(\psi_r - \varphi_r - \pi/2)} = \frac{E_0 \cdot x_{\varphi п} \cdot R}{\sqrt{2} \cdot d \cdot z_r} \cdot e^{j\psi_{ur}},$$

где ψ_{ur} – начальная фаза напряжения на входе усилителя. $\psi_{ur} = \psi_r - \varphi_r - \pi/2$.

И мгновенное значение напряжения на входе усилителя имеет вид:

$$u_{rRn} = \frac{E_0 \cdot x_{\varphi п} \cdot R}{d \cdot z_r} \cdot \sin(\omega_r t + \psi_{ur}).$$

Схема замещения (рис. 4б) позволяет аналогично предыдущему определить комплексное напряжение на входе усилителя при параллельном соединении (пс) двух ёмкостных датчиков (двух противоположных измерительных электродов) и одном буферном усилителе. Учитывая (2.8), имеем:

$$\dot{U}_{rR\,пс} = \frac{\sqrt{2} \cdot E_0 \cdot x_{\varphi п} \cdot R}{d \cdot z_{rпс}} \cdot e^{j(\psi_r - \varphi_{rпс} - \pi/2)},$$

где $z_{rпс} = \sqrt{(r + 2 \cdot R)^2 + x_{cr0}^2}$; $\varphi_{rпс} = -\mathrm{arctg}\dfrac{x_{cr0}}{r + 2 \cdot R}$.

4. Сигналы ёмкостных датчиков при питании измерительных электродов от источника переменной ЭДС

Пусть ЭДС источника E цепи рис. 2 изменяется синусоидально с угловой частотой ω_h [рад/с]. И соответствующие этой частоте параметры на схеме замещения (см. рис. 5) помечены индексом «h». Так что ЭДС E изменяется по закону:

$$E = \sqrt{2} \cdot E_h \sin(\omega_h t + \psi_E),$$

где E_h – действующее значение ЭДС [В]; ψ_E – начальная фаза колебаний [рад]. Ёмкостное сопротивление (x_{ch} [Ом]), с учётом (2.3), (2.7), равно:

$$x_{ch} = \frac{1}{C_n \cdot \omega_h} = \frac{1}{C_0 \cdot \omega_h} \cdot \left(1 + {x_n}/{d}\right) = x_{ch0} \cdot \left(1 + {x_n}/{d}\right) = x_{ch0} + x_{ch\approx}, \qquad (4.1)$$

где x_{ch0}, $x_{ch\approx}$ – постоянная и переменная составляющие ёмкостного сопротивления x_h ,

$$x_{ch0} = \frac{1}{C_0 \cdot \omega_h}; \; x_{ch\approx} = x_{ch0} \cdot {x_n}/{d} = x_{ch0} \cdot \left({x_{\varphi n}}/{d}\right) \cdot \cos(\omega_r t + \psi_r). \qquad (4.2)$$

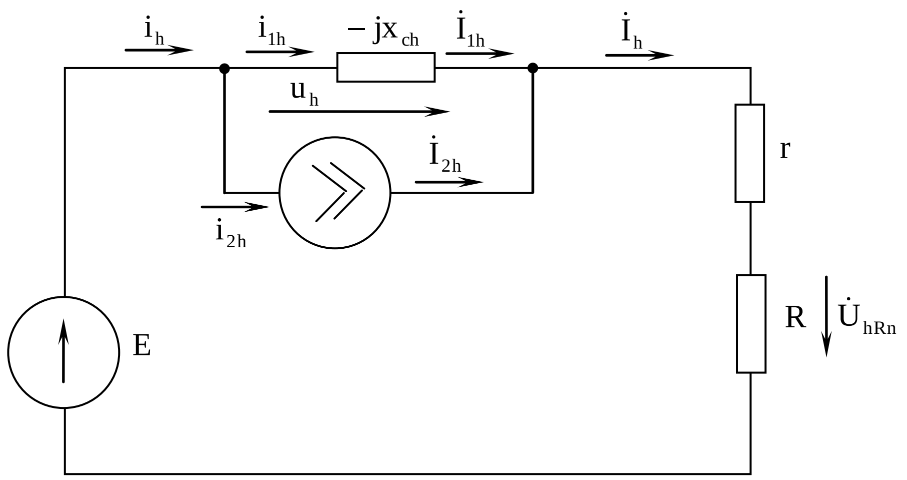

Рис. 5

Из (2.4), (4.1), (4.2) следует

$$x_{ch} \approx x_{ch0}, \qquad (4.3)$$

а также видно, что переменная составляющая ёмкостного сопротивления ($x_{ch\approx}$) изменяется с частотой резонатора ω_r. Наличие переменной и постоянной составляющих ёмкостного сопротивления при синусоидальном питании вызывает появление в ветвях цепи составляющих токов и напряжений, в виде синусоид (с несущей частотой ω_h) с постоянной и переменной амплитудами. Синусоиды с постоянной амплитудой обозначены индексом «ca». Синусоиды с переменной амплитудой (изменяющейся с частотой ω_r) обозначены индексом «va». Оставшиеся составляющие с гармониками более высоких порядков – незначительны, и ими можно пренебречь.

Таким образом, напряжение на ёмкости

$u_h = u_{hca} + u_{hva}$.

Ток, протекающий по сопротивлению R,

$$i_h = i_{hca} + i_{hva}. \tag{4.4}$$

Токи, протекающие в первой (по сопротивлению x_h) и второй ветви (через источник тока) цепи:

$$i_{1h} = i_{1hca} + i_{1hva}. \tag{4.5}$$

$$i_{2h} = i_{2hca} + i_{2hva}. \tag{4.6}$$

Согласно принципу суперпозиции, применим законы Киргофа отдельно для синусоид с постоянной и переменной амплитудами:

$$i_{1hca} + i_{2hca} = i_{hca}. \tag{4.7}$$

$$i_{1hva} + i_{2hva} = i_{hva}. \tag{4.8}$$

Ток, протекающий во второй ветви и определяемый источником тока,

$$i_{2h} = u_h \cdot \frac{dC_n}{dt}. \tag{4.9}$$

Поскольку здесь амплитуда второго сомножителя изменяется с низкой частотой ω_r (см. (2.10)), то в составе тока i_{2h} отсутствует составляющая с постоянной амплитудой ($i_{2hca} = 0$), а для наличия в i_{2h} составляющей с переменной амплитудой, в составе u_h необходимо присутствие u_{hca}. Так что с учётом (4.6), (4.7), (4.9)

$$i_{2h} = i_{2hva} = u_{hca} \cdot \frac{dC_n}{dt}. \tag{4.10}$$

$$i_{1hca} = i_{hca}. \tag{4.11}$$

Находим комплексные значения токов (4.11) с использованием закона Ома и (4.3).

$$\dot{I}_{hca} = \dot{I}_{1hca} = \frac{E_h}{r + R - jx_{ch0}} \cdot e^{j\psi_E} = \frac{E_h}{z_h} \cdot e^{j(\psi_E - \varphi_h)}. \tag{4.12}$$

где z_h, φ_h – модуль и аргумент комплексного сопротивления цепи.

$$z_h = \sqrt{(r+R)^2 + x_{ch0}^2}, \quad \varphi_h = -\operatorname{arctg}\frac{x_{ch0}}{r+R} = -\operatorname{arctg}\frac{1}{\omega_h \cdot C_0 \cdot (r+R)}.$$

Комплекс составляющей (u_{hca}) напряжения u_h по закону Ома из (4.12) равен

$$\dot{U}_{hca} = \dot{I}_{1hca} \cdot (-j\,x_{ch0}) = \frac{E_h \cdot x_{ch0}}{z_h} \cdot e^{j(\psi_E - \varphi_h - \pi/2)} \,. \tag{4.13}$$

В соответствии с (2.10), (4.10), (4.13)

$$\dot{I}_{2h} = \dot{I}_{2hva} = \dot{U}_{hca} \cdot \frac{dC_n}{dt} = \frac{E_h \cdot x_{ch0}}{z_h} \cdot e^{j(\psi_h - \varphi_h - \pi/2)} \cdot C_0 \cdot \left({x_{\varphi n}}/{d} \right) \cdot \omega_r \cdot \sin(\omega_r t + \psi_r) =$$

$$= \frac{E_h \cdot x_{ch0} \cdot x_{\varphi n}}{z_h \cdot d \cdot x_{cr0}} \cdot e^{j(\psi_E - \varphi_h - \pi/2)} \cdot \sin(\omega_r t + \psi_r)\,. \tag{4.14}$$

На основании (4.8) и 2-го закона Киргофа для комплексов составляющих токов и напряжений с переменной амплитудой, имеем систему уравнений:

$$\dot{I}_{1hva} = \dot{I}_{hva} - \dot{I}_{2hva}\,. \tag{4.15}$$

$$\dot{I}_{1hca} \cdot (-j\,x_{ch\approx}) + \dot{I}_{1hva} \cdot (-j\,x_{ch0}) + \dot{I}_{hva} \cdot (r + R) = 0. \tag{4.16}$$

Подставляя (4.15) в (4.16), решаем систему относительно неизвестного комплекса $\dot{I}_{hva}$, с учётом (4.2), (4.12), (4.14).

$$\dot{I}_{hva} = \frac{jx_{ch\approx} \cdot \dot{I}_{1hca} - jx_{ch0} \cdot \dot{I}_{2hva}}{r + R - jx_{ch0}} = \dot{I}_{1hca} \cdot \frac{x_{ch\approx} \cdot e^{j\pi/2}}{z_h \cdot e^{j\varphi_h}} + \dot{I}_{2hva} \cdot \frac{x_{ch0} \cdot e^{-j\pi/2}}{z_h \cdot e^{j\varphi_h}} =$$

$$= \frac{E_h}{z_h} \cdot e^{j(\psi_E - \varphi_h)} \cdot \frac{x_{ch0} \cdot x_{\varphi n} \cdot e^{j\pi/2}}{z_h \cdot d \cdot e^{j\varphi_h}} \cdot \cos(\omega_r t + \psi_r) +$$

$$+ \frac{E_h \cdot x_{ch0} \cdot x_{\varphi n}}{z_h \cdot d \cdot x_{cr0}} \cdot e^{j(\psi_E - \varphi_h - \pi/2)} \cdot \frac{x_{ch0} \cdot e^{-j\pi/2}}{z_h \cdot e^{j\varphi_h}} \cdot \sin(\omega_r t + \psi_r) =$$

$$= \frac{E_h \cdot x_{ch0} \cdot x_{\varphi n}}{z_h^2 \cdot d} \cdot e^{j(\psi_E - 2\varphi_h + \pi/2)} \cdot \cos(\omega_r t + \psi_r) +$$

$$+ \frac{E_h \cdot x_{ch0}^2 \cdot x_{\varphi n}}{z_h^2 \cdot d \cdot x_{cr0}} \cdot e^{j(\psi_E - 2\varphi_h - \pi)} \cdot \sin(\omega_r t + \psi_r)\,. \tag{4.17}$$

Амплитуда второго слагаемого меньше первого в $x_{cr0} / x_{ch0} = \omega_h / \omega_r$ раз. Обычно отношение ω_h / ω_r составляет [7,8] примерно 100. Тогда, принимая

$$\omega_h >> \omega_r\,, \tag{4.18}$$

вторым слагаемым в (4.17) можно пренебречь и считать:

$$\dot{I}_{hva} \approx \frac{E_h \cdot x_{ch0} \cdot x_{\varphi n}}{z_h^2 \cdot d} \cdot e^{j(\psi_E - 2\varphi_h + \pi/2)} \cdot \cos(\omega_r t + \psi_r)\,. \tag{4.19}$$

Так что комплексное значение тока, протекающего по сопротивлению R, в соответствии с (4.4), (4.12), (4.19), равно

$$\dot{I}_h = \dot{I}_{hca} + \dot{I}_{hva} \approx \frac{E_h}{z_h} \cdot e^{j(\psi_E - \varphi_h)} + \frac{E_h \cdot x_{ch0} \cdot x_{\varphi n}}{z_h^2 \cdot d} \cdot e^{j(\psi_E - 2\varphi_h + \pi/2)} \cdot \cos(\omega_r t + \psi_r) =$$

$$= \frac{E_h}{z_h} \cdot e^{j\psi_{ph}} + \frac{E_h \cdot x_{ch0} \cdot x_{\varphi n}}{z_h^2 \cdot d} \cdot e^{j\psi_{qh}} \cdot \cos(\omega_r t + \psi_r), \quad (4.20)$$

где: $\psi_{ph} = \psi_E - \varphi_h$; $\psi_{qh} = \psi_E - 2\varphi_h + \pi/2$.

Комплексы тока i_h и его составляющих при условии (4.18) можно также получить другим способом. По закону Ома (используя (4.1) и принимая а = x_n/d) имеем

$$\dot{I}_h \approx \frac{E_h}{r + R - jx_{ch}} \cdot e^{j\psi_E} = \frac{E_h}{r + R - jx_{ch0} \cdot (1 + a)} \cdot e^{j\psi_E}.$$

Проведём линеаризацию функции $\dot{I}_h$ (a) в точке a = 0 с учётом (2.3), (4.3).

$$\dot{I}_h \approx \dot{I}_h (a=0) + \frac{d\dot{I}_h}{da} \cdot x_n/d = \frac{E_h \cdot e^{j\psi_E}}{r + R - jx_{ch0}} + \frac{E_h \cdot e^{j\psi_E} \cdot jx_{ch0}}{(r + R - jx_{ch})^2 \cdot d} \cdot x_{\varphi n} \cdot \cos(\omega_r t + \psi_r) \approx$$

$$\approx \frac{E_h}{z_h} \cdot e^{j(\psi_E - \varphi_h)} + \frac{E_h \cdot x_{ch0} \cdot x_{\varphi n}}{z_h^2 \cdot d} \cdot e^{j(\psi_E - 2\varphi_h + \pi/2)} \cdot \cos(\omega_r t + \psi_r).$$

Последнее выражение полностью совпадает с (4.20).

Комплексное напряжение (соответствующее n-ому датчику) на входе буферного усилителя (по закону Ома из (4.20)):

$$\dot{U}_{hRn} = \frac{E_h \cdot R}{z_h} \cdot e^{j\psi_{ph}} + \frac{E_h \cdot R \cdot x_{ch0} \cdot x_{\varphi n}}{z_h^2 \cdot d} \cdot e^{j\psi_{qh}} \cdot \cos(\omega_r t + \psi_r).$$

Исходя из выражения комплексной функции $\dot{U}_{hRn} \cdot e^{j\omega_h t}$, запишем закон изменения напряжения на входе буферного усилителя:

$$u_{hRn} = \frac{\sqrt{2} \cdot E_h \cdot R}{z_h} \cdot \sin(\omega_h t + \psi_{ph}) +$$

$$+ \frac{\sqrt{2} \cdot E_h \cdot R \cdot x_{ch0} \cdot x_{\varphi n}}{z_h^2 \cdot d} \cdot \sin(\omega_h t + \psi_{qh}) \cdot \cos(\omega_r t + \psi_r). \quad (4.21)$$

Так что напряжение u_{hRn} представляет собой амплитудно-модулированный сигнал.

5.Формирование выходных сигналов положения стоячей волны

Запишем результаты расчёта (по (2.5)) экстремального смещения $x_{\varphi n}$ кромки оболочки резонатора для каждого из 8-ми ёмкостных датчиков:

для n =1 $x_{\varphi 1} = x_{мх} \cdot \cos 2\theta$; для n = 2 $x_{\varphi 2} = x_{мх} \cdot \sin 2\theta$; (5.1)

для n =3 $x_{\varphi 3} = -x_{мх} \cdot \cos 2\theta = -x_{\varphi 1}$; для n = 4 $x_{\varphi 4} = -x_{мх} \cdot \sin 2\theta = -x_{\varphi 2}$; (5.2)

для n =5 $x_{\varphi 5} = x_{мх} \cdot \cos 2\theta = x_{\varphi 1}$; для n = 6 $x_{\varphi 6} = x_{мх} \cdot \sin 2\theta = x_{\varphi 2}$; (5.3)

для n =7 $x_{\varphi 7} = -x_{мх} \cdot \cos 2\theta = -x_{\varphi 1}$; для n = 8 $x_{\varphi 8} = -x_{мх} \cdot \sin 2\theta = -x_{\varphi 2}$. (5.4)

Рассмотрим формирование сигналов ориентации стоячей волны при неподвижном гироскопе на примере применения ёмкостных преобразователей с питанием от источника переменного напряжения [7]. Схема соединений функциональных блоков (см. рис.6) может выглядеть следующим образом.

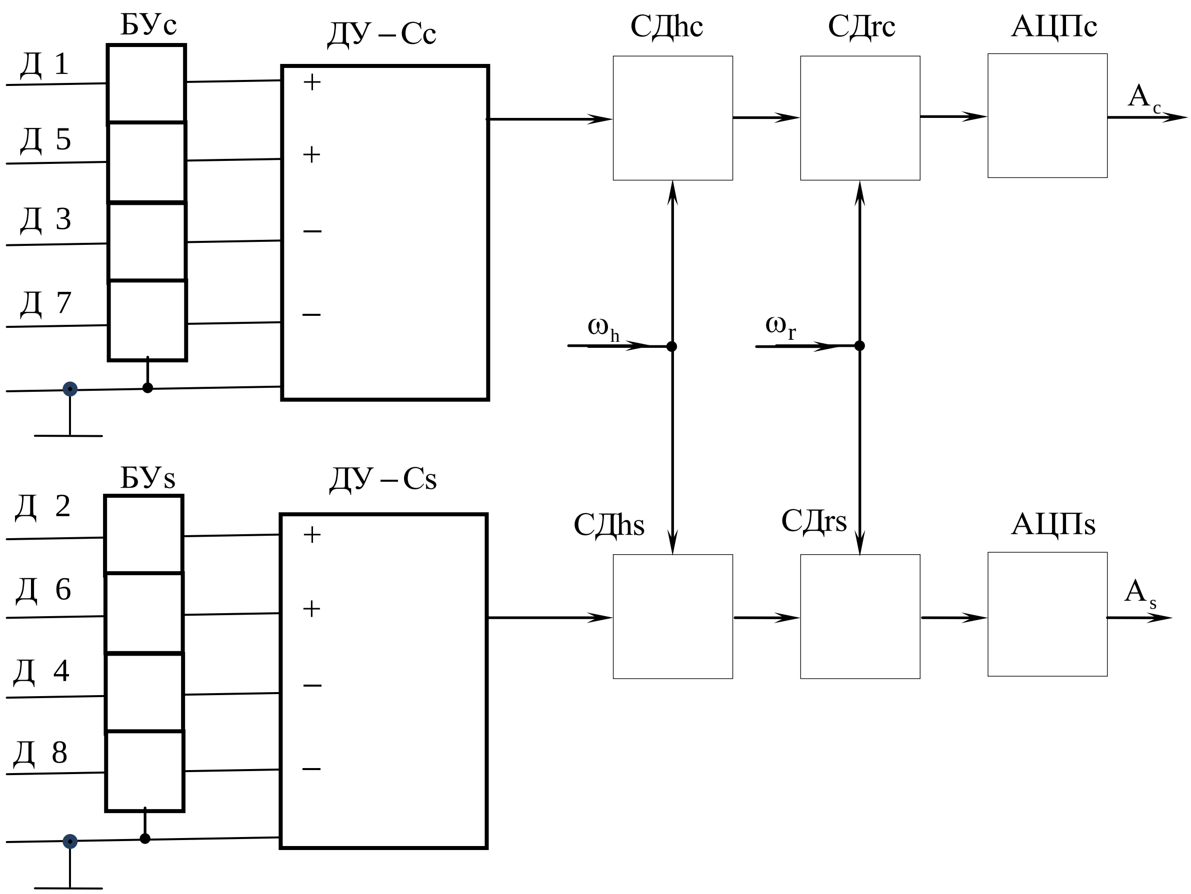

Рис. 6

Сигналы датчиков Д1…Д8 разбиваются на два канала: косинусный («Ас») и синусный («As»). В дальнейшем сигналы, параметры и блоки, обозначенные индексами «с» и «s» будут соответственно принадлежать косинусному и синусному каналам. Индекс «н» соответствует номинальным режимам. Датчики Д1, Д5, Д3, Д7 присоединены к буферным усилителям БУс, а датчики Д2, Д6, Д4, Д8 – к буферным усилителям БУs. С усилителей БУс и БУs сигналы соответственно поступают на два дифференциальных усилителя-сумматора ДУ-Сс и ДУ-Cs. Инверсия или суммирование входных сигналов в этих блоках осуществляются в соответствии с указанными на рисунках блоков ДУ-Сс и ДУ-Cs арифметическими знаками. Затем сигналы проходят через синхронные детекторы [9] СДhc, СДrc и СДhs, СДrs, содержащие выходные фильтры низких частот и используемые в качестве демодуляторов [4]. Синхронные детекторы СДhc, СДhs имеют опорное напряжение с высокой угловой частотой питания ёмкостных датчиков (ω_h), а детекторы СДrc , СДrs – опорное напряжение [4] с более низкой частотой (колебаний резонатора ω_r). Детекторы СДrc , СДrs, подключены соответственно к аналого-цифровым преобразователям АЦПс и АЦПs. На выходе АЦПс образуется оцифрованный сигнал A_c , а на выходе АЦПs – сигнал A_s.

Используя (4.21), (5.1)…(5.4) и производя операции сложения или вычитания амплитудно- модулированных сигналов u_{hRn} (в соответствии со знаками на ДУ-Сс и ДУ-Cs рис.6), можем иметь номинальные сигналы на выходах дифференциальных усилителей-сумматоров ДУ-Сс и ДУ-Cs с подавленной несущей:

$$u_{\text{выхДУ–Сс}_\text{н}} = k_{\text{бун}} \cdot k_{\text{дун}} \cdot (u_{hR1} + u_{hR5} - u_{hR3} - u_{hR7}) =$$

$$= 4 \cdot \sqrt{2} \cdot k_{\text{бун}} \cdot k_{\text{дун}} \cdot \frac{E_h \cdot R \cdot x_{ch0}}{z_h^2 \cdot d} \cdot x_{\varphi 1} \cdot \sin(\omega_h t + \psi_{qh}) \cdot \cos(\omega_r t + \psi_r) =$$

$$= k_{\text{дуХн}} \cdot x_{\varphi 1} \cdot \sin(\omega_h t + \psi_{qh}) \cdot \cos(\omega_r t + \psi_r); \tag{5.5}$$

$$u_{\text{выхДУ–Cs}_\text{н}} = k_{\text{бун}} \cdot k_{\text{дун}} \cdot (u_{hR2} + u_{hR6} - u_{hR4} - u_{hR8}) =$$

$$= 4 \cdot \sqrt{2} \cdot k_{\text{бун}} \cdot k_{\text{дун}} \cdot \frac{E_h \cdot R \cdot x_{ch0}}{z_h^2 \cdot d} \cdot x_{\varphi 2} \cdot \sin(\omega_h t + \psi_{qh}) \cdot \cos(\omega_r t + \psi_r) =$$

$$= k_{\text{дуХн}} \cdot x_{\varphi 2} \cdot \sin(\omega_h t + \psi_{qh}) \cdot \cos(\omega_r t + \psi_r), \tag{5.6}$$

где: $k_{\text{бун}}, k_{\text{дун}}$ – номинальные безразмерные коэффициенты передачи сигнала буферного усилителя и дифференциального усилителя-сумматора; $k_{\text{дуХн}}$ – номинальная крутизна [В/мкм] экстремальных смещений $x_{\varphi 1}, x_{\varphi 2}$ для выходных сигналов с переменной амплитудой ДУ-Сс и ДУ-Cs (соответственно),

$$k_{\text{дуХн}} = 4 \cdot \sqrt{2} \cdot k_{\text{бун}} \cdot k_{\text{дун}} \cdot \frac{E_h \cdot R \cdot x_{ch0}}{z_h^2 \cdot d}\ . \tag{5.7}$$

На самом деле, из-за погрешностей параметров измерительной цепи и коэффициентов передачи несущая полностью не подавляется, и сигналы на выходах ДУ-Сс и ДУ-Сs отличаются от номинальных:

$$u_{выхДУ-Сс}=\Delta u_{0ДУ-Сс}+\Delta u_{мхДУ-Сс}\cdot\sin(\omega_h t+\psi_{ph}+\Delta\psi_{phc})+$$
$$+(k_{дуXн}+\Delta k_{дуXc})\cdot x_{\varphi 1}\cdot\sin(\omega_h t+\psi_{qh}+\Delta\psi_{qhc})\cdot\cos(\omega_r t+\psi_r)\,; \tag{5.8}$$

$$u_{выхДУ-Сs}=\Delta u_{0ДУ-Сs}+\Delta u_{мхДУ-Сs}\cdot\sin(\omega_h t+\psi_{ph}+\Delta\psi_{phs})+$$
$$+(k_{дуXн}+\Delta k_{дуXs})\cdot x_{\varphi 2}\cdot\sin(\omega_h t+\psi_{qh}+\Delta\psi_{qhs})\cdot\cos(\omega_r t+\psi_r)\,, \tag{5.9}$$

где: $\Delta u_{0ДУ-Сс},\Delta u_{0ДУ-Сs}$ – погрешностные постоянные составляющие выходных сигналов ДУ-С; $\Delta u_{мхДУ-Сс},\Delta u_{мхДУ-Сs}$ и $\Delta\psi_{phc}$ $\Delta\psi_{phs}$ – амплитуды [В] и сдвиги [рад] фаз погрешностных несущих составляющих (с постоянными амплитудами); $\Delta k_{дуXc}$, $\Delta k_{дуXs}$ – отклонения [В/мкм] крутизны экстремальных смещений $x_{\varphi 1}, x_{\varphi 2}$ от номинального значения $k_{дуXн}$; $\Delta\psi_{qhc}$, $\Delta\psi_{qhs}$ – погрешности [рад] начальной фазы составляющих с переменными амплитудами.

Соответственно из (5.8), (5.9) сигналы на выходах синхронных детекторов СДhc, СДhs имеют вид (постоянные составляющие $\Delta u_{0ДУ-Сс},\Delta u_{0ДУ-Сs}$ на выходы детекторов не проходят):

$$u_{выхСДhc}=(k_{chн}+\Delta k_{chc})\cdot\Delta u_{мхДУ-Сс}+(k_{chн}+\Delta k_{chc})\cdot(k_{дуXн}+\Delta k_{дуXc})\cdot x_{\varphi 1}\cdot\cos(\omega_r t+\psi_r)\,; \tag{5.10}$$

$$u_{выхСДhs}=(k_{chн}+\Delta k_{chs})\cdot\Delta u_{мхДУ-Сs}+(k_{chн}+\Delta k_{chs})\cdot(k_{дуXн}+\Delta k_{дуXs})\cdot x_{\varphi 2}\cdot\cos(\omega_r t+\psi_r)\,, \tag{5.11}$$

где: $k_{chн}$ – номинальный безразмерный коэффициент передачи сигнала синхронного детектора СДh; Δk_{chc}, Δk_{chs} – безразмерные погрешности коэффициентов передачи сигналов синхронных детекторов СДhc и СДhs.

Откуда получаем сигналы на выходах синхронных детекторов СДrc, СДrs (постоянные составляющие, связанные с $\Delta u_{мхДУ-Сс}$ и $\Delta u_{мхДУ-Сs}$, на выходы детекторов не проходят):

$$u_{выхСДrc}=\Delta u_{crc}+(k_{crн}+\Delta k_{crc})\cdot(k_{chн}+\Delta k_{chc})\cdot(k_{дуXн}+\Delta k_{дуXc})\cdot x_{\varphi 1}\,; \tag{5.12}$$

$$u_{выхСДrs}=\Delta u_{crs}+(k_{crн}+\Delta k_{crs})\cdot(k_{chн}+\Delta k_{chs})\cdot(k_{дуXн}+\Delta k_{дуXs})\cdot x_{\varphi 2}\,, \tag{5.13}$$

где: $k_{crн}$ – номинальный безразмерный коэффициент передачи сигнала синхронного детектора СДr; Δu_{crc}, Δu_{crs} и Δk_{crc}, Δk_{crs} – погрешностные постоянные составляющие [В] сигналов и безразмерные погрешности коэффициентов передачи синхронных детекторов СДrc и СДrs.

Из (5.12), (5.13) следуют сигналы (A_c, A_s) на выходах аналого-цифровых преобразователей:

$$A_c = \Delta u_{ацпс} + (k_{ацпн} + \Delta k_{ацпс}) \cdot u_{выхСДгс} = c_2 + (k_{ацпн} + \Delta k_{ацпс})\cdot(k_{сгн} + \Delta k_{сгс})\cdot(k_{chн} +$$

$$+ \Delta k_{chc})\cdot(k_{дуXн} + \Delta k_{дуXc})\cdot x_{\varphi 1} = c_2 + (k_{ацпXн} + \Delta k_{ацпXc})\cdot x_{\varphi 1}; \quad (5.14)$$

$$A_s = \Delta u_{ацпs} + (k_{ацпн} + \Delta k_{ацпs}) \cdot u_{выхСДгs} = c_1 + (k_{ацпн} + \Delta k_{ацпs})\cdot(k_{сгн} + \Delta k_{сгs})\cdot(k_{chн} +$$

$$+ \Delta k_{chs})\cdot(k_{дуXн} + \Delta k_{дуXs})\cdot x_{\varphi 2} = c_1 + (k_{ацпXн} + \Delta k_{ацпXs})\cdot x_{\varphi 2}, \quad (5.15)$$

где: $k_{ацпн}$ – номинальный безразмерный коэффициент передачи сигналов АЦП;

$\Delta u_{ацпс}$, $\Delta u_{ацпs}$ и $\Delta k_{ацпс}$, $\Delta k_{ацпs}$ – остаточные постоянные составляющие [В] сигналов и безразмерные погрешности коэффициентов передачи сигналов АЦП; c_1, c_2 – постоянные составляющие [В] сигналов A_s, A_c, не зависящие от величин смещений $x_{\varphi 1}$ $x_{\varphi 2}$,

$$c_2 = \Delta u_{ацпс} + (k_{ацпн} + \Delta k_{ацпс})\cdot \Delta u_{сгс} \approx \Delta u_{ацпс} + k_{ацпн} \cdot \Delta u_{сгс}; \quad (5.16)$$

$$c_1 = \Delta u_{ацпs} + (k_{ацпн} + \Delta k_{ацпs})\cdot \Delta u_{сгs} \approx \Delta u_{ацпs} + k_{ацпн} \cdot \Delta u_{сгs}; \quad (5.17)$$

$k_{ацпXн}$ и $\Delta k_{ацпXc}$, $\Delta k_{ацпXs}$ – номинальная крутизна [В/мкм] экстремальных смещений $x_{\varphi 1}$, $x_{\varphi 2}$ и отклонения их крутизны [В/мкм] от номинальной для выходных сигналов аналого-цифровых преобразователей АЦПс и АЦПs (соответственно).

$$k_{ацпXн} = k_{ацпн} \cdot k_{сгн} \cdot k_{chн} \cdot k_{дуXн}. \quad (5.18)$$

Из (5.14), (5.15), пренебрегая произведениями погрешностей (малых величин), имеем

$$\Delta k_{ацпXc} \approx \Delta k_{дуXc} \cdot k_{chн} \cdot k_{сгн} \cdot k_{ацпн} + k_{дуXн} \cdot \Delta k_{chc} \cdot k_{сгн} \cdot k_{ацпн} +$$

$$+ k_{дуXн} \cdot k_{chн} \cdot \Delta k_{сгс} \cdot k_{ацпн} + k_{дуXн} \cdot k_{chн} \cdot k_{сгн} \cdot \Delta k_{ацпс}; \quad (5.19)$$

$$\Delta k_{ацпXs} \approx \Delta k_{дуXs} \cdot k_{chн} \cdot k_{сгн} \cdot k_{ацпн} + k_{дуXн} \cdot \Delta k_{chs} \cdot k_{сгн} \cdot k_{ацпн} +$$

$$+ k_{дуXн} \cdot k_{chн} \cdot \Delta k_{сгs} \cdot k_{ацпн} + k_{дуXн} \cdot k_{chн} \cdot k_{сгн} \cdot \Delta k_{ацпs}. \quad (5.20)$$

Выходные сигналы A_c, A_s из (5.14), (5.15), используя (5.1), можно представить в виде:

$$A_c = c_2 + (k_{ацпXн} + \Delta k_{ацпXc}) \cdot x_{мх} \cdot \cos 2\theta = c_2 + A_2 \cdot \cos 2\theta; \quad (5.21)$$

$$A_s = c_1 + (k_{ацпXн} + \Delta k_{ацпXs}) \cdot x_{мх} \cdot \sin 2\theta = c_1 + A_1 \cdot \sin 2\theta, \quad (5.22)$$

где: A_1, A_2 – коэффициенты [В] пропорциональности зависимостей $A_s(\sin 2\theta)$, $A_c(\cos 2\theta)$,

$$A_2 = (k_{ацпXн} + \Delta k_{ацпXc}) \cdot x_{мх}; \quad (5.23)$$

$$A_1 = (k_{ацпXн} + \Delta k_{ацпXs}) \cdot x_{мх}. \quad (5.24)$$

В общем случае $A_1 \neq A_2$ и относительная разность (γ) коэффициентов A_1 и A_2 (безразмерная малая величина) равна:

$\gamma = 2(A_1 - A_2)/(A_1 + A_2)$. (5.25)

Подставляя выражения (5.23), (5.24) в (5.25), учитывая (5.18) и считая

$\Delta k_{ацпXs} / k_{ацпXн} << 1$, $\Delta k_{ацпXc} / k_{ацпXн} << 1$, (5.26)

имеем

$\gamma \approx (\Delta k_{ацпXs} - \Delta k_{ацпXc}) / k_{ацпXн}$. (5.27)

6. Выводы

6.1 Представленная работа исследует передачу сигналов ориентации стоячей волны, преобразуемых ёмкостными датчиками, в волновом твердотельном гироскопе (ВТГ). Проведён анализ формирования и прохождения этих сигналов (вызванных периодическими радиальными смещениями кромки резонатора ВТГ) по синусному («As») и косинусному («Ac») каналам до аналого-цифровых преобразователей (АЦП) при неподвижном основании ВТГ.

6.2 Используя электрический аналог математической модели конденсатора переменной ёмкости и символический метод расчёта электрических цепей, получены аналитические зависимости сигналов на входах буферных усилителей от параметров измерительных цепей ёмкостных датчиков при питании их от источников постоянного и переменного напряжения.

6.3 На примере работы функциональной схемы измерения угла (θ) положения стоячей волны при питании датчиков от источника переменной ЭДС показано формирование и получение выходных сигналов (A_s, A_c) АЦП синусного и косинусного каналов. Эти сигналы имеют вид (5.21), (5.22) при различии коэффициентов A_1, A_2 и неравенстве нулю коэффициентов c_1, c_2.

6.4 Рост модуля относительной разности ($|\gamma|$) коэффициентов A_1 и A_2 обуславливается ростом модуля относительной разности (5.27) отклонений крутизны экстремальных смещений ($\Delta k_{ацпXs}$, $\Delta k_{ацпXc}$) на выходах АЦПс и АЦПs. Эти отклонения могут быть вызваны (см. (5.19), (5.20)) накопленным отличием, как в параметрах сигналов отдельных датчиков, так и в коэффициентах передачи блоков в каналах «As» и «Ac» .

6.5 Отличие постоянных составляющих (c_1, c_2) сигналов A_s, A_c от нуля, вызвано (5.16), (5.17) наличием постоянных составляющих сигналов (нулевых сигналов) на выходах СДh и АЦП.

6.6 Вероятность увеличения погрешностей по п. 6.4 выше, чем по п. 6.5, так как в п. 6.4 участвуют гораздо больше параметров и коэффициентов передачи.

Библиографический список

1. Журавлев В.Ф., Климов Д.М. Волновой твердотельный гироскоп. – М.: Наука, 1985.-125 с.
2. Пельпор Д.С. и др. Гироскопические приборы и системы. – М.: Высш. шк., 1988.-424 с.
3. Матвеев В.А., Липатников В.И., Алехин А.В. Проектирование волнового твердотельного гироскопа. – М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 1998.- 168 с.
4. Матвеев В.А., Лунин Б.С., Басараб М.А. Навигационные системы на волновых твердотельных гироскопах. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008.- 240 с.
5. Нуберт Г.П. Измерительные преобразователи неэлектрических величин.- Л.: Энергия, 1970.- 300с.
6. Боднер В.А., Алфёров А.В. Измерительные приборы: В 2 т.-М.: Изд-во стандартов, 1986. Т.1. Теория измерительных приборов. Измерительные преобразователи. – 392с.
7. Мачехин П.К. и др. Твердотельный волновой гироскоп// Патент РФ. 7G01C 19/56. RU 2196964. (2003).
8. Лунин Б.С. Физико-химические основы разработки полусферических резонаторов волновых твердотельных гироскопов. – М.: Изд-во МАИ, 2005.- 224 с.
9. Куликовский К.Р., Купер В.Я.. Методы и средства измерений. М.: Энергоатомиздат, 1986.- 448с.

Сведения об авторе

Захаров Александр Александрович, ведущий инженер ОАО «ГосНИИП», 129226, Москва, проспект Мира, 125, телетайп 112654, e-mail: corund@netbynet.ru