



Научная статья

УДК 531

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=188267>

EDN: <https://www.elibrary.ru/SUNWQN>

МОДЕЛИРОВАНИЕ БИОПОДОБНЫХ КОМПОЗИТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ РЕШЕТЧАТЫХ СТРУКТУР С ЗАДАННОЙ ФОРМОЙ ПРОГИБА

А.Н. Полилов¹ , Н.А. Татусь¹ , Ш.Тян²

¹Институт машиноведения им. А.А.Благонравова РАН, г. Москва, Россия

²Государственная ведущая лаборатория инженерии производственных систем,

Сианьский университет, г. Сиань, Китай

nikalet@mail.ru

Цитирование: Полилов А.Н., Татусь Н.А., Тянь Ш. Моделирование биоподобных композитных элементов решетчатых структур с заданной формой прогиба // Труды МАИ: электрон. журнал. № 148. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=188267>

Аннотация. В статье приводится математическое обоснование возможности проектирования специальной структуры армирования профилированных композитных элементов с заданной формой прогиба, что может быть применено при создании конструкций космического базирования. В качестве примера изложен способ обеспечения требуемой линии прогиба при изгибе нагруженной концевой силой консольной балки, у которой ширина и высота сечений изменяются вдоль продольной оси балки по степенным законам. Условие равнопрочности в балке типа «констэра» с постоянной площадью поперечного сечения при этом может не выполняться, но важны другие два свойства: сохранение числа волокон в каждом сечении и возможность обеспечения при выбранном виде нагружения заданной формы изгиба нейтральной линии.

Ключевые слова: композитный материал; аддитивная технология; низко модульный и высокопрочный стеклопластик; 3D принтер; профилированная балка; космическая конструкция; жесткость; прочность; заданная форма прогиба.

MODELING OF BIO-LIKE COMPOSITE ELEMENTS OF LATTICE STRUCTURES WITH A GIVEN SHAPE OF DEFLECTION

A.N. Polilov¹ , N.A. Tatus¹  , X. Tian²

¹ Blagonravov Mechanical Engineering Research Institute, Russian Academy of Sciences,
Moscow, Russia

²State Key Laboratory of Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University,
Xi'an, China

 nikalet@mail.ru

Citation: Polilov A.N., Tatus N.A., Tian X. Modeling of bio-like composite elements of lattice structures with a given shape of deflection// Trudy MAI. 2026. No. 148. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=188267>

Abstract. This paper presents a mathematical justification for the feasibility of designing a specialized reinforcement structure for profiled composite elements with a specified deflection shape, which can be applied to the creation of space-based structures. As an example, a method is presented for ensuring the required deflection line during bending of a cantilever beam loaded with an end force, in which the width and height of the sections vary along the longitudinal axis according to power laws. The condition of uniform strength in a cantilever beam with a constant cross-sectional area may not be satisfied, but two other properties are important: maintaining the number of fibers in each section and the ability to ensure a specified neutral line bending shape under a given loading type.

Keywords: composite material; additive manufacturing; low-modulus and high-strength fiberglass; 3D printer; profiled beam; space structure; stiffness; strength; specified deflection shape.

Funding: The work was carried out with the financial support of the Russian Ministry of Education and Science, Agreement No. 075-15-2025-646 dated 20.08.2025.

Введение

Развитие аддитивных композитных технологий приводит к возможности изготавливать «ажурные» профилированные конструкции с заданными механическими характеристиками [1-4]. Если еще 10 лет назад казалось невозможным изготовление композитных стержней с переменными размерами, но с постоянной площадью сечения (балки «констэра»), то в настоящий момент появились возможности реализовать подобные проекты с помощью технологии 3D печати непрерывными волокнами. В связи с развитием подобной технологии заманчиво выглядит создание непосредственно в космосе конструкций рефлекторов антенн и телескопов без ограничения габаритных размеров, поскольку, чем больше размер рефлектора, тем выше разрешающая способность антенны или телескопа. Применение профилированных композитных стержней в подобных конструкциях поможет решить задачи геометрической стабильности при воздействии инерционных сил, а также при нагреве конструкции солнечным светом [5,6].

Одно из основных преимуществ полимерных волокнистых композитных материалов (ПКМ) состоит в том, что материал и сама конструкция создаются одновременно [7-9], и это преимущество может быть в полной мере реализовано при изготовлении конструкций космического базирования непосредственно на орбите.

В статье речь пойдет о проектировании крупногабаритных рефлекторов антенн, которые по ряду понятных причин проще создавать в космосе, чем доставлять с земли, поскольку в космосе отсутствуют принципиальные ограничения по габаритам конструкций типа платформ, солнечных батарей или антенн. При создании подобных конструкций на орбите незаменимы легко формуемые материалы, для изготовления изделий из которых не требуются ни высокие температуры, ни значительные усилия, ни сложная многоступенчатая технология. Всё это суммируется в низкую энергоёмкость производства, и именно этим свойством обладают легкие пластики, армированные прочными волокнами. При создании конструкции непосредственно в космосе она не обязана быть складываемой, а это и есть одно из самых сложных требований при

проектировании и изготовлении космических конструкций на земле, ведь при изготовлении в космосе не нужны подвижные соединительные элементы и приводы для раскрытия конструкции [10-11]. В статье рассмотрен принцип проектирования формы и структуры армирования композитных стержней, из которых состоит рефлектор антенны и при изгибе которых получается параболическая поверхность антенны заданной кривизны.

Композитные балки и стержни, работающие на изгиб как упругие элементы, получили достаточно широкое применение [12-16] и в технике, и в спорте. Всё дело в возможной накопленной упругой энергии, которая для однонаправленного стеклопластика в пересчете на килограмм массы многократно выше, чем для других конструкционных материалов. Это уникальное свойство определяется сочетанием высокой прочности, низкого модуля упругости и малой плотности. Основная сложность применения композитов связана с отработкой технологии создания конструкции заданной пространственной формы. Традиционными «послойными» технологиями создать подобные конструкции проблематично, хотя такие достаточно успешные попытки предпринимались [17]. Появление возможности управлять укладкой, если не отдельных волокон, то нити - сильно расширило область проектирования и изготовления композитных элементов конструкций заданного профиля. Разрабатываемые технологии 3D печати без поддержки позволят создавать непосредственно на орбите трехмерные конструкции космического базирования [18].

Проектирование профилированной балки. Задание изменения размеров (w – ширины, t – высоты) прямоугольного поперечного сечения профилированной балки по её длине l имеет большое значение для обеспечения служебных характеристик [19]. Цели и соответствующие законы профилирования могут быть различными, но наиболее естественными и удобными представляются степенные зависимости (см. рис. 1), поскольку они соответствуют степенному характеру изменения изгибающего момента при наиболее распространенных видах нагружения (сосредоточенная сила, распределенная нагрузка):

$$w(\bar{x}) = w(1)(\bar{x})^\alpha; \quad t(\bar{x}) = t(1)(\bar{x})^\beta; \quad \bar{x} = x/l \in [0;1]. \quad (1)$$

Создание «равнопрочного» профилирования

Для волокнистых композитов условие отсутствия перерезанных волокон является критическим, именно поэтому композитные элементы конструкции проектируют, не предполагая последующую механическую обработку. Для композитных балок условие постоянства площади поперечных сечений (сколько волокон вышло из корневого сечения, столько же дошло до крайнего) является логичным и обоснованным. Это одно из двух условий для нахождения неизвестных коэффициентов α и β . Второе условие может быть принято из различных соображений, например, из условия равнопрочности – постоянства максимального изгибного напряжения в любом сечении по длине балки, не превышающего некоторое допустимое значение:

$$\sigma(l) = \sigma(x) \Leftrightarrow \frac{6P \cdot l}{w(1) \cdot t(1)^2} = \frac{6P \cdot l}{w(\bar{x}) \cdot t(\bar{x})^2} \cdot (\bar{x})^{1-(\alpha+2\beta)} \Rightarrow \alpha + 2\beta = 1. \quad (2)$$

Условие постоянства площади сечения из (1) имеет вид:

$$w(\bar{x})t(\bar{x}) = w(1)t(1) \Rightarrow \alpha + \beta = 0. \quad (3)$$

При выполнении условий (3) и (2) из (1):

$$\alpha = -1, \quad \beta = 1, \quad (4)$$

и эти значения соответствуют форме «ажурной» балки «констэра» («constarea» – constant area), схематически показанной на рисунке 1.

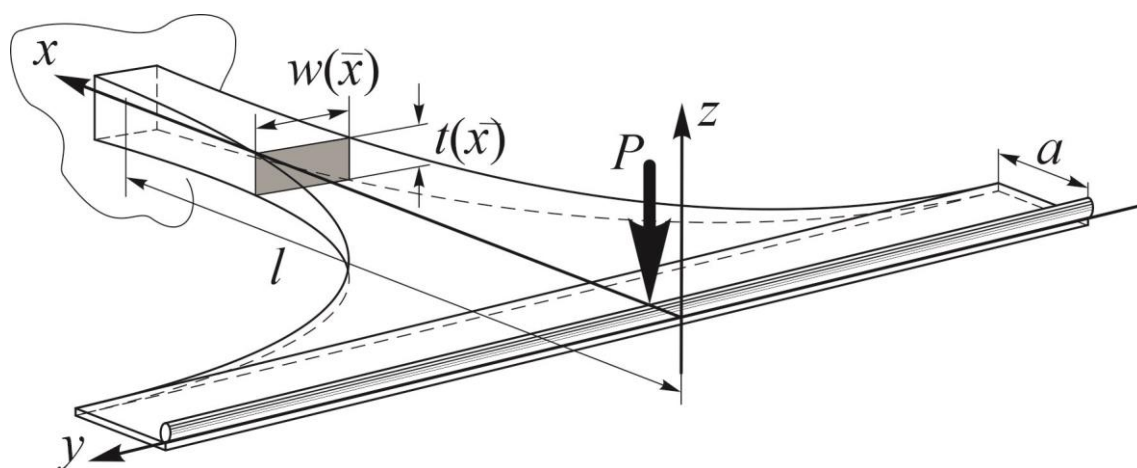


Рисунок 1 – Равнопрочная балка констэра с концевыми участками

Необходимость участка постоянной ширины ближе к краю балки связана с тем, что невозможно «идеально» профилировать композитную балку – толщина

на краю согласно (1), (4) должна была бы равняться нулю, ширина – бесконечности. При подобном показанному на рисунке 1 изменении размеров очень сильно меняются по длине механические характеристики балки из волокнистого композита: модуль упругости и прочность зависят от направления армирования, если направление волокон изменяется на значительный угол, то эти характеристики сильно снижаются [20]. Подобные балки интересны как накопители упругой энергии [2,3,19], поскольку позволяют повысить максимальный прогиб при той же нагрузке без потери прочности, что приводит для заданных жесткости и прочности к снижению необходимого веса балки в 3 раза [3], что важно для упругих элементов подвески транспортных средств и с успехом применяется на некоторых современных автомобилях [21, 22].

Обеспечение заданной формы прогиба

Линию прогиба балок $v(x)$, у которых ширина и высота сечения меняются по степенным законам (1), можно в линейной постановке описать, интегрируя уравнение равновесия:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 v}{dx^2} &= -\frac{P \cdot x}{E_0 I(\bar{x})}; \quad v(l) = v'(l) = 0; \quad dx = l d\bar{x} \Rightarrow \\ v'(\bar{x}) &= -\int_0^1 \frac{P \cdot l^2 \cdot \bar{x}^{1-\alpha-3\beta} d\bar{x}}{E_0 I(1)} = \frac{P \cdot l^2 \cdot (1 - \bar{x}^{2-\alpha-3\beta})}{E_0 I(1)(2-\alpha-3\beta)}; \quad (\alpha+3\beta \neq 2); \\ v(\bar{x}) &= \int_0^1 \frac{P \cdot l^3 \cdot (1 - \bar{x}^{2-\alpha-3\beta}) d\bar{x}}{E_0 I(1)(2-\alpha-3\beta)} = \frac{P \cdot l^3}{E_0 I(1)(2-\alpha-3\beta)} \left(\bar{x} - \frac{\bar{x}^{3-\alpha-3\beta}}{3-\alpha-3\beta} + \frac{\alpha+3\beta-2}{3-\alpha-3\beta} \right); \quad (\alpha+3\beta \neq 3). \\ v(0) &= \frac{P \cdot l^3}{3E_0 I(1)(1-\alpha/3-\beta)}. \end{aligned} \quad (5)$$

Также, максимальный прогиб можно получить из энергетического принципа Кастильяно

$$\begin{aligned} v(0) \cdot P &= \int_0^l \frac{M^2(x)}{E(x) \cdot I(\bar{x})} dx; \quad M = P \cdot x. \\ v(0) &= \frac{P}{E_0 I(1)} \int_0^l x^{2-\alpha-3\beta} dx = \frac{Pl^{\alpha+3\beta} \cdot (x^{3-\alpha-3\beta})_0^l}{E_0 I(1)(3-\alpha-3\beta)} = \frac{Pl^3}{3E_0 I(1)(1-\alpha/3-\beta)}. \end{aligned}$$

где $M(x) = P \cdot l \cdot \bar{x}$ – изгибающий момент в произвольном сечении; $E(x) = E_0$ – модуль упругости однонаправленного материала, предполагаемый в первом

приближении постоянным по длине балки; $I(1) = \frac{w(1) \cdot t^3(1)}{12}$ – момент инерции

сечения в заделке; $I(\bar{x}) = \frac{w(\bar{x}) \cdot t^3(\bar{x})}{12} = I(1) \cdot (\bar{x})^{\alpha+3\beta}$ - момент инерции сечения с координатой x .

Задача вычисления прогибов для получения наглядных результатов решается здесь в «четырежды линейной» постановке [19]: прогибы и углы поворота сечений предполагаются малыми, что соответствует реальной форме антенны, в которой при радиусе 3м «глубина» составляет порядка 30мм. Материал предполагается линейно упругим, используется гипотеза плоских сечений и дополнительные прогибы от межслойных сдвигов не учитываются, так как длина стержня в десятки раз превышает его толщину.

Поскольку необходимо получить параболическую форму прогиба, принимаем $\alpha+3\beta=m$ для упрощения выражения (4) и при $m = 1$ получаем:

$$v(x) = \frac{P \cdot l^3}{E_0 \cdot I(1) \cdot (2-m) \cdot (3-m)} \left[(\bar{x})^{3-m} - (3-m)\bar{x} + (2-m) \right];$$

$$m=1 \Rightarrow v(x) = \frac{P \cdot l^3}{2E_0 I(1)} (\bar{x}^2 - 2\bar{x} + 1) = \frac{P \cdot l}{2E_0 \cdot I(1)} (l-x)^2. \quad (6)$$

Для равнопрочной балки констрэры из (4) $m=2$, и правило интегрирования в (5) изменяется, и в результате: при $\alpha = -1, \beta = 1$:

$$v(\bar{x}) = \frac{P \cdot l^3}{E_0 \cdot I(1)} [\bar{x} \ln(\bar{x}) - 2\bar{x} + 1]; v(0) = \frac{P \cdot l^3}{E_0 \cdot I(1)}. \quad (7)$$

Максимальный прогиб такой идеальной балки в 3 раза больше прогиба прямоугольного прототипа (рис. 2), что приводит к росту предельной накопленной упругой энергии в подобных профилированных элементах конструкций.

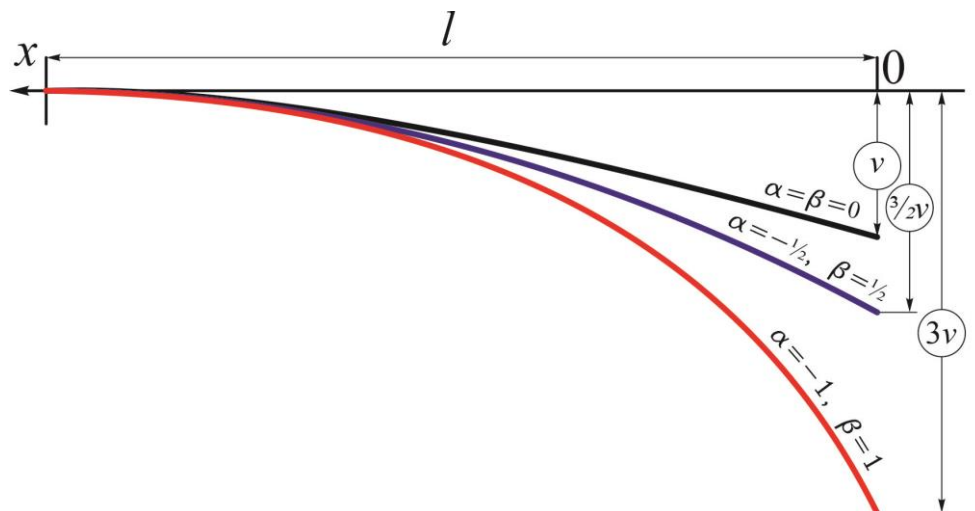


Рисунок 2 - Формы прогиба балок: прямоугольной ($\alpha = \beta = 0$) и с различными показателями степени α и β

Этапы проектирования

На начальной стадии проектирования конструкций инженер для удовлетворения эксплуатационных требований практически ничем не ограничен, кроме как багажом знаний и умений. По мере уточнения проекта вступают в силу ограничивающие факторы, которые могут потребовать существенного изменения задуманной конструкции. Для рефлекторов антенн космического базирования основным лимитирующим фактором является сила земного тяготения, которая действует на конструкцию при её доставке на орбиту. Как только удастся совместить места производства и эксплуатации таких систем, исчезнут и многие ограничения. На первый план выйдут правила проектирования конструкций с заданными характеристиками.

Традиционная форма рефлектора – параболоид вращения (рис. 3), именно при такой форме принимаемые антенной лучи фокусируются в одной точке. Достичь такой формы можно различными способами, и самый надёжный из них – изготовить заранее. Но при этом приходится изготавливать идеально изогнутую конструкцию, что непросто даже в земных условиях, а ещё сложнее - в космосе.

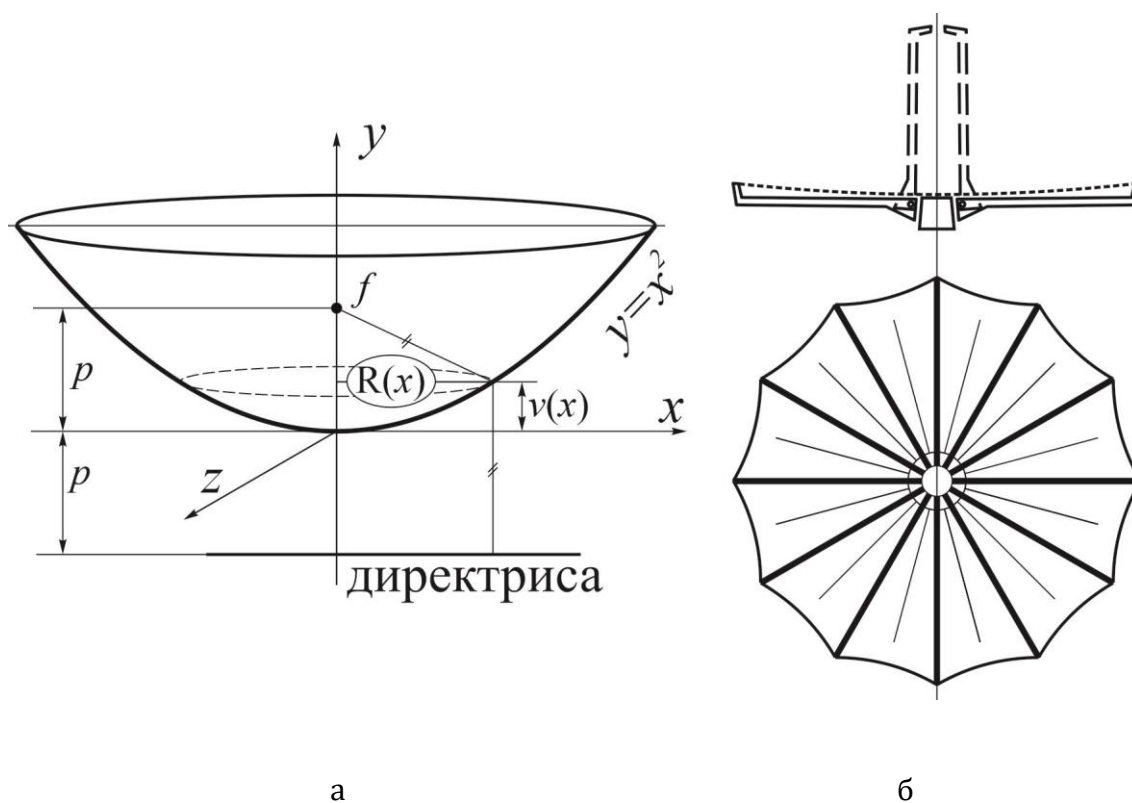


Рисунок 3 - Параболоид вращения с основными характеристиками образующей его параболы (а) и внешний вид раскрывающейся зонтичной антенны (б)

Для решения поставленной задачи возможен и нестандартный путь: изготавливать не параболическую конструкцию, а конструкцию, прогиб которой при схеме нагружения, условно показанной на рисунке 1, будет параболой. В (6) выражение в квадратных скобках отвечает за форму линии прогиба. И если это выражение привести к квадратному трехчлену, приняв $m=1$ (чтобы наибольший показатель степени при x был равен 2), то линия прогиба будет параболой, положение фокуса которой зависит от нагрузки. Добавляя второе условие сохранения площади поперечного сечения, найдём требуемые значения показателей степеней α и β в (1):

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 0 \\ \alpha + 3\beta = 1 \end{cases} \begin{cases} \alpha = -\frac{1}{2} \\ \beta = \frac{1}{2} \end{cases}. \quad (8)$$

Линия прогиба такой балки показана на рисунке 2 синим цветом, изменение размеров сечения на рисунке 4. Максимальный прогиб такой балки при заданной силе в 1.5 раза больше, чем прогиб прямоугольной балки.

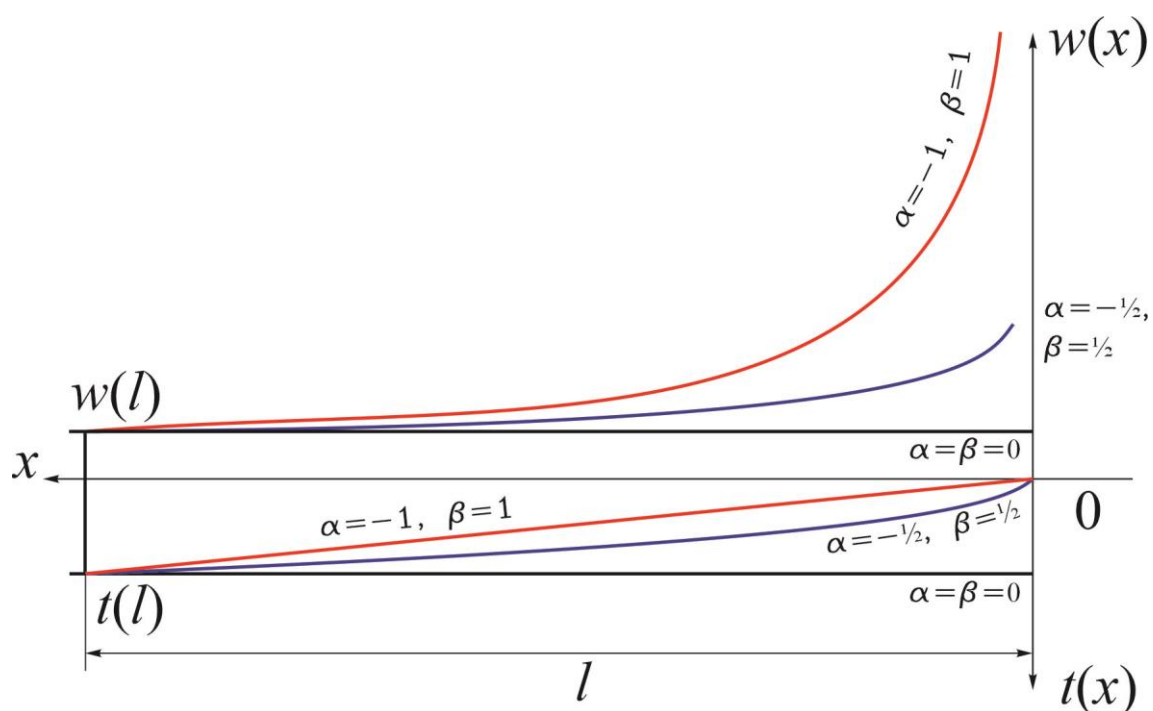


Рисунок 4 - Изменение ширины и толщины сечений по длине балки

Из рисунка 4 видно, что балка параболического прогиба менее «ажурная», чем балка констрэра, что означает менее интенсивное изменение модуля упругости по длине, и поэтому прямоугольный концевой участок такой балки можно сделать более коротким. Но изменение толщины происходит не по линейному закону, что вызовет определенные сложности при изготовлении.

Схема рефлектора, составленного из подобных балок, показана на рисунке 5. Кривизну рефлектора подобного типа можно контролировать изменением усилия на свободном крае балки. Расположенный по окружности и проходящий по свободным концам балок трос с регулируемым натяжением на взгляд авторов может справиться с задачей регулировки прогиба. Подобные способы задания профиля рефлектора рассчитывали, например, в [23].

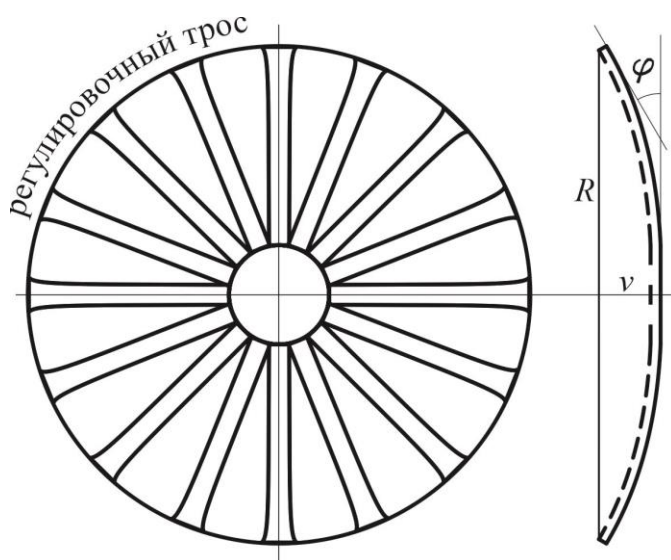


Рисунок 5 - Внешний вид рефлектора, состоящего из балок с параболическим прогибом

Интересен вопрос о «раскрытии» рефлектора, т.е. о том, какой должен быть максимальный угол φ между касательной к профилю балки в точке, наиболее удаленной от центра рефлектора, и продольной осью (рис. 4), или о максимальном прогибе балок, из которых состоит рефлектор. От «раскрытия» рефлектора зависит количество «пойманных» лучей, хотя оно не прямо пропорционально внутренней площади параболоида и зависит не только от геометрии рефлектора, но и от плотности этих лучей, и при выборе размеров рефлектора нужно задаться некоторыми дополнительными условиями. В космических телескопах «Гершель» и «Хаббл» с едиными (не сегментированными, как у «Уэбба») первичными зеркалами, расстояние v (рис. 5) составляет очень небольшую (менее 5%) долю от радиуса рефлектора R , ($\sim 1\%$ - «Хаббл», $\sim 3\%$ - «Гершель»). Очевидно, это связано с компоновочными соображениями, но если создавать конструкцию рефлектора в космосе, то подобные условия соблюдать не обязательно.

Выводы

Принципиально возможно создать такие законы изменения размеров прямоугольных сечений консольной балки, чтобы при нагружении концевой силой линия её прогиба представляла собой параболу, что представляет научный и практический интерес. Условие равнопрочности или равнонапряженности при этом не выполняется, да и не требуется – важны другие два свойства: сохранение числа волокон (констэра) и форма прогиба нейтральной линии. Речь идет в основном не о технологии выкладки, а о способе нагружения, чтобы балка приняла заданную форму. Кроме изменения размеров сечений принципиальным остается влияние углов разориентации волокон на локальный эффективный модуль, а значит – на форму прогиба, но в данной статье эти вопросы не затронуты.

Заключение

Волокнистые композиты, как и природные материалы, позволяют реализовать некоторые новые, ранее неизученные эффекты. Один из них – это управление формой линии прогиба с помощью создания специальной структуры армирования и геометрии балки. Потребуется уточненный анализ и усилия технологов для создания балок заданного профиля из волокнистых композитов, но в качестве первого шага – в статье показано, что получение балки с заданного формой прогиба возможно.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Conflict of interest

The authors declare no conflict of interest.

Список источников

1. Васильев В. В. и др. Композиционные материалы: Справочник. – М.: Машиностроение, 1990. – 512 с.
2. Полилов А. Н. Экспериментальная механика композитов (2-е издание). – М.: Изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016. – 376 с.

3. Полилов А. Н. , Татусь Н. А. , Тянь Шиаюн. Анализ эффективности композитных структур для космических конструкций, способных запасать упругую энергию // Труды МАИ. – 2025. – № 144.
4. Domínguez-Domínguez, G., Justo, X. & Matey, L.M. Integration of manufacturing constraints into topology optimization algorithms for long fibre reinforced plastic components. Int J Adv Manuf Technol (2025). <https://doi.org/10.1007/s00170-025-15816-0>
5. Елисеева А.Ю., Комар Л.А., Кондюрин А.В. Вычислительное моделирование отверждения каркаса надувной антенны спутника на околоземной орбите // Вычислительная механика сплошных сред. – 2020. – Т. 13, № 4. – С. 414-423. – DOI 10.7242/1999-6691/2020.13.4.32. – EDN PDFKAL.
6. Казанцев З. А., Ерошенко А. М., Уваев И. В., Лопатин А. В. Параболический трансформируемый рефлектор для платформы CubeSat // Космические аппараты и технологии. – 2020. – Т. 4, № 2(32). – С. 85-95. – DOI 10.26732/j.st.2020.2.03. – EDN QBVPEX.
7. Алфутов Н. А., Зиновьев П. А., Попов В. Г. Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов. Серия "Библиотека расчетчика". – М.: Машиностроение, 1984. – 264 с.
8. Gordon. J. E. The New Science of Strong Materials. Or Why You Don't Fall through the Floor. Princeton university press, 2018. – 328 с. ISBN 9780691180984.
9. Gibson R. F. Principles of composite material mechanics. Third Edition. CRC Press Content, 2011. – 683 с.
10. Буюкас В. И., Глотов М. Д. Физическое моделирование системы раскрытия нового лепесткового зеркала для космической радиоастрономии / // Краткие сообщения по физике ФИАН. – 2021. – Т. 48, № 9. – С. 3-9. – EDN JTHNCF.
11. Кабанов С. А., Зимин Б. А., Митин Ф. В. Разработка и исследования математических моделей раскрытия подвижных частей трансформируемых космических конструкций. Часть I // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2020. – Т. 21, № 1. – С. 51-64. – DOI 10.17587/mau.21.51-64. – EDN HVWRAF.
12. Салахутдинов М. А., Арипов Д. Н., Ханеков А. Р., Киселев С. С. Экспериментальные исследования несущей способности балок составного

двутаврового сечения из пултрузионных стеклопластиковых профилей (ПСП) // Вестник МГСУ. – 2024. – Т. 19, № 12. – С. 1883-1895. – DOI 10.22227/1997-0935.2024.12.1883-1895. – EDN IAVQCP.

13. Кривень Г. И. Пассивное демпфирование балочных элементов антенных систем // Радиотехника. – 2023. – Т. 87, № 9. – С. 66-74. – DOI 10.18127/j00338486-202309-06. – EDN JZPSCS.

14. Brózda, Kinga & Selejdak, Jacek & Koteš, Peter. (2017). The Analysis of Beam Reinforced with FRP Bars in Bending. Procedia Engineering. 192. 64-68. 10.1016/j.proeng.2017.06.011.

15. Soliman, E.S.M.M. Optimization of hybrid composite leaf spring considering Tsai-Wu failure criteria. Int J Interact Des Manuf 19, 8439–8458 (2025). <https://doi.org/10.1007/s12008-025-02285-8>

16. Aya, Serhan & Tüfekci, Mertol & Tufekci, Ekrem. (2025). Analytical modeling and exact solution for the static behavior of helical beams: a novel approach. Mechanics Based Design of Structures and Machines. 1-32. 10.1080/15397734.2025.2549470.

17. Bai Shu Cheng, Cai Liang Yuan, Wen Lei [et al.] The large dimension super light-weight rigid carbon fiber composite antenna fabrication technique with rubber bar mandrel // Perspektivnye Materialy. – 2011. – No. S13. – P. 225-231. – EDN NJINKR.

18. Kang, Youwei & Liu, Tengfei & Tian, Xiaoyong & Li, Haiyang & Zhang, Haojie & Li, Yancheng & Wu, Lingling. (2025). Spider web-inspired continuous fibre floating 3D printing for large lightweight mesh structures. Virtual and Physical Prototyping. 20. 10.1080/17452759.2025.2546676.

19. Полилов А. Н. Пять парадоксов четырежды линейной теории изгиба профилированных и ветвящихся композитных пружин // Машиностроение и инженерное образование. – 2021. – № 3-4(67). – С. 3-15. – EDN DNDVEK.

20. Карапетян К. А. Зависимость сопротивления ползучести стеклопластиковых элементов от начальной разориентации направления армирования // Известия Казанского государственного архитектурно-строительного университета. – 2024. – № 4(70). – С. 33-41. – DOI 10.48612/NewsKSUAE/70.3. – EDN ESTXDX.

21. Jun, Ke & wu, Zhenyu & Ying, Zhiping. (2019). A review on material selection, design method and performance investigation of composite leaf springs. Composite Structures. 226. 111277. 10.1016/j.compstruct.2019.111277.
22. Manaba, Brighton & Hashe, Vuyo. (2021). A review of composite leaf springs for automotive vehicles. MATEC Web of Conferences. 347. 00031. 10.1051/matecconf/202134700031.
23. Русских С. В., Шклярчук Ф. Н. Расчет формообразования космической зонтичной антенны при сильном изгибе радиальных стержней, связанных по параллелям растяжимыми тросами // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2021. – № 5. – С. 99-112. – DOI 10.31857/S0572329921050093. – EDN OBNOSM

References

1. Vasiliev V. V. Kompozitsionnye materialy: Spravochnik [Composite Materials: Handbook]. – M.: Mashinostroyeniye, 1990. – 512 p.
2. Polilov A. N. Eksperimental'naya mekhanika kompozitov (2-e izdanie) [Experimental Mechanics of Composites (2nd edition)]. – M.: Izd. MGTU im. N.E. Baumana, 2016. – 376 p.
3. Polilov A. N., Tatus' N. A., Tian Shiayung. Analiz effektivnosti kompozitnykh struktur dlya kosmicheskikh konstruktsiy, sposobnykh zapasat' upruguyu energiyu [Efficiency analysis of composite structures for space structures capable of storing elastic energy] // Trudy MAI. – 2025. – No. 144.
4. Domínguez-Domínguez, G., Justo, X. & Matey, L.M. Integration of manufacturing constraints into topology optimization algorithms for long fibre reinforced plastic components. Int J Adv Manuf Technol (2025). <https://doi.org/10.1007/s00170-025-15816-0>
5. Eliseeva A.Yu., Komar L.A., Kondyurin A.V. Vychislitel'noye modelirovaniye otverzhdeniya karkasa naduvnoy antennoy sputnika na okolozemnoy orbite [Computational simulation of frame curing for an inflatable satellite antenna in low Earth orbit] // Vychislitel'naya mekhanika sploshnykh sred. – 2020. – Vol. 13, No. 4. – P. 414-423. – DOI 10.7242/1999-6691/2020.13.4.32. – EDN PDFKAL.

6. Kazantsev Z. A., Eroshenko A. M., Uvaev I. V., Lopatin A. V. Parabolicheskiy transformiruemyy reflektor dlya platformy CubeSat [Parabolic deployable reflector for the CubeSat platform] // Kosmicheskie apparaty i tekhnologii. – 2020. – Vol. 4, No. 2(32). – P. 85-95. – DOI 10.26732/j.st.2020.2.03. – EDN QBVPEX.
7. Alfutov N. A., Zinov'ev P. A., Popov V. G. Raschet mnogosloynnykh plastin i obolochek iz kompozitsionnykh materialov [Analysis of multilayer plates and shells made of composite materials]. Series "Biblioteka raschetchika" [Calculator's Library]. – M.: Mashinostroenie, 1984. – 264 p.
8. Gordon, J. E. The New Science of Strong Materials. Or Why You Don't Fall through the Floor. Princeton University Press, 2018. – 328 p. ISBN 9780691180984.
9. Gibson, R. F. Principles of Composite Material Mechanics. Third Edition. CRC Press Content, 2011. – 683 p.
10. Buyakas V. I., Glotov M. D. Fizicheskoe modelirovanie sistemy raskrytiya novogo lepestkovogo zerkala dlya kosmicheskoy radioastronomii [Physical modeling of the deployment system for a new petal mirror for space radio astronomy] // Kratkie soobshcheniya po fizike FIAN. – 2021. – Vol. 48, No. 9. – P. 3-9. – EDN JTHNCF.
11. Kabanov S. A., Zimin B. A., Mitin F. V. Razrabotka i issledovaniya matematicheskikh modeley raskrytiya podvizhnykh chastey transformiruemykh kosmicheskikh konstruktsiy. Chast' I [Development and research of mathematical models for deployment of movable parts of deployable space structures. Part I] // Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie. – 2020. – Vol. 21, No. 1. – P. 51-64. – DOI 10.17587/mau.21.51-64. – EDN HVWRAF.
12. Salakhutdinov M. A., Aripov D. N., Khanekov A. R., Kiselev S. S. Eksperimental'nye issledovaniya nesushchey sposobnosti balok sostavnogo dvutavrovogo secheniya iz pultrusionnykh stekloplastikovykh profiley (PSP) [Experimental studies of load-bearing capacity of composite I-section beams made of pultruded fiberglass profiles] // Vestnik MGSU. – 2024. – Vol. 19, No. 12. – P. 1883-1895. – DOI 10.22227/1997-0935.2024.12.1883-1895. – EDN IAVQCP.
13. Kriven' G. I. Passivnoe dempfirovanie balochnykh elementov antennykh sistem [Passive damping of beam elements of antenna systems] // Radiotekhnika. – 2023. – Vol. 87, No. 9. – P. 66-74. – DOI 10.18127/j00338486-202309-06. – EDN JZPSCS.

14. Brózda, Kinga & Selejdak, Jacek & Koteš, Peter. (2017). The Analysis of Beam Reinforced with FRP Bars in Bending. *Procedia Engineering*. 192. 64-68. 10.1016/j.proeng.2017.06.011.
15. Soliman, E.S.M.M. Optimization of hybrid composite leaf spring considering Tsai-Wu failure criteria. *Int J Interact Des Manuf* 19, 8439–8458 (2025). <https://doi.org/10.1007/s12008-025-02285-8>
16. Aya, Serhan & Tüfekci, Mertol & Tufekci, Ekrem. (2025). Analytical modeling and exact solution for the static behavior of helical beams: a novel approach. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*. 1-32. 10.1080/15397734.2025.2549470.
17. Bai Shu Cheng, Cai Liang Yuan, Wen Lei [et al.] The large dimension super light-weight rigid carbon fiber composite antenna fabrication technique with rubber bar mandrel // *Perspektivnye Materialy*. – 2011. – No. S13. – P. 225-231. – EDN NJINKR.
18. Kang, Youwei & Liu, Tengfei & Tian, Xiaoyong & Li, Haiyang & Zhang, Haojie & Li, Yancheng & Wu, Lingling. (2025). Spider web-inspired continuous fibre floating 3D printing for large lightweight mesh structures. *Virtual and Physical Prototyping*. 20. 10.1080/17452759.2025.2546676.
19. Polilov A. N. Pyat' paradoksov chetyredy lineynoy teorii izgiba profilirovannykh i vetyashchikhsya kompozitnykh pruzhin [Five paradoxes of the fourfold linear bending theory of profiled and branching composite springs] // *Mashinostroenie i inzhenernoe obrazovanie*. – 2021. – No. 3-4(67). – P. 3-15. – EDN DNDVEK.
20. Karapetyan K. A. Zavisimost' soprotivleniya polzuchesti stekloplastikovykh elementov ot nachal'noy razorientatsii napravleniya armirovaniya [Dependence of creep resistance of fiberglass elements on initial misorientation of reinforcement direction] // *Izvestiya Kazanskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta*. – 2024. – No. 4(70). – P. 33-41. – DOI 10.48612/NewsKSUAE/70.3. – EDN ESTXDX.
21. Jun, Ke & wu, Zhenyu & Ying, Zhiping. (2019). A review on material selection, design method and performance investigation of composite leaf springs. *Composite Structures*. 226. 111277. 10.1016/j.compstruct.2019.111277.

22. Manaba, Brighton & Hashe, Vuyo. (2021). A review of composite leaf springs for automotive vehicles. MATEC Web of Conferences. 347. 00031. 10.1051/matecconf/202134700031.

23. Russkikh S. V., Shklyarchuk F. N. Raschet formoobrazovaniya kosmicheskoy zontichnoy antennoy pri sil'nom izgibe radial'nykh sterzhney, svyazannykh po parallelam rastyanhimymi trosami [Calculation of shape formation of a space umbrella antenna under strong bending of radial rods connected along parallels by tensioned cables] // Izvestiya Rossiyskoy akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela. – 2021. – No. 5. – P. 99-112. – DOI 10.31857/S0572329921050093. – EDN OBNOSM.

Информация об авторах

Александр Николаевич Полилов, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник лаборатории безопасности и прочности композитных конструкций Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук, г. Москва, Россия; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0990-5178>; Scopus: 6603583004; SPIN-код: 4392-2715; AuthorID: 5914; e-mail: polilovan@mail.ru

Николай Алексеевич Татусь, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, и.о. заведующего лабораторией безопасности и прочности композитных конструкций Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук, г. Москва, Россия; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1748-9976>; Scopus: 57855432200; SPIN-код: 2706-2817; AuthorID: 157336; e-mail: nikalet@mail.ru

Тян Шиаяунг – профессор, глава лаборатории инженерных систем, Университет г. Сиань, Китай; Scopus: 25947913600; e-mail: leoxyt@hotmail.com

Information about the authors

Alexander N. Polilov, Doctor of Technical Sciences, Professor, Chief researcher Laboratory of Safety and Strength of Composite Structures, Institute of Machines Science of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia; ORCID:

<https://orcid.org/0000-0002-0990-5178>; Scopus: 6603583004; SPIN-код: 4392-2715; AuthorID: 5914; e-mail: polilovan@mail.ru

Nikolay A. Tatus, Ph. D. in Technical Sciences, Head of Laboratory of Safety and Strength of Composite Structures, Institute of Machines Science of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1748-9976>; Scopus: 57855432200; SPIN-код: 2706-2817; AuthorID: 157336; e-mail: nikalet@mail.ru

Xiaoyong Tian, professor, head of State Key Laboratory of Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, P.R.China; Scopus: 25947913600; e-mail: leoxyt@hotmail.com

Получено 14 апреля 2026 ● Принято к публикации 01 июня 2026 ● Опубликовано 25 июня 2026
Received 14 April 2026 ● Accepted 01 June 2026 ● Published 25 June 2026
