УДК 532.529

Математическая модель двухфазной турбулентной струи с учетом межфазового теплообмена излучением

Ю.В.Зуев

Аннотация

Проведена оценка величины членов уравнений двухфазной турбулентной струи, описывающих излучение фаз. Показано, что при начальной температуре фаз меньшей 2500К необходимо учитывать только изменение энергии частиц, равное разности между потоком излучения частиц и потоком излучения газа, поглощенного частицами. Получена простая формула, которую можно использовать для оценки влияния излучения на параметры струи. Записана система уравнений, описывающих двухфазную турбулентную струю, с учетом излучения.

Ключевые слова

двухфазная струя; излучение; математическая модель.

Введение

При решении ряда прикладных задач, например при расчете параметров струи за реактивным двигателем, необходимо иметь математическую модель двухфазного струйного течения, учитывающую наряду с межфазным конвективным теплообменом теплообмен излучением. Влияние излучения на распространение двухфазных струй не исследовалось. Поэтому важно выяснить, нужно ли учитывать излучение при расчете двухфазных струй и, если да, то при каких условиях.

1. Оценка необходимости учета в математической модели двухфазной струи межфазного теплообмена излучением

Система уравнений, описывающих двухфазную струю, в качестве основных уравнений включает уравнения баланса массы, количества движения и энергии, записанные для каждой фазы [1]. В случае излучающей среды левая часть уравнения баланса энергии газовой фазы должна записываться с учетом плотности энергии излучения E_R/ρ (E_R - плотность энергии излучения газа, ρ - плотность газовой фазы), а правая часть этого уравнения должна содержать член, описывающий перенос тепла излучением в газе $\mathrm{div}\,\vec{q}_R$ ($\vec{q}_R$ - поток излучения), и член, учитывающий радиационный теплообмен между газом и частицами. В правую часть уравнения баланса энергии частиц добавляется член, учитывающий излучение и поглощение излучения частицами. В уравнениях баланса количества движения и энергии фаз должно быть учтено и давление излучения p_R.

Проведем оценку величин плотности энергии излучения, давления излучения и переноса тепла излучением. Будем считать, что непрерывной фазой является газ, состоящий из k компонентов, а дискретной фазой – твердые частицы диаметром D_f. Параметры компонентов газовой фазы будем обозначать нижним индексом k, а параметры частиц – индексом f.

При наличии излучения энергия k-го компонента газовой фазы, входящая в левую часть уравнения баланса энергии, складывается из внутренней энергии U_k , кинетической энергии $\vec{W}^2/2$ и энергии излучения E_{Rk}/ρ_k [2]:

$$U_k + \frac{\vec{W}^2}{2} + \frac{E_{Rk}}{\rho_k}.$$

Объемная плотность энергии излучения единицы массы k-го компонента газовой фазы равна [2]

$$\frac{E_{Rk}}{\rho_k} = \frac{a_R T^4}{\rho_k}. \qquad (1)$$

Здесь: a_R – постоянная Стефана-Больцмана для объемной плотности энергии излучения; $a_R = 7.67\cdot 10^{-16}$ Дж/м$^3\cdot$К^4.

Определим температуру, при которой необходимо учитывать объемную плотность энергии излучения, из условия равенства порядков удельной внутренней энергии U_k и объемной плотности энергии излучения E_{Rk}/ρ_k:

$$\frac{E_{Rk}/\rho_k}{U_k} \sim 1. \qquad (2)$$

Для определенности будем считать, что газовой фазой является воздух при давлении $p = 10^5$ Па. Подставляя (2) в (1), в этом случае имеем:

$$\frac{E_R/\rho}{U} = \frac{a_R T^4}{U} \sim 1.$$

Так как $U = c_v T$ и $\rho = p/RT$ (c_v – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме; R - удельная газовая постоянная), то

$$\frac{E_R/\rho}{U} = \frac{a_R T^4 R}{P c_v} \sim 1 \tag{3}$$

Используя аппроксимацию табличных данных [3] для удельной теплоемкости воздуха при постоянном объеме c_v в виде

$c_v = 623 + 0.2407\ T$ $\qquad\qquad$ (T > 500 К),

из (3) получаем, что E_R/ρ и U имеют одинаковый порядок, начиная с $T = 1.9{\cdot}10^5$ К. При меньшей температуре порядок E_R/ρ меньше порядка U.

Давление излучения p_R может быть рассчитано по формуле [2]:

$$p_R = a_R T^4 / 3.$$

Из сопоставления p_R с p=10^5 Па следует, что эти давления имеют одинаковый порядок при T =$1.4{\cdot}10^5$ К; при $T < 1.4{\cdot}10^5$ К порядок p_R меньше порядка p.

Во многих прикладных задачах температура газа на срезе сопла не превышает $2.5{\cdot}10^3$ К. Проведенные оценки показывают, что при решении этих задач в уравнениях, описывающих движение газовой фазы, можно пренебречь объемной плотностью энергии излучения и давлением излучения.

Сравним порядок члена уравнения баланса энергии газовой фазы, учитывающего перенос тепла излучением $\mathrm{div}\,\vec{q}_R$, с конвективным членом $u\rho c_p \dfrac{\partial T}{\partial x}$ этого уравнения. В случае струйного течения, для которого справедливо приближение пограничного слоя, перенос тепла излучением в уравнении баланса энергии описывается выражением $\dfrac{1}{y^\beta}\dfrac{\partial}{\partial y} y^\beta q_{Ry}$ (β=0 для плоской струи и β=1 для круглой струи; q_{Ry} – проекция вектора теплового потока $\vec{q}_R$ на ось y).

Формулы для расчета теплового потока излучения имеют различный вид в зависимости от оптической толщины потока. Предельными случаями являются оптически тонкий и оптически толстый газ, для которых получены простые расчетные формулы. Для определения режима теплового излучения используется радиационное число Кнудсена Kn_R [2], равное отношению средней длины свободного пробега излучения L_R к характерной длине L: $\mathrm{Kn}_R = L_R/L$. Число Кнудсена характеризует расстояние, пройденное фотонами, прежде чем они поглотятся молекулами газа. При $L_R \gg L$ поток называется оптически тонким, а при $L_R \ll L$ – оптически толстым. Наиболее известны два осредненных значения средней длины свободного пробега излучения: по Росселанду L_R и по Планку L_{RP}. Средняя длина свободного пробега излучения по Росселанду для воздуха может быть рассчитана по формуле [2]:

$$\rho K_R = \frac{1}{L_R} = 4.52\cdot 10^{-5}\, p^{1.31} \exp\left(5.18\cdot 10^{-4}\, T - 7.13\cdot 10^{-9}\, T^2\right) \quad [\text{м}] \tag{4}$$

в которой: K_R – средний коэффициент поглощения по Росселанду; p – давление, атм.; T – температура, К.

Для определения средней длины свободного пробега излучения по Планку в первом приближении можно использовать формулу L_{RP}=0.12·L_R [4], справедливую при T < 20000К. При p = 1 атм и T = 2500К из (4) L_R = 6.3·10^3 м.

Если выбрать в качестве характерного размера радиус струи $R_{\text{гр}}$ = 5 м, то Kn$_R$ = 1260 >> 1. Т.е. в этом случае поток является оптически тонким. Для оптически тонкой среды в [2] приводится следующее выражение для члена уравнения энергии газа, учитывающего перенос тепла излучением в плоском течении типа пограничного слоя:

$$\frac{\partial q_{Ry}}{\partial y} = -\,4\rho K_p \sigma T^4, \tag{5}$$

в котором: σ - постоянная Стефана-Больцмана для потока излучения (σ = 5.67·10^{-8} Дж/м^2·с·К^4); K_P – средний коэффициент поглощения по Планку.

Величина L_{RP}, обратная ρK_P (L_{RP} = 1/ρK_P), представляет собой среднюю длину пробега излучения по Планку [2]. Как отмечалось выше, при T < 20000К L_{RP} = 0.12·L_R, т.е. для воздуха при p = 10^5 Па и T = 2500К L_{RP} = 7.6·10^2 м.

Определим порядок отношения $\frac{1}{y}\frac{\partial y q_{Ry}}{\partial y}$ и $u\rho c_p \frac{\partial T}{\partial x}$ для воздушной среды при p = 10^5 Па и T = 2500К. Величина порядка отношения переноса тепла излучением к конвективному переносу тепла не зависит от того, является течение осесимметричным или плоским. Поэтому будем рассматривать плоское течение, для которого в приближении пограничного слоя справедливо выражение (5). В монографии [2] отношение $\partial q_{Ry}/\partial y$ к $u\rho c_p \frac{\partial T}{\partial x}$ обозначается R$_F$ и называется числом потока излучения.

$$\mathrm{R}_F = \frac{\partial q_{Ry}/\partial y}{u\rho c_p \dfrac{\partial T}{\partial x}} \sim \frac{4(\rho K_P)\sigma T_0^4 l_x}{u_0 \rho_0 c_{p0} T_0} = \frac{4\sigma T_0^3 l_x}{L_{RP} u_0 \rho_0 c_{p0}}.$$

Здесь l_x – масштаб длины вдоль оси x; индексом 0 обозначены масштабы физических величин.

Принимая T_0 = 2500К, l_x = 50 м, u_0 = 100 м/с, ρ_0 = 0.14 кг/м^3, c_{p0} = 1500 Дж/кг·К, L_{RP} = 7.6·10^2 м, получаем

$$\frac{\partial q_{Ry}}{\partial y} \Big/ u\rho c_p \frac{\partial T}{\partial x} \sim 10^{-2}.$$

Т.е. тепловой поток излучения при T = 2500К составляет 1% от величины конвективного члена уравнения баланса энергии и поэтому тепловой поток излучения при $T \leq 2500$К можно не учитывать.

В результате проведенной оценки порядка давления, плотности энергии и потока излучения показано, что при расчете струй, имеющих начальную температуру $T \leq 2500$К, воздействием излучения на газовую фазу можно пренебречь.

Этот вывод может быть сделан и исходя из анализа критериев подобия, полученных для течений с излучением. При наличии излучения в газах вводится критерий Больцмана Bo, характеризующий отношение конвективного переноса тепла $\rho u c_p T$ к скорости притока лучистой энергии q_R [5]:

$$\mathrm{Bo} = \frac{\rho_0 u_0 c_{p0}}{\sigma T_0^3}.$$

В этой формуле индексом 0 обозначены масштабы физических величин.

В [6] рассматривается критерий подобия B_0, являющийся обратной величиной Bo: B_0 = 1/ Bo.

При T_0 = 2500К, ρ_0 = 0.14 кг/м^3, c_{p0} = 1500 Дж/(кг·К), $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ Дж/(м^2·с·К^4), u_0 = 100 м/с значение B_0 = 0.042 << 1. В [6] отмечается, что этот случай соответствует оптически тонкому слою газа ($\mathrm{Kn}_R >> 1$). При $B_0 << 1$ и $\mathrm{Kn}_R >> 1$ радиационные процессы не существенны по сравнению с другими процессами и уравнения газовой фазы без учета радиационного поля полностью определяют поля скоростей, температур и давлений этой фазы. Радиация должна учитываться только при расчете лучистых потоков, падающих на находящиеся в газе поверхности твердых тел, и эти потоки определяются на основе параметров течения, определенных без учета излучения. По этой причине можно пренебречь влиянием излучения частиц на параметры газовой фазы.

Таким образом, при наличии излучения в струе будем учитывать только изменение энергии частиц, равное разности между потоком излучения частиц и потоком излучения газа, поглощенного частицами. В [7] эта разность радиационных потоков называется результирующим излучением тела или его теплопередачей.

В общем случае при расчете результирующего излучения частиц необходимо учитывать излучение газа, в котором находятся частицы, и попадание на частицы излучения от других частиц.

При определенных условиях частицы можно рассматривать как независимые, т.е. невзаимодействующие. Согласно Г.Хюлсту [8] частицы можно считать независимыми, если среднее расстояние между ними в газовом объеме примерно в два раза превышает длину падающего излучения λ. Определим диаметр частиц, для которых это условие выполняется.

Если считать, что частицы диаметром D_f равномерно располагаются в узлах кубической решетки, расстояние между которыми равно a, то можно получить связь между объемной концентрацией частиц α_f, их диаметром D_f и расстоянием между центрами частиц a:

$$\alpha_f = \frac{\pi}{6}\left(\frac{D_f}{a}\right)^3 .$$

Совместное решение этого уравнения с неравенством $a - D_f > 2\lambda$, являющимся условием независимости частиц, дает

$$D_f > \frac{2\lambda\sqrt[3]{6\alpha_f/\pi}}{1-\sqrt[3]{6\alpha_f/\pi}} \quad . \tag{6}$$

Длину волны излучения частиц λ найдем в предположении, что спектр излучения частиц такой же, как и спектр излучения абсолютно черного тела. Длина волны, которой соответствует максимальная излучательная способность абсолютно черного тела, в соответствии с законом смещения Вина [7] равна $\lambda = \lambda_{max} = c/T$ (c – константа, равная $0.2998 \cdot 10^{-2}$ м·К). При T = 2500К $\lambda = 1.2 \cdot 10^{-6}$ м. Подставляя это значение λ в неравенство (6), получим связь между D_f и α_f (табл. 1). Частицы будут независимыми, когда их диаметр больше диаметра, приведенного в табл. 1.

Таблица 1

α_f	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}
D_f, мкм	0.032	0.071	0.166

На практике диаметр частиц значительно превышает диаметр частиц, приведенных в табл. 1. Поэтому взаимным излучением частиц друг на друга можно пренебречь. Учитывая это, при расчете результирующего излучения частиц будем учитывать только излучение газа. В этом случае изменение энергии одной частицы в результате радиационного обмена энергией с газом в единицу времени равно [7, 9]:

$$Q^1_{f,R} = F_{f,surf}\varepsilon_f\sigma\left(T^4 - T_f^4\right).$$

Здесь: $F_{f,surf}$ – площадь поверхности одной частицы; ε_f – интегральная степень черноты частицы; T – температура газа; T_f – температура частиц класса f.

Для всех частиц, находящихся в единице объема среды $Q_{f,R} = n_f Q^1_{f,R}$ (n_f – счетная концентрация частиц). Так как $F_{f,surf} = \pi D_f^2$ и $n_f = 6\alpha_f/\pi D_f^3$, то

$$Q_{f,R} = \frac{6\alpha_f \varepsilon_f \sigma\left(T^4 - T_f^4\right)}{D_f}.$$

Сравним величину результирующего излучения частиц с тепловым конвективным потоком от газа к частицам, который для единицы объема среды записывается следующим образом:

$$Q_{f,\text{конв}} = \frac{6\alpha_f^T \alpha_f \left(T - T_f\right)}{D_f}.$$

В этом выражении α_f^T - коэффициент теплоотдачи.

С учетом того, что $\alpha_f^T = \dfrac{\mathrm{Nu}\cdot\lambda}{D_f}$, $T^4 - T_f^4 = (T - T_f)(T+T_f)(T^2+T_f^2)$ и $T \cong T_f$

$$\frac{Q_{f,R}}{Q_{f,\text{конв}}} \approx \frac{4\varepsilon_f \sigma T^3 D_f}{\mathrm{Nu}\cdot\lambda}.$$

Используя степенную зависимость $\lambda = \lambda(T)$ в виде $\lambda/\lambda_0 = (T/T_0)^n$, получаем

$$\overline{Q} = \frac{Q_{f,R}}{Q_{f,\text{конв}}} \approx \frac{4\varepsilon_f \sigma T^{3-n} T_0^n D_f}{\mathrm{Nu}\cdot\lambda_0}. \qquad (7)$$

Считаем, что газовой фазой является воздух и принимаем $\varepsilon_f = 0.5$; $T_0 = 288$К; $\lambda_0 = 2.5\cdot10^{-2}$ Вт/м·К; Nu = 2; $n = 0.8$. Тогда

$$\overline{Q} = 2.1\cdot10^{-4}\cdot T^{2.2}\cdot D_f. \qquad (8)$$

Выражение (8) устанавливает связь между D_f и T для заданной величины $\overline{Q}$ или же позволяет определить значение $\overline{Q}$ для заданных параметров течения. Построенные с использованием формулы (8) зависимости D_f от T при $\overline{Q}$ = 0.01, 0.1 и 1 приведены на рис. 1. Области над кривыми 1, 2 и 3 соответствуют случаям $\overline{Q} > 0.01$, $\overline{Q} > 0.1$ и $\overline{Q} > 1$, а области под этими кривыми – случаям $\overline{Q} < 0.01$, $\overline{Q} < 0.1$ и $\overline{Q} < 1$, соответственно. Исходя из необходимой точности расчетов, по рис. 1 можно определить, нужно ли при данных D_f и T учитывать тепловое излучение частиц или же этим излучением можно пренебречь.

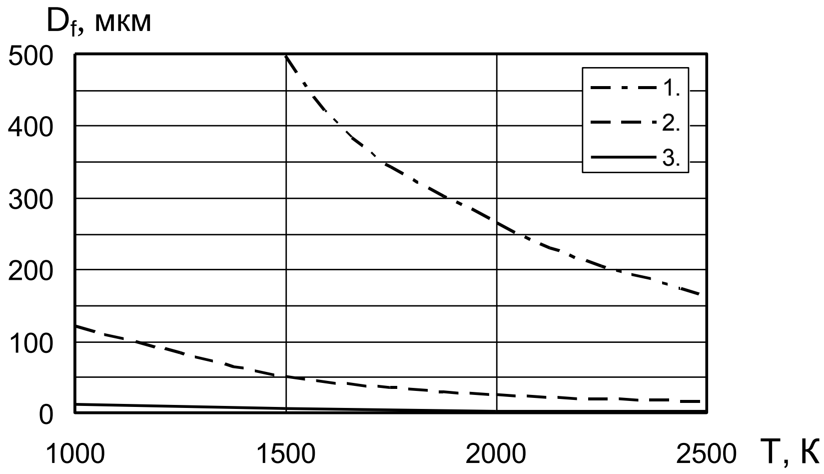

Рис. 1. Зависимость диаметра частиц от начальной температуры фаз в струе для трех значений $\overline{Q}$:

1 - $\overline{Q}$ = 1; 2 - 0.1; 3 - 0.01

2. Математическая модель двухфазной турбулентной струи с учетом излучения

С учетом проведенных оценок осредненные по пространству и времени уравнения математической модели двухфазной турбулентной струи при наличии излучения записывается следующим образом (без учета излучения математическая модель двухфазной струи приведена в [1]):

- уравнение баланса массы газовой фазы

$$\frac{\partial}{\partial x} y^{\beta}\rho u + \frac{\partial}{\partial y} y^{\beta}\left[v\rho + \sum_{k=1}^{K}\left(\alpha_k \overline{\rho_k' v'} + \rho_k \overline{\alpha_k' v'}\right)\right] = 0$$

- уравнение баланса количества движения газовой фазы в проекции на ось x (ось струи)

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \left[\rho v + \sum_{k=1}^{K}\left(\alpha_k \overline{\rho_k' v'} + \rho_k \overline{\alpha_k' v'}\right)\right]\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{y^{\beta}}\frac{\partial}{\partial y} y^{\beta}\rho\overline{u'v'} - \frac{\partial p}{\partial x} - \sum_{f=1}^{F} F_{cfx}$$

- уравнение баланса количества движения газовой фазы в проекции на ось y (перпендикулярна оси струи)

$$\frac{\partial P}{\partial y} \cong 0$$

- уравнение баланса энергии газовой фазы

$$u\rho c_p \frac{\partial T}{\partial x} + \left[\rho c_p v + \sum_{k=1}^{K}\left(\alpha_k \overline{\rho_k' v'} + \rho_k \overline{\alpha_k' v'}\right)\right]\frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{1}{y^\beta}\frac{\partial}{\partial y} y^\beta \rho c_p \overline{T'v'} - \overline{\rho u'v'}\frac{\partial u}{\partial y} + u\frac{\partial p}{\partial x} -$$

$$-\sum_{f=1}^{F} F_{cfx}\left(u_f - u\right) - \sum_{f=1}^{F} Q_{f,\text{конв}}$$

- уравнение диффузии компонентов газовой фазы

$$u\rho \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} + \left[v\rho + \sum_{k=1}^{K}\left(\alpha_k \overline{\rho_k' v'} + \rho_k \overline{\alpha_k' v'}\right)\right]\frac{\partial \alpha_i}{\partial y} = -\frac{1}{y^\beta}\frac{\partial}{\partial y} y^\beta \rho \overline{\alpha' v'}$$

- уравнение баланса массы частиц класса *f*

$$\frac{\partial}{\partial x} y^\beta \rho_f \alpha_f u_f + \frac{\partial}{\partial y} y^\beta \rho_f \left(\alpha_f v_f + \overline{\alpha_f' v_f'}\right) = 0$$

- уравнение баланса количества движения частиц класса *f* в проекции на ось *x*

$$\rho_f \alpha_f u_f \frac{\partial u_f}{\partial x} + \rho_f\left(\alpha_f v_f + \overline{\alpha_f' v_f'}\right)\frac{\partial u_f}{\partial y} = -\frac{1}{y^\beta}\frac{\partial}{\partial y} y^\beta \rho_f \alpha_f \overline{u_f' v_f'} + F_{cfx}$$

- уравнение баланса количества движения частиц класса *f* в проекции на ось *y*

$$\rho_f \alpha_f u_f \frac{\partial v_f}{\partial x} + \rho_f\left(\alpha_f v_f + \overline{\alpha_f' v_f'}\right)\frac{\partial v_f}{\partial y} = -\frac{1}{y^\beta}\frac{\partial}{\partial y} y^\beta \rho_f v_f \overline{\alpha_f' v_f'} - \frac{1}{y^\beta}\frac{\partial}{\partial y} y^\beta \rho_f \alpha_f \overline{v_f'^2} + F_{cfy}$$

- уравнение баланса энергии частиц класса *f*

$$\rho_f \alpha_f c_f u_f \frac{\partial T_f}{\partial x} + \rho_f c_f\left(\alpha_f v_f + \overline{\alpha_f' v_f'}\right)\frac{\partial T_f}{\partial y} = -\frac{1}{y^\beta}\frac{\partial}{\partial y} y^\beta \rho_f \alpha_f c_f \overline{T_f' v_f'} -$$

$$\rho_f \alpha_f \overline{u_f' v_f'}\frac{\partial u_f}{\partial y} + Q_{f,\text{конв}} + Q_{f,R}$$

- уравнения состояния компонентов газовой фазы и частиц класса *f*

$$p = \rho_k R_k T, \qquad \rho_f^k = \text{const}$$

- уравнение, связывающее объемные концентрации компонентов газовой фазы и частиц

$$\sum_{k=1}^{K}\alpha_k + \sum_{f=1}^{F}\alpha_f = 1$$

В этих уравнениях: x и y - оси координат; u и v - проекции вектора скорости на оси координат x и y, соответственно; p - давление газовой фазы; T - температура; ρ - физическая плотность; α - объемная концентрация; c_f - удельная теплоемкость вещества частицы класса *f*; c_p - удельная теплоемкость газовой фазы при постоянном давлении; F_{cfx} и F_{cfy} - проекции силы сопротивления частиц класса *f* на оси координат x и y; $Q_{f,\text{конв}}$ - удельное количество тепла (приведенное к единице объема), которым обмениваются частицы класса f с газом за счет конвективного теплообмена; $Q_{f,R}$ - удельное (приведенное к единице объема среды) результирующее излучение частиц (изменение энергии частиц за счет их собственного излучения и поглощения ими падающего излучения газа). Индексом f обозначены параметры частиц класса f, индексом k – параметры k –го компонента газовой фазы, параметры газовой смеси индексов не имеют. Штрихами обозначены пульсационные параметры фаз струи, чертой сверху - пространственно-временное осреднение. При β=0 уравнения (1)-(9) описывают плоские, а при β=1 - осесимметричные двумерные двухфазные струйные течения.

Система приведенных уравнений решается при следующих граничных условиях:

$x = 0$: $u = u(y)$, $u_f = u_f(y)$, $T = T(y)$, $T_f = T_f(y)$, $v_f = v_f(y)$, $\alpha_k = \alpha_k(y)$, $\alpha_f = \alpha_f(y)$

$y = \infty$: $u = u_e$, $u_f = u_{fe}$, $T = T_e$, $T_f = T_{fe}$, $v_f = 0$, $\alpha_k = \alpha_{ke}$, $\alpha_f = \alpha_{fe}$

$y = 0$: $v = 0$, $v_f = 0$, $\dfrac{\partial u}{\partial y} = 0$, $\dfrac{\partial T}{\partial y} = 0$, $\dfrac{\partial \alpha_k}{\partial y} = 0$

Моменты корреляции, входящие в уравнения струи, можно выразить через параметры течения с помощью модели турбулентности, приведенной в [10].

Заключение

В результате проведенной оценки величин давления, плотности энергии и потока излучения в двухфазных струях показано, что при расчете струй, имеющих начальную температуру фаз менее 2500К, воздействием излучения на газовую фазу можно пренебречь. В этом случае необходимо учитывать только изменение энергии частиц, равное разности между потоком излучения частиц и потоком излучения газа, поглощенного частицами.

Получена формула, связывающая параметры фаз струи с отношением результирующего излучения частиц к конвективному тепловому потоку, которую можно использовать для оценки влияния излучения на параметры струи (излучение не влияет на распространение двухфазной струи, если это отношение меньше 0.1).

Сформулирована математическая модель двухфазных турбулентных неизотермических полидисперсных струйных течений, учитывающая наряду с межфазным конвективным теплообменом межфазный теплообмен излучением.

Библиографический список

1. Зуев Ю.В. Влияние граничных условий на характеристики турбулентности двухфазных струйных течений с фазовыми превращениями // Прикладная механика и техническая физика. 2005. Т. 46, № 3. С. 29 – 40.

2. Бай Ши-и. Динамика излучающего газа. М.: Мир, 1968. - 323 с.

3. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972. - 720 с.
4. Chapin C. Physics of Hydrogen Radiation // Report A and ES 62-12, School of Aero. and Eng. Sci., Purdue Univ., 1963.
5. Адрианов В.Н. Основы радиационного и сложного теплообмена. М.: Энергия, 1972. - 464 с.
6. Гинзбург И.П. Трение и теплопередача при движении смеси газов. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1975. - 278 с.
7. Шорин С.Н. Теплопередача. М.: Высшая школа, 1964. - 490 с.
8. Ван де Хюлст Г. Рассеяние света малыми частицами. М.: Изд-во иностр. лит., 1961. - 536 с.
9. Волков Э.П., Зайчик Л.И., Першуков В.А. Моделирование горения твердого топлива. - М.: Наука, 1994. - 320 с.
10. Галицейский Б.М., Шустрова В.Ю. Двухфазные турбулентные струйные течения с фазовыми превращениями // Математическое моделирование. 2005. Т. 17, № 7. С.79-93.

Сведения об авторе

Зуев Юрий Владимирович, профессор Московского авиационного института (национального исследовательского университета), д.т.н., профессор.
МАИ, Волоколамское ш., 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993; тел.: (499) 158-40-63; e-mail: zuev@mai.ru.