

УДК 539.4

## **Влияние тканых слоев на остаточное напряженно-деформированное состояние изделий из полимерных композиционных материалов.**

Афанасьев А.В., Дудченко А.А., Рабинский Л.Н.

### **Аннотация**

Исследовано влияние тканых слоев в структуре полимерного композиционного материала на остаточное напряженно-деформированное состояние после процесса формования и охлаждения изделия до комнатной температуры. Получены распределения величин остаточных напряжений по слоям пакета, а также компоненты кривизны при различных соотношениях тканых и однонаправленных слоев.

### **Ключевые слова**

Полимерный композиционный материал; остаточное напряженно-деформированное состояние; коэффициент линейного температурного расширения; тканый слой.

### **Введение**

Одной из важнейших проблем производства изделий из полимерных композитов является возникновение остаточного напряженно-деформированного состояния. Оно возникает вследствие формования изделий при повышенных температурах, неоднородности структуры материала и изъянов технологических процессов. Как следствие, при сборке конструкции могут возникать трудности с монтажом деформированных деталей, что, в конечном итоге, приведет к возникновению дополнительных монтажных напряжений и снижению несущих свойств конструкции либо к необходимости дополнительной механообработки и усложнению технологического процесса.

Основной причиной возникновения остаточного напряженно-деформированного состояния, является анизотропия свойств композита и различие коэффициентов линейного

температурного расширения (КЛТР) вдоль и поперек направления волокон. Температура полимеризации большинства смол, применяемых в силовых авиационных конструкциях, составляет около  $170^{\circ}\text{C}$ . Процесс полимеризации сопровождается переходом связующего в вязкоупругое состояние, после чего происходит его отверждение при температуре  $120-160^{\circ}\text{C}$ . После этого происходит охлаждение изделия более чем на  $100^{\circ}\text{C}$  – до комнатной температуры. В процессе охлаждения полимерное связующее усаживается, приводя к появлению деформации сжатия по-разному ориентированных слоев композита.

В тканых слоях волокна уложены не только в продольном, но и поперечном направлении, что значительно снижает анизотропию свойств. Использование тканых слоев позволяет не только повысить точность при изготовлении конструкций из композиционных материалов, но и улучшить ее прочностные свойства. Применение ткани улучшает характеристики трещиностойкости композиционного материала, что особенно важно для ответственных конструкций, работающих в условиях циклического нагружения.

## **Основные соотношения механики композиционных материалов**

В рамках анизотропной модели рассмотрим многослойную панель из полимерного композита, обладающего анизотропией вследствие несимметрии свойств структуры пакета по толщине. Система дифференциальных уравнений равновесия такой пластины и методы ее решения описаны в [1], [2].

Введем систему координат  $1,2,3$ , связанную с направлением армирования. Для однонаправленного материала ось  $1$  совмещена с направлением волокон, для тканого – ось  $1$  совпадает с направлением нити основы. Ось  $2$  перпендикулярна оси  $1$  и лежит в плоскости армирования. Ось  $3$  направлена по толщине слоя и ортогональна плоскости слоя. Для панели введем систему координат  $x,y,z$  таким образом, чтобы оси  $x,y$  лежали в плоскости армирования, а ось  $z$  была направлена по толщине пакета (рис. Ошибка! Текст указанного стиля в документе отсутствует.1) .

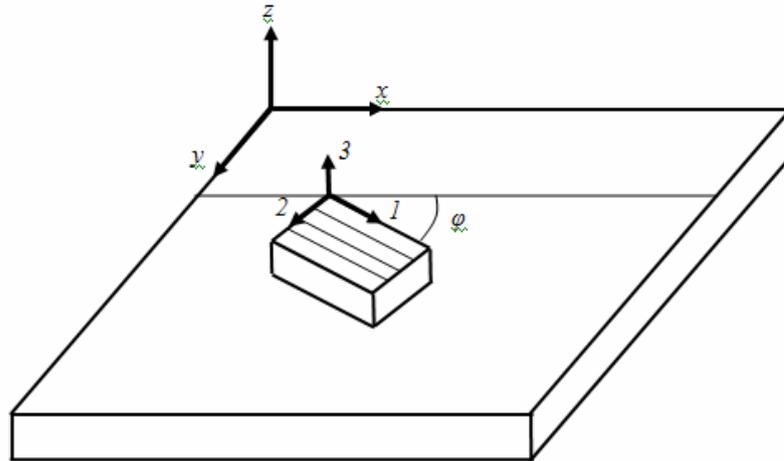


Рис. **Ошибка! Текст указанного стиля в документе отсутствует..1** Системы координат слоя и панели

В общем случае в панели возникают шесть внутренних силовых факторов:  $N_x, N_y, N_{xy}, M_x, M_y, M_{xy}$ . Физические соотношения в этом случае будут иметь следующий вид:

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & C_{31} & C_{32} & C_{33} \\ C_{11} & C_{12} & C_{13} & D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} N_x^T \\ N_y^T \\ N_{xy}^T \\ M_x^T \\ M_y^T \\ M_{xy}^T \end{pmatrix}. \quad \text{(Ошибка! Текст указанного стиля в документе отсутствует..1)}$$

Где  $N_x^T, N_y^T, N_{xy}^T$  - погонные силы, вызванные температурной деформацией;

$M_x^T, M_y^T, M_{xy}^T$  - погонные моменты, вызванные температурной деформацией;

$B_{mn}, C_{mn}, D_{mn}$  - обобщенные жесткости пакета ( $m, n = 1, 2, 3$ );

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy}$  - линейные деформации пакета в плоскости приведения;

$\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy}$  - кривизны пакета в плоскости приведения.

Запишем связь деформации панели в плоскости приведения с перемещениями  $u_0, v_0$ :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_0}{\partial x}; \varepsilon_y = \frac{\partial v_0}{\partial y}; \varepsilon_{xy} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x}. \quad \text{(Ошибка! Текст указанного стиля в документе отсутствует..2)}$$

Связь кривизны панели с углами поворота нормали  $\theta_x, \theta_y$ :

$$\kappa_x = \frac{\partial \theta_x}{\partial x}; \kappa_y = \frac{\partial \theta_y}{\partial y}; \kappa_{xy} = \frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x}. \quad \text{(Ошибка! Текст указанного стиля в документе отсутствует..3)}$$

Связь углов поворота нормали с прогибом  $w$  имеет следующий вид:

$$\theta_x = \psi_x - \frac{\partial w}{\partial x}; \theta_y = \psi_y - \frac{\partial w}{\partial y},$$

**(Ошибка! Текст указанного стиля в документе отсутствует..4)**

$\psi_x$  - ,  $\psi_y$  - поперечные сдвиги.

Обобщенные жесткости пакета определяются следующим образом:

$$B_{mn} = I^{(0)}_{mn},$$

$$C_{mn} = I^{(1)}_{mn} - eI^{(0)}_{mn},$$

**(Ошибка! Текст указанного стиля в документе отсутствует..5)**

$$D_{mn} = I^{(2)}_{mn} - 2eI^{(1)}_{mn} + e^2I^{(0)}_{mn},$$

$$I^{(r)}_{mn} = \int_0^h A_{mn} Z^r dt = \frac{1}{r+1} \sum_{k=1}^N b_{mn}^{(k)} (Z_k^{r+1} - Z_{k-1}^{r+1}),$$

Где  $e$  – координата плоскости приведения (для несимметричного пакета выбирается произвольно);

$$m, n = 1, 2, 3, \quad r = 0, 1, 2.$$

Запишем выражения для усилий и моментов, вызванных температурными полями:

$$N_x^t = \sum_{j=1}^3 N_{1j}^t, N_y^t = \sum_{j=1}^3 N_{2j}^t, N_{xy}^t = \sum_{j=1}^3 N_{3j}^t,$$

**(Ошибка! Текст указанного стиля в документе отсутствует..6)**

$$M_x^t = \sum_{j=1}^3 M_{1j}^t, M_y^t = \sum_{j=1}^3 M_{2j}^t, M_{xy}^t = \sum_{j=1}^3 M_{3j}^t,$$

**(Ошибка! Текст указанного стиля в документе отсутствует..7)**

где 
$$N_{ij}^t = \Delta T \sum_{k=1}^N [b_{ij}^{(k)} \overline{\alpha_i^{(k)}} (Z_k - Z_{k-1})];$$

$$M_{ij}^t = \Delta T \sum_{k=1}^N b_{ij}^{(k)} \overline{\alpha_i^{(k)}} \left[ \frac{1}{2} (Z_k^2 - Z_{k-1}^2) - e(Z_k - Z_{k-1}) \right];$$

$Z_k$  – координата  $k$ -го слоя, отсчитываемая от плоскости приведения;

$N$  – количество слоев;

$b_{ij}^{(k)}$  - линейные жесткости  $k$ -го слоя, приведенные к осям панели  $(x, y)$  ( $i, j = 1, 2, 3$ );

$\Delta T$  - перепад температуры вследствие охлаждения;

$\overline{\alpha_1^{(k)}}, \overline{\alpha_2^{(k)}}, \overline{\alpha_3^{(k)}}$  - коэффициенты линейного температурного расширения  $k$ -го слоя в осях панели;

Линейные жесткости для  $k$ -го слоя в случае несимметричного пакета имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
b_{11}^{(k)} &= [\overline{E}_1 m^4 + 2\overline{E}_1 \nu_{12} m^2 n^2 + \overline{E}_2 n^4 + G_{12} (2mn)^2]^{(k)} && \text{(Ошибка!} \\
b_{22}^{(k)} &= [\overline{E}_1 n^4 + 2\overline{E}_1 \nu_{12} m^2 n^2 + \overline{E}_2 m^4 + G_{12} (2mn)^2]^{(k)} && \text{Текст} \\
b_{12}^{(k)} = b_{21}^{(k)} &= [(\overline{E}_1 + \overline{E}_2 - 4G_{12})m^2 n^2 + \overline{E}_1 \nu_{12} (n^4 + m^4)]^{(k)} && \text{указанного} \\
b_{13}^{(k)} = b_{31}^{(k)} &= [((\overline{E}_1 m^2 - \overline{E}_2 n^2) - (\overline{E}_1 \nu_{12} + 2G_{12})(m^2 - n^2))mn]^{(k)}, && \text{стиля в} \\
b_{23}^{(k)} = b_{32}^{(k)} &= [((\overline{E}_1 n^2 - \overline{E}_2 m^2) + (\overline{E}_1 \nu_{12} + 2G_{12})(m^2 - n^2))mn]^{(k)} && \text{документе} \\
b_{33}^{(k)} &= [(\overline{E}_1 + \overline{E}_2 - 2\overline{E}_1 \nu_{12})m^2 n^2 + G_{12} (m^2 - n^2)]^{(k)} && \text{отсутствует..8)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_1^{(k)} &= \frac{E_1^{(k)}}{1 - \nu_{12}^{(k)} \nu_{21}^{(k)}}, && \text{(Ошибка!} \\
E_2^{(k)} &= \frac{E_2^{(k)}}{1 - \nu_{12}^{(k)} \nu_{21}^{(k)}}. && \text{Текст} \\
&&& \text{указанного} \\
&&& \text{стиля в} \\
&&& \text{документе} \\
&&& \text{отсутствует..9)}
\end{aligned}$$

Коэффициенты линейного температурного расширения для  $k$ -го слоя в осях панели определяются путем соответствующего преобразования:

$$\begin{pmatrix} \overline{\alpha}_1 \\ \overline{\alpha}_2 \\ \overline{\alpha}_3 \end{pmatrix}^{(k)} = \begin{pmatrix} m^2 & n^2 \\ n^2 & m^2 \\ 2mn & -2mn \end{pmatrix}^{(k)} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix}^{(k)}, \quad \text{(Ошибка! Текст указанного стиля в документе отсутствует..10)}$$

В приведенных выше формулах  $m^{(k)}$  и  $n^{(k)}$  – тригонометрические функции угла ориентации слоев  $\varphi^{(k)}$  относительно оси  $x$  панели:

$$\begin{aligned}
m^{(k)} &= \cos(\varphi^{(k)}), && \text{(Ошибка! Текст указанного стиля в} \\
n^{(k)} &= \sin(\varphi^{(k)}). && \text{документе отсутствует..11)}
\end{aligned}$$

Будем рассматривать плоскую панель без начальной кривизны со свободными от нагрузки и закрепления краями, подверженную действию температурного поля, равномерно распределенного по толщине. Поверхность приведения совпадает с срединной поверхностью. Для ортотропной структуры композита обобщенные жесткости  $B_{13} = B_{31} = 0$ , а коэффициенты  $C_{13}, C_{31}, C_{23}, C_{32}, D_{13}, D_{31}$  малы и ими можно пренебречь. С учетом этого физические соотношения в развернутом виде примут вид:

$$\begin{cases} 0 = B_{11}\varepsilon_x + B_{12}\varepsilon_y + C_{11}\kappa_x + C_{12}\kappa_y - N_x^T \\ 0 = B_{12}\varepsilon_x + B_{22}\varepsilon_y + C_{21}\kappa_x + C_{22}\kappa_y - N_y^T \\ 0 = B_{33}\varepsilon_{xy} + C_{33}\kappa_{xy} - N_{xy}^T \\ 0 = C_{11}\varepsilon_x + C_{12}\varepsilon_y + D_{11}\kappa_x + D_{12}\kappa_y - M_x^T \\ 0 = C_{21}\varepsilon_x + C_{22}\varepsilon_y + D_{21}\kappa_x + D_{22}\kappa_y - M_y^T \\ 0 = C_{33}\varepsilon_{xy} + D_{33}\kappa_{xy} - M_{xy}^T \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{(Ошибка! Текст указанного стиля в} \\ \text{документе отсутствует..12)} \end{matrix}$$

Напряжения в слоях определяются из закона Гука, используя полученные из (Ошибка! Текст указанного стиля в документе отсутствует..12(Ошибка! Текст указанного стиля в документе отсутствует..1) компоненты кривизны и деформации, т.е.

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix}^{(k)} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}^{(k)} \begin{pmatrix} \varepsilon_x + \kappa_x \cdot Z_k - \bar{\alpha}_1^{(k)} \cdot \Delta T \\ \varepsilon_y + \kappa_y \cdot Z_k - \bar{\alpha}_2^{(k)} \cdot \Delta T \\ \varepsilon_{xy} + \kappa_{xy} \cdot Z_k - \bar{\alpha}_3^{(k)} \cdot \Delta T \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \text{(Ошибка! Текст указанного стиля} \\ \text{в документе отсутствует..13)} \end{matrix}$$

Для перехода к напряжениям  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\tau_{12}$  в осях слоя необходимо воспользоваться формулами преобразования при повороте осей координат:

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{pmatrix}^{(k)} = \begin{pmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & (m^2 - n^2) \end{pmatrix}^{(k)} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix}^{(k)} \quad \begin{matrix} \text{(Ошибка! Текст указанного стиля в} \\ \text{документе отсутствует..14)} \end{matrix}$$

## Теоретическое исследование и анализ полученных результатов

В данной статье приведены сравнительные результаты для пакета, сформированного комбинацией однонаправленных и тканых слоев. Влияние процесса формования, оснастки и изменений свойств монослоя на остаточное напряженно-деформированное состояние не рассматривается. Свойства используемых материалов представлены в табл. **Ошибка! Текст указанного стиля в документе отсутствует..1**

Таблица **Ошибка! Текст указанного стиля в документе отсутствует..1**. Свойства слоев

	Однонаправ- ленный	Тканый (1:1)	Тканый (2:3)	Тканый (1:4)
Модуль Юнга $E_{11}$ [Па]	$1.3 \times 10^{11}$	$6.6 \times 10^{10}$	$8.1 \times 10^{10}$	$1.1 \times 10^{11}$
Модуль Юнга $E_{22}$ [Па]	$1 \times 10^{10}$	$6.4 \times 10^{10}$	$4.5 \times 10^{10}$	$2 \times 10^{10}$
Модуль сдвига $G_{12}$ [Па]	$5 \times 10^9$	$6.5 \times 10^9$	$6 \times 10^9$	$5.5 \times 10^9$

Коэффициент Пуассона $\mu_{21}$	0.315	0.07	0.1	0.15
Коэффициент линейного температурного расширения $\alpha_{11}$ [1/°C]	$1 \times 10^{-7}$	$1 \times 10^{-5}$	$8 \times 10^{-6}$	$3 \times 10^{-6}$
Коэффициент линейного температурного расширения $\alpha_{22}$ [1/°C]	$3.5 \times 10^{-5}$	$1.2 \times 10^{-5}$	$1.5 \times 10^{-5}$	$2 \times 10^{-5}$
Предел прочности при растяжении вдоль волокон $\sigma_{11}^+$ [Па]	$1 \times 10^9$	$5.8 \times 10^8$	-	-
Предел прочности при сжатии вдоль волокон $\sigma_{11}^-$ [Па]	$9 \times 10^8$	$5.8 \times 10^8$	-	-
Предел прочности при растяжении поперек волокон $\sigma_{22}^+$ [Па]	$4.1 \times 10^7$	$5.8 \times 10^8$	-	-
Предел прочности при сжатии поперек волокон $\sigma_{22}^-$ [Па]	$1.6 \times 10^8$	$5.8 \times 10^8$	-	-
Предельное напряжение сдвига в плоскости слоя $\tau_{12}$ [Па]	$6 \times 10^7$	$1.6 \times 10^8$	-	-
Предельное напряжение межслоевого сдвига $\tau_{13}$ [Па]	$5.27 \times 10^7$	$4.9 \times 10^7$	-	-

Для исследования влияния структуры тканых слоев на величину кривизн остаточных напряжений рассмотрим три варианта несимметричного пакета:

1. Пакет сформирован из однонаправленных слоев с укладкой [45 / -45 / 0 / 45 / -45 / 90 / 45 / -45 / 0 / 45 / -45 / 90].
2. Укладка аналогична первому варианту, слои  $\pm 45^\circ$  заменены ткаными.
3. Все слои тканые, величина угла указывает на ориентацию нити основы.

Также рассмотрим три типа плетения ткани: 1) 1:4 – на одну нить утка приходится 4 нити основы, т.е. нить утка значительно увеличивает прочность и трещиностойкость в поперечном направлении по сравнению с однонаправленным слоем; 2) 2:3 – на две нити утка приходится 3 нити основы; 3) 1:1 - количество нитей основы равно количеству нитей утка, т.е. свойства в направлении 1 и 2 одинаковы.

Рассмотрим остаточное напряженно-деформированное состояние этих панелей. Величины компонент кривизны для вариантов 1 и 2 представлены на рис. Ошибка! Текст

указанного стиля в документе отсутствует..2, для вариантов 1 и 3 - на рис. Ошибка! Текст указанного стиля в документе отсутствует..3. На рис. Ошибка! Текст указанного стиля в документе отсутствует..4 и Ошибка! Текст указанного стиля в документе отсутствует..5 представлено распределение напряжений по слоям (угол ориентации указан по вертикальной оси).

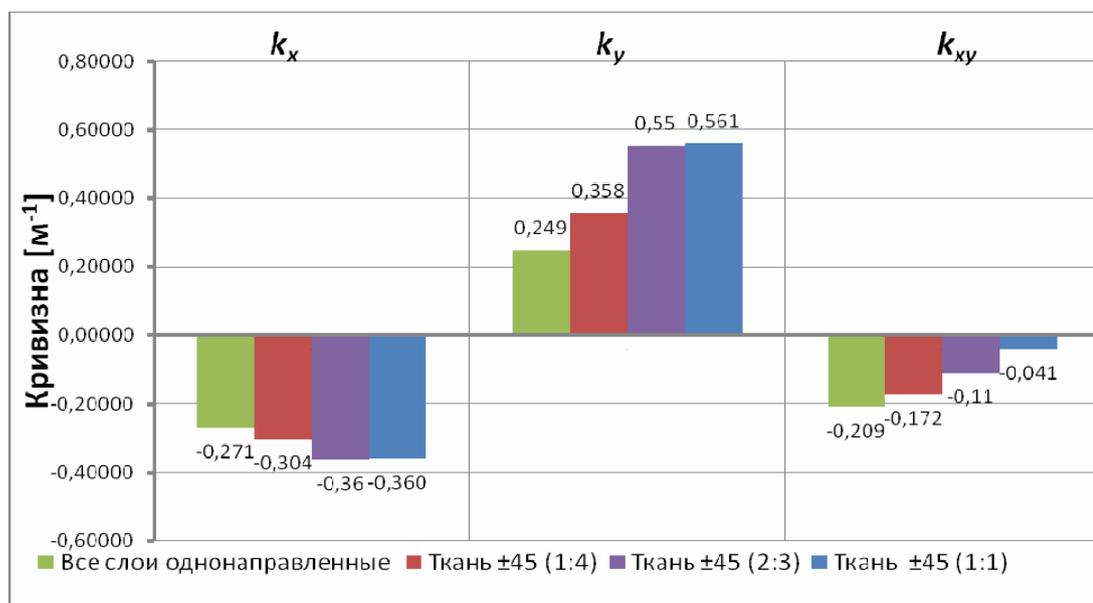


Рис. Ошибка! Текст указанного стиля в документе отсутствует..2. Кривизны панели  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k_{xy}$  для вариантов 1 и 2 укладки ткани и монослоя [м<sup>-1</sup>]

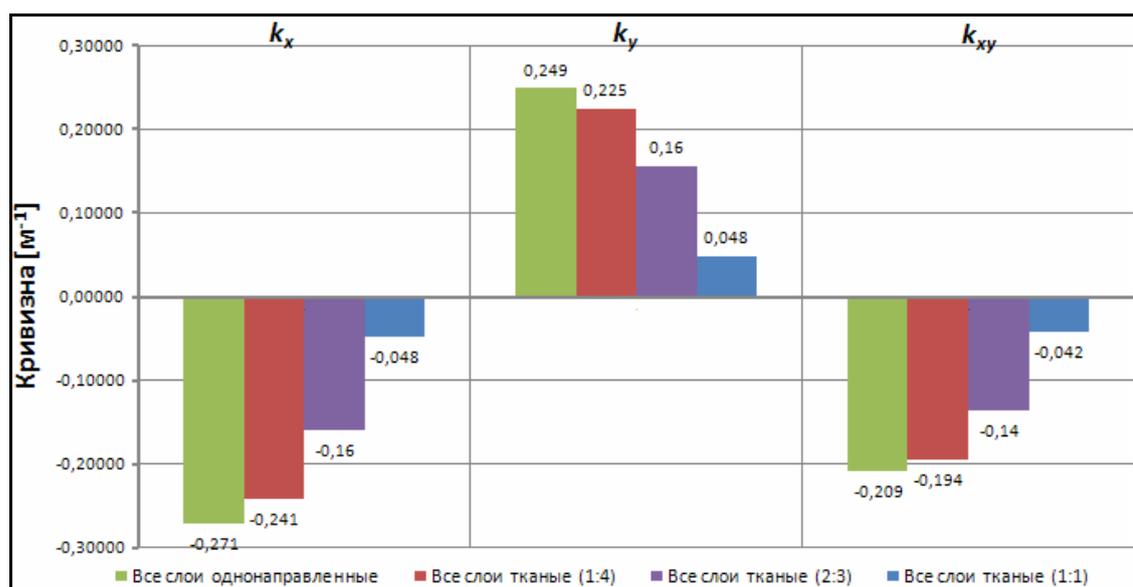


Рис. Ошибка! Текст указанного стиля в документе отсутствует..3. Кривизны панели  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k_{xy}$  для вариантов 1 и 3 укладки ткани и монослоя [м<sup>-1</sup>]

В рассмотренной укладке соотношение слоев  $0^\circ$  и  $90^\circ$  одинаково, т.е. интегральные жесткостные и температурные свойства в этих направлениях одинаковы. Это же касается и слоев  $\pm 45^\circ$ . В данном случае можно говорить о квази-изотропной структуре материала.

Поскольку в данном случае используются слои с ориентацией, отличной от  $0^\circ$  и  $90^\circ$ , происходит закрутка панели. Наибольшая закрутка наблюдается при использовании однонаправленных слоев  $\pm 45^\circ$  ( $-0.21\text{м}^{-1}$ ). Замена их на ткань снижает компоненту  $k_{xy}$ , при этом наибольшее снижение крутки наблюдается в случае использования ткани 1:1 ( $-0.042\text{м}^{-1}$ ).

Помимо крутки, происходит изгиб панели, вызванный усадкой продольно-поперечных слоев. При использовании в пакете ткани вместо слоев  $\pm 45^\circ$  снижается изгибная жесткость панели, что приводит к росту компонент  $k_x, k_y$ .

При формировании пакета только из тканых слоев, все компоненты кривизны панели уменьшаются. Наибольшее их снижение отмечается при использовании ткани с плетением 1:1, т.е. в случае, когда свойства в продольном и поперечном направлении практически одинаковы.

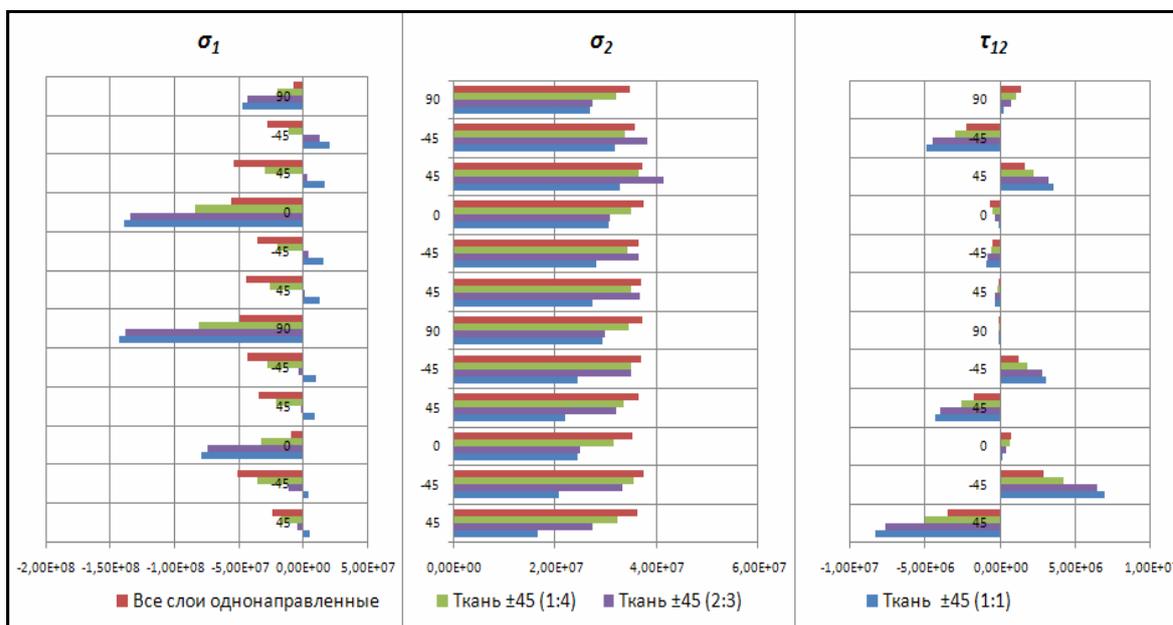


Рис. Ошибка! Текст указанного стиля в документе отсутствует..4. Распределение напряжений по слоям для вариантов 1 и 2 [Па]

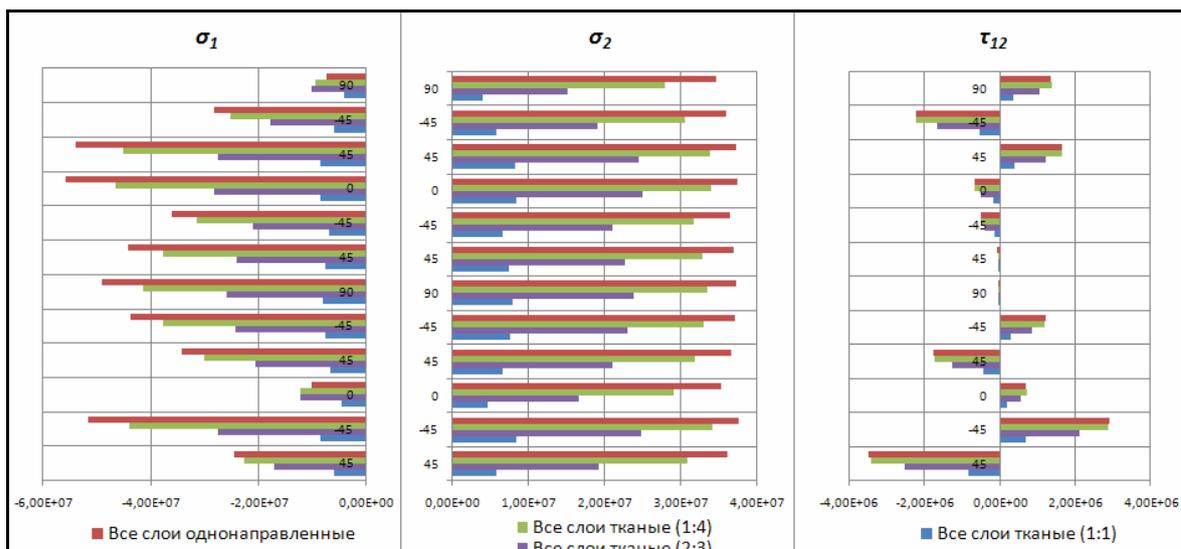


Рис. **Ошибка! Текст указанного стиля в документе отсутствует..5.** Распределение напряжений по слоям для вариантов 1 и 3 [Па]

Сравнивая полученные распределения напряжений по слоям, нетрудно видеть, что применение тканых слоев значительно изменяет картину остаточных напряжений. Использование ткани вместо однонаправленных слоев с ориентацией  $\pm 45^\circ$  приводит к уменьшению уровня остаточных напряжений поперек волокон.

Значительно снизить напряжения в рассматриваемом варианте укладки позволяет полное исключение однонаправленных слоев и замена их на тканые, поскольку в этом случае структура пакета становится близка к изотропной. Наличие пусть и незначительного уровня остаточных напряжений и кривизн при использовании ткани с плетением 1:1 объясняется разностью свойств по основе и утку.

## Заключение

Замена однонаправленных слоев с ориентацией  $\pm 45^\circ$  на тканые позволяет значительно снизить кривизну панели, однако компоненты кривизн  $k_x$ ,  $k_y$ , ответственные на прогиб, возрастают. Кроме того, использование тканых слоев позволяет снизить величину остаточных напряжений, в частности, в поперечном направлении, что снижает вероятность появления трещин.

Максимально снизить остаточные напряжения можно в случае полной замены однонаправленных слоев на тканые с максимально близкими свойствами по основе и утку.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 09-01-13521-офи\_ц)

## **Библиографический список**

1. Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов. (М.: Машиностроение, 1988) 272с.
2. Молодцов Г.А., Биткин В.Е., Симонов В.Ф., Урмансов Ф.Ф. Формостабильные и интеллектуальные конструкции из композиционных материалов. (М.: Машиностроение, 2000.) 352с.

## **Сведения об авторах**

Александр Владимирович Афанасьев, аспирант Московского авиационного института (государственного технического университета). Тел. 8-926-390-91-51; e-mail: 3909151@gmail.com

Александр Александрович Дудченко, профессор Московского авиационного института (государственного технического университета), д.т.н., профессор тел. 8-499-158-42-92; e-mail: a\_dudchenko@mail.ru

Лев Наумович Рабинский, декан факультета Московского авиационного института (государственного технического университета), д.ф.м.-н. Тел. 8-499-158-00-06; e-mail: f9\_dec@mai.ru