

Труды МАИ. 2023. № 132  
Trudy MAI, 2023, no. 132

Научная статья

УДК 536.521.2

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=176853>

## ОПТИМИЗАЦИЯ УСЛОВИЙ НАБЛЮДЕНИЯ ГРАЖДАНСКИХ СУДОВ В ТЕПЛОВИМ ДИАПАЗОНЕ

**Алиева Гюнель Вагиф гызы**

Национальное аэрокосмическое агентство,

Баку, Азербайджанская Республика

[gunelcelilova@mail.ru](mailto:gunelcelilova@mail.ru)

**Аннотация.** Рассмотрены вопросы оптимизации наблюдения гражданских судов при круизном полете с использованием наземных инфракрасной регистрирующей аппаратуры. Сформулирована задача безусловной вариационной оптимизации, решение которой показало, что незаметный полет гражданского судна для тепловых регистраторов может быть обеспечен при обратной зависимости скорости полета от температуры воздуха и наоборот, надежное обнаружение и слежение судна в инфракрасном диапазоне возможно, если круизная скорость не изменяется в обратном порядке в отношении температуры воздуха.

**Ключевые слова:** оптимизация, тепловой диапазон, скорость полета, инфракрасный диапазон, регистратор

**Для цитирования:** Алиева Гюнель Вагиф гызы. Оптимизация условий наблюдения гражданских судов в тепловом диапазоне // Труды МАИ. 2023. № 132. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=176853>

Original article

## OPTIMIZATION OF OBSERVATION CONDITIONS OF CIVIL AIRCRAFTS IN THE INFRARED THERMAL BAND

**Aliyeva Gunel Vagif gyzy,**

National Aerospace Agency,

Baku, Republic of Azerbaijan

[gunelcelilova@mail.ru](mailto:gunelcelilova@mail.ru)

***Abstract.*** The article deals with the issues of observation optimizing of civilian aircraft during cruise flight employing ground-based infrared recording equipment. All-in-all, the aircraft infrared spectral characteristics are the basis for its detection inflight. The main heat emitters of aircraft are the aircraft skin, heated while flight due to aerodynamic heating, as well as its engine and exhaust gases. Analysis of the ground observation possibility of civil aircraft in the daytime allows drawing the following inferences:

1. The flight speed increases monotonously up to the beginning of the descent stage.
2. The cruise flight altitude is almost unchanged.
3. The exhaust gases radiation is strongly attenuated by the atmosphere.
4. The emitted radiation during the cruise flight depends on the ambient temperature (air).

It was determined that the range of 2–4  $\mu\text{m}$  was expedient for the ground observation and tracking of civil aircraft performing flight at daytime, where the basic component of the emitted radiation was the fact of the skin heating.

The author studied the issue of optimal dependence of the flight speed on the air temperature. The problem of the optimal relationship determining between the aircraft flight speed and the air temperature at which the skin temperature of a civilian vessel would reach an extreme value was formulated. The problem of unconditional variation optimization was formulated to determine optimal form of the said problem, and mathematical solution of this problem was adduced. The article demonstrates that if the civil aircraft flight should be unnoticed to heat detectors of the ground observation and tracking system, the flight should be perpetrated with the cruise speed inversely proportional to the air temperature value. Conversely, if reliable operation of the ground-based thermal detectors is required, then the above said regularity should be maximally avoided. Presumably, the first case refers to the situation when the aircraft and registering equipment belong to the conflicting sides, while the other case means that both the aircraft and heat detectors belong to the same owner.

**Keywords:** optimization, thermal range, flight speed, infrared range, recorder

**For citation:** Aliyeva Gunel Vagif gyzy. Optimization of observation conditions of civil aircrafts in the infrared thermal band. *Trudy MAI*, 2023, no. 132. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=176853>

## Введение

Частые аварии гражданских судов, возникающие из-за внезапно изменяющихся окружающих условий, требуют осуществления их надежного слежения в реальном масштабе времени. Достаточно отметить, что только в 2017 году было осуществлено вылетов гражданских судов в количестве 36,8 миллионов с пассажирами, число

которых перевалило за 4 миллиардов [1]. Это обстоятельство диктует необходимость дальнейшего усовершенствования систем сложения гражданских самолетов в полете. Автоматические системы сложения и оповещения (ADS-B), устанавливаемые на земле позволяют осуществлять контроль полетной информации, таких как географические координаты нахождения судна, высота полета, скорость полета, и т.д. [2]. Согласно [3], такой контроль полета в перспективе может быть осуществлен, используя беспилотные носители, а также космические средства. Как отмечается в работе [4], важнейшим состоянием собственного теплового излучения летательного аппарата, при котором осуществляется оценка его инфракрасной заметности, является состояние равновесного собственного излучения. Для формирования такой оценки в работе [5] введена количественная характеристика для оценки инфракрасной заметности с учетом равновесного собственного излучения летательного аппарата. Определены производные физические величины для наблюдения как линейного, так и распределенного летательного объекта. При этом должно быть уделено особое внимание к учету влияния метеоусловий, в особенности при моделировании различных оптоэлектронных систем [6]. Следует отметить, что вопрос о наблюдении летательных объектов в ближнем инфракрасном диапазоне неразрывно связан с определением эффективной площади рассеяния этих объектов. В работе [7] рассмотрены вопросы разработки методики измерений эффективной площади рассеяния летательных объектов в ближнем инфракрасном диапазоне на открытых трассах. Приведены результаты измерений эффективной площади рассеяния четырех типов воздушных целей. В общем случае, задача идентификации различных подвижных объектов могут быть решены также путем совмещения инфракрасных

изображений с изображениями видимого диапазона. Вместе с тем, работы по усовершенствованию наземных средств контроля и оповещения продолжаются [8-12]. Так, например, в работе [9-11] был разработан численный метод для определения инфракрасной сигнатуры воздушного судна. В работах [12,13] был определен оптимальный спектральный диапазон для проведения наблюдений. В работах [14,15] было исследовано влияние облачности на достоверность проводимого наземного контроля воздушных судов.

В целом, инфракрасные спектральные характеристики воздушных судов являются основой для их обнаружения при полете. Основными тепловыми излучателями самолетов являются обшивка самолета, нагреваемая при полете из-за аэродинамического нагрева, двигатель и выхлопные газы. При этом, выхлопные газы являются спектрально-селективными излучателями на длине волны поглощения  $\text{CO}_2$ , т.е. 4,3 мкм.

Вместе с тем, роль теплового излучения выхлопных газов при построении наземных средств наблюдения в инфракрасном диапазоне не должно быть переоценено. На рис. 1 a,b,c,d приведены графики спектральной интенсивности инфракрасного излучения воздушного судна при взлете (a,b); в круизном полете (c,d); в дневное время (a,c); в ночное время (b,d).

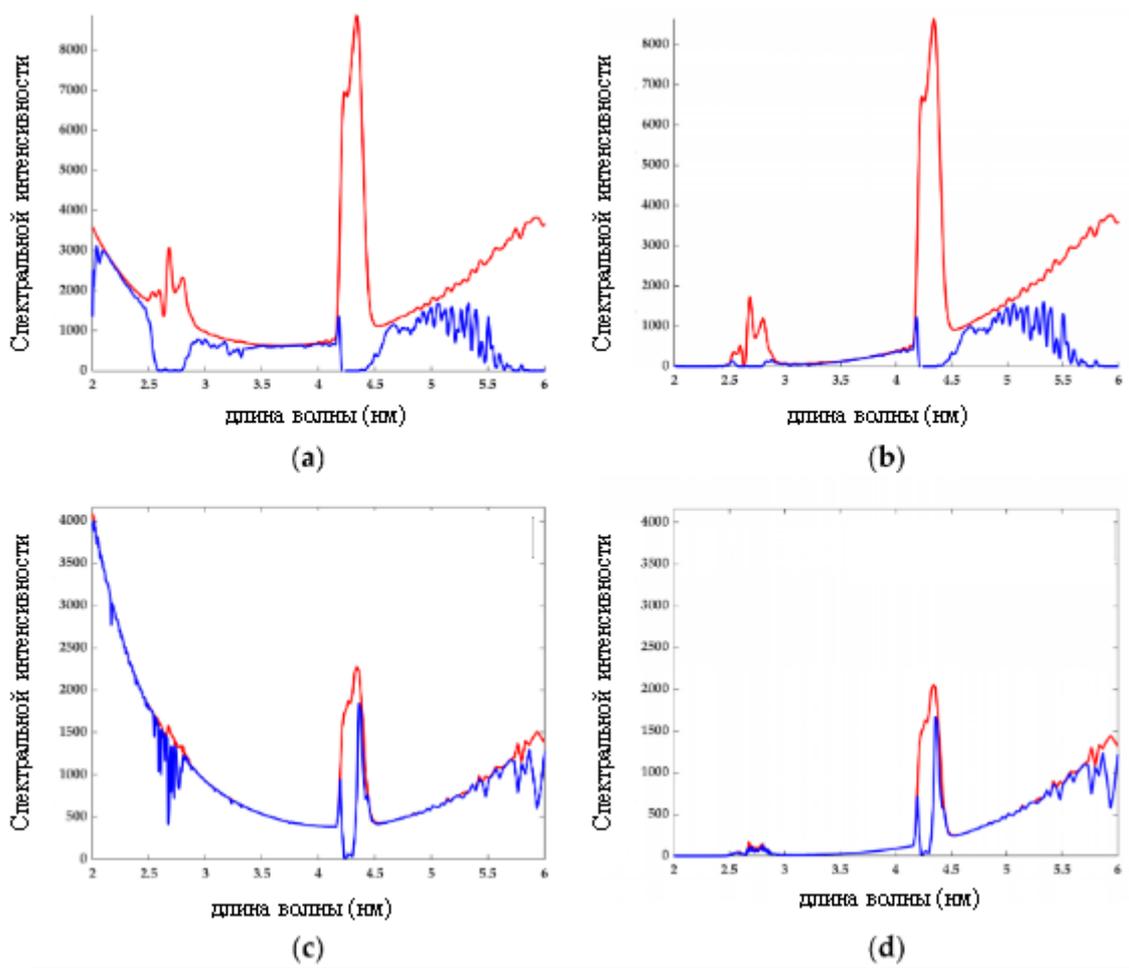


Рис. 1. Графики спектральной интенсивности инфракрасного излучения воздушного судна при взлете (a,b); в круизном полете (c,d); в дневное время (a,c); в ночное время (b,d)

Анализ кривых, показанных красным цветом на рис. 1 показывает, что взлет характеризуется значительным излучением на интервале длин волн 4,2-4,5мкм выхлопными газами. Там же синим цветом указано влияние атмосферного ослабления этой радиации почти до нуля в случае использования наземных средств контроля. Такое же ослабление происходит на длине волны 2,5-2,8 мкм. Значительное ослабление радиации выхлопных газов также происходит в течение круизного полета (рис. 1. c,d), где в дневное время этим излучением можно пренебречь.

Согласно [16], гражданские судна летают в ходе круизного полета со скоростью 0,8 Ма, а круизная высота полета часто выше 6000м, при наилучшей экономии полета на высоте 9000м. Температура нагрева обшивки самолета из-за аэродинамических трений может быть вычислена по формуле

$$T_{skin} = T_0 \left[ 1 + k \left( \frac{\gamma - 1}{2} \right) M^2 \right] \quad (1)$$

где  $T_0$ -температура окружающей среды;  $k$ -фактор восстановления;  $\gamma$ -газовая постоянная;  $M$ -число Маха;  $T_{skin}$ -температура обшивки. В общем балансе излучаемой самолетом радиации также присутствует рассеянная солнечная радиация, возникающая из-за белой окраски обшивки.

Следует отметить, что слабость радиации выхлопных газов отмечено даже для «стелс» истребителей, для обнаружения которых рекомендуется не ограничивается спектральным диапазоном 4,2-4,5мкм [17].

Таким образом, для гражданских судов, выполняющих круизный полет в дневное время целесообразным диапазоном для проведения наземного наблюдения и сопровождения является диапазон 2-4,5мкм; где основной составляющей излучаемой радиации является факт нагрева обшивки (фюзеляжа).

Что касается скорости полета, то согласно [16] в течение полета начиная от 1700 секунды до 4100 секунды начального этапа нахождения в воздухе, скорость монотонно увеличивается от 0,74Ма до 0,62Ма (рис. 2).

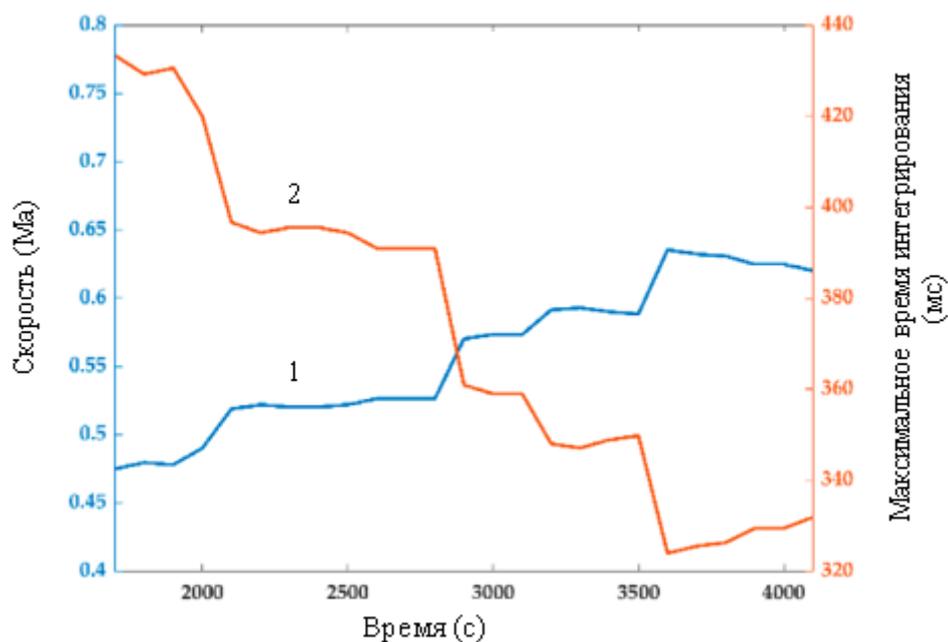


Рис. 2. Графики монотонного увеличения скорости полета на начальном этапе полета (кривая 1) и монотонного уменьшения времени интегрирования детектора фотоэлектрического сенсора следующей системы

Временная характеристика изменения высоты полета имеет не монотонный, а импульсный вид, что косвенно подтверждает тезис о том, что атмосфера существенно поглощает радиацию выхлопных газов в течение полета (рис. 3).

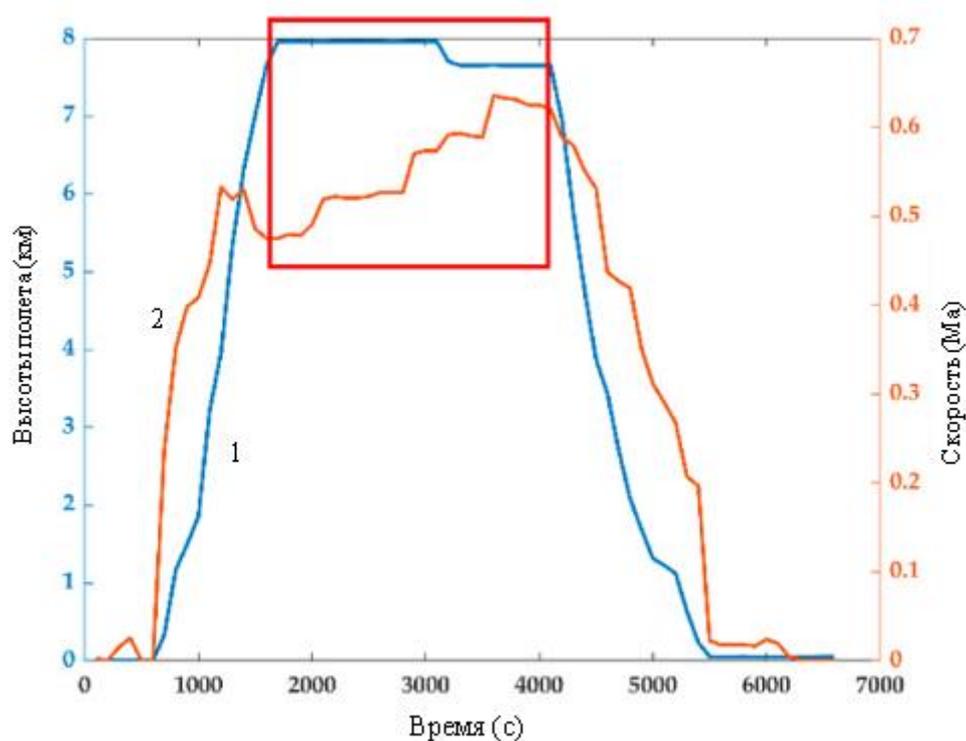


Рис. 3. Кривые изменения высоты полета(1) и скорости полета (2), в течение круиза

Вышеприведенный анализ возможности наземного наблюдения гражданских самолетов в дневное время позволяет сделать следующие выводы:

1. Скорость полета монотонно растет вплоть до начала этапа снижения.
2. Высота круизного полета почти неизменна.
3. Радиация выхлопных газов сильно ослабляется атмосферой.
4. Излучаемая радиация входе круизного полета зависит от температуры окружающей среды (воздуха).

С учетом вышеизложенного, в настоящей статье исследуется вопрос об оптимальной зависимости скорости полета от температуры воздуха.

## Материалы и методы

Рассмотрим некоторое множество полетов гражданских судов, характеризующиеся наличием двух множеств:

1. Множество температур окружающей среды  $T_0$ , где

$$T_0 = \{T_{0i}\}; i = \overline{1, n} \quad (2)$$

2. Множество (средней) круизной скорости  $M$ , где

$$M = \{M_j\}; j = \overline{1, n} \quad (3)$$

Следует определить оптимальную взаимосвязь между  $M_j$  и  $T_{0i}$ , при которой температура обшивки гражданским судном достигла бы экстремальной величины. Следовательно, требуется вычислить функцию

$$M_j = f(T_{0i}) \quad (4)$$

при которой сумма

$$\sum_{i,j=\overline{1,n}}^n T_{skin} = \sum_{i,j=\overline{1,n}}^n T_{0i} \left[ 1 + k \left( \frac{\gamma-1}{2} \right) f(T_{0i})^2 \right] \quad (5)$$

достигла бы экстремальной величины.

Для решения задачи (5) на искомую функцию (4) наложим следующее ограничительное условие

$$\sum_{i,j=\overline{1,n}}^n f(T_{0i}) = C; C = const \quad (6)$$

Ограничению (6) связано с ограниченностью энергообеспечения судна, в течение полета которого потенциальная энергия топлива превращается в кинетическую энергию судна в полете.

С учетом (5) и (6) составим вариационную задачу вычисления оптимальной функции  $f(T_{0i})$ . Для этой цели сначала дискретные суммы (5) и (6) условно запишем в непрерывном виде. При этом уравнение (5) принимает вид

$$T_{\Sigma skin} = \int_{T_{0min}}^{T_{0max}} T_0 \left[ 1 + k \left( \frac{\gamma-1}{2} \right) f(T_0)^2 \right] dT_0 \quad (7)$$

Уравнение (6) принимает вид:

$$\int_{T_{0min}}^{T_{0max}} f(T_0) dT_0 = C; \quad C = const \quad (8)$$

С учетом (7) и (8) составим задачу безусловной вариационной оптимизации, которая является общей задачей оптимизации для целого подкласса изоморфно-голомомных систем, изложенного в работах [18,19].

Целевой функционал  $F$  проводимой оптимизации с учетом (7) и (8) имеет вид

$$F = \int_{T_{0min}}^{T_{0max}} T_0 \left[ 1 + k \left( \frac{\gamma-1}{2} \right) f(T_0)^2 \right] dT_0 + \lambda \left[ \int_{T_{0min}}^{T_{0max}} f(T_0) dT_0 - C \right] \quad (9)$$

где  $\lambda$ -множитель Лагранжа.

Согласно [20] решение задачи (9) должно удовлетворить следующему условию:

$$\frac{d\{T_0[1+k(\frac{\gamma-1}{2})f(T_0)^2]+\lambda f(T_0)\}}{df(T_0)} = 0 \quad (10)$$

Из условия (10) получаем

$$2T_0k \left( \frac{\gamma-1}{2} \right) f(T_0) + \lambda = 0 \quad (11)$$

Из (11) находим

$$f(T_0) = -\frac{\lambda}{2T_0k \left( \frac{\gamma-1}{2} \right)} \quad (12)$$

С учетом (8) и (12) имеем

$$-\int_{T_{0min}}^{T_{0max}} \frac{\lambda}{2T_0k \left( \frac{\gamma-1}{2} \right)} dT_0 = C \quad (13)$$

Из (13) находим

$$-\frac{\lambda}{2T_0 k \left(\frac{\gamma-1}{2}\right)} \int_{T_{0min}}^{T_{0max}} \frac{dT_0}{T_0} = C \quad (14)$$

Из (14) окончательно находим

$$\lambda = -\frac{2T_0 k \left(\frac{\gamma-1}{2}\right) \cdot C}{\ln\left(\frac{T_{0max}}{T_{0min}}\right)} \quad (15)$$

С учетом (12) и (15) получим

$$f(T_0) = \frac{C}{T_0 \ln\left(\frac{T_{0max}}{T_{0min}}\right)} \quad (16)$$

При решении (16) функционал  $F$  достигает минимума, т.к. повторная производная (11) по  $f(T_0)$  всегда является положительной величиной.

### Обсуждение

Таким образом, если полет гражданского судна должен быть незаметным для тепловых детекторов наземной системы обнаружения и слежения, то полет должен быть осуществлен с круизной скоростью обратно пропорциональной величине температуры воздуха. И наоборот, если требуется обеспечить надежную работу наземных тепловых детекторов, то зависимости типа (16) следует максимально избегать. Отметим, что в первом случае предположительно воздушное судно и регистрирующая аппаратура принадлежат конфликтующим сторонам, а во втором случае и судно, и тепловые детекторы принадлежат единому владельцу.

### Заключение

Сформулирована и решена задача оптимизации наблюдения гражданских судов в режиме круизного полета с помощью наземных инфракрасных регистрирующих

устройств. Решение составленной задачи безусловной вариационной оптимизации показало, что незаметный полет гражданского судна для тепловых регистраторов конфликтующей стороны может быть обеспечен при обратной зависимости скорости полета от температуры воздуха и наоборот, для надежного обнаружения и слежения гражданского судна в инфракрасном диапазоне круизная скорость не должна изменяться в обратном порядке в отношении температуры воздуха.

### **Список источников**

1. Gnap J., Settey T., Benova D. Examining the impact of air passenger transport on international long-distance regular bus Transport in the Slovak republic// MATEC Web of Conferences, 2018, vol. 236 (1), pp. 02007. DOI: [10.1051/matecconf/201823602007](https://doi.org/10.1051/matecconf/201823602007)
2. Kozovic D., Durdevic D., Dinulovic M., Milic S.D., Rasuo B. Air traffic modernization and control: ADS-B system implementation update 2022: A review // FME Transaction, 2023, vol. 51, pp. 117-130. DOI:[10.5937/fme2301117K](https://doi.org/10.5937/fme2301117K)
3. Wenjie L., Shiqiang Y., Chengliang W., Yan O. SBIRS: missions, challenges and opportunities // In proceedings of the 2019 IEEE 4<sup>th</sup> international conference on cloud computing and big data analysis. Chengdu, China, 12-15 april 2019, pp. 363-367. DOI:[10.1109/ICCCBDA.2019.8725616](https://doi.org/10.1109/ICCCBDA.2019.8725616)
4. Гулидов А.А., Балыбин В.А., Ляхов П.Р., Соломин Э.А. Системы испытаний вооружения, военной специальной техники на заметность. Возможности, результаты, перспективы // Радиоэлектронная борьба в Вооруженных Силах Российской Федерации -2016: тематический сборник. – М.: Информационный мост, 2016. С. 46-49.

5. Нестеров М.С., Попело В.Д. Дополнительная характеристика для нормирования инфракрасной заметности летательных аппаратов // Труды МАИ. 2017. № 93. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=80273>
6. Хисматов И.Ф. Методика воспроизведения метеоусловий при имитационном моделировании авиационных оптико-электронных систем // Труды МАИ. 2019. № 108. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=109572>. DOI: 10.34759/trd-2019-108-18
7. Хмаров И.М., Егужоков Р.А., Маркушин Г.Н., Кошелев А.В., Канивец В.Ю., Кондрашов Н.Г. Измерение лазерно-локационных характеристик воздушных объектов // Труды МАИ. 2020. № 115. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=119915>. DOI: [10.34759/trd-2020-115-05](https://doi.org/10.34759/trd-2020-115-05)
8. Казбеков Б.В. Совмещение инфракрасных изображений с изображениями видимого диапазона в задачах идентификации подвижных наземных целей с борта беспилотного летательного аппарата // Труды МАИ. 2013. № 65. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=35912>
9. Mahulikar S.P., Sane S.K., Gaitonde U.N., Marathe A.G. Numerical studies of infrared signature levels of complete aircraft // Aeronautical Journal -New Series, 2001, vol. 105, pp. 185-192. DOI:[10.1017/S0001924000025422](https://doi.org/10.1017/S0001924000025422)
10. Mahulikar S.P., Sonawane H.R., Arvind Rao G. Infrared signature studies of aerospace vehicles // Progress in Aerospace Sciences, 2007, vol. 43 (7), pp. 218-245. DOI:[10.1016/j.paerosci.2007.06.002](https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2007.06.002)
11. Coiro E., Lefebvre S., Ceolato R. Infrared signature prediction for low observable air vehicles // AVT-324 Specialists' Meeting on Multidisciplinary Design Approaches and

Performance Assessment of Future Combat Aircraft, 28-30 September 2020. MP-AVT-324-08.

12. Zhu H., Li Y., Hu T., Rao P. An all-attitude motion characterization and parameter analysis system for aerial targets // *Infrared and Laser Engineering*, 2018, vol. 47, pp. 160-165. DOI: [10.3788/IRLA201847.S117004](https://doi.org/10.3788/IRLA201847.S117004)

13. Zhu H., Li Y., Hu T., Rao P. Key parameters design of aerial target detection system on the space-based platform // *Optical Engineering*, 2018, vol. 57, pp. 023107. DOI: [10.1117/1.OE.57.2.023107](https://doi.org/10.1117/1.OE.57.2.023107)

14. Yuan H., Wang X.R., Yuan Y., Li K., Zhang C., Zhao Z.S. Space-based full chain multi-spectral imaging features accurate prediction and analysis for aircraft plume under sea/cloud background // *Optics Express*, 2019, vol. 27, pp. 26027-26043. DOI: [10.1364/OE.27.026027](https://doi.org/10.1364/OE.27.026027)

15. Yuan H., Wang X.R., Guo B.T., Ren D., Zhang W.G., Li K. Performance analysis of the infrared imaging system for aircraft plume detection from geostationary orbit // *Applied Optics*, 2019, vol. 58, pp. 1691-1698. URL: <https://doi.org/10.1364/AO.58.001691>

16. Li Y., Rao P., Li Z., Ai J. On-board parameter optimization for space-based infrared air vehicle detection based on ADS-B Data // *Applied Sciences*, 2023, vol. 13, pp. 6931. DOI: [10.3390/app13126931](https://doi.org/10.3390/app13126931)

17. Ni X., Yu S., Su X. et al. Detection spectrum optimization of stealth aircraft targets from a space-based infrared platform // *Optical and Quantum Electronics*, 2022, vol. 54, pp. 151. DOI: [10.21203/rs.3.rs-315617/v1](https://doi.org/10.21203/rs.3.rs-315617/v1)

18. Асадов Х.Г., Абдуллаева С.Н., Тарвердиева У.Х. Вопросы оптимизации изоморфно-голономных информационно-измерительных систем // Известия вузов. Электромеханика. 2020. Т. 63. № 6. С. 51-56. DOI:[10.17213/0136-3360-2020-6-51-56](https://doi.org/10.17213/0136-3360-2020-6-51-56)
19. Асадов Х.Г., Абдуллаева С.Н., Тарвердиева У.Х. Метод линеаризационной оптимизации голономных информационно-измерительных и мехатронных систем // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Электротехника, информационные технологии, системы управления. 2020. № 35. С. 169. DOI: [10.15593/2224-9397/2020.3.11](https://doi.org/10.15593/2224-9397/2020.3.11)
20. Эльсгольц Л.Е. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. – М.: Наука, 1974. - 432 с.

## References

1. Gnap J., Settey T., Benova D. Examining the impact of air passenger transport on international long-distance regular bus Transport in the Slovak republic, *MATEC Web of Conferences*, 2018, vol. 236 (1), pp. 02007. DOI: [10.1051/matecconf/201823602007](https://doi.org/10.1051/matecconf/201823602007)
2. Kozovic D., Durdevic D., Dinulovic M., Milic S.D., Rasuo B. Air traffic modernization and control: ADS-B system implementation update 2022: A review, *FME Transaction*, 2023, vol. 51, pp. 117-130. DOI: [10.5937/fme2301117K](https://doi.org/10.5937/fme2301117K)
3. Wenjie L., Shiqiang Y., Chengliang W., Yan O. SBIRS: missions, challenges and opportunities, *In proceedings of the 2019 IEEE 4th international conference on cloud computing and big data analysis*. Chengdu, China, 12-15 april 2019, pp. 363-367. DOI: [10.1109/ICCCBDA.2019.8725616](https://doi.org/10.1109/ICCCBDA.2019.8725616)

4. Gulidov A.A., Balybin V.A., Lyakhov P.R., Solomin E.A. *Radioelektronnaya bor'ba v Vooruzhennykh Silakh Rossiiskoi Federatsii -2016: tematiceskii sbornik*, Moscow, Informatsionnyi most, 2016, pp. 46-49.
5. Nesterov M.S., Popelo V.D. *Trudy MAI*, 2017, no. 93. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=80273>
6. Khismatov I.F. *Trudy MAI*, 2019, no. 108. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=109572>. DOI: [10.34759/trd-2019-108-18](https://doi.org/10.34759/trd-2019-108-18)
7. Khmarov I.M., Eguzhokov R.A., Markushin G.N., Koshelev A.V., Kanivets V.Yu., Kondrashov N.G. *Trudy MAI*, 2020, no. 115. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=119915>. DOI: [10.34759/trd-2020-115-05](https://doi.org/10.34759/trd-2020-115-05)
8. Kazbekov B.V. *Trudy MAI*, 2013, no. 65. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=35912>
9. Mahulikar S.P., Sane S.K., Gaitonde U.N., Marathe A.G. Numerical studies of infrared signature levels of complete aircraft, *Aeronautical Journal -New Series*, 2001, vol. 105, pp. 185-192. DOI: [10.1017/S0001924000025422](https://doi.org/10.1017/S0001924000025422)
10. Mahulikar S.P., Sonawane H.R., Arvind Rao G. Infrared signature studies of aerospace vehicles, *Progress in Aerospace Sciences*, 2007, vol. 43 (7), pp. 218-245. DOI: [10.1016/j.paerosci.2007.06.002](https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2007.06.002)
11. Coiro E., Lefebvre S., Ceolato R. Infrared signature prediction for low observable air vehicles, *AVT-324 Specialists' Meeting on Multidisciplinary Design Approaches and Performance Assessment of Future Combat Aircraft*, 28-30 September 2020. MP-AVT-324-08.

12. Zhu H., Li Y., Hu T., Rao P. An all-attitude motion characterization and parameter analysis system for aerial targets, *Infrared and Laser Engineering*, 2018, vol. 47, pp. 160-165. DOI: [10.3788/IRLA201847.S117004](https://doi.org/10.3788/IRLA201847.S117004)
13. Zhu H., Li Y., Hu T., Rao P. Key parameters design of aerial target detection system on the space-based platform, *Optical Engineering*, 2018, vol. 57, pp. 023107. DOI: [10.1117/1.OE.57.2.023107](https://doi.org/10.1117/1.OE.57.2.023107)
14. Yuan H., Wang X.R., Yuan Y., Li K., Zhang C., Zhao Z.S. Space-based full chain multi-spectral imaging features accurate prediction and analysis for aircraft plume under sea/cloud background, *Optics Express*, 2019, vol. 27, pp. 26027-26043. DOI: [10.1364/OE.27.026027](https://doi.org/10.1364/OE.27.026027)
15. Yuan H., Wang X.R., Guo B.T., Ren D., Zhang W.G., Li K. Performance analysis of the infrared imaging system for aircraft plume detection from geostationary orbit, *Applied Optics*, 2019, vol. 58, pp. 1691-1698. URL: <https://doi.org/10.1364/AO.58.001691>
16. Li Y., Rao P., Li Z., Ai J. On-board parameter optimization for space-based infrared air vehicle detection based on ADS-B Data, *Applied Sciences*, 2023, vol. 13, pp. 6931. DOI: [10.3390/app13126931](https://doi.org/10.3390/app13126931)
17. Ni X., Yu S., Su X. et al. Detection spectrum optimization of stealth aircraft targets from a space-based infrared platform, *Optical and Quantum Electronics*, 2022, vol. 54, pp. 151. DOI: [10.21203/rs.3.rs-315617/v1](https://doi.org/10.21203/rs.3.rs-315617/v1)
18. Asadov Kh.G., Abdullaeva S.N., Tarverdieva U.Kh. *Izvestiya vuzov. Elektromekhanika*. 2020, vol. 63, no. 6, pp. 51-56. DOI: [10.17213/0136-3360-2020-6-51-56](https://doi.org/10.17213/0136-3360-2020-6-51-56)
19. Asadov Kh.G., Abdullaeva S.N., Tarverdieva U.Kh. *Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Elektrotekhnika, informatsionnye*

*tekhnologii, sistemy upravleniya*. 2020, no. 35, pp. 169. DOI: [10.15593/2224-9397/2020.3.11](https://doi.org/10.15593/2224-9397/2020.3.11)

20. El'sgol'ts L.E. *Differentsial'nye uravneniya i variatsionnoe ischislenie* (Differential equations and calculus of variations), Moscow, Nauka, 1974, 432 p.

Статья поступила в редакцию 18.09.2023

Одобрена после рецензирования 25.09.2023

Принята к публикации 27.10.2023

The article was submitted on 18.09.2023; approved after reviewing on 25.09.2023; accepted for publication on 27.10.2023