УДК 004.657

Оценка времени выполнения мультизапроса

Брехов О.М.[1*], Вунна Джо Джо[2]

[1]*Московский авиационный институт*

(национальный исследовательский университет),

МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия

[2]*Академия обороны, Пьи У Лин, Республика Союза Мьянма*

[*]*e-mail: obrekhov@mail.ru*

Аннотация

Предложен план оптимизации по времени выполнения мультизапроса при обращении к базе данных на основе упорядочивания конъюнкции элементарных запросов. Рассмотрены два способа выполнения мульти запросов: независимо друг от друга и совместно. Задача является актуальной для баз авиационно-космических систем.

Ключевые слова: эффективность оптимального порядка обработки, минимальное время обработки, методоптимизации мультизапроса.

1. Введение

Уменьшение суммарного времени выполнения запросов мультизапроса может быть достигнуто за счет совместной обработки подмножества элементарных запросов, являющегося пересечением запросов мультизапроса. Известно[1, 2], что порядок обработки элементарных запросов является существенным параметром времени обработки запросов. Здесь, в развитие нашей работы [3] рассматривается задача формирования плана выполнения мультизапроса с учетом порядка обработки элементарных запросов в мультипроцессорной базе данных авиационно-космических систем.

2. Обработкамультизапроса

Сформулируем ряд утверждений.

Пусть в мультизапрос состоит из n запросов $З_i, i = \overline{1,n},$ элементарные запросы которых образуют упорядоченные множества $s_i, i = \overline{1,n}$, с последовательными (без пропусков) номерами элементарных запросов.

Утверждение 1.

Пусть выполняются условия:

Вложение множеств: $s_1 \supset s_2 \supset \cdots \supset s_i \supset \cdots \supset s_n$

Пересечение множеств: $s = s_n = \bigcap_{i=1}^{n} s_i$.

Выполнение элементарных запросов подмножеств s_i в порядке $i = \overline{n,1}$, обеспечивает уменьшение времени совместного выполнения запросов мультизапроса.

Доказательство следует по индукции:

Обозначим параметры элементарного запроса ЭЗ$_i$,$i = 1, \dots$: τ_i - требуемое время и p_i - вероятность успеха при его выполнении.

Пусть запрос З$_{n-1}$ образован элементарными запросамис последовательными номерами:

$$ЭЗ_{h+1}, ЭЗ_{h+2}, .., ЭЗ_{h+l}, ЭЗ_{h+l+1}, ЭЗ_{h+l+2}, .., ЭЗ_{h+l+m}, ЭЗ_{h+l+m+1}, ЭЗ_{h+l+m+2}, .., ЭЗ_{h+l+m+t}$$

и запрос З$_n$ образован элементарными запросами,соответственно:

$ЭЗ_{h+l+1}, ЭЗ_{h+l+2}, \dots, ЭЗ_{h+l+m}$.

При несовместном выполнении этих двух запросов имеем следующее время:

Для запросаЗ$_{n-1}$:

$$T_{З_{n-1}} = \tau_{h+1} + p_{h+1}\tau_{h+2} + p_{h+1}p_{h+2}\tau_{h+3} + \cdots + \left(\prod_{j=h+1}^{h+l-1} p_j\right)\tau_{h+l}$$
$$+ \left(\prod_{j=h+1}^{h+l} p_j\right)\left(\tau_{h+l+1} + p_{h+l+1}\tau_{h+l+2} + \cdots + \left(\prod_{j=h+l+1}^{h+l+m-1} p_j\right)\tau_{h+l+m}\right)$$
$$+ \left(\prod_{j=h+1}^{h+l+m} p_j\right)\left(\tau_{h+l+m+1} + p_{h+l+m+1}\tau_{h+l+m+2} + \cdots + \left(\prod_{j=h+l+m+1}^{h+l+m+f-1} p_j\right)\tau_{h+l+m+f}\right)$$

для запроса З$_n$:

$T_{З_n} = \tau_{h+l+1} + p_{h+l+1}\tau_{h+l+2} + \cdots + \left(\prod_{j=h+l+1}^{h+l+m-1} p_j\right)\tau_{h+l+m}$.

Суммарное несовместное время выполнения этих запросов:

$T_{\text{нсовм}} = T_{З_{n-1}} + T_{З_n}$.

При совместном выполнении этих запросов получаем:

$$T_{\text{совм}} = T_{З_n} + \left(\prod_{j=h+l+1}^{h+l+m} p_j\right)\left(\tau_{h+1} + p_{h+1}\tau_{h+2} + p_{h+1}p_{h+2}\tau_{h+3} + \cdots + \left(\prod_{j=h+1}^{h+l-1} p_j\right)\tau_{h+l}\right)$$
$$+ \left(\prod_{j=h+1}^{h+l+m} p_j\right)\left(\tau_{h+l+m+1} + p_{h+l+m+1}\tau_{h+l+m+2} + \cdots + \left(\prod_{j=h+l+m+1}^{h+l+m+f-1} p_j\right)\tau_{h+l+m+f}\right).$$

Очевидно, разность

$$T_{\text{нсовм}} - T_{\text{совм}} = \left(1 - \left(\prod_{j=h+l+1}^{h+l+m} p_j\right)\right)\sum_{i=1}^{m}\left(\prod_{j=h+l+1}^{h+l+i-1} p_j\,\tau_{h+l+i}\right)$$

больше 0.

Последовательно проводя аналогичные рассуждения для пар запросов $(З_{n-i+1}, З_{n-i}), i = \overline{2, n} - 1$, полностью завершаем доказательство.

Утверждение 2.

Пусть пересечение множествэлементарных запросов$s_i, i = \overline{1, n}$, есть подмножество $s = s_n = \bigcap_{i=1}^{n} s_i$. Если подмножество s образовано элементарными запросами с последовательными номерами, начиная с первого элементарного запроса ЭЗ$_{1,}$ то выполнение элементарных запросов подмножества s первыми обеспечивает уменьшение времени совместного выполнения относительнонесовместного выполнения запросов мультизапроса на время (n-1) T_s, где T_s - время выполнения элементарных запросов подмножества s.

Доказательство следует из факта, что выполнение элементарных запросов подмножества s первыми не нарушает оптимальный по времени порядок обработки всех n запросов.

В случаях, когда запросы не удовлетворяют Утверждениям 1 и 2 эффективность совместной обработки по критерию времени выполнения мультизапроса зависит от параметров τ_i и p_i и не всегда лучше не совместной обработки запросов.

Далее мы расмотрим именно этот случай с оценкой времени выполнения мультизапроса в мультипроцессорной базе данных.

Пусть запросы мультизапроса определены следующими параметрами:

k– число элементарных запросов, образующих запросы мультизапросаЗ$_1$, З$_2$, …, З$_v$,

элементарные запросы образуют d групп по u элементарных запросов в каждой группе,

каждый запрос З$_i$$i=\overline{1,v}$,содержит две группы элементарных запросов с номерами:

1-ая группа: $ЭЗ_{(i-1)u+1}$,…, $ЭЗ_{iu}$, …,$ЭЗ_{j(v+1)u+(i-1)u+1}$,…,$ЭЗ_{j(v+1)u+iu}$,…, $ЭЗ_{(d-1)(v+1)u+(i-1)u+1}$,…,$ЭЗ_{(d-1)(v+1)u+iu}$,$j = \overline{0, d-1}$,

2-ая группа: $ЭЗ_{vu+1}$,…,$ЭЗ_{vu+u}$.

Рис. 2.1. иллюстрирует мультизапрос при значениях параметров k = 32,d =2, u=4, v = 3.

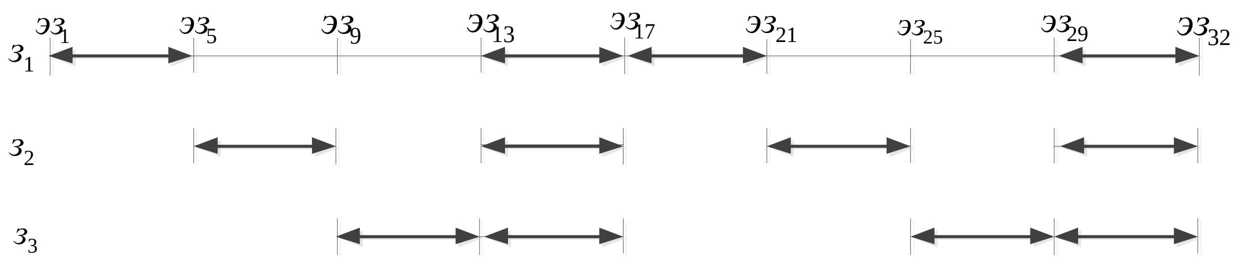

Рис. 2. 1. Мультизапрос при значениях параметров k = 32,d =2, u=4, v = 3

Пусть параметры элементарных запросов $ЭЗ_i$,$i = 1, \ldots$: требуемое время τ_i обработки элементарных запросов в строке таблицы при его выполнении соответствует закону **геометрической (ГП)** или **арифметической (АП)** прогрессий и вероятность успеха $p_i = p$.

Определим время выполнения мультизапроса при совместном и несовместном выполнении запросов (здесь для упорядоченных таблиц).

3. Геометрическая прогрессия

3.1. Совместное выполнение запросов мультизапроса (закон ГП)

Время выполнения мультизапроса при совместном выполнении запросов:

при $r = 1$

$$Т_{г,сов,r=1} = n\left(\frac{1-(ap)^u}{1-(ap)}\right)\left(\frac{1-\left(p^u a^{u(v+1)}\right)^d}{1-p^u a^{u(v+1)}}\right)\left(a^{uv} + p^{du}\left(\frac{1-a^{uv}}{1-a^u}\right)\right).$$

Соответствующие значения времени выполнения запроса$Т_{г,сов,r=1}$ при вариации значений параметров отражены в таблице 3.1.

Таблица 3.1. Время выполнения запроса$Т_{г,сов,r=1}$/n

p	$k = 32, u = 4, v = 3, d = 2$		
	a		
	1.1	1.2	1.25
0.2	4.04373	12.0387	20.4254
0.4	6.03462	23.9337	52.1223
0.5	8.2025	41.9554	106.168
0.6	12.2274	80.1791	225.418
0.7	20.186	159.449	476.209
0.9	81.027	715.329	2176.77

при $r > 1$

$$\begin{aligned} Т_{г,сов,r>1,j} = \left(a^{j-1} + pa^{2r-j}\right)\left(\frac{1-(pa^r)^{\frac{u}{r}}}{1-(pa^r)^2}\right)\Bigg(& a^{uv}\left(1 + p^{\frac{u}{r}}a^{u(v+1)} + p^{2\frac{u}{r}}a^{2u(v+1)} + p^{3\frac{u}{r}}a^{3u(v+1)} + \cdots + p^{(d-1)\frac{u}{r}}a^{(d-1)u(v+1)}\right) \\ & + p^{d\frac{u}{r}}a^{u(v-1)}\left(1 + p^{\frac{u}{r}}a^{u(v+1)} + p^{2\frac{u}{r}}a^{2u(v+1)} + p^{3\frac{u}{r}}a^{3u(v+1)} + \cdots + p^{(d-1)\frac{u}{r}}a^{(d-1)u(v+1)}\right) \\ & + p^{d\frac{u}{r}}a^{u(v-2)}\left(\frac{1-\left(p^{\frac{u}{r}}a^{u(v+1)}\right)^d}{1-p^{\frac{u}{r}}a^{u(v+1)}}\right) + \cdots + p^{d\frac{u}{r}}a^u\left(\frac{1-\left(p^{\frac{u}{r}}a^{u(v+1)}\right)^d}{1-p^{\frac{u}{r}}a^{u(v+1)}}\right) + p^{d\frac{u}{r}}1\left(\frac{1-\left(p^{\frac{u}{r}}a^{u(v+1)}\right)^d}{1-p^{\frac{u}{r}}a^{u(v+1)}}\right)\Bigg) \end{aligned}$$

или

$$Т_{г,сов,r>1,j} = n\left(a^{j-1} + pa^{2r-j}\right)\left(\frac{1-(pa^r)^{\frac{u}{r}}}{1-(pa^r)^2}\right)\left(\frac{1-\left(p^{\frac{u}{r}}a^{u(v+1)}\right)^d}{1-p^{\frac{u}{r}}a^{u(v+1)}}\right)\left(a^{uv} + p^{d\frac{u}{r}}\left(\frac{1-a^{uv}}{1-a^u}\right)\right), j = \overline{2, r}.$$

3.2. Несовместное выполнение запросов мультизапроса (закон ГП)

Время выполнения мультизапроса при несовместном выполнении запросов:

При $r = 1$

$$T_{\text{г,несов},r=1} = n\left(\frac{1-(ap)^u}{1-(ap)}\right)\left(\frac{1-\left(p^{2u}a^{u(v+1)}\right)^d}{1-p^{2u}a^{u(v+1)}}\right)\left(vp^u a^{uv} + \left(\frac{1-a^{uv}}{1-a^u}\right)\right).$$

Соответствующие значения времени выполнения запроса $T_{\text{г,несов},r=1}$ при вариации значений параметров отражены в таблице 3.3.

Таблица 3.3. Время выполнения запроса $T_{\text{г,несов},r=1}/\text{n}$

p	$k = 32, u = 4, v = 3, d = 2$		
	a		
	1.1	1.2	1.25
0.1	5.17748	8.38019	10.7474
0.2	5.91279	9.72626	12.5808
0.3	6.91015	11.6744	15.3358
0.4	8.359	14.8517	20.1832
0.5	10.6787	21.1038	31.2159
0.6	14.9604	37.1016	65.7509
0.7	24.4942	89.4398	200.641
0.8	50.0024	283.171	759.617
0.9	126.557	1006.11	2984.32

При $r > 1$

$$T_{\text{г,несов},r>1,j} = n\left(a^{j-1} + pa^{2r-j}\right)\left(\frac{1-(pa^r)^{\frac{u}{r}}}{1-(pa^r)^2}\right)\left(\frac{1-\left(p^{2\frac{u}{r}}a^{u(v+1)}\right)^d}{1-p^{2\frac{u}{r}}a^{u(v+1)}}\right)\left(vp^{\frac{u}{r}}a^{uv} + \left(\frac{1-a^{uv}}{1-a^u}\right)\right), j = \overline{2, r}.$$

3.3. Сравнение совместной и несовместной обработки запросов (закон ГП)

Сравним выражения времени выполнения запроса для несовместной и совместной обработки мультизапроса.

Совместное выполнение запросов мультизапроса имеет смысл, если выполняется неравенство $T_{г,несов} > T_{г,сов}$, т.е. если

$$\left(\frac{1-(ap)^u}{1-(ap)}\right)\left(\left(\frac{1-\left(p^{2u}a^{u(v+1)}\right)^d}{1-p^{2u}a^{u(v+1)}}\right)\left(vp^u a^{uv}+\left(\frac{1-a^{uv}}{1-a^u}\right)\right)\right.$$

$$\left.-\left(\frac{1-\left(p^{u}a^{u(v+1)}\right)^d}{1-p^{u}a^{u(v+1)}}\right)\left(a^{uv}+p^{du}\left(\frac{1-a^{uv}}{1-a^u}\right)\right)\right)>0$$

Рассмотрим ряд частных случаев:

1) При $d = 1$ находим

$$\left(vp^u a^{uv}+\left(\frac{1-a^{uv}}{1-a^u}\right)\right)-\left(a^{uv}+p^{u}\left(\frac{1-a^{uv}}{1-a^u}\right)\right)=$$

$$=a^{uv}(vp^u-1)+\left(\frac{1-a^{uv}}{1-a^u}\right)(1-p^u)$$

Это выражение, по крайней мере, больше 0

если

$vp^u > 1,$

или

$p^u > \frac{1}{v}$

2) Пусть значение вероятности $p \rightarrow 0$.

Тогда, например, при $r > 1$ имеем:

$T_{\text{г,несов},r>1,j} = n(a^{j-1} + pa^{2r-j})\dfrac{a^{vu}-1}{a^u-1} + o(p)$

$T_{\text{г,сов},r>1,j} = n(a^{j-1} + pa^{2r-j})a^{vu} + o(p)$

Поэтомусовместная обработка запросов требует меньше времени,чем несовместная, если

$T_{\text{г,несов},r>1,j} - T_{\text{г,сов},r>1,j} = n(a^{j-1} + pa^{2r-j})\left(\frac{a^{vu}-1}{a^u-1} - a^{vu}\right) + o(p) > 0\ , j = \overline{2,r},$

или

$\left(\dfrac{a^{vu}-1}{a^u-1} - a^{vu}\right) > 0\ ,$

или если

$a^u + \frac{1}{a^{vu}} < 2.$

Например,для

$a = 1.1, v = 4, u = 6$

находим:

$1.1^6 + \frac{1}{1.1^{24}} < 2$ или $1.8731\ < 2.$

Поэтому здесь совместная обработка запросов требует меньше времени, чем несовместная.

Однако длязначений параметров $a = 1.1, v = 4, u = 8$получаем:

$$1.1^8 + \frac{1}{1.1^{32}} > 2\ ,$$

т.е. здесь несовместная обработка запросов требует меньше времени, чем совместная.

3) В таблице 3.5 и на рис. 3.1, рис. 3.2 ирис. 3.3представлены сравнительные результаты расчетов времени совместной и несовместной обработки запросов мультизапроса.

Таблица 3.5. Время совместной и несовместной обработки запросов/n. ГП

p	$k = 32\ , u = 8, v = 4, d = 1$		
	r	a	
		1.2	
		$Max(\text{Т}_{\text{сов}(r,j)})$	$Max(\text{Т}_{\text{несов}(r,j)})$
0.2	1	449.761	135.905
	2	551.085	169.961
	4	741.281	338.5
	8	865.902	899.976
0.3	1	533.957	161.478
	2	663.582	221.466
	4	825.154	531.919
	8	915.29	1260.64
0.4	1	655.627	199.784
	2	814.743	327.083
	4	916.452	823.626
	8	1008.97	1712.27
0.5	1	841.193	267.004
	2	1015.34	534.192
	4	1026.31	1242.56
	8	1087.18	2174.36
0.6	1	1138.37	418.33
	2	1280.44	1011.09
	4	1193.83	1875.8
	8	1155.49	2643.14
0.7	1	1634.82	856.042
	2	1633.18	1922.52
	4	1376.74	2712.76
	8	1217.09	3116.45
0.8	1	2501.58	2317.19
	2	2129.64	3677.54
	4	1577.26	3782.83
	8	1273.93	3592.98
0.9	1	4108.75	7359.03
	2	2804.43	6849.44
	4	1797.61	5115.41
	8	1327.26	4071.87

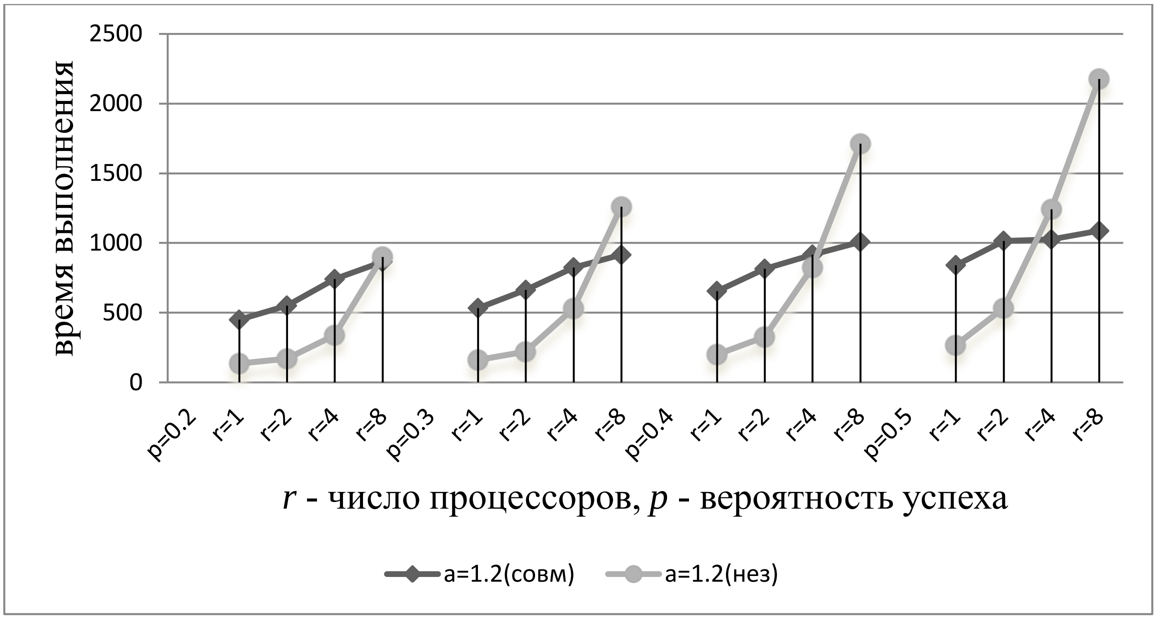

Рис.3.1. Времявыполнения мультизапроса при совместной и несовместной обработки запросов/n (a=1.2, $p \leq 0.5$). ГП

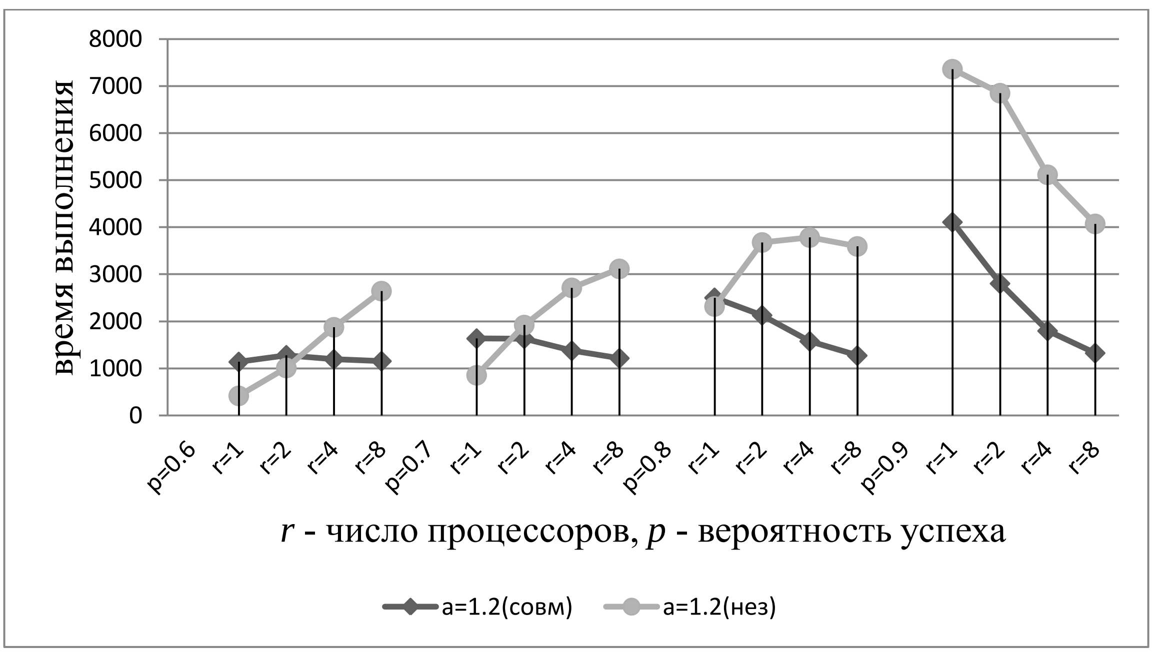

Рис.3.2. Времявыполнения мультизапроса при совместной и несовместной обработки запросов/n (a=1.2, $p > 0.5$). ГП

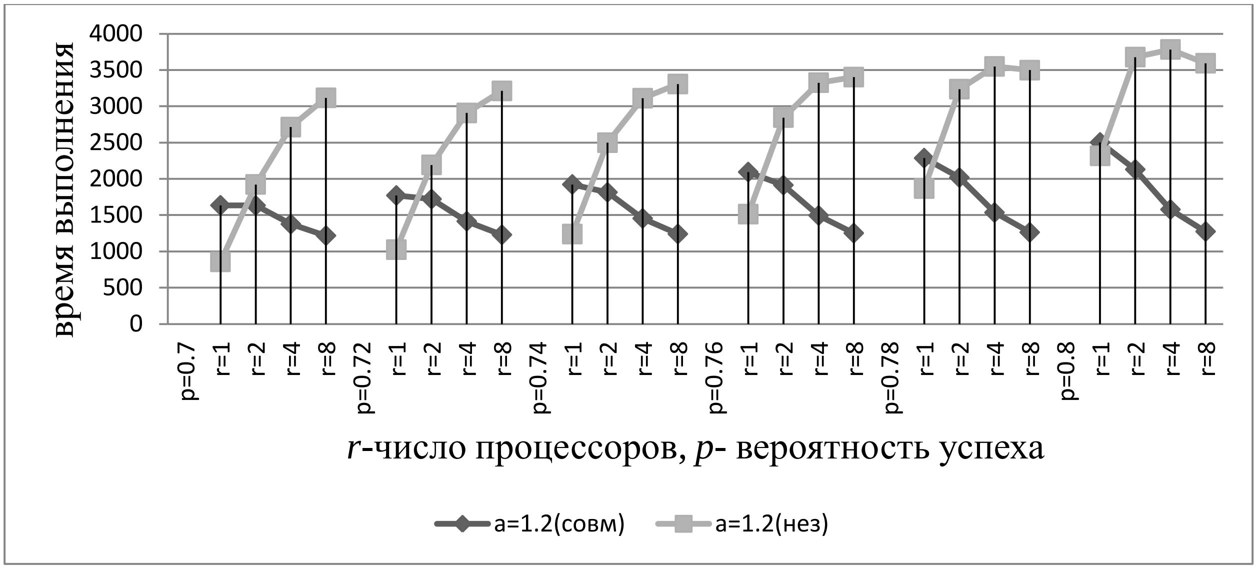

Рис.3.3. Времявыполнения мультизапроса при совместной и несовместной обработки запросов/n (a=1.2, $0.8 > p > 0.7$). ГП

Очевидно, что совместная обработка запросов мультизапроса обеспечивает меньшее время по отношению к несовместной обработке при возрастании вероятности успеха, кроме того, увеличение числа процессоров может привести не к уменьшению, а к увеличению времени выполнения мультизапроса, см. рис. 3.4.

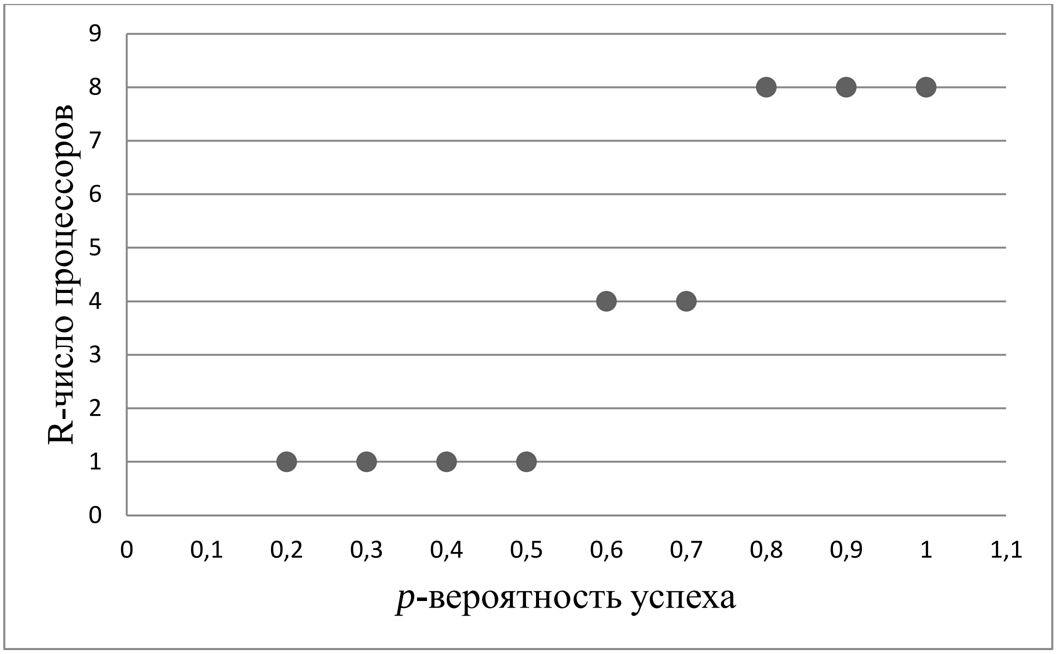

Рис.3.4. Минимальное число процессоров,обеспечивающие минимальное время обработки мультизапросов (R). ГП

4. Арифметическая прогрессия

4.1. Совместное выполнение запросов мультизапроса (закон АП)

Время выполнения мультизапроса при совместном выполнении запросов:

При $r = 1$

$$T_{\text{а,сов},r=1} = n\frac{1-p^u}{1-p}\Big[(1+uv\Delta)\frac{1-p^{2du}}{1-p^{2u}} + p^{2u}u\Delta(v+1)\frac{1-dp^{(d-1)2u}+(d-1)p^{2ud}}{(1-p^{2u})^2} + p^{du}\Big(v\frac{1-p^{2du}}{1-p^{2u}} + u\Delta\frac{(v-1)v}{2}\frac{1-p^{2du}}{1-p^{2u}} + v(v+1)u\Delta p^{2u}\frac{1-dp^{(d-1)2u}+(d-1)p^{2ud}}{(1-p^{2u})^2}\Big)\Big] + p\Delta\frac{1-up^{u-1}+(u-1)p^u}{(1-p)^2}\frac{1-p^{2du}}{1-p^{2u}}(v+p^u).$$

Соответствующие значения времени выполнения запроса$T_{\text{а,сов},r=1}$ при вариации значений параметров отражены в таблице 4.1.

Таблица 4.1. Время выполнения запроса$T_{\text{а,сов},r=1}/\text{n}$

p	$k = 32, u = 4, v = 3, d = 2$		
	Δ		
	0.14	0.2	0.61
0.1	3.02914	3.8512	9.46862
0.2	3.47242	4.42574	10.9401
0.3	4.03472	5.15645	12.8216
0.4	4.74911	6.08661	15.2262
0.5	5.68747	7.3088	18.3878
0.6	7.06629	9.09869	22.9867
0.7	9.5859	12.3474	31.2178
0.8	15.6288	20.1059	50.6991
0.9	34.1392	43.9394	110.907

При $r > 1$

$$T_{\text{а,сов},r>1,j} == n.\frac{1-p^{\frac{u}{r}}}{1-p^2}\left[(1+(i-1)\Delta+(1+(2r-i)\Delta)p)\frac{1-p^{d\frac{u}{r}}}{1-p^{\frac{u}{r}}}\left(1+vp^{d\frac{u}{r}}\right)+\frac{1-p^{d\frac{u}{r}}}{1-p^{\frac{u}{r}}}uv\left(1+\frac{v-1}{2}p^{d\frac{u}{r}}\right)\right.$$
$$\left.+(v+1)u\left(1+vp^{d\frac{u}{r}}\right)p^{\frac{u}{r}}\left(\frac{1-dp^{\frac{u}{r}(d-1)}+(d-1)p^{d\frac{u}{r}}}{\left(1-p^{\frac{u}{r}}\right)^2}\right)\right]$$
$$+2r\Delta p^2(1+p)\left(\frac{1-\frac{u}{2r}p^{\frac{u}{r}-2}+\left(\frac{u}{2r}-1\right)p^{\frac{u}{r}}}{(1-p^2)^2}\right)\left(\frac{1-p^{d\frac{u}{r}(v+1)}}{p^{\frac{u}{r}}}\right)$$

4.2. Несовместное выполнение запросов мультизапроса (закон АП)

Время выполнения мультизапроса при несовместном выполнении запросов:

При, $r = 1$

$$T_{\text{а,несов},r=1} = n\frac{1-p^u}{1-p}\left[v\frac{1-p^{2du}}{1-p^{2u}}+u\Delta\frac{(v-1)v}{2}\frac{1-p^{2du}}{1-p^{2u}}+v(v+1)u\Delta p^{2u}\frac{1-dp^{(d-1)2u}+(d-1)p^{2ud}}{(1-p^{2u})^2}\right.$$
$$\left.+vp^u\left((1+uv\Delta)\frac{1-p^{2du}}{1-p^{2u}}+p^{2u}u\Delta(v+1)\frac{1-dp^{(d-1)2u}+(d-1)p^{2ud}}{(1-p^{2u})^2}\right)\right]$$
$$+vp\Delta\frac{1-up^{u-1}+(u-1)p^u}{(1-p)^2}\frac{1-p^{2du}}{1-p^u}$$

Соответствующие значения времени выполнения запроса $\text{Т}_{\text{а,несов},r=1}$при вариации значений параметров отражены в таблице 4.3.

Таблица 4.3. Время выполнения запроса$\text{Т}_{\text{а,несов},r=1}/\text{n}$

p	$k=32, u=4, v=3, d=2$		
	Δ		
	0.14	0.2	0.61
0.1	5.25204	6.07434	11.6934
0.2	5.98462	6.94231	13.4865
0.3	6.96246	8.10963	15.9487
0.4	8.34022	9.77174	19.5538
0.5	10.4234	12.3192	25.2738
0.6	13.887	16.6251	35.336
0.7	20.4186	24.8979	55.5069
0.8	34.677	43.291	102.153
0.9	70.1311	89.7126	223.519

При, $r > 1$

$$\begin{aligned}\text{Т}_{\text{а,несов},r>1,j} = n\frac{1-p^{\frac{u}{r}}}{1-p^2}\Bigg[&\left((1+(i-1)\Delta)+(1+(2r-i)\Delta)p\right)\left(\frac{1-p^{2\frac{u}{r}d}}{1-p^{2\frac{u}{r}}}\right)\left(1+p^{\frac{u}{r}}\right)v + p^{\frac{u}{r}}uv^2\Delta\left(\frac{1-p^{2\frac{u}{r}d}}{1-p^{2\frac{u}{r}}}\right)\\&+p^{2\frac{u}{r}}(v+1)vu\Delta\left(1+p^{\frac{u}{r}}\right)\left(\frac{1-dp^{\frac{u}{r}(d-1)}+(d-1)p^{\frac{u}{r}d}}{(1-p^2)^2}\right)+u\Delta\left(\frac{v(v-1)}{2}\right)\left(\frac{1-p^{2\frac{u}{r}d}}{1-p^{2\frac{u}{r}}}\right)\\&+2vr\Delta p^2(1+p)\left(\frac{1-\frac{u}{2r}p^{\frac{u}{r}-2}+\left(\frac{u}{2r}-1\right)p^{\frac{u}{r}}}{(1-p^2)^2}\right)\left(\frac{1-p^{2\frac{u}{r}d}}{p^{\frac{u}{r}}}\right)\Bigg]\end{aligned}$$

4.3. Сравнение совместной и несовместной обработки запросов (закон АП)

Рассмотрим следующие случаи:

1) При$r = 1, d = 1$ имеем:

$$\text{Т}_{\text{а,несов},r=1}(d=1) = \frac{1-p^k}{1-p}\left(v + u\Delta\frac{v(v-1)}{2} + p^u v(1+vu\Delta)\right) + (v+vp^u)\,p\Delta\left(\frac{1-p^k}{1-p}\right)_p'$$

$$\text{Т}_{\text{а,сов},r=1}(d=1)=\frac{1-p^k}{1-p}\left((1+vu\Delta)+p^u\left(v+u\Delta\frac{v(v-1)}{2}\right)\right)+(1+vp^u)\,p\Delta\left(\frac{1-p^k}{1-p}\right)'_p$$

Тогда,

$$\begin{aligned}\text{Т}_{\text{а,несов},r=1}(d=1)-\text{Т}_{\text{а,сов},r=1}(d=1)\\ &=\frac{1-p^k}{1-p}\left((v-1)+u\Delta\left(\frac{v(v-1)}{2}-v\right)+p^u(u\Delta)v\left(v-\frac{(v-1)}{2}\right)\right)\\ &+\frac{1-kp^{k-1}+(k-1)p^k}{(1-p)^2}(v-1)\end{aligned}$$

Легко показать, что если$v\geq 2$, то

$$\text{Т}_{\text{а,несов},r=1}(d=1)-\text{Т}_{\text{а,сов},r=1}(d=1)$$

всегда больше нуля, т.е. совместная обработка запросов требует меньше времени, чем несовместная.

2) Пусть значение вероятности $p\ \to 0$.

Тогда при $r>1$ имеем:

$$\text{Т}_{\text{а,несов},r>1,j}=v\left(1+(j-1)\Delta+u\Delta\frac{(v-1)}{2}\right)+vp\left(1+(2r-j)\Delta+u\Delta\frac{(v-1)}{2}\right)+o(p)$$

$$\text{Т}_{\text{а,сов},r>1,j}=(1+(j-1)\Delta+uv\Delta)+p(1+(2r-j)\Delta+uv\Delta)+o(p)$$

При $v>2$ всегда совместная обработка запросов требует меньше времени,чем несовместная.

При $v=2$имеем:

$$T_{\text{несов}_j}=2\left(1+(j-1)\Delta+u\frac{1}{2}\Delta\right)+2p\left(1+(2r-j)\Delta+u\Delta\frac{1}{2}\right)+o(p)$$

$$T_{\text{сов}_j}=1+(j-1)\Delta+2u\Delta+p(1+(2r-j)\Delta+2u\Delta)+o(p), j=\overline{2,r},$$

$$\text{Т}_{\text{а,несов},r>1,j}-\text{Т}_{\text{а,сов},r>1,j}=1+(j-1)\Delta-u\Delta+p(1+(2r-j)\Delta)-pu\Delta+o(p),$$

Следовательно,совместная обработка запросов требует меньше времени,чем несовместная, когда при $p \rightarrow 0$ имеем:

$u < j - 1 + 1/\Delta$.

3) В таблице 4.5 и на рис. 4.1, 4.2 и 4.3 представлены сравнительные результаты расчетов времени совместной и несовместной обработки запросов мультизапроса.

Таблица 4.5. Время совместной и несовместной обработки запросов/n

p	$k = 32$, $u = 8, v = 4, d = 1$				
	r	Δ			
		0.61		9.2	
		$Max(\text{Т}_{\text{сов}(r,j)})$	$Max(\text{Т}_{\text{несов}(r,j)})$	$Max(\text{Т}_{\text{сов}(r,j)})$	$Max(\text{Т}_{\text{несов}(r,j)})$
0.2	1	26.4125	42.3626	380.75	568.501
	2	108.71	343.651	1152.1	5112.52
	4	38.0009	47.0381	75.8656	639.13
	8	40.2703	50.184	93.833	689.28
0.3	1	30.8075	49.0395	444.516	659.143
	2	73.1095	196.264	584.887	2879.58
	4	41.5723	53.1455	90.6384	721.722
	8	43.8513	58.1668	127.765	804.043
0.4	1	36.9024	58.2097	533.044	784.037
	2	63.0898	147.17	383.512	2125.79
	4	46.5778	61.2886	111.381	832.877
	8	47.2766	65.3451	161.413	906.674
0.5	1	45.8517	71.6656	663.042	968.204
	2	62.64	130.064	295.644	1849.41
	4	53.1	71.55	139	973.5
	8	50.6017	71.88	195.2	999.6
0.6	1	60.0233	93.5052	868.331	1269.46
	2	68.8996	129.664	260.63	1817.14
	4	61.2214	84.0122	174.403	1144.5
	8	53.8829	77.892	229.667	1084.64
0.7	1	84.8198	134.349	1224.81	1839.11
	2	82.5525	142.49	261.885	1972.09
	4	71.0245	98.7577	218.498	1346.78
	8	57.1806	83.4734	265.486	1163.19

0.8	1	133.875	224.089	1921.18	3106
	2	106.158	169.244	298.32	2318.15
	4	82.5919	115.869	272.19	1581.25
	8	60.561	88.696	303.474	1236.32
0.9	1	243.918	449.482	3460.47	6320.17
	2	143.619	212.581	372.202	2885.33
	4	96.0062	135.429	336.389	1848.82
	8	64.0983	93.6164	344.602	1304.9

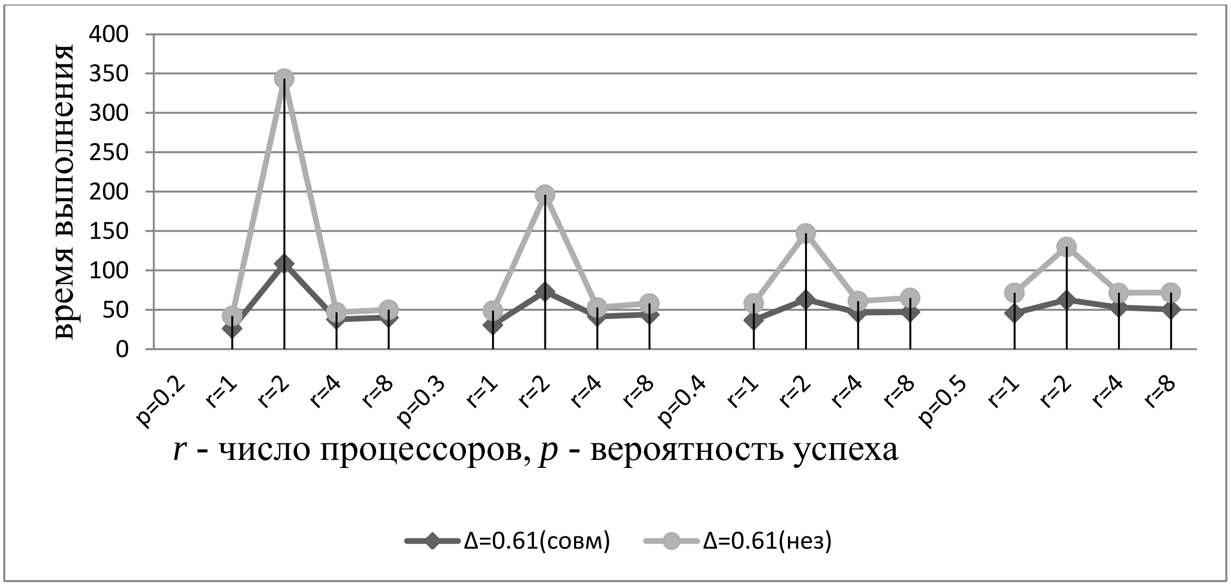

Рис.4.1. Времявыполнения мультизапроса при совместной и несовместной обработке запросов/n($\Delta = 0.61$, $p \leq 0.5, d = 1$). ГП

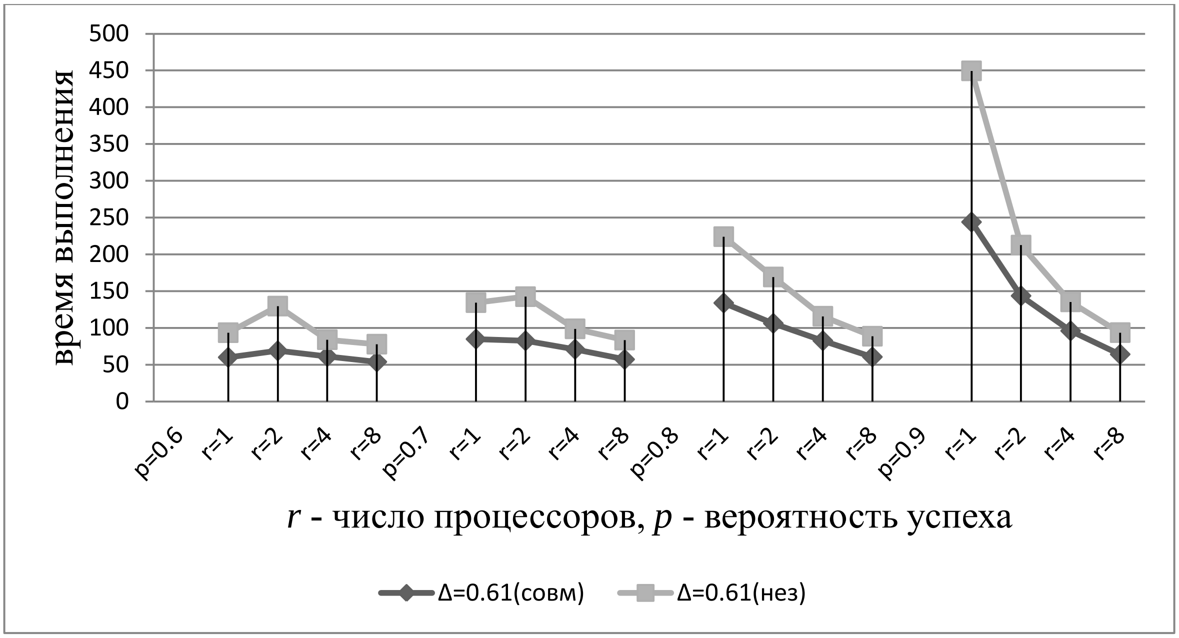

Рис.4.2. Времявыполнения мультизапроса при совместной и несовместной обработке запросов/n$(\Delta = 0.61\ , p > 0.5, d = 1)$. ГП

Очевидно, что совместная обработка запросов мультизапроса обеспечивает всегда меньшее время по отношению к несовместной обработке при $d = 1$, но при$d > 1$ это не всегда так.

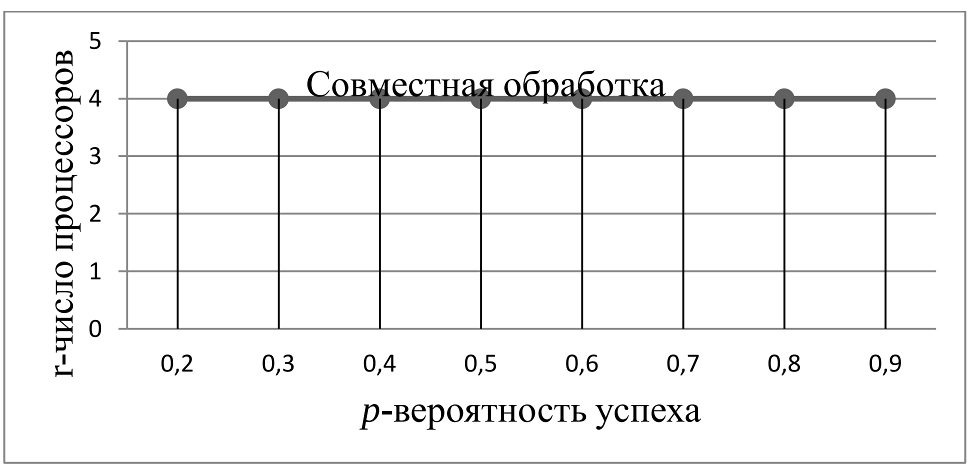

Рис.4.3. Минимальное число процессоров, обеспечивающие минимальное время обработки мультизапросов (R). АП

5. Выводы

Результаты проведенных здесь экспериментов для выделенных двух законов (геометрическойили арифметическойпрогрессий) задания параметров мультизапроса показали:

5.1. параметр «вероятность успеха» при выполнении запроса является существенным параметром, влияющим как на выбор совместного и несовместного метода обработки мультизапроса, так и на определение числа процессоров,

5.2. совместная обработка запросов мультизапроса обеспечивает время не всегда меньшее по отношению к несовместной обработке,

5.3. увеличение числа процессоров может привести не к уменьшению, а к увеличению времени выполнения мультизапроса.

6. Заключение

6.1. Сформулирована и решена задача уменьшения времени обработки запросов мультизапроса на основе упорядочивания элементарных запросов посредством совместной и не совместной их обработки.

6.2. На основе доказанных двух утверждений определены требования к параметрам мультизапроса и порядку его выполнения, при выполнении которых совместная обработка обеспечивает минимальное времяобработки запросов мультизапроса.

6.3. Проведенные численные эксперименты для двух законов задания параметров мультизапроса демонстрируют эффективность решения задачи выбора совместного или несовместного выполнения мультизапроса, что является важным при формировании Плана обработки запросов к базе данных авиационно-космических систем.

Список литературы

1. Paura S.M. Tsai, Arbee L.P. Chen. Optimizing Queries with Foreign Function in a Distributed Environment", IEEE Trans. On Knowledge and data engineering, vol.14,No.4,July/August 2002.
2. Брехов О.М. Аналитическая оценка оптимальной обработки запросов // Успехи современной радиоэлектроники. 2012. Т.12. №7. С. 37-45.
3. Брехов О.М., Вунна Джо Джо, Тан Хлаинг Мьинт. Оптимизация плана выполнения мульти и вложенных запросов // Журнал «Наукоёмкие технологии» 2014г. №1, с. 101-106.