

Особенности использования функционально-избыточных блоков акселерометров в бесплатформенных навигационно-гравиметрических комплексах

Тювин А.В., Афонин А.А.*, Сулаков А.С.*

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия

**e-mail: kaf305-mai@mail.ru*

Аннотация

Рассматриваются вариант бесплатформенного спутниково-инерциального навигационно-гравиметрического комплекса, избыточная структура его датчиков первичной информации и усовершенствованные функциональные алгоритмы работы, обеспечивающие возможность достижения достаточной точности векторных гравиметрических измерений, определения параметров ориентации и навигации. Цель достигается путем применения функционально-избыточных блоков инерциальных датчиков, а также с помощью оценивания и коррекции погрешностей инерциальной и спутниковой составляющих комплексной системы непосредственно в процессе гравиметрической съемки.

Ключевые слова: бесплатформенный гравиинерциальный комплекс, функционально-избыточный блок, оптимальное оценивание, векторные гравиметрические измерения, функциональный алгоритм.

Введение

Сегодня по-прежнему очень остро стоит вопрос эффективной разведки и освоения новых месторождений полезных ископаемых как на суше, так и в Мировом океане. Немаловажную роль в скорости и качестве разработки залежей полезных ископаемых играет технология их поиска и разведки, одним из основных этапов которой является мобильная аэроморская гравиметрия. Вместе с тем гравиметрические измерения используются также при геофизическом мониторинге природно-техногенной сферы, решении ряда важных задач геофизики, геодезии и навигации, включая корреляционно-экстремальную (высокоточная автономная навигация с использованием информации о геофизических аномалиях). Задачи гравиметрии имеют большое хозяйственное, научное и оборонное значение и в настоящее время решаются путем применения дорогостоящих платформенных скалярных гравиметрических комплексов на борту морских или летательных аппаратов большой грузоподъемности, покрывающих исследуемые территории и акватории сетью параллельных и секущих измерительных галсов [1]. При этом развитие аэроморской гравиметрии происходит в основном за счет совершенствования используемых видов оборудования, причем общая концепция проведения мобильной гравиметрии не меняется на протяжении десятков лет.

Достоинствами современной мобильной гравиметрической съемки являются достаточно высокий уровень аппаратной, программной и технологической отработанности, а также точность (0,05 – 0,5 мГал), удовлетворительная для большинства поставленных перед аэроморской гравиметрией задач, в том числе для поиска и разведки месторождений полезных ископаемых. Основными недостатками современной технологии мобильной гравиметрии являются излишне большие массогабаритные показатели (порядка 100 л 100 кг) гравиметрических комплексов, их энергопотребление (сотни Вт) и стоимость (десятки млн. руб.), в первую очередь связанные с необходимостью установки гравиметрического датчика на громоздкую гиросtabilизированную платформу для поддержания его ориентации по местной вертикали. В свою очередь это вызывает необходимость применения в качестве аппаратов-носителей среднетоннажных судов, самолетов и вертолетов среднего класса, достаточной грузоподъемности и ограниченной маневренности, что снижает производительность, детальность и оперативность, резко увеличивает затраты на мобильные гравиметрические измерения, определяемые в первую очередь стоимостью эксплуатации носителя с экипажем. Например, наиболее компактные отечественные гравиметры GT-2А (разработки ЗАО «Гравиметрические технологии» и МГУ им. М.В. Ломоносова) и Чекал-АМ (разработки ЦНИИ «Электроприбор») используются на таких вертолетах и самолетах среднего класса, как Ми-8, Ан-26, Ан-30 или Eurocopter AS350, Cessna 208 [1]. Для разрешения круга обрисованных проблем современной мобильной гравиметрии необходимо устранить ее главный недостаток – необходимость применения дорогого и массивного

гиростабилизатора в конструкции гравиметрического комплекса для стабилизации высокоточного однокомпонентного гравиметрического датчика. Это, в свою очередь, позволит снизить массу, габариты, энергопотребление и стоимость комплекса, позволит перейти к его применению на борту аэроморских маневренных малоразмерных носителей, включая автоматически управляемые беспилотные.

Таким образом, становятся очевидными актуальность и перспективность разработки комплекса технических средств, способного обеспечить решение задачи аэроморской гравиметрии на качественно новом техническом и экономическом уровне с привлечением современных достижений в области бесплатформенных и спутниковых навигационных технологий, средств электроники, информатики и вычислительной техники на базе современных малоразмерных, автоматически управляемых беспилотных аппаратов.

В течение последних лет в ведущих научных центрах нашей страны, а также США, Канады, Китая, стран Евросоюза и др. интенсивно ведутся исследования и разработки в области построения бесплатформенных гравиметрических комплексов, включая векторные измерители [2-7]. Достигнуты впечатляющие теоретические и практические результаты, однако серийно производимые образцы по-прежнему отсутствуют. В частности, на кафедре «Автоматизированные комплексы систем ориентации и навигации» МАИ с 2003 г. ведутся работы по созданию высокоточного малогабаритного бесплатформенного гравиинерциального комплекса (БГК), который должен обладать лучшими массогабаритными характеристиками (до 2-3 раз), а также стоимостными характеристиками и

энергопотреблением меньшими (1,5-2 раза) по сравнению с традиционными гиросtabilизированными комплексами при соизмеримой погрешности измерения вертикальной проекции ускорения силы тяжести (УСТ). Кроме того, БГК обладает отсутствующей у традиционных комплексов возможностью измерения ее горизонтальных проекций (определения уклонов отвесных линий) [8]. В данной статье описаны возможности повышения точности БГК в минимальном составе измерительных подсистем за счет применения различных вариантов функционально-избыточных схем построения блоков инерциальных датчиков.

Функциональный алгоритм БГК

На рис. 1 представлена структура авиационного БГК минимального состава. В частности, в состав варианта перспективного БГК входит ряд датчиков первичной информации и измерительных подсистем, вычислительный модуль с функциональными алгоритмами БГК, а также информационный накопитель. В минимальный базовый состав измерителей БГК входят трехкомпонентный блок акселерометров (БА) и трехкомпонентный блок гироскопов (БГ) в составе инерциального измерительного блока (ИИБ) бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС), а также приемник сигналов спутниковых навигационных систем (СНС) ГЛОНАСС и/или GPS, Galileo и др., работающий в дифференциальном режиме измерения.

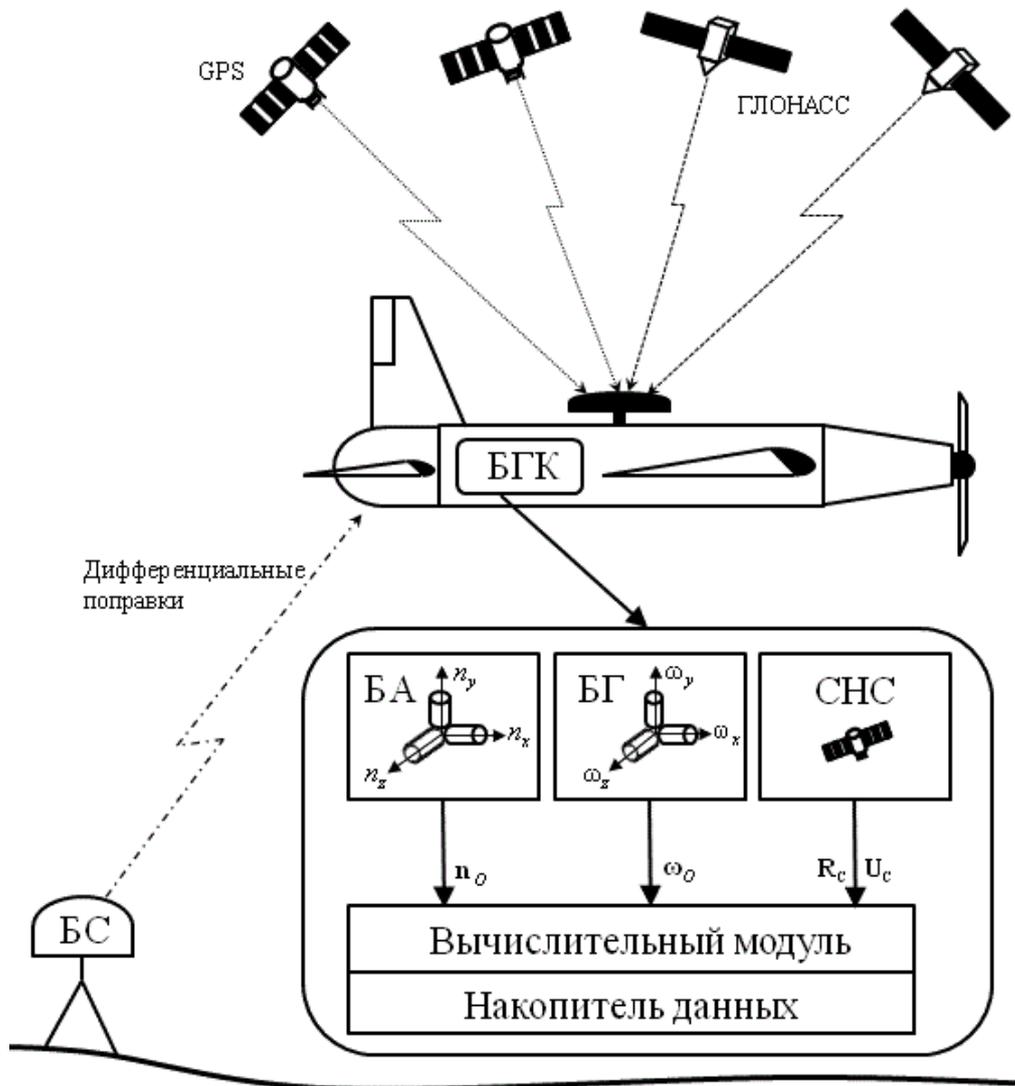


Рис. 1 – Структура авиационного БГК минимального состава

На рисунке: БС – базовая станция; n_x, n_y, n_z – проекции вектора кажущегося ускорения (КУ) \mathbf{n}_O на оси связанной с объектом системы координат (ССК), измеренные БА; $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – проекции вектора абсолютной угловой скорости $\boldsymbol{\omega}_O$ на оси ССК, измеренные БГ; $\mathbf{R}_C, \mathbf{U}_C$ – радиус-вектор местоположения объекта и вектор его относительной скорости, измеренные СНС.

Посредством БА и БГ БИНС измеряются проекции векторов $\mathbf{n}_O = (n_x, n_y, n_z)^T$ и $\boldsymbol{\omega}_O = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)^T$ объекта-носителя БГК в ССК с осями \mathbf{x} (по продольной оси

объекта), y , z (по боковой). Посредством СНС определяются U_c , R_c , при этом может использоваться как географическая, так и экваториальная система координат (ЭСК). ЭСК – правая система координат (СК) с осями ξ , η , ζ (другое название – Гринвичская СК) имеет начало в центре Земли, ξ расположен на линии пересечения плоскости экватора с Гринвичским меридианом, ζ направлен по вектору u угловой скорости вращения Земли. При этом в работе индекс c отвечает параметрам, вычисляемым по показаниям СНС, индексом o обозначены векторы, представленные в проекциях на оси ССК, без индекса – на оси ЭСК.

Для решения комплексом исключительно задач ориентации и навигации зачастую достаточно использования стандартного режима работы СНС, однако при переходе к векторным гравиметрическим измерениям (ВГИ) целесообразно применение более точного дифференциального или фазового режима измерения с коррекцией от БС, причем корректирующие сигналы СНС могут использоваться как в полете, так и в режиме постобработки выполненных на борту измерений для достижения еще большей точности определения параметров гравиметрии.

В вычислительном блоке БГК на основе информации измерительных подсистем выполняются алгоритмы предварительной обработки измерений, решаются задачи определения параметров ориентации, навигации и векторной гравиметрии, а также задачи оптимальной обработки информации и коррекции с применением калмановской фильтрации. Результаты решения указанных задач, а также текущие измерительные сигналы регистрируются в накопителе данных.

представленный в ЭСК, имеет вид [9]:

$$\left. \begin{aligned}
 \dot{\Lambda} &= 0,5 \mathbf{T}_{\hat{\omega}_o} \Lambda; \\
 \hat{\omega}_o &= \omega_o - \hat{\delta}\omega_{on} - \mathbf{M}^\omega \omega_o + \mathbf{A}_{O/E}^T \mathbf{K}^{(0-2)} \mathbf{Z}; \\
 \mathbf{A}_{O/E} &= \mathbf{A}_{W/E} \left[(2\lambda_0^2 - 1) \mathbf{E} + 2 \begin{bmatrix} \lambda & \lambda^T \end{bmatrix} - 2\lambda_0 \mathbf{L}_\lambda \right]; \\
 \dot{\mathbf{U}} &= -2\mathbf{u} \times \mathbf{U} + \mathbf{A}_{O/E} \hat{\mathbf{n}}_o + \mathbf{g}_{TH} + \hat{\mathbf{A}} - \mathbf{K}^{(3-5)} \mathbf{Z}; \\
 \dot{\mathbf{R}} &= \mathbf{U} - \mathbf{K}^{(6-8)} \mathbf{Z}; \\
 \hat{\mathbf{n}}_o &= \mathbf{n}_o - \hat{\delta}\mathbf{n}_{on} - \mathbf{M}^n \mathbf{n}_o; \\
 \hat{\mathbf{A}} &= \mathbf{A}_n - \hat{\delta}\mathbf{A}_n - \hat{\delta}\mathbf{A}_{cn} - \mathbf{M}^A (\mathbf{R} - \mathbf{R}_0); \\
 \hat{\delta}\mathbf{n}_{on} &= \mathbf{K}^{(9-11)} \mathbf{Z}; \quad \hat{\delta}\omega_{on} = \mathbf{K}^{(12-14)} \mathbf{Z}; \\
 \hat{\delta}\mathbf{A}_n &= \mathbf{K}^{(15-17)} \mathbf{Z}; \quad \hat{\delta}\mathbf{A}_{cn} = -\mathbf{D}_\mu \hat{\delta}\mathbf{A}_{cn} + \mathbf{K}^{(18-20)} \mathbf{Z}; \\
 \hat{\mathbf{k}}^{\delta A} &= \mathbf{K}^{(21-29)} \mathbf{Z}; \quad \hat{\delta}\mathbf{k}^\omega = \mathbf{K}^{(30-32)} \mathbf{Z}; \quad \hat{\delta}\mathbf{k}^n = \mathbf{K}^{(33-35)} \mathbf{Z}; \\
 \hat{\Theta}^\omega &= \mathbf{K}^{(36-41)} \mathbf{Z}; \quad \hat{\Theta}^n = \mathbf{K}^{(42-44)} \mathbf{Z}; \\
 \hat{\delta}\mathbf{R}_{cn} &= \mathbf{K}^{(45-47)} \mathbf{Z}; \\
 \hat{\delta}\mathbf{U}_{cn} &= \mathbf{K}^{(48-50)} \mathbf{Z}; \\
 \mathbf{Z} &= \begin{pmatrix} \mathbf{R} - \mathbf{R}_c + \hat{\delta}\mathbf{R}_{cn} \\ \mathbf{U} - \mathbf{U}_c + \hat{\delta}\mathbf{U}_{cn} \end{pmatrix}.
 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $\Lambda = [\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3]^T$ – вектор параметров Родрига-Гамильтона, характеризующий

поворот ССК относительно инерциальной СК, $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)^T$; $\mathbf{L}_a = \begin{pmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{pmatrix}$,

$\mathbf{T}_a = \begin{pmatrix} 0 & -a_1 & -a_2 & -a_3 \\ a_1 & 0 & a_3 & -a_2 \\ a_2 & -a_3 & 0 & a_1 \\ a_3 & a_2 & -a_1 & 0 \end{pmatrix}$ – матрицы, составленные из элементов некоторого вектора

$\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)^T$; $\mathbf{A}_{O/E}$ – матрица ориентации ЭСК (E) относительно ССК (O);

$$\mathbf{M}^\omega = \begin{pmatrix} \hat{\delta}k_x^\omega & \hat{\Theta}_{xy}^\omega & \hat{\Theta}_{xz}^\omega \\ \hat{\Theta}_{yx}^\omega & \hat{\delta}k_y^\omega & \hat{\Theta}_{yz}^\omega \\ \hat{\Theta}_{zx}^\omega & \hat{\Theta}_{zy}^\omega & \hat{\delta}k_z^\omega \end{pmatrix}; \quad \mathbf{M}^n = \begin{pmatrix} \hat{\delta}k_x^n & \hat{\Theta}_{xy}^n & 0 \\ 0 & \hat{\delta}k_y^n & 0 \\ \hat{\Theta}_{zx}^n & \hat{\Theta}_{zy}^n & \hat{\delta}k_z^n \end{pmatrix}; \quad \mathbf{M}^A = \begin{pmatrix} \hat{k}_{\xi\xi}^{\delta A} & \hat{k}_{\xi\eta}^{\delta A} & \hat{k}_{\xi\zeta}^{\delta A} \\ \hat{k}_{\eta\xi}^{\delta A} & \hat{k}_{\eta\eta}^{\delta A} & \hat{k}_{\eta\zeta}^{\delta A} \\ \hat{k}_{\zeta\xi}^{\delta A} & \hat{k}_{\zeta\eta}^{\delta A} & \hat{k}_{\zeta\zeta}^{\delta A} \end{pmatrix}; \quad k_i^{\omega,n} \text{ – масштабные}$$

коэффициенты гироскопов или акселерометров с измерительной осью i , $\mathbf{k}^{\omega,n}$ –

составленные из них вектор-столбцы; $\Theta_{ij}^{\omega,n}$ – малые углы отклонений измерительных осей гироскопов или акселерометров от идеальной оси i вдоль оси j ССК, $\Theta^{\omega,n}$ – составленные из них вектор-столбцы; $\mathbf{A}_{и/Е} = \begin{pmatrix} \cos(ut) & \sin(ut) & 0 \\ -\sin(ut) & \cos(ut) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ – матрица ориентации ЭСК относительно инерциальной СК (И); u – модуль \mathbf{u} ; t – текущее время работы; \mathbf{E} – единичная матрица соответствующей размерности; \mathbf{R} – геоцентрический радиус-вектор местоположения объекта; \mathbf{U} – вектор относительной скорости объекта; $\mathbf{A}_и$ – вектор аномалии УСТ, заранее известный с ограниченной степенью точности (при отсутствии исходных данных $\mathbf{A}_и=0$); \mathbf{R}_0 – начальное значение \mathbf{R} ; $\mathbf{g}_{ГН}$ – нормальный вектор УСТ; $k_{ij}^{\delta A}$ – линейные коэффициенты модели погрешности аномалии в проекции на ось i , зависящие от координаты или параметра j , $\mathbf{k}^{\delta A}$ – составленный из них вектор-столбец; \mathbf{A} – вектор аномалии УСТ; \mathbf{D}_μ – диагональная матрица, составленная из элементов вектора коэффициентов затухания корреляционных функций μ , выбранных для описания соответствующих проекций случайных составляющих аномалии УСТ; индекс $сл$ обозначает случайные составляющие величин, а индекс $п$ отвечает их систематическим постоянным составляющим; \mathbf{K} – матрица коэффициентов усиления оптимального фильтра Калмана (ОФК); индекс $\langle i-j \rangle$ показывает, что в матрице \mathbf{K} сохранены с i -й по j -ю строки; символ δ обозначает погрешность соответствующей величины, $\hat{}$ – ее оценку ОФК или откорректированное значение некоторого параметра; \mathbf{Z} – вектор измерения для ОФК традиционной структуры [10-12] для случая слабосвязанной структуры комплексной системы.

Поскольку функциональный алгоритм БГК геофизического применения реализован в ЭСК, то $\mathbf{g}_{\text{ГН}}$ описан следующим образом [8]:

$$\mathbf{g}_{\text{ГН}} = F_{N_{\text{ГЦ}}} \mathbf{N}_{\text{ГЦ}} + F_R \mathbf{1}_R - \mathbf{u} \times (\mathbf{u} \times \mathbf{R}); \quad \mathbf{1}_R = \mathbf{R}(\mathbf{R} \cdot \mathbf{R})^{-0,5} = [l_\zeta, l_\eta, l_\zeta]^T;$$

$$\mathbf{E}_{\text{ГЦ}} = (\zeta \times \mathbf{1}_R)(1 - l_\zeta^2)^{-0,5}; \quad \mathbf{N}_{\text{ГЦ}} = \mathbf{1}_R \times \mathbf{E}_{\text{ГЦ}}; \quad R = (\mathbf{R} \cdot \mathbf{R})^{0,5};$$

$$F_{N_{\text{ГЦ}}} = g_e (q - e^2) (a/R)^4 l_\zeta (1 - l_\zeta^2)^{0,5} [1 + e^2 (0,5e^2 - 30q/14)(q - e^2)^{-1}] \times \\ \times \left\{ 1 + [30q/14 - 1,5e^2 + l_\zeta^2 (3,5e^2 - 5q)] (q - e^2)^{-1} (ea/R)^2 \right\};$$

$$F_R = -g_e (a/R)^2 \left\{ 1 - 0,5e^2 - 0,125e^4 + q(1,5 - 15e^2/28) + [0,5e^2 - 0,25e^4 + \right. \\ \left. + q(-0,5 + 15e^2/14) - l_\zeta^2 (1,5e^2 - 0,75e^4 + q(-1,5 + 45e^2/14))] (a/R)^2 + \right. \\ \left. + [0,375e^2 - 15q/28 + l_\zeta^2 (0,625e^2 - 25q/28) - \right. \\ \left. - l_\zeta^2 (1 - l_\zeta^2) (4,375e^2 - 6,25q)] e^2 (a/R)^4 \right\},$$

где $F_{N_{\text{ГЦ}}}$, F_R – проекции напряженности нормального поля тяготения Земли на оси сопровождающей геоцентрической СК, которые в общем случае в зависимости от условий применения БГК могут быть представлены функциями экваториальных, геоцентрических или географических координат [10,13]; $\mathbf{E}_{\text{ГЦ}}$ (Восток), $\mathbf{N}_{\text{ГЦ}}$ (Север), $\mathbf{1}_R$ (геоцентрическая вертикаль) – орты сопровождающей геоцентрической СК; g_e – величина нормального УСТ на экваторе; q – отношение центробежной силы, возникающей вследствие вращения Земли, к силе тяжести на экваторе; $e = (a^2 - b^2)^{0,5} a^{-1}$ и a , b – первый эксцентриситет и величины большой и малой полуосей референц-эллипсоида.

Параметры ориентации объекта (курс ψ , тангаж ϑ , крен γ) в БГК вычисляются согласно алгоритму [8]:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{Z}_1 &= (\mathbf{x} \times \mathbf{r}) |\mathbf{x} \times \mathbf{r}|^{-1} \\ \psi &= -\arctg(\mathbf{N}_{\text{гг}} \cdot \mathbf{Z}_1 (\mathbf{E}_{\text{гг}} \cdot \mathbf{Z}_1)^{-1}); \\ \vartheta &= \arctg(\mathbf{x} \cdot \mathbf{r} (1 - (\mathbf{x} \cdot \mathbf{r})^2)^{-0.5}); \\ \gamma &= \arctg(\mathbf{y} \cdot \mathbf{Z}_1 (\mathbf{z} \cdot \mathbf{Z}_1)^{-1}), \end{aligned} \right\}$$

при этом орты ССК \mathbf{x} , \mathbf{y} , \mathbf{z} представляют собой 1-й, 2-й и соответственно 3-й столбцы $\mathbf{A}_{O/E}$; $\mathbf{E}_{\text{гг}}$, $\mathbf{N}_{\text{гг}}$, \mathbf{r} – орты восточного, северного и вертикального направлений географической СК. Эти орты можно вычислить по упрощенным соотношениям:

$$\mathbf{r} = -\mathbf{g}_{\text{гг}} g_{\text{гг}}^{-1}; \mathbf{E}_{\text{гг}} = \mathbf{E}_{\text{гг}}; \mathbf{N}_{\text{гг}} = \mathbf{r} \times \mathbf{E}_{\text{гг}},$$

имеющим методическую ошибку, поскольку на высотах отличных от нуля, нормаль к референц-эллипсоиду и направление нормального УСТ, строго говоря, не совпадают из-за наличия северной составляющей нормального УСТ на ненулевой высоте. Ошибка практически равна нулю вблизи полюсов, экватора и поверхности референц-эллипсоида, достигает максимума в средних широтах и практически линейно зависит от высоты. При этом, например, на высоте ± 10 км и широте 45° ошибка ориентации \mathbf{r} составит всего лишь $\pm 1,7$ угл. с, что удовлетворяет требованиям к ВГИ, тем не менее ошибку можно полностью устранить, используя точные, но значительно более сложные соотношения [9,10].

В рамках использования в БГК функционально избыточных БА и БГ формирование \mathbf{n}_O и $\boldsymbol{\omega}_O$ осуществляется следующим образом [8]:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{n}_O &= \mathbf{H}_a \mathbf{a}; \boldsymbol{\omega}_O = \mathbf{H}_r \mathbf{m}; \\ \mathbf{H}_a &= (\mathbf{E}_a^T \mathbf{E}_a)^{-1} \mathbf{E}_a^T; \mathbf{H}_r = (\mathbf{E}_r^T \mathbf{E}_r)^{-1} \mathbf{E}_r^T, \end{aligned} \right\}$$

где $\mathbf{H}_a, \mathbf{H}_g$ – матрицы размера $(3 \times k)$ обработки избыточных измерений БА и БГ из k датчиков; \mathbf{a}, \mathbf{m} – векторы избыточных измерений БА и БГ из k датчиков; $\mathbf{E}_{a,g} = [\mathbf{e}_{1O}^{a,g}, \dots, \mathbf{e}_{iO}^{a,g}, \dots, \mathbf{e}_{kO}^{a,g}]^T$ – матрицы размера $(k \times 3)$ юстировки БА и БГ из k датчиков.

При этом единичные векторы ориентации измерительных осей датчиков в ССК являются строками матриц юстировки БА и БГ:

$$\mathbf{e}_{iO}^{a,g} = [\mathbf{e}_i^{a,g} \cdot \mathbf{x}, \mathbf{e}_i^{a,g} \cdot \mathbf{y}, \mathbf{e}_i^{a,g} \cdot \mathbf{z}]^T,$$

где $\mathbf{e}_{iO}^{a,g}$ – орт измерительной оси i -го акселерометра или гироскопа в проекциях на оси ССК.

Качественная оценка требований к точности измерений

Практическая реализация ВГИ заключается в определении вектора УСТ посредством решения (1). Для этого в первую очередь необходимо высокоточное измерение вектора КУ объекта (на уровне $10^{-5} - 10^{-6}$ м/с²). Одним из способов повышения точности и надежности измерения КУ является применение функционально-избыточных БА [14-16]. Таким образом, для анализа возможностей повышения точности определения КУ сосредоточим внимание на особенностях построения и использования функционально-избыточных БА.

Математическая модель инструментальной погрешности (обозначена символом Δ) измерения вектора КУ функционально-избыточным БА имеет вид [15]:

$$\Delta \mathbf{n}_O = \mathbf{H}_a (\Delta \mathbf{a} - \delta \mathbf{E}_a \mathbf{n}_O);$$

$$\delta \mathbf{E}_a^T = [\delta \mathbf{e}_1^a, \dots, \delta \mathbf{e}_i^a, \dots, \delta \mathbf{e}_k^a];$$

$$\delta \mathbf{e}_i^a = \left[\alpha_{iy} \mathbf{e}_{iz}^a - \alpha_{iz} \mathbf{e}_{iy}^a, \alpha_{iz} \mathbf{e}_{ix}^a - \alpha_{ix} \mathbf{e}_{iz}^a, \alpha_{ix} \mathbf{e}_{iy}^a - \alpha_{iy} \mathbf{e}_{ix}^a \right]^T,$$

где α_{ix} , α_{iy} , α_{iz} – проекции на оси ССК вектора малого поворота α_i , характеризующего погрешность юстировки измерительной оси i -го акселерометра БА в ССК, \mathbf{e}_{ij}^a – орт направления измерительной оси i -го акселерометра на j -ю ось ССК.

$$\Delta \mathbf{a} = \Delta \mathbf{a}_0 + \Delta \mathbf{a}_1 + \Delta \mathbf{a}_2 t + \text{Diag} \Delta \mathbf{a}_3 \mathbf{E}_a \mathbf{n}_o + \text{Diag} \Delta \mathbf{a}_4 (\mathbf{E}_a \mathbf{n}_o)^2$$

– вектор инструментальных погрешностей акселерометров блока включает: вариацию нулевого сигнала $\Delta \mathbf{a}_0$, смещение нуля $\Delta \mathbf{a}_1$, дрейф нулевого сигнала $\Delta \mathbf{a}_2$, погрешность масштабного коэффициента $\Delta \mathbf{a}_3$, коэффициент нелинейности $\Delta \mathbf{a}_4$ выходной характеристики акселерометров блока; Diag – диагональная матрица, составленная из элементов вектора.

Погрешности определения вектора КУ в ССК в зависимости от инструментальных погрешностей датчиков функционально-избыточного БА, отвечают следующие соотношения:

$$\Delta \mathbf{n}_o = \mathbf{H}_a \Delta \mathbf{a};$$

$$D_{\Delta \mathbf{n}_o} = \text{SpCov} \Delta \mathbf{n}_o;$$

$$\text{Cov} \Delta \mathbf{n}_o = M[\Delta \mathbf{n}_o \Delta \mathbf{n}_o^T] = \mathbf{H}_a \text{Cov} \Delta \mathbf{a} \mathbf{H}_a^T,$$

где D – дисперсия; Sp – след матрицы; Cov – матрица ковариации.

При равноточных измерениях, характерных для датчиков, выполненных по единой технологии, аналитическое выражение дисперсии погрешности измерения вектора КУ принимает вид:

$$D_{\Delta n_o} = D_{\Delta a} \text{Sp}(\mathbf{H}_a \mathbf{H}_a^T) = D_{\Delta a} \text{Sp}(\mathbf{E}_a \mathbf{E}_a^T)^{-1},$$

откуда для БА конусной структуры из k акселерометров (рис. 2), измерительные оси которых равномерно располагаются по образующим конуса, центральная ось которого совпадает с осью y ССК, имеем:

$$D_{\Delta n_o} = \frac{D_{\Delta a}}{k} \left(\frac{1}{\cos^2 \chi} + \frac{4}{\sin^2 \chi} \right),$$

где χ – угол полураствора конуса.

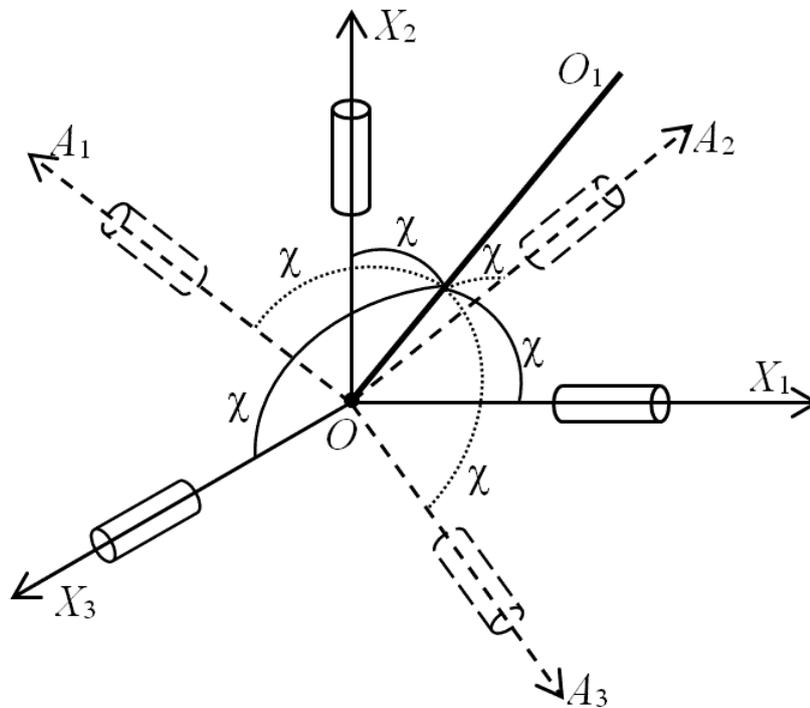


Рис. 2 – Блоки конусной структуры, состоящие из 3 (по осям OX_1 , OX_2 , OX_3) или 6 (по осям OX_1 , OX_2 , OX_3 , OA_1 , OA_2 , OA_3) инерциальных датчиков. На рисунке: оси OX_1 , OX_2 , OX_3 равномерно распределены на образующей поверхности конуса с углом полураствора χ , ось OO_1 – центральная ось конуса, оси OA_1 , OA_2 , OA_3 также лежат на образующей конуса и равномерно

распределены между осями OX_1, OX_2, OX_3 .

Откуда следует, что с увеличением числа акселерометров блока повышается точность БА БГК. При этом возможна оптимизация конструкции (геометрии) БА по отношению к особенностям проявления инструментальных погрешностей датчиков блока.

Положим, что модель случайных погрешностей акселерометров помимо вариации нулевого сигнала σ_0 содержит и флуктуацию масштабного коэффициента σ_M , тогда дисперсия погрешностей акселерометров БА

$$D_{\Delta a_i} = \sigma_0^2 + \sigma_M^2 a_i^2 \cos^2 \chi = \sigma_0^2 (1 + K^2 \cos^2 \chi).$$

Причём соотношение среднеквадратических значений указанных погрешностей характеризуется коэффициентом

$$K = \frac{\sigma_M a_i}{\sigma_0}.$$

Как показано в [15], дисперсия погрешности измерения вектора \mathbf{n}_O принимает минимальное значение при угле $\chi_{\text{опт}}$ полураствора конуса измерительных осей датчиков первичной информации, отвечающем следующему аналитическому выражению:

$$\chi_{\text{опт}} = \arccos \frac{1}{\left[2(K^2 + 1)^{1/2} + 1 \right]^{1/2}}. \quad (2)$$

В частном случае ($K=0$) соотношение (2) отвечает ранее полученным, например в [16], результатам, тогда $\chi_{\text{опт}} = 54^\circ 45'$, что соответствует традиционной

ортогональной структуре для случая БА из трех датчиков. С ростом же K эта величина может увеличиваться в пределе до 90° . В общем же случае оптимальный угол полураствора конуса зависит от соотношения коэффициентов статистической модели погрешности измерителя и величины измеряемого вектора [15].

Количественный анализ улучшения точности измерений

Расчеты оптимальных конфигураций ИИБ конусной структуры показали, что по мере увеличения уровня избыточности ИИБ эффективность рассматриваемого технического решения возрастает. Например, при $K=0$ по сравнению с ИИБ содержащим три датчика, в случае использования четырех датчиков влияние случайной погрешности уменьшается на 14%, для пяти датчиков – на 23%, шести – на 29%. С ростом K эти цифры несколько снижаются: для $K=5$ и $K=10$ это соответственно 10%, 18%, 23% и 8%, 16%, 21%. Тем не менее, несомненным преимуществом такого технического решения является возможность повышения точности измерения вектора КУ по отношению к случайной погрешности измерений только за счет рационального выбора конструкции функционально-избыточного БА. Очевидно, при этом резко увеличивается надежность блока, поскольку если для случая БА из трех датчиков недопустим выход из строя ни одного, то для случая 4–6 датчиков сохраняется работоспособность блока и комплекса в целом даже при выходе из строя соответственно 1–3 из них.

Анализ конфигурации БА конусной структуры по отношению к систематическим погрешностям измерения показал, что в случае использования

угла полураствора конуса измерительных осей БА меньше оптимального значения – требования к точности юстировки и смещению нуля датчиков для блоков содержащих от трех до шести датчиков несколько различаются, причем к блокам из четырех датчиков требования существенно мягче (до -38%), пяти – несколько мягче (до -8%), шести – существенно жестче (в пределах $+25\%$), чем к классическому блоку из трех датчиков. Однако при приближении χ к оптимальному значению $54^{\circ}45'$ – требования для блоков из 3...5 датчиков практически перестают различаться, для шести датчиков они на единицы процентов жестче, а при превышении $54^{\circ}45'$ – становятся практически одинаковыми для всей рассмотренной группы. Таким образом, поскольку в зависимости от K целесообразно использование $\chi \geq 54^{\circ}45'$, то очевидно, что степень избыточности практически не будет влиять на систематические погрешности блока. При этом в целом высокие требования к точности юстировки функционально избыточных ИИБ для высокоточных ВГИ вступают в противоречие с техническими возможностями их обеспечения путем прецизионной обработки установочных баз измерительных элементов. Преодоление указанных ограничений возможно путем аналитической юстировки и калибровки БА, когда альтернативой техническому решению выступает аналитическая идентификация реальных параметров ориентации измерительных осей датчиков в установочной системе координат ИИБ [17-21].

Заключение

Очевидно, что при обосновании конфигурации векторного гравиметрического датчика в зависимости от требуемой точности измерений полезно использовать результаты проведенного качественного анализа точности функционально-избыточных БА. В зависимости от конкретного технического задания на построение БГК может быть подобрана оптимальная конусная структура реализации БА с допустимыми уровнями его случайных и систематических погрешностей. Стоит отметить, что в большинстве случаев предпочтение будет отдаваться минимизации случайных ошибок БА (за счет увеличения в нем количества акселерометров), а также оптимальному оцениванию и компенсации ошибок инерциальных датчиков в процессе работы БГК [19,22].

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках Госзадания по проекту № 813, задание 2014/92 и РФФИ по гранту 15-08-05708а, а также гранта Президента РФ № МК-8036.2016.5.

Библиографический список

1. Proceedings of the 4th Symposium on Terrestrial Gravimetry: Static and Mobile Measurements (TG-SMM 2016). Publisher Polytechnic University, St. Petersburg, 2016, 220 p, ISBN 978-5-91995-033-2.
2. J. Vendul, E.E. Klingele. Airborne gravimetry using a strapped-down LaCoste and Romberg air/sea gravity meter system // Geophysical prospecting, 2005, 53, pp. 91-101.

3. Бержицкий В.Н., Ермаков М.А., Ильин В.Н., Смоллер Ю.Л., Юрист С.Ш., Болотин Ю.В., Голован А.А., Парусников Н.А., Гавров Е.В., Рекунов Д.А., Федоров А.Е., Габелл А., Олсон Д., Шабанов А.В. Бескарданный авиационный гравиметр GT-X // Труды международного симпозиума «Наземная, морская и аэрогравиметрия: измерения на неподвижных и подвижных основаниях», Санкт-Петербург, 2010, С. 90-92.
4. Yangming Huang, Arne Vestergaard Olesen, Meiping Wu and Kaidong Zhang. SGA-WZ: A New Strapdown Airborne Gravimeter // Sensors (Basel), 2012; 12(7), p.9336-9348, doi: 10.3390/s120709336.
5. Болотин Ю.В., Вязьмин В.С., Голован А.А. Векторная аэрогравиметрия на основе бескарданных инерциальных навигационных систем: некоторые подходы к определению аномалии силы тяжести // Материалы 9-й Российской мультikonференции по проблемам управления. Санкт-Петербург, 2016, С. 354–365.
6. Becker D., Becker M., Olesen A.V., Nielsen J.E., Forsberg R. Latest Results in Strapdown Airborne Gravimetry Using an iMAR RQH Unit. Proceedings of the 4th Symposium on Terrestrial Gravimetry: Static and Mobile Measurements (TG-SMM 2016). Publisher Polytechnic University, St. Petersburg, 2016, pp. 125-128.
7. K.K. Zhang, M. Wu, J. Cao, Sh. Cai. Preliminary Results of the Strapdown Airborne Gravimeter SGA-WZ02. Proceedings of the 4th Symposium on Terrestrial Gravimetry: Static and Mobile Measurements (TG-SMM 2016). Publisher Polytechnic University, St. Petersburg, 2016, pp. 75-78;

8. Тювин А.В., Афонин А.А., Черноморский А.И. Об одной концепции векторных гравиметрических измерений // Авиакосмическое приборостроение. 2005. №3. С. 1-5.
9. Афонин А.А., Сулаков А.С., Ямашев Г.Г., Михайлин Д.А., Мирзоян Л.А., Курмаков Д.В. О возможности построения бесплатформенного управляющего навигационно-гравиметрического комплекса беспилотного летательного аппарата // Труды МАИ, 2013, №66: <https://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=40812>.
10. Афонин А.А., Сулаков А.С. Полный замкнуто-разомкнутый алгоритм бесплатформенного гравиинерциального комплекса // Мехатроника, Автоматизация, Управление. 2013. № 4. С. 62-68.
11. Ривкин С.С. Метод оптимальной фильтрации Калмана и его применение в инерциальных навигационных системах. Обзор отечественной и зарубежной литературы. Ч. 1. - Л.: Судостроение, 1973. - 144 с.
12. Савинов Г.Ф. Применение методов оптимальной фильтрации при построении навигационных комплексов. – М.: МАИ, 1980. - 73 с.
13. Андреев В.Д. Теория инерциальной навигации. Автономные системы. – М.: Наука, 1966. - 579 с.
14. Водичева Л.В., Лысцов А.А., Парышева Ю.В. Повышение отказоустойчивости избыточного бесплатформенного инерциального измерительного блока // Сборник материалов XXIII Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. Санкт-Петербург, 2016, С. 78-80.

15. Алешин Б.С., Тювин А.В., Черноморский А.И., Плеханов В.Е. Проектирование бесплатформенных инерциальных навигационных систем. – М.: Издательство МАИ-ПРИНТ, 2010. - 378 с.
16. Епифанов А.Д. Избыточные системы управления летательными аппаратами. – М.: Машиностроение, 1978. - 144 с.
17. Тювин А.В. Аналитическая юстировка и калибровка инерциального измерительного блока бесплатформенной инерциальной навигационной системы // Труды МАИ, 2013, №71: <https://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=47071>
18. Тювин А.В., Дмитроченко Л.А. Способ калибровки и юстировки блока измерителей векторной величины. А. с. №795181 (СССР). МКИ G_N 01p 21/00. 1980, №1.
19. Афонин А.А., Тювин А.В., Сулаков А.С. Аппаратный и алгоритмический способы уменьшения погрешностей инерциальных датчиков гравиинерциальных комплексных систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 12. С. 42-52.
20. Матасов А.И., Тихомиров В.В. Калибровка бесплатформенной инерциальной навигационной системы при повороте вокруг вертикальной оси // Труды МАИ, 2016, №89: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=73321>
21. Вавилова Н.Б., Васинёва И.А., Парусников Н.А. О стендовой калибровке авиационных бескарданных инерциальных навигационных систем // Труды МАИ, 2015, №84: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=63069>

22. Слесаренок С.В., Шепеть И.П., Рубинов В.И., Титов Ю.П. Автокомпенсация погрешностей навигационных датчиков бесплатформенной инерциальной навигационной системы // Труды МАИ, 2016, №86:
<http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=66381>