

УДК 681.5.015.3

Расчёт перемещений приводов манипуляторов при использовании различных методов позиционирования

Однокурцев К. А.*, Власевский А. А., Лукин П. А.

Иркутский государственный технический университет (национальный исследовательский университет) ИрГТУ, ул. Лермонтова, 83, Иркутск, 664074, Россия

**e-mail: only_const@mail.ru*

Аннотация

В статье рассмотрены методы расчёта перемещений приводов манипуляторов при выполнении координатного позиционирования объекта на основе начальных и конечных координат трёх его точек. Приведены два примера: для 6-координатного манипулятора и для комплекса из трёх 3-координатных декартовых манипуляторов. Задача актуальна при выполнении монтажа сборочной оснастки и сборочно-стыковочных работ в самолётостроении.

Ключевые слова

позиционирование, манипулятор, координаты, расчёт перемещений, автоматизация

При производстве сложных изделий машиностроения и авиастроения требуется обеспечить высокую точность их изготовления и сборки. Для этого могут использоваться автоматизированные манипуляторы или специальные позиционеры. Они нашли применение в станкостроении, машиностроении, авиастроении, автомобилестроении и других областях народного хозяйства, где нужна высокая точность. Например, позиционирование элементов конструкций с высокой точностью используется при реализации метода безэталонного монтажа сборочной оснастки в авиастроении [1, 2].

В данной статье рассмотрены некоторые способы координатного позиционирования объектов. В процессе координатного позиционирования требуется переместить объект в пространстве из имеющегося начального положения в заданное конечное положение, причём положение объекта в каждом случае задано координатами его соответствующих точек.

Начальное положение объекта – его фактическое положение в пространстве до выполнения позиционирования. Его определяют измерением пространственных координат заданных точек объекта. Например, измерение проводят с помощью лазерного трекера или координатно-измерительной машины.

Конечное положение объекта – его номинальное положение, заданное в САД-системе в электронном макете объекта. Оно определяется пространственными координатами тех же точек, которые используются для определения начального (фактического) положения объекта.

При решении задачи координатного позиционирования необходимо определить углы поворота и линейные перемещения объекта при переходе от начального положения к конечному, и рассчитать на их основе величины перемещения позиционирующих приводов. Например, рассмотрим позиционирование объекта в пространстве с помощью 6-координатного манипулятора, состоящего из трёх линейных приводов и трёх приводов поворота, ориентированных по осям декартовой системы координат (СК).

Пусть в некоторой абсолютной СК заданы следующие точки, определяющие положение позиционируемого объекта:

- начальные точки $1(X_1, Y_1, Z_1), 2(X_2, Y_2, Z_2), 3(X_3, Y_3, Z_3)$ получены при измерении фактического (начального) положения объекта в пространстве;
- конечные точки $4(X_4, Y_4, Z_4), 5(X_5, Y_5, Z_5), 6(X_6, Y_6, Z_6)$ получены из САД-системы при измерении номинального (конечного) положения объекта на электронном макете (ЭМ).

Зададим начальную СК объекта на точках 1, 2 и 3 таким образом, что начало координат начальной СК находится в точке 2, ось X направлена из точки 2 в точку 1, ось Y направлена так, что плоскость OXY проходит через точку 3. Аналогично зададим конечную СК объекта на точках 4, 5 и 6 соответственно. Таким образом, координаты точек 1, 2 и 3 начальной СК будут совпадать с координатами точек 4, 5 и 6 в конечной СК. Чтобы их вычислить, используем уравнения координатных плоскостей вида $Ax + By + Cz + D = 0$, построенных через каждую из искомым точек параллельно плоскостям OXY, OZX и OYZ абсолютной СК.

Так, в начальной СК координаты точки 2 равны 0, а у точки 1 отличается от нуля только координата $X_{1н}$. Координаты точки 3 ($X_{3н}, Y_{3н}, Z_{3н}$) в начальной СК определим по формулам:

$$\begin{cases} X_{3н} = \pm \frac{A_1 \cdot X_3 + B_1 \cdot Y_3 + C_1 \cdot Z_3 + D_1}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}}; \\ Y_{3н} = \pm \frac{A_2 \cdot X_3 + B_2 \cdot Y_3 + C_2 \cdot Z_3 + D_2}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}; \\ Z_{3н} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где $A_1 \dots A_2, B_1 \dots B_2, C_1 \dots C_2, D_1 \dots D_2$ – коэффициенты уравнений плоскостей вида $Ax + By + Cz + D = 0$, построенных через искомую точку параллельно плоскостям $OZ_{н}$ и $OY_{абсолютной}$ СК соответственно.

Система уравнений (1) даёт две пары корней $X_{3н}$ и $Y_{3н}$, отличающихся друг от друга знаками соответствующих координат. Искомые корни (знаки координат $X_{3н}$ и $Y_{3н}$) найдём из соотношения отрезков, полученных при проецировании искомой точки 3 на отрезок 1-2 абсолютной СК. Аналогично вычислим координаты конечных точек 4, 5 и 6 в конечной СК.

Для определения углов поворота позиционируемого объекта из начального положения в конечном используем матрицу поворотов из [3]. Пусть углы α, β, γ в матрице являются углами поворота объекта вокруг осей X, Y, Z начальной системы координат соответственно. Если оси всех приводов 6-координатного манипулятора в его исходном положении параллельны осям начальной СК, причём первый привод поворота от схвата параллелен оси X , второй – оси Y , а третий – оси Z , то углы α, β, γ равны углам поворота соответствующих приводов манипулятора при позиционировании.

Угол β вычислим на основе координат точки 6 в конечной СК и точки 1 в начальной СК по формуле:

$$\beta = \pm \left(\arcsin \frac{Z_{6к}}{X_{1н}} + \frac{\pi n}{2} \right), \quad (2)$$

где $Z_{6к}$ – координата Z точки 6 в конечной СК; $X_{1н}$ – координата X точки 1 в начальной СК; n – коэффициент, равный 0 или 1. Знак функции и значение n выбираются в зависимости от знаков координат $Z_{6к}$ и $X_{1н}$. Отдельно учитываются частные случаи, когда одна из координат равна нулю, а угол β – кратный 90° .

Угол γ вычислим на основе угла β и тех же координат $Z_{6к}$ и $X_{1н}$ по формуле:

$$\gamma = \pm \left(\arccos \frac{Z_{6к}}{X_{1н} \cos \beta} + \frac{\pi n}{2} \right). \quad (3)$$

Знак функции и значение n , как и в предыдущей формуле, выбираются в зависимости от знаков координат $Z_{6к}$ и $X_{1н}$. Отдельно учитываются частные случаи, когда одна из координат равна нулю, а угол γ – кратный 90° .

Угол α вычислим на основе угла β и координат точки 4 в конечной СК по формуле:

$$\alpha = \pm \left(\arcsin \frac{|Z_{4к} \pm X_{4к} \sin \beta|}{Y_{4к} \cos \beta} + \frac{\pi n}{2} \right), \quad (4)$$

где $X_{4к}, Y_{4к}, Z_{4к}$ – координаты точки 4в конечной СК; n – коэффициент, равный 0 или 1. Знак функции и значение n выбираются по дополнительным условиям в зависимости от сочетания знаков координат $X_{4к}, Y_{4к}, Z_{4к}$ точки 4. Также учитываются частные случаи, когда одна из координат равна нулю, а угол γ – кратный 90° . Знак при координате $X_{4к}$ в формуле выбирается подстановкой каждого из пары полученных вариантов значений α в исходную матрицу поворотов.

Зная значения углов поворота α, β, γ , вычислим новое положение точки 1 после выполнения поворотов в последовательности $X \rightarrow Y \rightarrow Z$ относительно неподвижных осей поворота. При первом повороте (на угол α вокруг оси X начальной СК) координаты точки 1' ($X'_{1н}, Y'_{1н}, Z'_{1н}$) определим по формулам, полученным из матрицы поворотов из [3]:

$$\begin{cases} X'_{1н} = X_1; \\ Y'_{1н} = Y_C + \sqrt{(Y_{1н} - Y_C)^2 + (Z_{1н} - Z_C)^2} \cdot \cos\left(\alpha + \arctg \frac{Z_{1н} - Z_C}{Y_{1н} - Y_C}\right); \\ Z'_{1н} = Z_C + \sqrt{(Y_{1н} - Y_C)^2 + (Z_{1н} - Z_C)^2} \cdot \sin\left(\alpha + \arctg \frac{Z_{1н} - Z_C}{Y_{1н} - Y_C}\right), \end{cases} \quad (5)$$

где $X_{1н}, Y_{1н}, Z_{1н}$ – координаты точки 1 в начальной СК; X_C, Y_C, Z_C – координаты точки C, расположенной на оси вращения третьего от схвата привода (привода поворота вокруг оси Z), координаты которой остаются неизменными при работе всех приводов поворота манипулятора.

Аналогично, координаты точки 1'' ($X''_{1н}, Y''_{1н}, Z''_{1н}$) после второго поворота (на угол β вокруг оси Y начальной СК) определим по формулам:

$$\begin{cases} X''_{1н} = X_C - l_{1x} + \sqrt{(X'_{1н} - (X_C - l_{1x}))^2 + (Z'_{1н} - (Z_C + l_{1z}))^2} \\ \quad \cdot \cos\left(\beta + \arctg \frac{Z'_{1н} - (Z_C + l_{1z})}{X'_{1н} - (X_C - l_{1x})}\right); \\ Y''_1 = Y'_1; \\ Z''_{1н} = Z_C + l_{1z} + \sqrt{(X'_{1н} - (X_C - l_{1x}))^2 + (Z'_{1н} - (Z_C + l_{1z}))^2} \\ \quad \cdot \sin\left(\beta + \arctg \frac{Z'_{1н} - (Z_C + l_{1z})}{X'_{1н} - (X_C - l_{1x})}\right), \end{cases} \quad (6)$$

где l_{1x}, l_{1y}, l_{1z} – проекции длин плеч первого звена манипулятора (привода поворота вокруг оси X) на оси X, Y, Z начальной СК.

Таким же образом определим координаты точки 1''' ($X'''_{1н}, Y'''_{1н}, Z'''_{1н}$) после третьего поворота (на угол γ вокруг оси Z начальной СК) по формулам:

$$\left\{ \begin{array}{l} X_{1H}''' = X_C + l_{1x} - l_{2x} + \sqrt{(X_{1H}'' - (X_C - l_{1x} + l_{2x}))^2 + (Y_{1H}'' - (Y_C + l_{1y} - l_{2y}))^2} \\ \quad \cdot \sin\left(\gamma + \arctg \frac{X_{1H}'' - (X_C - l_{1x} + l_{2x})}{Y_{1H}'' - (Y_C + l_{1y} - l_{2y})}\right); \\ Y_{1H}''' = Y_C + l_{1y} - l_{2y} + \sqrt{(X_{1H}'' - (X_C - l_{1x} + l_{2x}))^2 + (Y_{1H}'' - (Y_C + l_{1y} - l_{2y}))^2} \\ \quad \cdot \cos\left(\gamma + \arctg \frac{X_{1H}'' - (X_C - l_{1x} + l_{2x})}{Y_{1H}'' - (Y_C + l_{1y} - l_{2y})}\right); \\ Z_{1H}''' = Z_{1H}'' \end{array} \right. \quad (7)$$

где l_{2x}, l_{2y}, l_{2z} – проекции длин плеч второго звена манипулятора (привода поворота вокруг оси Y) на оси X, Y, Значальной СК.

В той же последовательности вычислим координаты точек 2 и 3 после выполнения всех трёх поворотов на углы α, β, γ , вычисленные ранее.

Наконец, определим необходимые линейные перемещения позиционируемого объекта относительно начальной СК по формулам:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_x = X_{4K} - X_{1H}'''; \\ T_y = Y_{4K} - Y_{1H}'''; \\ T_z = Z_{4K} - Z_{1H}''', \end{array} \right. \quad (8)$$

где X_{4H}, Y_{4H}, Z_{4H} – координаты точки 4 в конечной СК; $X_{1H}''', Y_{1H}''', Z_{1H}'''$ – координаты точки 1 после поворота на угол γ .

Поскольку приводы манипулятора в начальном положении были параллельны осям начальной СК, полученные значения T_x, T_y, T_z являются перемещениями линейных приводов при позиционировании объекта. В результате получим все необходимые значения линейных перемещений T_x, T_y, T_z и поворотов α, β, γ приводов 6-координатного манипулятора при позиционировании объекта по заданным координатам.

Рассмотрим пример координатного позиционирования объекта путём управления тремя его точками. Для этого объект позиционирования устанавливается на три шаровые опоры, положение каждой из которых задаётся 3-координатным манипулятором. При использовании декартовых манипуляторов с линейными приводами целесообразно ориентировать оси их приводов параллельно осям единой декартовой СК. Рассмотрим решение задачи координатного позиционирования объекта с помощью комплекса из трёх описанных 3-координатных декартовых манипуляторов.

Зададим локальную СК манипуляторов, начало которой совпадает с центром шаровой опоры одного из манипуляторов (далее будем называть его первым), а оси направлены параллельно осям приводов используемых 3-координатных манипуляторов. В заданной СК известны координаты трёх точек позиционируемого объекта в начальном и конечном положении:

- начальные точки $1(X_1, Y_1, Z_1), 2(X_2, Y_2, Z_2), 3(X_3, Y_3, Z_3)$ получены при измерении фактического положения объекта, установленного на шаровые опоры манипуляторов;
- конечные точки $4(X_4, Y_4, Z_4), 5(X_5, Y_5, Z_5), 6(X_6, Y_6, Z_6)$ получены из CAD-системы при измерении номинального положения объекта на его электронном макете.

Далее будем называть манипуляторы первым, вторым и третьим, соответственно номерам управляемых ими начальных точек.

Перемещения T_{x1}, T_{y1}, T_{z1} приводов первого манипулятора (из точки 1 в точку 4) в локальной СК манипуляторов рассчитываются по формулам:

$$\begin{cases} T_{x1} = X_1 - X_4; \\ T_{y1} = Y_1 - Y_4; \\ T_{z1} = Z_1 - Z_4, \end{cases} \quad (9)$$

где X_1, Y_1, Z_1 – измеренные координаты точки 1 в локальной СК; X_4, Y_4, Z_4 – заданные координаты точки 4 в локальной СК.

Так как объект позиционирования считаем абсолютно твёрдым телом, все его точки при перемещениях должны сохранять постоянные расстояния между ними. Следовательно, величины соответственных перемещений точек 1, 2 и 3 должны быть равны. Прибавим перемещения T_{x1}, T_{y1}, T_{z1} к соответствующим координатам точек $2(X_2, Y_2, Z_2)$ и $3(X_3, Y_3, Z_3)$, в результате чего получим координаты точек $2'$ и $3'$ после перемещения точки 1 в точку 4.

Далее выровняем точки $3'$ и $2'$ по координате Z (по высоте) с соответствующими им конечными точками 5 и 6, и получим такие точки $2''$ и $3''$, что $Z_2'' = Z_5$ и $Z_3'' = Z_6$. Для этого переместим точки $3'$ и $2'$ поочередно таким образом, чтобы при перемещении точки $3'$ оставались неподвижными первый и второй манипуляторы, а при перемещении точки $2'$ оставались неподвижными первый и третий манипуляторы. В этом случае траектории точек $3'$ и $2'$ должны представлять собой дуги постоянного радиуса, для чего необходимо одновременно управлять тремя приводами (третьего либо второго манипулятора соответственно).

Так, для вычисления перемещений точки $3'$ при неподвижных точках 4 и $2'$ проведём прямую $42'$ и построим перпендикуляр r_1 из точки $3'$ к прямой $42'$, пересекающий её в точке Q_1 . Перейдём к новой СК $Q_1X_1Y_1Z_1$ с центром в точке Q_1 , осью $Y_1 \parallel r_1$ и осью $X_1 \parallel 42'$. Точка $3'$ имеет координаты $(0, r_1, 0)$ в новой СК $Q_1X_1Y_1Z_1$.

Подставим полученные координаты точки $3'(X'_3, Y'_3, Z'_3)$ в локальной СК манипуляторов в левую часть матричного уравнения поворотов из [3], а $3'(X'_{3Q1}, Y'_{3Q1}, Z'_{3Q1})$ в новой СК – в правую часть уравнения:

$$\begin{pmatrix} X'_3 \\ Y'_3 \\ Z'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X'_{3Q1} \\ Y'_{3Q1} \\ Z'_{3Q1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \bar{p}, \quad (10)$$

где $\bar{p}(X_Q, Y_Q, Z_Q)$ – вектор переноса, равный координатам точки Q_1 в локальной СК манипуляторов.

Решим полученное уравнение относительно углов поворота системы координат α, β, γ при переходе от новой СК $Q_1X_1Y_1Z_1$ к локальной СК манипуляторов. Для этого воспользуемся методикой, описанной выше для 6-координатного манипулятора.

Далее составим аналогичное уравнение, подставив в левую часть матричного уравнения поворотов из [3] координаты точки $3''(X''_3, Y''_3, Z''_3)$ в локальной СК манипуляторов после перемещения, а в правую часть уравнения – координаты точки $3''(X''_{3Q1}, Y''_{3Q1}, Z''_{3Q1})$ в новой СК:

$$\begin{pmatrix} X''_3 \\ Y''_3 \\ Z''_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X''_{3Q1} \\ Y''_{3Q1} \\ Z''_{3Q1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \bar{p}. \quad (11)$$

В новой СК $Q_1X_1Y_1Z_1$ движение точки $3'$ происходит по окружности в плоскости $Q_1Y_1Z_1$ с центром в точке Q_1 . Следовательно, координаты искомой точки $3''$ после перемещения $X''_{3Q1} = 0$, а ордината определяется формулой:

$$Y''_{3Q1} = \pm \sqrt{r_1^2 - (Z''_{3Q1})^2}. \quad (12)$$

Таким образом, получим систему из трёх уравнений с тремя неизвестными – координатами точки $3''(X''_{3Q1}, Y''_{3Q1}, Z''_{3Q1})$, полученной после второго перемещения третьего манипулятора:

$$\begin{cases} X_3'' = X_{3Q1}'' \cos \alpha \cos \gamma + Y_{3Q1}'' (\cos \alpha \sin \gamma + \cos \gamma \sin \alpha \sin \beta) \\ \quad + Z_{3Q1}'' (\sin \alpha \sin \gamma - \cos \alpha \cos \gamma \sin \beta); \\ Y_3'' = -X_{3Q1}'' \cos \beta \sin \gamma + Y_{3Q1}'' (\cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma) \\ \quad + Z_{3Q1}'' (\cos \alpha \sin \gamma + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma); \\ Z_3'' = X_{3Q1}'' \sin \beta - Y_{3Q1}'' \cos \beta \sin \alpha + Z_{3Q1}'' \cos \alpha \cos \beta, \end{cases} \quad (13)$$

где $X_{3Q1}'', Y_{3Q1}'', Z_{3Q1}''$ – координаты точки 3 в новой СК $Q_1 X_1 Y_1 Z_1$; α, β, γ – углы поворота, найденные ранее.

В результате решения данной системы уравнений найдём два варианта перемещений в локальной СК манипуляторов: первый T_{x2}, T_{y2} и второй $T_{x2'}, T_{y2}'$ варианты перемещений вдоль осей X и Y, а также перемещение T_{z2} точки 3' вдоль оси Z локальной СК. Выберем из паркорней T_{x2}, T_{y2} и $T_{x2'}, T_{y2}'$ наименьшие значения – координаты точки 3'' (X_3'', Y_3'', Z_3''), полученной в результате перемещения точки 3'. Аналогичным образом вычислим координаты точки 2'' (X_2'', Y_2'', Z_2''), полученной в результате поворота точки 2' относительно прямой 43''.

Далее выполним поворот позиционируемого объекта вокруг оси, проходящей через точку 4 параллельно оси Z локальной СК манипуляторов (вокруг вертикальной оси). При этом одновременно используются четыре привода манипуляторов, обеспечивающие перемещения T_{x3} и T_{y3}, T_{x4} и T_{y4} точек 2'' и 3'' по осям X и Y локальной СК манипуляторов. Значения указанных перемещений определим как разность соответствующих координат точек 5 и 2'', 6 и 3''.

В результате нами последовательно вычислены значения всех перемещений при позиционировании объекта по трём точкам, управляемым 3-координатными декартовыми манипуляторами. Полученные значения перемещений можно использовать для позиционирования объекта данными манипуляторами без необходимости итерационных перемещений.

В данном варианте позиционирования окончательный выбор последовательности перемещений зависит от ориентации позиционируемого объекта относительно привалочных плоскостей и поверхностей монтируемой конструкции, контакт объекта с которыми требуется обеспечить в ходе позиционирования. Например, при вертикальном расположении привалочной плоскости и ориентации оси X локальной СК манипуляторов горизонтально по нормали к ней, а оси Z – вертикально в пространстве, рациональной представляется такая последовательность выполнения перемещений:

- согласованные линейные перемещения по оси Z(вертикально по касательной к привалочной плоскости) для всех точек объекта;
- согласованные линейные перемещения по оси Y(горизонтально по касательной к привалочной плоскости) для всех точек объекта;
- поворот объекта вокруг неподвижных шаровых опор 1 и 2 согласованным перемещением трёх приводов манипулятора, управляющего положением шаровой опоры 3;
- поворот объекта вокруг неподвижных шаровых опор 1 и 3 согласованным перемещением трёх приводов манипулятора, управляющего положением шаровой опоры 2;
- поворот объекта вокруг вертикальной оси, проходящей через шаровую опору 1 параллельно оси Zлокальной СК манипуляторов;
- перемещение объекта вдоль оси Xдо касания с привалочной плоскостью.

Таким образом, нами рассмотрено два случая координатного позиционирования объекта в пространстве. В обоих случаях начальное и конечное положение определяется координатами трёх соответствующих точек объекта, а для позиционирования применяются манипуляторы: в одном случае – 6-координатный, в другом – комплекс из трёх 3-координатных манипуляторов. Для обоих случаев предложены методы расчёта перемещений в приводах манипуляторов, обеспечивающие возможность позиционирования объекта без необходимости итерационных перемещений, что сокращает длительность процесса позиционирования объекта.

На основании предложенных методов расчёта разработано прикладное программное обеспечение для работы с манипуляторами описанных схем в лаборатории на базе ИрГТУ. Данное ПО позволяет вычислять необходимые величины перемещений приводов манипуляторов, что исключает необходимость большого количества итераций в процессе координатного позиционирования. Описанный метод может найти применение при выполнении безэталонного монтажа сборочной оснастки и выполнении сборочно-стыковочных работ в самолётостроении.

Библиографический список

1. Ахатов Р.Х. Автоматизация проектно-конструкторских работ и технологической подготовки производства: учеб.пособие / Р.Х. Ахатов. - Иркутск: Изд-во ИрГТУ, 2007. - 104 с.

2. Ахатов Р.Х. Современные методы и средства монтажа сборочной оснастки: учебно-методическое пособие / Р.Х. Ахатов, А.С. Говорков. - Иркутск : Изд-во НИ ИргТУ, 2011. - 76 с., ил.

3. Лурье А.И. Аналитическая механика – М.:Физматлит – 1961 г. – 824 с.