УДК 05.13.12

Определение тандемной модели как базовой формы представления многоуровневых математических моделей при проектировании аэрокосмической техники

Падалко С.Н.

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, 4, Волоколамское шоссе, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия

e-mail: snp@inmas.ru

Аннотация

Работа направлена на определение условий, выявляющих информационные связи «снизу-вверх» в процессе проектирования аэрокосмической техники в интегрированных автоматизированных системах. Эти условия определяются через введенное понятие «тандемная модель»: совокупность моделей различных уровней, где модели более высоких уровней могут корректироваться по результатам вычислений на нижележащих моделях. При этом наличие связей «снизу вверх» между различными уровнями детализации проекта определяется как факт того, что используемые на этих уровнях модели организуют тандемную модель. Определены свойства тандемных моделей, структура и правила их формирования, которые позволяют алгоритмизировать процедуру выявления связей между уровнями детализации проекта и контролировать согласованность принимаемых на этих уровнях решений.

Ключевые слова: тандемная модель, детализация проекта, задача идентификации,

согласование проектных решений, аэрокосмическая техника

Схема последовательной детализации проекта является основной при проектировании сложных изделий, к числу которых относится аэрокосмическая техника [1]. Согласно данной схеме, набор данных о проектируемом изделии (y_0) формируется путем последовательного – по уровням – определения групп $\{y_1, y_2, \ldots, y_n\}$ этого набора. При этом уровни детализации ($S_i, i = 1,2, \ldots, n$) реализуют отображения:

$$S_i : (x_i, z_i) \Rightarrow y_i ,$$

связанные условиями:

$$x_i = \{x_0, x_1, x_2, \ldots, x_{i-1}\}; \quad (1)$$

$$z_i = Q\,(y_{i+1}, y_{i+2}, \ldots, y_n, z_0), \quad (2)$$

определяющими итерационный характер проектирования аэрокосмической техники. Здесь:

x_0 - требования к проектируемому изделию;

z_0 - прогнозная информация о влиянии возможностей производства на проектные решения;

Q – правило формирования прогноза.

Связи «сверху-вниз» (1) определяются ранее принятыми решениями и их установление не вызывает сложностей. Проблемой является установление связей «снизу-вверх», которые должны обеспечить учет при выборе проектных решений на верхних уровнях детализирующих их решений. Эти связи влияют на решения верхних уровней, но могут быть определены лишь в результате синтеза решений на нижележащих уровнях. Более того, связи «снизу-вверх» носят «мерцающий» характер, т.е. могут появляться и исчезать в зависимости от вариантов решений, синтезируемых этих уровнях. Их выявление является необходимым условием для обеспечения контроля за согласованностью решений, принимаемых на различных уровнях детализации проекта. В настоящее время общее решение проблемы выявления связей «снизу-вверх», которая также характерна для задач планирования производств и других задач, связанных с многоуровневым принятием решений, отсутствует. В данной работе дается решение для случая, когда проектирование выполняется на единой для всех уровней детализации базе моделей, состоящей из множества связанных по информации элементарных (в пределе – скалярных) моделей.

Предложенные в работе формальное определение, структура и правила построения тандемных моделей позволяют алгоритмизировать «отслеживание» связей «снизу-вверх» как факт наличия связей между математическими моделями, используемыми при выполнении проектных операций на различных уровнях детализации проекта. В их основе лежат следующие положения.

Для схемы последовательной детализации проекта характерна ограниченность данных о проектируемых изделиях на начальных этапах проектирования и их последовательное расширение по мере детализации проекта. Это порождает необходимость наличия в базе интегрированной автоматизированной системы проектирования математических моделей, описывающих проектируемое изделие с различной степенью подробности. На начальных этапах используются модели, учитывающие лишь основные факторы, т. е. влияние которых на целевые показатели проекта наиболее сильное, а затем, по мере детализации проекта и расширения вектора х возможно применение более полных моделей.

Единая база используемых при проектировании моделей, определяется далее как общая математическая модель (M):

$$M = \{m_i\}_{i\in[1,T]}, \tag{3}$$

где m_i – элементарная модель, определяемая парой (p_i,f_i), где p_{i-} переменные, описывающие проектируемый объект, f_i – связи между ними:

$$f_i: r_i => \lambda_i, \quad r_i \cup \lambda_i = p_i, \; r_i \cap \lambda_i = \emptyset.$$

Модель, используемая на q-м уровне детализации (M_q), представляет собой набор элементарных моделей подмножество элементарных моделей, составляющих общую модель (3):

$$M_q = \{m_i\}_{i\in t_q}, \quad t_q \subset [1, T]. \tag{4}$$

Необходимость ограничения размерности вектора переменных модели M_q требует ранжирования переменных общей модели по степени их влияния на вычисляемую величину. Наиболее значимые из них (d_q) непосредственно входят в модель, а влияние других учитывается в обобщенном виде с помощью специально вводимых в состав модели переменных (ν_q). Присутствие вектора ν_q в составе переменных модели M_q призвано компенсировать огрубление этой модели, вызванное ограничениями на число присутствующих в ней переменных. В итоге состав вектора переменных P_q в общем случае может быть представлен двумя группами компонент — d_q и ν_q, т. е.

$$P_q = \{d_q, \nu_q\}.$$

Проиллюстрируем сказанное выше на примере моделей массовых характеристик топливного отсека летательного аппарата. Здесь на первых этапах детализации проекта широко используют приведенные уравнения, полученные на основе статистических данных. При этом самая упрощенная модель имеет вид:

$$m_{\text{то}} = a_{\text{то}} m_{\text{т}}, \tag{6}$$

где $m_{\text{то}}$ - масса топливного отсека и $m_{\text{т}}$ - масса топлива определяют вектор d_1, а $a_{\text{то}}$ относится к группе переменных ν_1.

Далее могут использоваться зависимости, имеющие также чаще всего статистический характер, но уже учитывающие тип и форму бака ($\Phi_{б}$), давление наддува $P_{\text{над}}$, максимальные перегрузки H_{max}, плотность компонентов $\rho_{\text{к}}$, а также массу топлива ($m_{\text{т}}$). В этом случае состав переменных модели расширяется по сравнению с (6):

$$m_{\text{то}} = m_{\text{то}}\left(\Phi_{б}, m_{\text{т}}, \rho_{\text{к}}, H_{max}, P_{\text{над}}, \nu_2\right). \tag{7}$$

По мере разработки конструкции на последующих уровнях детализации определяют конструктивно-силовую схему топливного отсека, действующие на него нагрузки, состав и массу устанавливаемой в нем арматуры. Далее, опираясь на результаты прочностных расчетов, определяют массу топливного отсека как сумму масс входящих в него элементов: силовой конструкции ($m_{\text{ск}}$), арматуры ($m_{\text{арм}}$) и других элементов ($m_{\text{др}}$), в том числе и элементов автоматики:

$$m_{\text{то}} = m_{\text{ск}} + m_{\text{арм}} + m_{\text{др}}. \tag{8}$$

При этом массы каждого из представленных элементов топливного отсека в зависимости от параметров этих элементов, а также условий их работы ($\rho_к$, H_{max}, $P_{над}$, $m_т$ и др.) определяются своими моделями, которые, в свою очередь, могут также иметь многоуровневый характер. Агрегируя эти модели и модель (8), т.е. осуществляя подстановку, выражение, определяющее $m_{то}$, можно представить в виде

$$m_{то} = m_{то}\left(m_т, \rho_к, H_{max}, P_{над}, P_{ск}, P_{арм}, P_{др}, \nu_3\right), \tag{9}$$

где $P_{ск}$ — параметры силовой конструкции; $P_{над}$ — параметры арматуры; $P_{др}$ — параметры других элементов топливного отсека.

Приведенный пример показывает как по мере накопления данных по текущему проекту для вычисления одной и той же характеристики проектируемого изделия возможно использование все более полных (в смысле учитываемых факторов) математических моделей.

Несложно заметить, что вектора переменных ν_q как по смыслу, так и по назначению соответствуют реакциям z_q, а вектор d_q — всем другим компонентам, описывающим q-й уровень детализации:

$$d_q \Leftrightarrow \langle x_q, y_q \rangle; \tag{10}$$

$$v_q \Leftrightarrow z_q. \tag{11}$$

Ограничения на размерность вектора переменных модели P_q распространяются в первую очередь, на размерность d_q. При этом, согласно условию (1), значения векторов x_q – это проектные решения, принятые на предшествующих уровнях детализации и всегда являются известными. Поэтому действительные ограничения на размерность d_q определяются размерностью y_q. По мере детализации проекта – увеличения значения q – увеличивается размерность вектора x_q и, соответственно, уменьшаются ограничения на размерность вектора P_q.

Значения компонент вектора ν_q определяют, как правило, из условия минимизации погрешности, возникающей при огрублении модели, и сводят к решению задачи параметрической идентификации:

$$\nu_q = \arg\min I\left(\{\langle a_i\rangle\}_{i=1,2,\dots,N_a}, f_q, d_q, \nu_q\right),\text{ где:}$$

$\{\langle a_i\rangle\}_{i=1,2,\dots,N_a}$ - трактуются как результаты экспериментов[1];

I – погрешность модели M_q относительно результатов экспериментов.

При этом набор регистрируемых данных экспериментов (a) для обеспечения сопоставимости с ними результатов вычислений на модели M_q должен содержать в себе набор d_q:

$$a \supset d_q.$$

«Точки» $\{\langle a_i\rangle\}_{i=1,2,\dots,N_a}$ могут быть получены в результате проведения вычислительных экспериментов на базе моделей, например, M_s и использоваться для идентификации модели M_q при условии

$$d_q \subset d_s, \tag{12}$$

где d_s — вектор переменных модели, по результатам вычислений на которой проводится идентификация модели M_q.

Данное условие является необходимым для того, чтобы по результатам численных экспериментов на базе модели $M_s = \langle d_s, \nu_s, f_s\rangle$ можно было

[1] $\langle a_i\rangle$ – значения компонент вектора a в -ом эксперименте.

идентифицировать M_q. Его нарушение равносильно сопоставлению результатов выполнения двух (численных) экспериментов, отличающихся условиями их проведения.

Условие (12) позволяет сделать вывод, что компоненты $\mathrm{\nu_q}$ отражают влияние на вычисляемую величину переменных $\mathrm{d}_s/\mathrm{d_q}$, а решение задачи идентификации реализует связь:

$$\mathrm{\nu_q = Q\big(d_s \setminus d_q, \nu_s\big)}, \tag{13}$$

являющуюся аналогом связи (2).

Основываясь на сказанном, введем формальное понятие тандемной модели как базовой формы представления многоуровневых математических моделей, важным свойством которой является наличие связи идентификации между моделями различных уровней – связей «снизу-вверх».

Определим понятие тандемной модели и покажем как по мере использования отношений общей модели (3) при решении задач на различных уровнях детализации проекта формируются тандемные модели, определяющие связи «снизу-вверх» между этими задачами. При этом сразу заметим, что на базе обшей модели $\{m_i\}_{i\in[1,T]}$ по мере принятия проектных решений может быть построено множество тандемных моделей с различными признаками одноименности.

Модели $M_1^*, M_2^*, \dots, M_k^*$:

$$M_j^* = \{m_i\}_{i\in t_j},\ j = 1,2,\dots,k,$$

где $t_j \subset [1,T]$ – множество индексов элементарных моделей, составляющих модель M_j^*, будем называть одноименными с признаком одноименности x, если все они в составе своих выходных переменных имеют переменные x, т. е. если

$$\bigcap_{j=1}^{k} \lambda_{t_j,j} = x \neq \emptyset; \quad \lambda_{t_j,j} = \bigcup_{i \in t_j} \lambda_i \,.$$

Тандемной моделью с признаком одноименности x будем называть совокупность одноименных моделей с признаком x, допускающую упорядочение по условию:

$$i > j \Leftrightarrow M_i \succ M_j \Leftrightarrow d_i \supset d_j,$$

и обозначать ${}^{\tau}M(x)$.

Уровни тандемных моделей являются, как правило, агрегированными, т.е. представляют собой набор из элементарных моделей. Потребность в агрегировании определяется необходимостью обеспечения условий (12). Так например, пара моделей (7), (8) не является тандемной. Однако, агрегирование модели (8) с моделями, вычисляющими $m_{\text{ск}}$, $m_{\text{арм}}, m_{\text{др}}$, порождает модель (9), которая входит третьим уровнем в тандемную модель ${}^{\tau}M(m_{\text{то}})$, в которй модели (6) и (7) являются первым и вторым уровнем, соответственно.

Таким образом, каждый -й уровень тандемной модели ${}^{\tau}M(x)$, обозначаемый далее ${}^{\tau}M_i(x)$, представляет собой в общем случае совокупность элементарных моделей. Причем в состав модели ${}^{\tau}M_i(x)$ включаются те элементарные модели, которые в своей совокупности обеспечивают выполнение условия (12) и удаление любой из них нарушает это основное условие тандемности. При этом возможно, что отдельные элементарные модели могут входить в различные тандемные модели.

Считается, что в тандемной модели выполняется условие (там, где очевидно, что речь идет о тандемной модели, индекс τ будем опускать):

$$\lambda_{M_i} \subseteq \lambda_{M_j} \text{ при } i < j, \qquad (14)$$

где λ_{M_k} — вектор выходных переменных модели M_k. Данное предположение можно выполнить всегда. В частности, если оно не выполняется, то в M_j следует включить то подмножество элементарных моделей из M_i, выходами из которых являются переменные $\lambda_{M_i} \setminus \lambda_{M_j}$. Из условия (14) следует, что

$$\lambda_{M_1} = x, \qquad (15)$$

т. е. вектор выходных переменных модели первого уровня является признаком одноименности тандемной модели.

Введем понятие элементарной тандемной модели, под которой будем понимать тандемную модель со скалярным признаком одноименности. Тандемные модели, имеющие в качестве признака одноименности вектор переменных, будем называть агрегированными. При этом очевидно, что такие модели представляют собой объединение элементарных тандемных моделей с признаками, являющимися компонентами указанного вектора, т. е.

$$M(x) = \bigcup_{i=1}^{N_x} M(x_i)$$

где N_x — размерность вектора x.

Тогда из условия (15) следует, что моделью первого уровня элементарной тандемной модели является элементарная модель из состава общей модели (3). Модели второго и последующего уровней элементарной тандемной модели могут уже быть агрегированными, имея в своем составе несколько элементарных моделей, в том числе и одноименную с моделью верхнего уровня.

Пусть имеется элементарная тандемная модель $M(x) = \{M_1, M_2, \dots, M_N\}$ с вектором выходных переменных на каждом уровне $\lambda_i (x \in \lambda_i, i = 1,2, \dots, N)$. Любой компоненте $\lambda' \in \lambda_i$ можно поставить в соответствие элементарную модель, имеющую в качестве выходной переменной эту компоненту. Тогда, учитывая условие (15), можно заключить, что каждой элементарной модели i-го уровня соответствует по одноименной ей модели на всех нижележащих уровнях.

Если рассмотреть некоторую тандемную модель M_i, то входящие в ее состав элементарные модели можно разделить на две группы:

- модели, имеющие на выходе переменные из λ_{i-1}, т. е. модели, одноименные которым содержатся в M_{i-1};
- модели, имеющие одноименные только на нижележащих уровнях, т.е. модели, имеющие на выходе переменные из $\lambda_i \setminus \lambda_{i-1}$.

Каждую из элементарных моделей $m_j \in M_i$, относящуюся ко второй из названных групп, можно рассматривать как первый уровень элементарной тандемной модели, признаком одноименности которой является выходная переменная из m_j. Поэтому каждую элементарную тандемную модель $M(\lambda_1)$ можно рассматривать как объединение элементарных тандемных моделей, признаками одноименности которых являются переменные из $\lambda_i \setminus \lambda_{i-1}$ $(i = 2, 3, \dots, N-1)$. В итоге структуру тандемной модели в общем случае можно представить в виде, показанном на рис. 1.

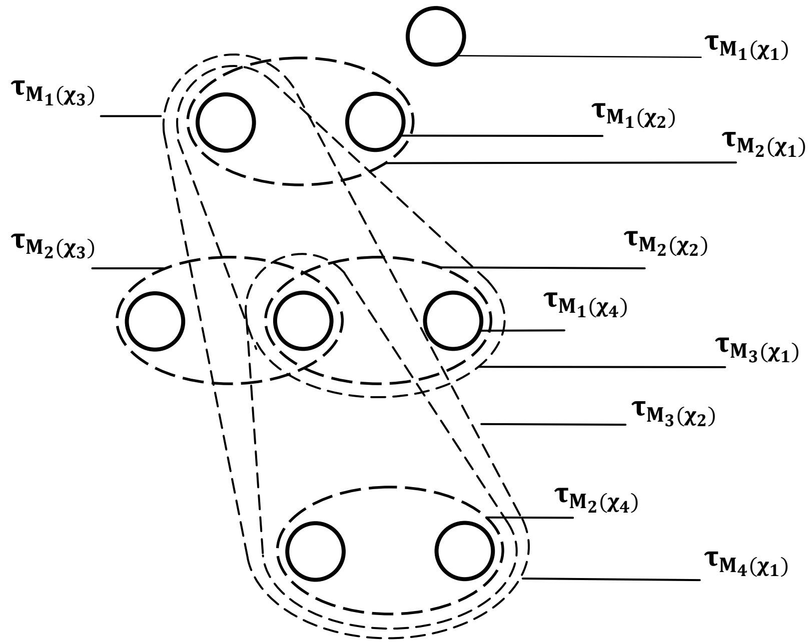

Рис. 1 - Структура тандемной модели (О **- элементарные модели)**

Основываясь на представленной структуризации тандемных моделей, их формирование в целом может быть сведено к построению двухуровневых скалярных моделей, первым уровнем которой является некоторая элементарная модель $m^* = {}^{\tau}M_1(\lambda^*)$, а вторым (${}^{\tau}M_2(\lambda^*)$) — как правило, агрегированная модель. При этом, если m^*, в свою очередь, входит в состав агрегированной модели, являющейся вторым уровнем в другой, ранее сформированной тандемной модели, то путем подстановки ${}^{\tau}M_2(\lambda^*)$ вместо m^* можно сформировать третий уровень этой модели и т. д.

Выводы.

1. Основным результатом работы является определение свойств, структуры и правила построения введенной в рассмотрение формальной конструкции - «тандемная модель».

2. Использование тандемных моделей обеспечивает отслеживание наличия связей «снизу-вверх» между проектными операциями различных уровней детализации проектируемых изделий, выделяя тем самым группы операций, результаты выполнения которых требуют согласования.
3. Формальные условия тандемности моделей и их регулярная структура, основанная на композициях двухуровневых моделей, обеспечивают алгоритмизацию процедур оперативного выявления связей «снизу вверх» между проектными операциями различных уровней детализации проектируемых изделий.
4. Результаты работы предназначены для применения в интегрированных автоматизированных системах проектирования аэрокосмической техники с единой базой моделей для всех этапов проектирования. Они также могут быть использованы для систем автоматизированного проектирования другой сложной продукции, проектируемой по схеме её последовательной детализации.

Библиографический список

1. Норенков И.П. Основы автоматизированного проектирования. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 336 с.

2. Корякин Л.А., Падалко С.Н. Модель сегментированного управления основным производством аэрокосмических предприятий. Научно-технический вестник Поволжья. №6, 2012г. стр. 284 -288. – Казань: Научно-технический вестник Поволжья, 2012. – 498 с.