

Научная статья

УДК 681.53

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=178477>

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ МАЛОМОЩНОЙ ПОТЕНЦИОМЕТРИЧЕСКОЙ СЛЕДЯЩЕЙ СИСТЕМЫ

Елизавета Юрьевна Ватаева¹

¹Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия

¹lizon94-06@mail.ru✉

Аннотация. В работе демонстрируется решения инженерно – технической задачи – синтез регулятора для нелинейной САУ при полиномиальной аппроксимации нелинейной характеристики. Объектом исследования является маломощная потенциометрическая следящая система с нелинейным и импульсным элементами в своем составе. В качестве математического аппарата используется обобщенный метод Галеркина.

Ключевые слова: следящая система, нелинейные системы, полиномиальная аппроксимация, импульсные системы, обобщенный метод Галеркина.

Финансирование: работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, соглашение № FSRF-2023-0003, "Фундаментальные основы построения помехозащищенных систем

космической и спутниковой связи, относительной навигации, технического зрения и аэрокосмического мониторинга".

Для цитирования: Ватаева Е.Ю., Параметрический синтез маломощной потенциометрической следящей системы // Труды МАИ. 2024. № 134. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=178477>

Original article

PARAMETRIC SYNTHESIS OF A LOW-POWER POTENTIOMETRIC TRACKING SYSTEM

Elizaveta Yu. Vataeva¹

¹Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation,
Saint-Petersburg, Russia

¹lizon94-06@mail.ru✉

Abstract. Currently, the most rapidly developing areas of research in the theory of automatic control are nonlinear and stochastic analyses. This interest is justified by the fact that most physical processes in nature and systems in the real world are nonlinear and are also subject to random disturbances, i.e. stochastic. In modern automatic control theory there are a large number of methods and studies devoted to the synthesis of nonlinear automatic control systems, but no unified approach has been developed that would allow the synthesis of nonlinear automatic control systems of any complexity. Also, difficulties in solving the problem of synthesizing nonlinear automatic control systems also arise when constructing an adequate mathematical model, since this issue is related to the

idealization of the properties of both the elements of the control system and the automatic control system as a whole. It is known that when constructing a mathematical model, all the basic and most essential features and properties of the synthesized ACS must be preserved; in the presence of nonlinear elements in the ACS, this situation is associated with the choice of the correct choice of approximation [1-10]. As is known, there are various types of approximations of the characteristics of nonlinear elements, for example, analytical, power, piecewise linear, approximation by irrational functions. However, for accurate implementation of a nonlinear characteristic with piecewise linear approximation, it is necessary to increase the number of piecewise linear sections, which leads to complication and an increase in the synthesis time of such a system. With analytical approximation, it is quite difficult to instantly obtain the correct analytical expression. In this work, it is proposed to use polynomial approximation. As a mathematical apparatus it is proposed to use the generalized Galerkin method.

Keywords: tracking system, nonlinear systems, polynomial approximation, impulse systems, generalized Galerkin method

Funding: the paper was prepared with the financial support of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, grant agreement No. FSRF-2023-0003, “Fundamental principles of building of noise-immune systems for space and satellite communications, relative navigation, technical vision and aerospace monitoring”

For citation: Vataeva E.Yu., Parametric synthesis of a low-power potentiometric tracking system. *Trudy MAI*, 2024, no. 134. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=178477>

В настоящее время наиболее бурно развивающимися областями исследований теории автоматического управления являются нелинейный и стохастический анализы. Такой интерес обосновывается тем, что большинство физических процессов в природе и систем реального мира являются нелинейными, а также подвержены случайным возмущениям, т.е. стохастическим. В современной теории автоматического управления имеется большое количество методов и исследований, посвящённых вопросам синтеза нелинейных САУ, однако не разработано единого подхода, который позволял бы синтезировать нелинейную САУ любой сложности. Также трудности при решении задачи синтеза нелинейных САУ возникают и при построении адекватной математической модели, поскольку данный вопрос связан с идеализацией свойств, как элементов системы управления, так и САУ в целом. Известно, что при построении математической модели должны сохраняться все основные и наиболее существенные черты и свойства синтезируемой САУ, при наличии в САУ нелинейных элементов, данное положение связано с выбором правильным выбором аппроксимации [1-11]. В данной работе предлагается использовать полиномиальную аппроксимацию.

Объект исследования

В качестве объекта исследования предлагается рассматривать потенциометрическую маломощную следящую систему (рис.1).



Рисунок 1 - Общий вид учебно-исследовательского стенда «Потенциометрическая маломощная следящая система»

Следящая система предназначена для дистанционной передачи угла поворота входного задающего устройства на нагрузку Н. На рис.2 представлена функциональная схема объекта исследования [12-14].

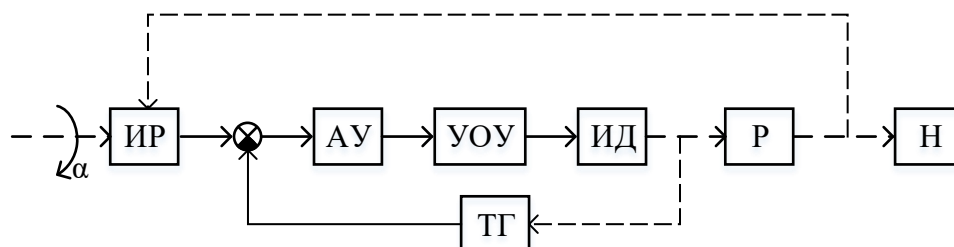


Рисунок 2 – Функциональная схема объекта исследования, где ИР – измеритель рассогласования; АУ – аналоговый множитель; УОУ – усилитель обмотки

управления; ИД – исполнительный двигатель; Р - редуктор; Н - нагрузка; ТГ – тахогенератор;

Математический аппарат

Для решения задачи синтеза предлагается использовать обобщенный метод Галеркина, который дает возможность синтезировать законы управления САУ разных классов (непрерывные САУ и системы с различными видами модуляции сигналов, динамика которых описывается уравнениями как линейными, так и нелинейными произвольно высокого порядка) [15-18].

Импульсный элемент будем рассматривать в качестве идеального, сигнал, которого представлен в виде

$$x^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT)\delta(t-nT) \quad (1)$$

где $x(nT) = \int_0^{\infty} x(t)\delta(t-nT)dt$ величина n -го дискретного значения; δ - задержанная импульсная функция, существующая при $t = nT$; T - период прерывания, интервал времени между соседними импульсами.

Задачу синтеза будем рассматривать в следующей постановке:

- известна структура, исследуемой САУ;
- известны параметры объекта управления;
- поскольку речь идет о реальной системе, то необходимо ограничить значения варьируемых параметров из условия их технической реализуемости:

$$c_k^- \leq c_k \leq c_k^+, \quad k = 1, 2, \dots, m,$$

где c_k^+ – максимально допустимые значения варьируемых параметров; c_k^- – минимально допустимые значения варьируемых параметров;

- ограничения на грубость системы по варьируемым параметрам имеют следующий вид

$$\Delta = \frac{\delta c_k}{c_k} \leq \Delta^0,$$

где Δ^0 – заданное значение грубости системы; c_k – вариации параметров, в пределах которых обеспечивается устойчивость системы; c_k – искомые параметры оператора управления.

Запишем дифференциальное уравнение, описывающее движения системы, содержащей модулятор и нелинейный элемент с учетом полиномов оператора дифференцирования p с вещественными постоянными коэффициентами степеней n, u, v соответственно:

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^n a_i(c_k) p^i x(t) + \sum_{i=0}^{n^*} a_i^*(c_k) p^i x^*(t) + \sum_{i=0}^u b_i(c_k) p^i y(t) + \sum_{i=0}^{u^*} b_i^*(c_k) p^i y^*(t) = \\ = \sum_{i=0}^v e_i(c_k) p^i f(t) + \sum_{i=0}^{v^*} e_i^*(c_k) p^i f^*(t), y(t) = F[x(t)], y^*(t) = F[x^*(t)] \end{aligned} \quad (2)$$

где $y(t) = F[x(t)]$, $y^*(t) = F[x^*(t)]$ – сигналы на выходе нелинейного элемента при непрерывном $x(t)$ и импульсном $x^*(t)$ входном сигнале.

При синтезе нелинейных САУ n – го порядка программное движение целесообразно задать в виде

$$x^0(t) = (x_y + H^* e^{-\alpha t} \cos(\beta t - \varphi_0)) 1(t) \quad (3)$$

где x_y – значение желаемого процесса $x^0(t)$ при $t = \infty$; а H^* и φ_0 определяются соотношениями вида

$$H^* = \sqrt{(x_0 - x_y)^2 + \left[\frac{\alpha(x_0 - x_y) + x_0}{\beta} \right]^2},$$

$$\varphi_0 = \arctg \left[\frac{\alpha(x_0 - x_y) + x_0}{\beta(x_0 - x_y)} \right]$$

здесь x_0, x_0 - начальные значения исследуемой координаты, относительно которой записано уравнение движения синтезируемой САУ и ее производной в момент времени $t = +0$; показатель затухания α , определяется из соотношения $\alpha = \frac{3 \div 4}{T_{III}}$

Следовательно, сигнал на выходе идеального модулятора, согласно выражению (1)

$$x^{0*}(t) = [x_y + H^* e^{-\alpha t} \cos(\beta n t - \varphi_0)] \delta(t - nT)$$

После того как задано желаемое программное движение и определены его параметры, формируются невязка

$$\begin{aligned} \psi(c_k, t) = & Q(c_k, D)x^0(t) + Q^*(c_k, D)x^{0*}(t) + R(c_k, D)F[x^0(t), D\{x^0(t)\}] + \\ & + R^*(c_k, D)F^*[x^{0*}(t), D\{x^{0*}(t)\}] - S(c_k, D)f(t) - S^*(c_k, D)f^*(t) \end{aligned} \quad (4)$$

где x^0 - желаемое программное движение, D - оператор обобщенного дифференцирования

Значение искомым параметров c_k определяется из условий ортогональности невязки (3) координатным функциям

$$\int_0^{\infty} \psi(c_k, t) \varphi_q(t) dt = 0; k, q = 1, 2, \dots, m \quad (5)$$

где $\varphi_q(t)$ - система из m непрерывно дифференцируемых линейнонезависимых координатных функций $\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_q(t), \dots, \varphi_m(t)$.

Подставляя желаемое программное (3) в уравнение движения САУ (2) и решая уравнение (5) получаем следующую систему из m линейных алгебраических уравнений

$$\sum_{i=0}^n a_i(c_k) A_{qi} + \sum_{i=0}^{n^*} a_i^*(c_k) A_{qi}^* + \sum_{i=0}^u b_i(c_k) B_{qi} + \sum_{i=0}^{u^*} b_i^*(c_k) B_{qi}^* - \sum_{i=0}^v e_i(c_k) C_{qi} - \sum_{i=0}^{v^*} e_i^*(c_k) C_{qi}^* = 0 \quad (6)$$

$$q = 1, 2, \dots, m$$

где

$$\begin{aligned} A_{qi} &= \int_0^{\infty} D^i \{x^0(t)\} e^{-\rho_q t} dt = A_q \rho_q^{i-1}; i = 1, 2, \dots, n; \\ A_{qi}^* &= \int_0^{\infty} D^i \{x^{0*}(t)\} e^{-\rho_q t} dt = A_q^* \rho_q^i; i = 1, 2, \dots, n^*; \\ B_{qi} &= \int_0^{\infty} D^i \{F[x^0(t)]\} e^{-\rho_q t} dt = B_q \rho_q^{i-1}; i = 0, 1, \dots, u; \\ B_{qi}^* &= \int_0^{\infty} D^i \{F[x^{0*}(t)]\} e^{-\rho_q t} dt = B_q^* \rho_q^i; i = 0, 1, \dots, u^*; \\ C_{qi} &= \int_0^{\infty} D^i \{f(t)\} e^{-\rho_q t} dt = C_q \rho_q^{i-1}; i = 0, 1, \dots, v; \\ C_{qi}^* &= \int_0^{\infty} D^i \{f^*(t)\} e^{-\rho_q t} dt = C_q^* \rho_q^i; i = 0, 1, \dots, v^*. \end{aligned} \quad (7)$$

Решение задачи синтеза

Рассмотрим более подробно задачу синтеза потенциометрической маломощной следящей системы. На рис. 3 приведена структурная схема,

рассматриваемой системы. В качестве управляющего сигнала использовалось напряжение рассогласования U_P потенциометров. Для построения адекватной математической модели исследуемой системы необходимо было получить статические характеристики элементов, входящих в ее состав (табл.1).

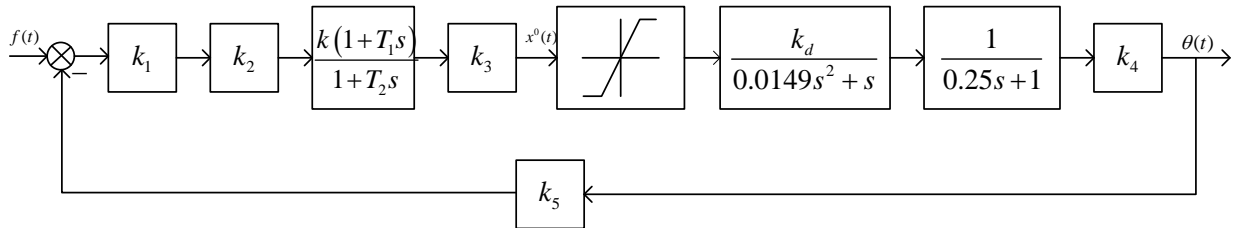
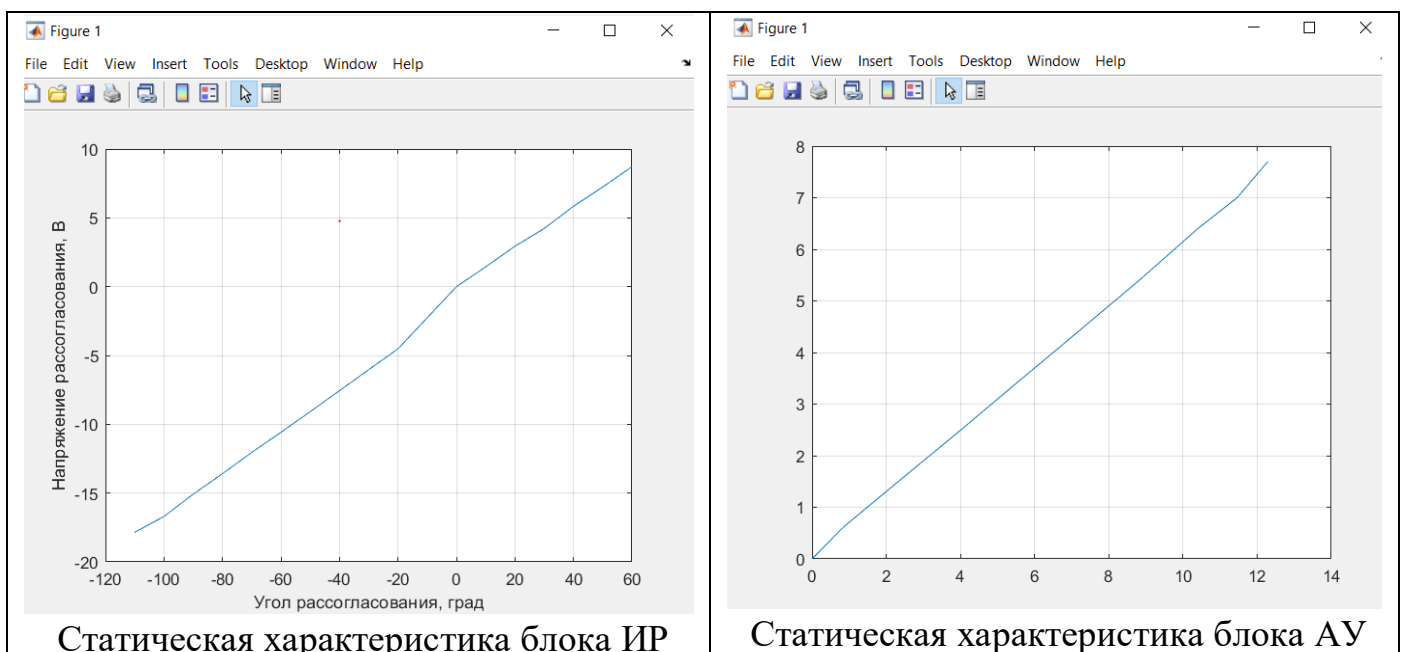
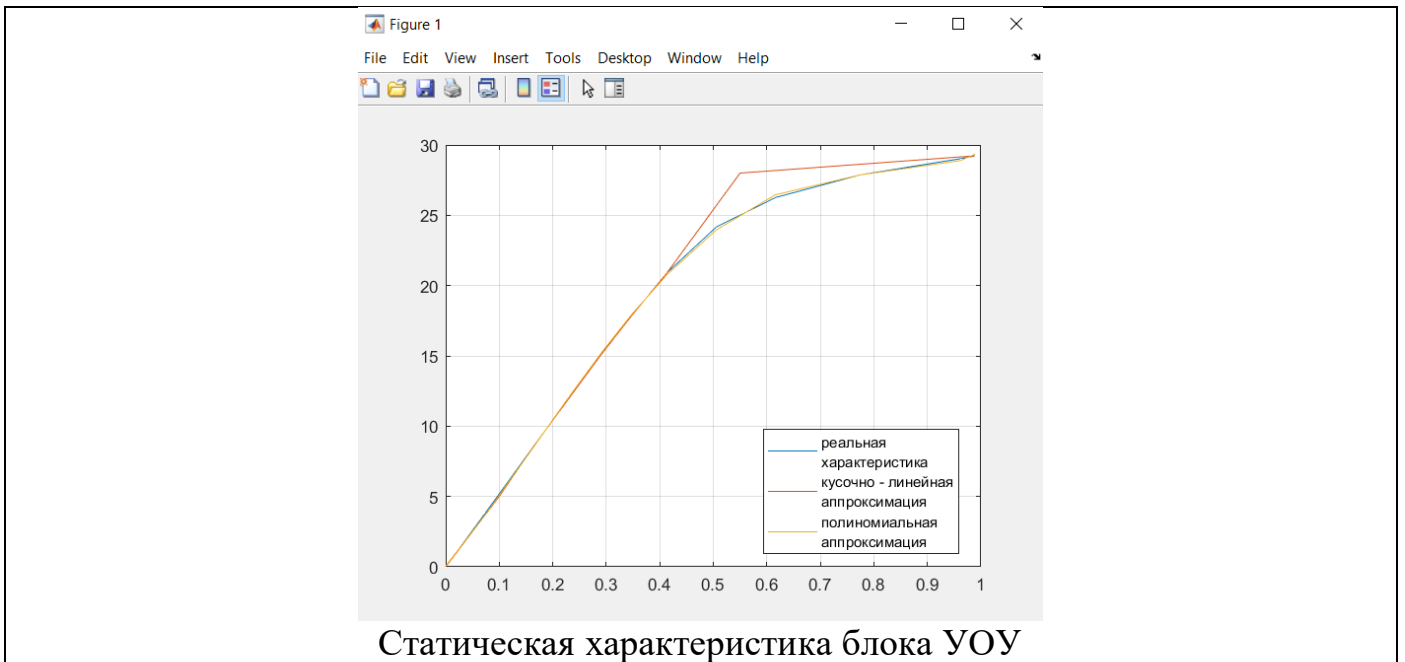


Рисунок 3 - Структурная схема потенциметрической маломощной системы

где k_1 - ИР; k_2 - АУ; $\frac{k(1+T_1s)}{1+T_2s}$ - корректирующее устройство (КУ) ; k_3 - УОУ; k_4 – коэффициент передачи редуктор; k_5 – коэффициент пересчета угла(из радиан в градусы); $\frac{k_d}{(0.0149s^2 + s)(0.25s + 1)}$ - передаточная функция двухфазного асинхронного двигателя.

Таблица №1





Требуется найти значение неизвестных параметров корректирующего устройства, которые будут обеспечивать в системе заданные показатели качества ее работы при переходе из одного установившегося состояния в другое $T_{nn} = 2$ сек., перерегулирование σ не более 1 %. Реализация корректирующего устройства представлена на рис. 4, передаточная функция $W_{кв} = k \frac{1 + T_1 s}{1 + T_2 s}$ [19-21].

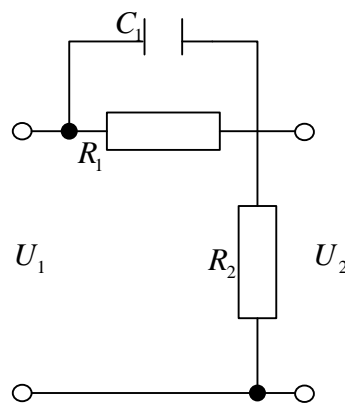


Рисунок 4 – Реализация корректирующего устройства с использованием пассивных элементов

Параметры передаточной функции определяются в соответствии с выражениями

$$T_1 = R_1 C_1;$$

$$T_2 = \frac{R_1 R_2 C_1}{R_1 + R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} T_1;$$

$$k = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{T_2}{T_1}.$$

Очевидно, что варьируемые параметры k, T_1, T_2 не могут быть меньше нуля $k, T_1, T_2 > 0$, следовательно $R_1, R_2 > 0$, по условию $C_1 = 20 \text{ мкФ}$.

Следуя алгоритму решения задачи синтеза обобщенным методом Галеркина, необходимо задать желаемое программное движение (8) (рис.5) и описать динамику системы (9)

$$x^0(t) = 30.12e^{-2t} \cos(1.53t + 0.9) \quad (8)$$

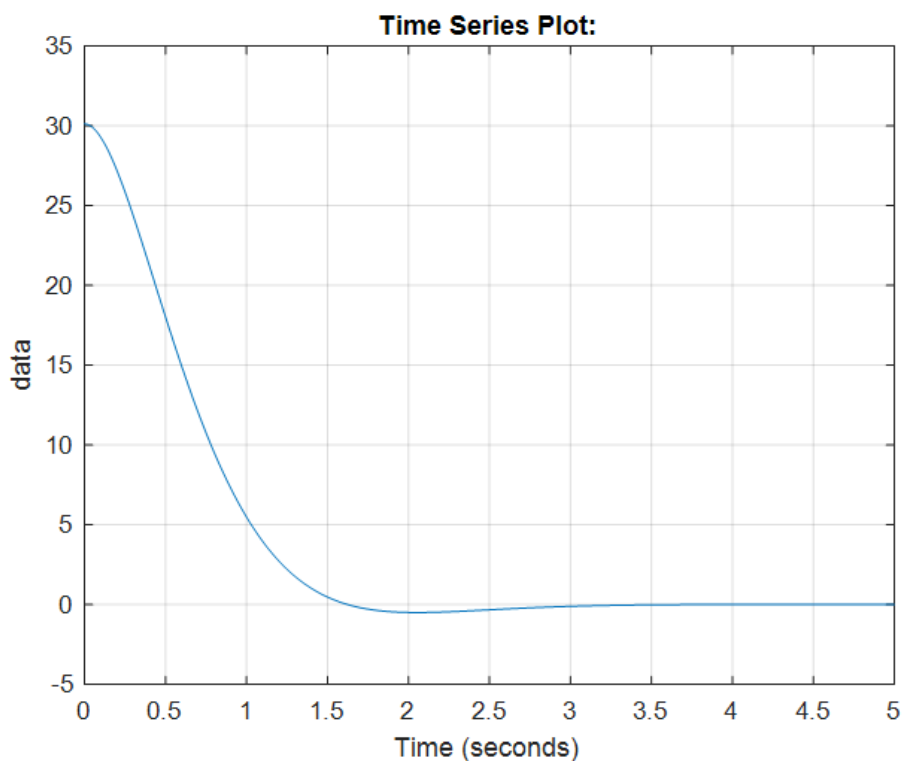


Рисунок 5 – Желаето программное движение

Динамика системы описывается следующим дифференциальным уравнением

$$x_0(t)[(0.0149s^2 + s)(0.25s + 1)(1 + T_2s)] + F[x_0(t)] \cdot [k_d k_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k(1 + T_1s)] = \\ = f(t)[k_1 k_2 k_3 k(1 + T_1s)(0.0149s^2 + s)(0.25s + 1)] \quad (9)$$

Далее была получена следующая система уравнений

$$\left\{ \begin{aligned} & x^0(t) \left[\left(\frac{0.75 \cdot 10^{-7} \cdot R_1 \cdot R_2}{R_2 + R_1} \right) A_{14} + A_{13} \left(\frac{(5.2 \cdot 10^{-6} \cdot R_1 + 3.7 \cdot 10^{-3}) \cdot R_2 + 3.7 \cdot 10^{-3} \cdot R_1}{R_2 + R_1} \right) \right] + \\ & + A_{12} \left[\left(\frac{(0.2 \cdot 10^{-4} \cdot R_1 + 0.27) \cdot R_2 + 0.27 \cdot R_1}{R_2 + R_1} \right) + A_{11} \right] - f(t) \left[\left(\frac{0.9 \cdot 10^{-7} \cdot R_1^2}{R_2 + R_1} \right) C_{14} + \right. \\ & + C_{13} \left(\frac{6.3 \cdot 10^{-6} \cdot R_1^2 + 4.47 \cdot 10^{-3} \cdot R_1}{R_2 + R_1} \right) + C_{12} \left(\frac{2.4 \cdot 10^{-5} \cdot R_1^2 + 0.32 \cdot R_1}{R_2 + R_1} \right) + \left. \left(\frac{1.2 \cdot R_1}{R_2 + R_1} \right) C_{11} \right] + \\ & + F(x^0(t)) \left[\left(\frac{0.42 \cdot 10^{-4} \cdot R_1^2 \cdot R_2}{(R_2 + R_1)^2} \right) B_{11} + \left(\frac{2.059 \cdot R_1}{R_2 + R_1} \right) B_{10} \right] = 0; \\ \\ & x^0(t) \left[\left(\frac{0.75 \cdot 10^{-7} \cdot R_1 \cdot R_2}{R_2 + R_1} \right) A_{24} + A_{23} \left(\frac{(5.2 \cdot 10^{-6} \cdot R_1 + 3.7 \cdot 10^{-3}) \cdot R_2 + 3.7 \cdot 10^{-3} \cdot R_1}{R_2 + R_1} \right) \right] + \\ & + A_{22} \left[\left(\frac{(0.2 \cdot 10^{-4} \cdot R_1 + 0.27) \cdot R_2 + 0.27 \cdot R_1}{R_2 + R_1} \right) + A_{21} \right] - f(t) \left[\left(\frac{0.9 \cdot 10^{-7} \cdot R_1^2}{R_2 + R_1} \right) C_{24} + \right. \\ & + C_{23} \left(\frac{6.3 \cdot 10^{-6} \cdot R_1^2 + 4.47 \cdot 10^{-3} \cdot R_1}{R_2 + R_1} \right) + C_{22} \left(\frac{2.4 \cdot 10^{-5} \cdot R_1^2 + 0.32 \cdot R_1}{R_2 + R_1} \right) + \left. \left(\frac{1.2 \cdot R_1}{R_2 + R_1} \right) C_{21} \right] + \\ & + F(x^0(t)) \left[\left(\frac{0.42 \cdot 10^{-4} \cdot R_1^2 \cdot R_2}{(R_2 + R_1)^2} \right) B_{21} + \left(\frac{2.059 \cdot R_1}{R_2 + R_1} \right) B_{20} \right] = 0. \end{aligned} \right.$$

В результате решение задачи синтеза были получены следующие параметры

$R_1 = 49$ кОм, $R_2 = 100$ кОм. Из рис.6 видно, что полученные параметры

удовлетворяют заданным показателям качества.

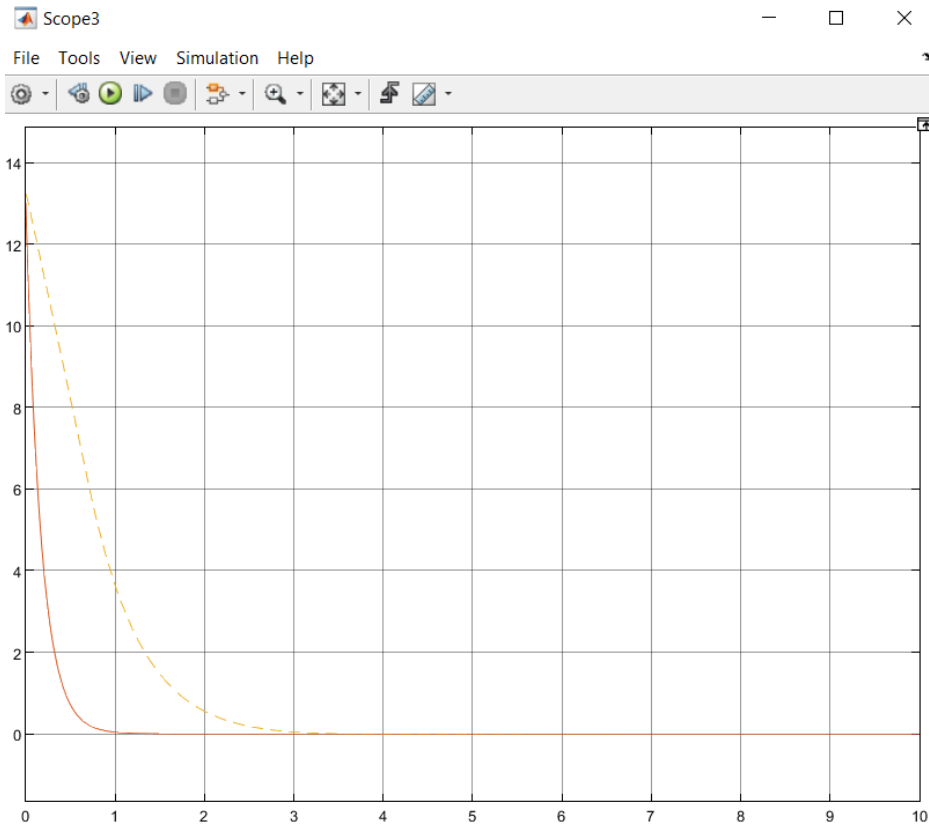


Рисунок 6 – Желаемое программное движение (сплошная линия), движение с рассчитанными параметрами (штриховая линия)

Рассмотрим синтез маломощной следящей системы, содержащей в своем составе идеальный импульсный элемент. На рис. 7 приведена структурная схема, рассматриваемой системы.

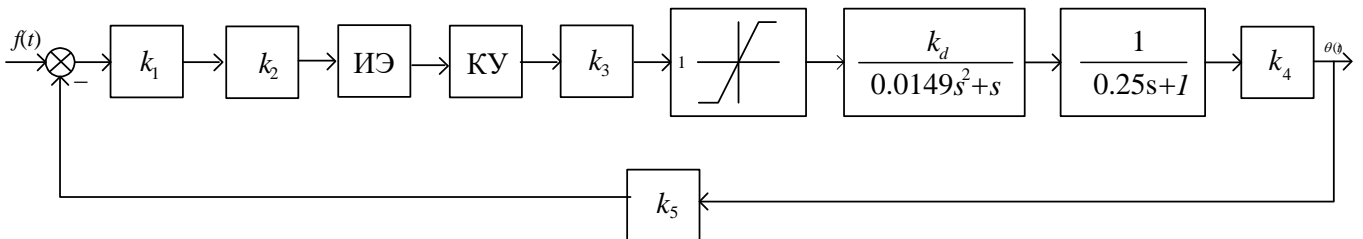


Рисунок 7 - Структурная схема рассматриваемой системы, где k_1 - ИР; k_2 - АУ; КУ – корректирующее устройство; k_3 - УОУ; k_4 – коэффициент передачи редуктор;

k_5 – коэффициент пересчета угла (из радиан в градусы); $\frac{k_d}{(0.0149s^2 + s)(0.25s + 1)}$ –

передаточная функция двухфазного асинхронного двигателя; ИЭ - идеальный импульсный элемент с экстраполятором нулевого порядка.

Требуется найти значение неизвестных параметров корректирующего устройства, которые будут обеспечивать в системе заданные показатели качества ее работы при переходе из одного установившегося состояния в другое $T_{nn} = 3$ сек., перерегулирование σ не более 10 %. Передаточная функция корректирующего

устройства $W_{ky} = k \frac{(T_1s + 1)(T_3s + 1)(T_5s + 1)}{(T_2s + 1)(T_4s + 1)(T_6s + 1)}$, соответственно необходимо определить

значение следующих параметров $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6$, параметр $k=1$.

Желаемое программное движение соответствует выражению (10) рис.8.

$$x^0(t) = 48.21e^{-2.67t} \cos(2.13 \cdot t - 0.89)$$

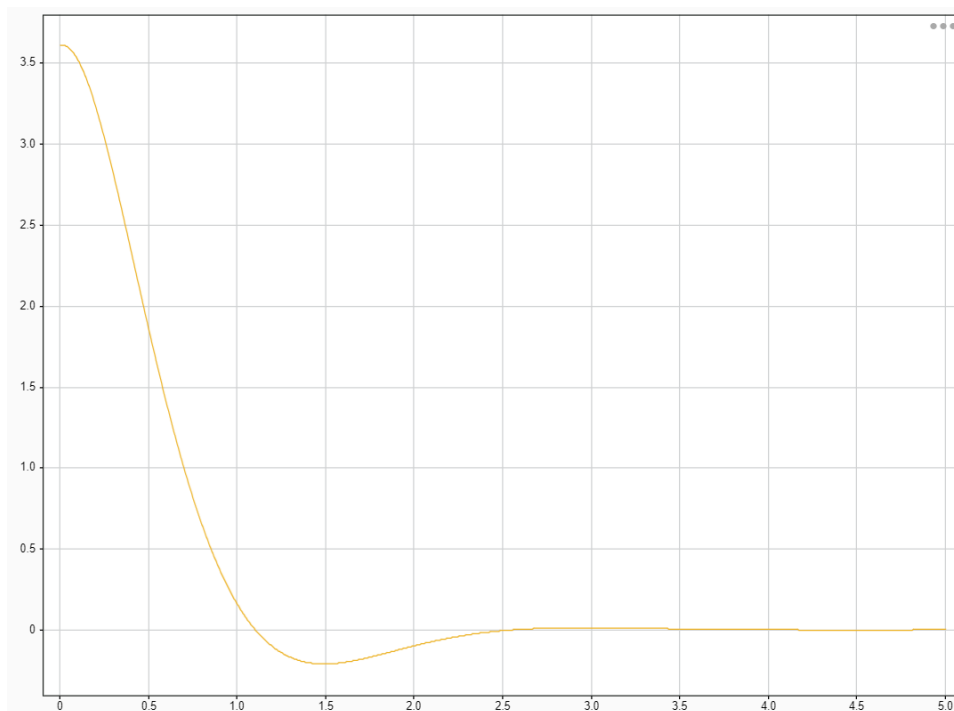


Рисунок 8 – Желаемое программное движение

Динамика системы описывается следующим дифференциальным уравнением

$$\begin{aligned}
 & x_0(t)[(0.0149s^2 + s)(0.25s + 1)(T_2s + 1)(T_4s + 1)(T_6s + 1)] + \\
 & + F[x_0(t)] \cdot [k_d k_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k (T_1s + 1)(T_3s + 1)(T_5s + 1)] = \\
 & = f^*(t)[k_1 k_2 k_3 k (T_1s + 1)(T_3s + 1)(T_5s + 1)(0.0149s^2 + s)(0.25s + 1)].
 \end{aligned}$$

Далее была получена следующая система уравнений

$$\left\{ \begin{aligned}
 & x^0(t)[0.0037 \cdot T_2 T_4 T_6 \cdot A_{16} + (((0.27T_2 + 0.0037)T_4 + 0.0039T_2)T_6 + 0.0039T_2 T_4)A_{15} + \\
 & + (((T_2 + 0.27)T_4 + 0.27T_2 + 0.0037)T_6 + (0.27T_2 + 0.0037)T_4 + 0.0037T_2)A_{14} + \\
 & + ((T_4 + T_2 + 0.27)T_6 + (T_2 + 0.27)T_4 + 0.27T_2 + 0.0037)A_{13} + (T_6 + T_4 + T_2)A_{12} + A_{11}] \\
 & - f(t)[0.0037 \cdot T_1 T_3 T_6 \cdot k k_1 k_2 k_3 \cdot C_{16}^* + ((0.27T_1 + 0.0037)T_3 + 0.0037T_1 T_3)k k_1 k_2 k_3 \cdot C_{15}^* + \\
 & + (((T_1 + 0.27)T_3 + 0.27T_1 + 0.0037)T_5 + (0.27T_1 + 0.0037)T_3 + 0.0037T_1)k k_1 k_2 k_3 C_{14}^* + \\
 & + ((T_3 + T_1 + 0.27)T_5 + (T_1 + 0.27)T_3 + 0.27T_1 + 0.0037)k k_1 k_2 k_3 C_{13}^* + \\
 & + (T_5 + T_3 + T_1 + 0.27)k k_1 k_2 k_3 C_{12}^* + k k_1 k_2 k_3 C_{11}^*] + F(x^0(t))[(T_1 T_3 T_5 \cdot k k_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_d)B_{13}^* + \\
 & + (((T_3 + T_1)T_5 + T_1 T_3)k k_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_d)B_{12}^* + (T_5 + T_3 + T_1)k k_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_d B_{11}^* + k k_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_d B_{10}^*]; \\
 & x^0(t)[0.0037 \cdot T_2 T_4 T_6 \cdot A_{26} + (((0.27T_2 + 0.0037)T_4 + 0.0039T_2)T_6 + 0.0039T_2 T_4)A_{25} + \\
 & + (((T_2 + 0.27)T_4 + 0.27T_2 + 0.0037)T_6 + (0.27T_2 + 0.0037)T_4 + 0.0037T_2)A_{24} + \\
 & + ((T_4 + T_2 + 0.27)T_6 + (T_2 + 0.27)T_4 + 0.27T_2 + 0.0037)A_{23} + (T_6 + T_4 + T_2)A_{22} + A_{21}] \\
 & - f(t)[0.0037 \cdot T_1 T_3 T_6 \cdot k k_1 k_2 k_3 \cdot C_{26}^* + ((0.27T_1 + 0.0037)T_3 + 0.0037T_1 T_3)k k_1 k_2 k_3 \cdot C_{25}^* + \\
 & + (((T_1 + 0.27)T_3 + 0.27T_1 + 0.0037)T_5 + (0.27T_1 + 0.0037)T_3 + 0.0037T_1)k k_1 k_2 k_3 C_{24}^* + \\
 & + ((T_3 + T_1 + 0.27)T_5 + (T_1 + 0.27)T_3 + 0.27T_1 + 0.0037)k k_1 k_2 k_3 C_{23}^* + \\
 & + (T_5 + T_3 + T_1 + 0.27)k k_1 k_2 k_3 C_{22}^* + k k_1 k_2 k_3 C_{21}^*] + F(x^0(t))[(T_1 T_3 T_5 \cdot k k_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_d)B_{23}^* + \\
 & + (((T_3 + T_1)T_5 + T_1 T_3)k k_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_d)B_{22}^* + (T_5 + T_3 + T_1)k k_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_d B_{21}^* + k k_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_d B_{20}^*];
 \end{aligned} \right.$$

$$\left. \begin{aligned}
& x^0(t) \left[0.0037 \cdot T_2 T_4 T_6 \cdot A_{36} + \left(\left((0.27T_2 + 0.0037)T_4 + 0.0039T_2 \right) T_6 + 0.0039T_2 T_4 \right) A_{35} + \right. \\
& + \left(\left((T_2 + 0.27)T_4 + 0.27T_2 + 0.0037 \right) T_6 + (0.27T_2 + 0.0037)T_4 + 0.0037T_2 \right) A_{34} + \\
& + \left((T_4 + T_2 + 0.27)T_6 + (T_2 + 0.27)T_4 + 0.27T_2 + 0.0037 \right) A_{33} + (T_6 + T_4 + T_2) A_{32} + A_{31} \left. \right] \\
& - f(t) \left[0.0037 \cdot T_1 T_3 T_6 \cdot kk_1 k_2 k_3 \cdot C_{36}^* + \left((0.27T_1 + 0.0037)T_3 + 0.0037T_1 T_3 \right) kk_1 k_2 k_3 \cdot C_{35}^* + \right. \\
& + \left(\left((T_1 + 0.27)T_3 + 0.27T_1 + 0.0037 \right) T_5 + (0.27T_1 + 0.0037)T_3 + 0.0037T_1 \right) kk_1 k_2 k_3 C_{34}^* + \\
& + \left((T_3 + T_1 + 0.27)T_5 + (T_1 + 0.27)T_3 + 0.27T_1 + 0.0037 \right) kk_1 k_2 k_3 C_{33}^* + \\
& + (T_5 + T_3 + T_1 + 0.27) kk_1 k_2 k_3 C_{32}^* + kk_1 k_2 k_3 C_{31}^* \left. \right] + F(x^0(t)) \left[(T_1 T_3 T_5 \cdot kk_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_d) B_{33}^* + \right. \\
& + \left(\left((T_3 + T_1)T_5 + T_1 T_3 \right) kk_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_d \right) B_{32}^* + (T_5 + T_3 + T_1) kk_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_d B_{31}^* + kk_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_d B_{30}^* \left. \right]; \\
\\
& x^0(t) \left[0.0037 \cdot T_2 T_4 T_6 \cdot A_{46} + \left(\left((0.27T_2 + 0.0037)T_4 + 0.0039T_2 \right) T_6 + 0.0039T_2 T_4 \right) A_{45} + \right. \\
& + \left(\left((T_2 + 0.27)T_4 + 0.27T_2 + 0.0037 \right) T_6 + (0.27T_2 + 0.0037)T_4 + 0.0037T_2 \right) A_{44} + \\
& + \left((T_4 + T_2 + 0.27)T_6 + (T_2 + 0.27)T_4 + 0.27T_2 + 0.0037 \right) A_{43} + (T_6 + T_4 + T_2) A_{42} + A_{41} \left. \right] \\
& - f(t) \left[0.0037 \cdot T_1 T_3 T_6 \cdot kk_1 k_2 k_3 \cdot C_{46}^* + \left((0.27T_1 + 0.0037)T_3 + 0.0037T_1 T_3 \right) kk_1 k_2 k_3 \cdot C_{45}^* + \right. \\
& + \left(\left((T_1 + 0.27)T_3 + 0.27T_1 + 0.0037 \right) T_5 + (0.27T_1 + 0.0037)T_3 + 0.0037T_1 \right) kk_1 k_2 k_3 C_{44}^* + \\
& + \left((T_3 + T_1 + 0.27)T_5 + (T_1 + 0.27)T_3 + 0.27T_1 + 0.0037 \right) kk_1 k_2 k_3 C_{43}^* + \\
& + (T_5 + T_3 + T_1 + 0.27) kk_1 k_2 k_3 C_{42}^* + kk_1 k_2 k_3 C_{41}^* \left. \right] + F(x^0(t)) \left[(T_1 T_3 T_5 \cdot kk_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_d) B_{43}^* + \right. \\
& + \left(\left((T_3 + T_1)T_5 + T_1 T_3 \right) kk_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_d \right) B_{42}^* + (T_5 + T_3 + T_1) kk_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_d B_{41}^* + kk_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_d B_{40}^* \left. \right]; \\
\\
& x^0(t) \left[0.0037 \cdot T_2 T_4 T_6 \cdot A_{56} + \left(\left((0.27T_2 + 0.0037)T_4 + 0.0039T_2 \right) T_6 + 0.0039T_2 T_4 \right) A_{55} + \right. \\
& + \left(\left((T_2 + 0.27)T_4 + 0.27T_2 + 0.0037 \right) T_6 + (0.27T_2 + 0.0037)T_4 + 0.0037T_2 \right) A_{54} + \\
& + \left((T_4 + T_2 + 0.27)T_6 + (T_2 + 0.27)T_4 + 0.27T_2 + 0.0037 \right) A_{53} + (T_6 + T_4 + T_2) A_{52} + A_{51} \left. \right] \\
& - f(t) \left[0.0037 \cdot T_1 T_3 T_6 \cdot kk_1 k_2 k_3 \cdot C_{56}^* + \left((0.27T_1 + 0.0037)T_3 + 0.0037T_1 T_3 \right) kk_1 k_2 k_3 \cdot C_{55}^* + \right. \\
& + \left(\left((T_1 + 0.27)T_3 + 0.27T_1 + 0.0037 \right) T_5 + (0.27T_1 + 0.0037)T_3 + 0.0037T_1 \right) kk_1 k_2 k_3 C_{54}^* + \\
& + \left((T_3 + T_1 + 0.27)T_5 + (T_1 + 0.27)T_3 + 0.27T_1 + 0.0037 \right) kk_1 k_2 k_3 C_{53}^* + \\
& + (T_5 + T_3 + T_1 + 0.27) kk_1 k_2 k_3 C_{52}^* + kk_1 k_2 k_3 C_{51}^* \left. \right] + F(x^0(t)) \left[(T_1 T_3 T_5 \cdot kk_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_d) B_{53}^* + \right. \\
& + \left(\left((T_3 + T_1)T_5 + T_1 T_3 \right) kk_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_d \right) B_{52}^* + (T_5 + T_3 + T_1) kk_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_d B_{51}^* + kk_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_d B_{50}^* \left. \right];
\end{aligned}
\right.$$

$$\left[\begin{aligned} &x^0(t) \left[0.0037 \cdot T_2 T_4 T_6 \cdot A_{66} + \left(\left((0.27 T_2 + 0.0037) T_4 + 0.0039 T_2 \right) T_6 + 0.0039 T_2 T_4 \right) A_{65} + \right. \\ &+ \left(\left((T_2 + 0.27) T_4 + 0.27 T_2 + 0.0037 \right) T_6 + (0.27 T_2 + 0.0037) T_4 + 0.0037 T_2 \right) A_{64} + \\ &+ \left. \left((T_4 + T_2 + 0.27) T_6 + (T_2 + 0.27) T_4 + 0.27 T_2 + 0.0037 \right) A_{63} + (T_6 + T_4 + T_2) A_{62} + A_{61} \right] \\ &- f(t) \left[0.0037 \cdot T_1 T_3 T_6 \cdot k k_1 k_2 k_3 \cdot C_{66}^* + \left((0.27 T_1 + 0.0037) T_3 + 0.0037 T_1 T_3 \right) k k_1 k_2 k_3 \cdot C_{65}^* + \right. \\ &+ \left(\left((T_1 + 0.27) T_3 + 0.27 T_1 + 0.0037 \right) T_5 + (0.27 T_1 + 0.0037) T_3 + 0.0037 T_1 \right) k k_1 k_2 k_3 C_{64}^* + \\ &+ \left((T_3 + T_1 + 0.27) T_5 + (T_1 + 0.27) T_3 + 0.27 T_1 + 0.0037 \right) k k_1 k_2 k_3 C_{63}^* + \\ &+ \left. (T_5 + T_3 + T_1 + 0.27) k k_1 k_2 k_3 C_{62}^* + k k_1 k_2 k_3 C_{61}^* \right] + F(x^0(t)) \left[(T_1 T_3 T_5 \cdot k k_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_d) B_{63}^* + \right. \\ &+ \left. \left((T_3 + T_1) T_5 + T_1 T_3 \right) k k_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_d B_{62}^* + (T_5 + T_3 + T_1) k k_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_d B_{61}^* + k k_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_d B_{60}^* \right]. \end{aligned} \right.$$

В результате решение задачи синтеза были получены следующие параметры

$T_1 = 21.85, T_2 = 18.7, T_3 = 30.9, T_4 = 39.85, T_5 = 28, T_6 = 29.9$. Из рис.9 видно, что

полученные параметры удовлетворяют заданным показателям качества

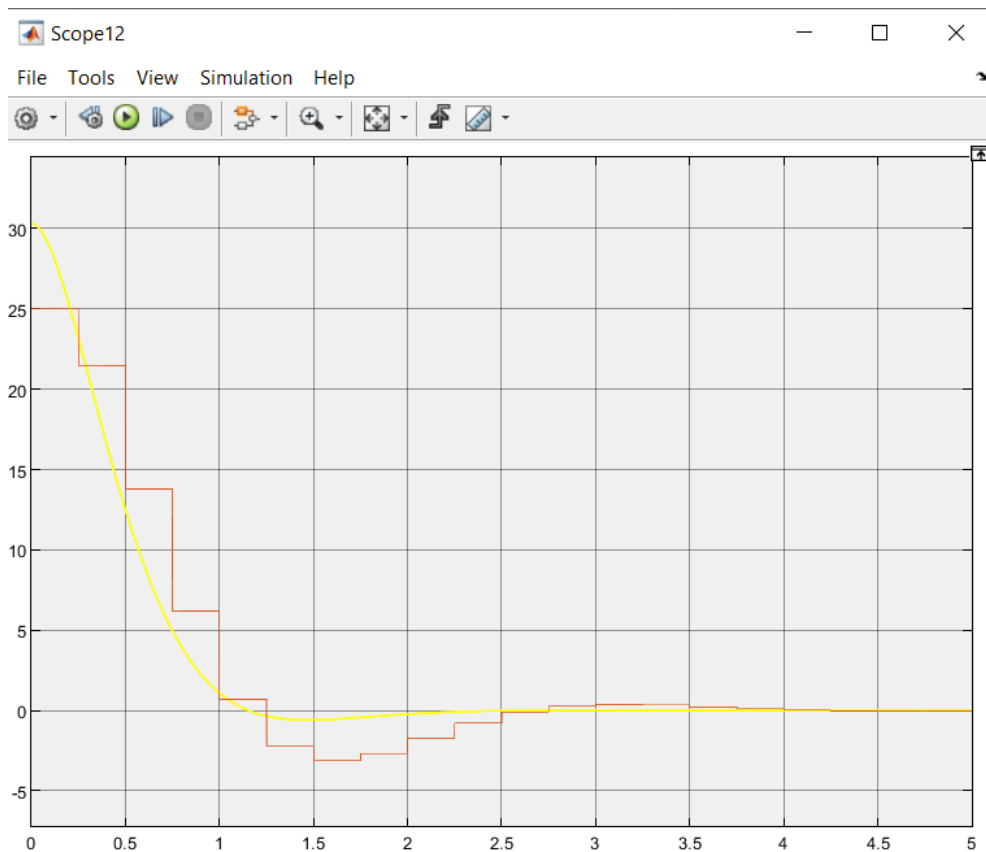


Рисунок 9 - – Желаемое программное движение (желтая линия), движение с рассчитанными параметрами (красная линия)

В работе продемонстрировано решение реальной инженерно - технической задачи на примере синтеза маломощной потенциометрической следящей системы содержащей в своем составе один нелинейный и импульсный элементы, в качестве математического аппарата используется обобщенный метод Галеркина, предлагаемый подход позволяет решать задачу синтеза параметров САУ, произвольное число элементов с нелинейными характеристиками. В результате были получены параметры регуляторов для непрерывной нелинейной системы $R_1 = 49$ кОм, $R_2 = 100$ кОм, и параметры для нелинейной импульсной системы $T_1 = 21.85, T_2 = 18.7, T_3 = 30.9, T_4 = 39.85, T_5 = 28, T_6 = 29.9$, графические результаты также приводятся в работе.

Список источников

1. Wang J., Aranovskiy S.V., Bobtsov A.A., Pyrkin A.A., Kolyubin S.A. A Method to Provide Conditions for Sustained Excitation // Automation and Remote Control, 2018, vol. 79, no. 2, pp. 258-264. DOI: [10.1134/S0005117918020054](https://doi.org/10.1134/S0005117918020054)
2. Pyrkin A., Bobtsov A., Kolyubin S., Faronov M. Output Controller for Uncertain Nonlinear Systems with Structural, Parametric, and Signal Disturbances // IEEE Multi-Conference on Systems and Control, 2012. DOI: [10.1109/CCA.2012.6402352](https://doi.org/10.1109/CCA.2012.6402352)
3. Bernal Miguel, Sala Antonio, Lendek Zsofia, Guerra Thierry-Marie. Analysis and Synthesis of Nonlinear Control Systems: A Convex Optimisation Approach. 2022. DOI: [10.1007/978-3-030-90773-0](https://doi.org/10.1007/978-3-030-90773-0)

4. Pyrkin A., Bobtsov A., Kolyubin S., Vedyakov A., Borisov O., Gromov V. Stabilization of Nonlinear System with Input Delay and Biased Sinusoidal Disturbance // IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline), 2014, vol. 47, no. 3, pp. 12104-12109. DOI: [10.3182/20140824-6-ZA-1003.00602](https://doi.org/10.3182/20140824-6-ZA-1003.00602)
5. Lendek Zs., Guerra T., Lauber J. Controller design for TS models using delayed nonquadratic Lyapunov functions // IEEE Transactions on Cybernetics, 2015, vol. 45 (3), pp. 453–464. DOI: [10.1109/TCYB.2014.2327657](https://doi.org/10.1109/TCYB.2014.2327657)
6. Vladimir Sinyakov, Antoine Girard. Controller Synthesis for Nonlinear Systems with Reachability Specifications Using Monotonicity // IEEE Conference on Decision and Control, 2019, Nice, France. DOI: [10.1109/CDC40024.2019.9029740](https://doi.org/10.1109/CDC40024.2019.9029740)
7. Shashihin V.N. Synthesis of Control for Nonlinear Systems // Synthesis of Control for Nonlinear Systems, 2019, vol. 53, pp. 97–106. DOI: [10.3103/s0146411619020068](https://doi.org/10.3103/s0146411619020068)
8. Yang Z., Zhang L., Zeng X., Tang X., Peng C., Zeng Z. Hybrid Controller Synthesis for Nonlinear Systems Subject to Reach-Avoid Constraints. In: Enea, C., Lal, A. (eds) Computer Aided Verification. CAV 2023. Lecture Notes in Computer Science, vol. 13964. Springer, Cham. DOI: [10.1007/978-3-031-37706-8_16](https://doi.org/10.1007/978-3-031-37706-8_16)
9. Pyrkin A.A., Kolyubin S.A., Bobtsov A.A. Simple output controller for nonlinear systems with multisinusoidal disturbance // 21st Mediterranean Conference on Control and Automation, MED 2013, Conference Proceedings, 2013, pp. 1087-1091. DOI: [10.1109/MED.2013.6608856](https://doi.org/10.1109/MED.2013.6608856)

10. Wang L., Ortega R., Bobtsov A. Observability is sufficient for the design of globally exponentially stable state observers for state-affine nonlinear systems // Automatica, 2023, vol. 149, pp. 11083.
11. Shakir Saat, Sing Kiong Nguang, Alireza Nasiri. Analysis and Synthesis of Polynomial Discrete-Time Systems, Butterworth-Heinemann, 2017. DOI: [10.1016/B978-0-08-101901-6.00001-3](https://doi.org/10.1016/B978-0-08-101901-6.00001-3)
12. Мельников Д.В., Широкова З.Г. Синтез радиоэлектронных систем управления в классе нелинейных систем // Наука, техника и образование. 2016. № 3 (7). С. 36-44.
13. Hassan K. Khalil. Nonlinear Systems, USA, 2013, 560 p.
14. Дыбок В.В., Ходунков В.П., Баскаков В.А. Перспективные технические решения в синтезе следящих систем автоматического управления // Технико-технологические проблемы сервиса. 2014. № 1 (27). С. 53-56.
15. Ибрагимов Д.Н. Аппроксимация множества допустимых управлений в задаче быстрогодействия линейной дискретной системы // Труды МАИ. 2015. № 87. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=69797>
16. Урюпин И.В. Синтез оптимальных кусочно — гладких аппроксимаций траекторий движения летательных аппаратов // Труды МАИ. 2018. № 100. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=93440>
17. Хрусталёв М.М., Румянцев Д.С., Царьков Д.С. Метод Галёркина в задачах оптимизации квазилинейных динамических стохастических систем с

информационными ограничениями // Труды МАИ. 2013. № 66. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=40831>

18. Подаруев В.Ю. Опыт создания программного кода на основе метода Галеркина с разрывными базисными функциями высокого порядка точности // Труды МАИ. 2017. № 95. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=84610>

19. Акопов В.С., Полякова Т.Г., Тимофеев С.С. Исследование и синтез потенциометрической маломощной следящей системы. - СПб: Изд-во ГУАП, 2021. - 59 с.

20. Акопов В.С., Полякова Т.Г., Тимофеев С.С. Потенциометрическая маломощная следящая система // XIV международная конференция по электромеханике и робототехнике «Завалишинские чтения-2019» (Санкт-Петербург, 17-20 апреля 2019): сборник трудов. - СПб.: ГУАП, 2019. С. 11-15.

21. Никитин А.В., Шишлаков В.Ф. Параметрический синтез нелинейных систем автоматического управления: монография. – СПб: СПбГУАП., 2003. – 358 с.

References

1. Wang J., Aranovskiy S.V., Bobtsov A.A., Pyrkin A.A., Kolyubin S.A. A Method to Provide Conditions for Sustained Excitation, *Automation and Remote Control*, 2018, vol. 79, no. 2, pp. 258-264. DOI: [10.1134/S0005117918020054](https://doi.org/10.1134/S0005117918020054)

2. Pyrkin A., Bobtsov A., Kolyubin S., Faronov M. Output Controller for Uncertain Nonlinear Systems with Structural, Parametric, and Signal Disturbances, *IEEE Multi-Conference on Systems and Control*, 2012. DOI: [10.1109/CCA.2012.6402352](https://doi.org/10.1109/CCA.2012.6402352)

3. Bernal Miguel, Sala Antonio, Lendek Zsofia, Guerra Thierry-Marie. *Analysis and Synthesis of Nonlinear Control Systems: A Convex Optimisation Approach*. 2022. DOI: [10.1007/978-3-030-90773-0](https://doi.org/10.1007/978-3-030-90773-0)
4. Pyrkin A., Bobtsov A., Kolyubin S., Vedyakov A., Borisov O., Gromov V. Stabilization of Nonlinear System with Input Delay and Biased Sinusoidal Disturbance, *IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline)*, 2014, vol. 47, no. 3, pp. 12104-12109. DOI: [10.3182/20140824-6-ZA-1003.00602](https://doi.org/10.3182/20140824-6-ZA-1003.00602)
5. Lendek Zs., Guerra T., Lauber J. Controller design for TS models using delayed nonquadratic Lyapunov functions, *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2015, vol. 45 (3), pp. 453–464. DOI: [10.1109/TCYB.2014.2327657](https://doi.org/10.1109/TCYB.2014.2327657)
6. Vladimir Sinyakov, Antoine Girard. Controller Synthesis for Nonlinear Systems with Reachability Specifications Using Monotonicity, *IEEE Conference on Decision and Control*, 2019, Nice, France. DOI: [10.1109/CDC40024.2019.9029740](https://doi.org/10.1109/CDC40024.2019.9029740)
7. Shashihin V.N. Synthesis of Control for Nonlinear Systems, *Synthesis of Control for Nonlinear Systems*, 2019, vol. 53, pp. 97–106. DOI: [10.3103/s0146411619020068](https://doi.org/10.3103/s0146411619020068)
8. Yang Z., Zhang L., Zeng X., Tang X., Peng C., Zeng Z. *Hybrid Controller Synthesis for Nonlinear Systems Subject to Reach-Avoid Constraints*. In: Enea, C., Lal, A. (eds) *Computer Aided Verification. CAV 2023. Lecture Notes in Computer Science*, vol. 13964. Springer, Cham. DOI: [10.1007/978-3-031-37706-8_16](https://doi.org/10.1007/978-3-031-37706-8_16)
9. Pyrkin A.A., Kolyubin S.A., Bobtsov A.A. Simple output controller for nonlinear systems with multisinusoidal disturbance, *21st Mediterranean Conference on Control and*

- Automation, MED 2013*, Conference Proceedings, 2013, pp. 1087-1091. DOI: [10.1109/MED.2013.6608856](https://doi.org/10.1109/MED.2013.6608856)
10. Wang L., Ortega R., Bobtsov A. Observability is sufficient for the design of globally exponentially stable state observers for state-affine nonlinear systems, *Automatica*, 2023, vol. 149, pp. 11083.
11. Shakir Saat, Sing Kiong Nguang, Alireza Nasiri. *Analysis and Synthesis of Polynomial Discrete-Time Systems*, Butterworth-Heinemann, 2017. DOI: [10.1016/B978-0-08-101901-6.00001-3](https://doi.org/10.1016/B978-0-08-101901-6.00001-3)
12. Mel'nikov D.V., Shirokova Z.G. *Nauka, tekhnika i obrazovanie*, 2016, № 3 (7), pp. 36-44.
13. Hassan K. Khalil. *Nonlinear Systems*, USA, 2013, 560 p.
14. Dybok V.V., Khodunkov V.P., Baskakov V.A. *Tekhniko-tehnologicheskie problemy servisa*, 2014, no. 1 (27), pp. 53-56.
15. Ibragimov D.N. *Trudy MAI*, 2015, no. 87. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=69797>
16. Uryupin I.V. *Trudy MAI*, 2018, no. 100. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=93440>
17. Khrustalev M.M., Rumyantsev D.S., Tsar'kov D.S. *Trudy MAI*, 2013, no. 66. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=40831>
18. Podaruev V.Yu. *Trudy MAI*, 2017, no. 95. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=84610>

19. Akopov V.S., Polyakova T.G., Timofeev S.S. *Issledovanie i sintez potentsiometricheskoi malomoshchnoi sledyashchei sistemy* (Research and synthesis of a potentiometric low-power tracking system), Saint Petersburg, Izd-vo GUAP, 2021, 59 p.
20. Akopov V.S., Polyakova T.G., Timofeev S.S. *XIV mezhdunarodnaya konferentsiya po elektromekhanike i robototekhnike «Zavalishinskie chteniya-2019»*: sbornik trudov. Saint Petersburg, GUAP, 2019, pp. 11-15.
21. Nikitin A.V., Shishlakov V.F. *Parametricheskii sintez nelineinykh sistem avtomaticheskogo upravleniya: monografiya* (Parametric synthesis of nonlinear automatic control systems), Saint Petersburg, GUAP, 2003, 358 p.

Статья поступила в редакцию 30.11.2023

Одобрена после рецензирования 07.12.2023

Принята к публикации 27.02.2024

The article was submitted on 30.11.2023; approved after reviewing on 07.12.2023; accepted for publication on 27.02.2024