УДК 539.3

Температурное поле подкрепленной тонкостенной конструкции при одностороннем нагреве.

Горюнов А. В.*, Молодожникова Р.Н., Прокофьев А.И.

Московский Авиационный Институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия

**e-mail:msgor@mail.ru*

Аннотация

Исследуется температурное поле произвольной тонкостенной оболочки, имеющей наборы подкрепляющих элементов. Между конструкцией и окружающей средой происходит конвективный теплообмен. Нагрев оболочки вызван воздействием плоскопараллельного лучистого теплового потока. Для решения задачи теплопроводности использовано преобразование Лапласа по времени. Построены различные асимптотические решения, пригодные для конструкций летательных аппаратов.

Ключевые слова: оболочка, температурное поле, подкрепляющие элементы, конвективный теплообмен, лучистый тепловой поток, преобразование Лапласа, асимптотические решения

Введение.

В авиационной технике широкое распространение получили элементы конструкций типа подкрепленных тонкостенных оболочек. Поэтому при проектировании ЛА [1,2] большой практический интерес представляет разработка инженерных аналитических методов расчета таких конструкций при различных термических и силовых воздействиях.

Постановка задачи.

Данная работа посвящена первому этапу решения линейной несвязанной квазистатической задачи термоупругости для подкрепленной тонкостенной оболочки-изучению её температурного поля при воздействии плоскопараллельного лучистого теплового потока от бесконечно удаленного источника излучения. Считается, что оболочка произвольной формы имеют наборы подкрепляющих элементов прямоугольного сечения. Начальная температура конструкции и окружающей среды равна нулю. Между оболочкой и подкрепляющими элементами существует идеальный тепловой контакт. Температурное поле конструкции формируется под действием падающего на нее лучистого теплового потока и в результате конвективного теплообмена с окружающей средой, происходящего по закону Ньютона. Во времени тепловой поток изменяется произвольно. Принято допущение о равномерном прогреве оболочки по толщине. Геометрические характеристики сечений шпангоутов и стрингеров малы по сравнению с расстояниями между ними и радиусом кривизны срединной поверхности оболочки.

При таких допущениях нормальная составляющая лучистого теплового потока будет плавно изменяться по поверхности оболочки. Поэтому градиенты температурного поля оболочки будут достигать экстремальных значений в окрестности подкрепляющих элементов в направлении, перпендикулярном их оси.

Асимптотические зависимости для функции распределения температуры можно найти из решения задачи теплопроводности

$$\frac{1}{a}\frac{\partial t_1}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 t_1}{\partial x^2} - Bi_1^* t_1$$

$$\frac{\partial t}{\partial \mathrm{Fo}} = \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} - Bi^* t + \frac{q(Fo)}{h} \cos\varphi, \tag{1}$$

$$t_1|_{Fo=0} = t|_{Fo=0} = 0,$$

$$\frac{\partial t_1}{\partial x}|_{x=-1} = 0, \qquad \frac{\partial t}{\partial x}|_{x\to\infty} = 0,$$

$$t_1|_{x=0} = t|_{x=0}, \qquad H\lambda \frac{\partial t_1}{\partial x}|_{x=0} = \frac{\partial t}{\partial x}|_{x=o},$$

$$t_1 = \frac{\lambda_1^0 t_1^0}{l q_m^0}, \quad t = \frac{\lambda^0 t^0}{l q_m^0}, \quad Fo = \frac{a^0 \tau}{l^2}, \quad x = \frac{x^0}{l},$$

$$H = \frac{h_1^0}{h^0}, \qquad q(Fo) = \frac{q^0(Fo)}{q_m^0}, \qquad h = \frac{h^0}{l}, \qquad \lambda = \frac{\lambda_1^0}{\lambda^0},$$

$$a = \frac{a_1^0}{a^0}, \quad Bi_1^* = \frac{\alpha_1^0 l}{\lambda_1^0 h_1^0}, \qquad Bi^* = \frac{\alpha^0 l^2}{\lambda^0 h^0},$$

где t_1^0- функция распределения температуры по высоте ребра $2h_1^0$ и l – толщина, и высота сечения ребра, a_1^0 и λ_1^0 – коэффициенты температуро- и теплопроводности материала ребра, α_1^0 - коэффициент теплоотдачи от подкрепляющего элемента в окружающую среду, t^0- функция распределения температуры по оболочке, h^0 - толщина оболочки, a^0 и λ^0 - коэффициенты температуро- и теплопроводности материала оболочки, α^0 - коэффициент теплоотдачи от оболочки в окружающую среду, $q^0(Fo)$ – зависимость теплового потока от времени , q_m^0- ее максимальное значение, $\cos\varphi$ – косинус угла падения лучистого теплового потока на поверхность оболочки, x^0 - криволинейная пространственная координата, проходящая от нижнего основания сечения ребра к верхнему по оси симметрии и далее перпендикулярно подкрепляющему элементу по срединной поверхности оболочки.

Методология решения.

С помощью преобразования Лапласа по времени [3] построены различные решения данной задачи. Если оболочка и подкрепляющие элементы изготовлены из одного материала, то решение задачи в изображениях без учета конвективного теплообмена может быть записано в виде

$$T_1 = \frac{q(s)}{hs} cos\,\varphi \frac{e^{2+x\sqrt{s}} + e^{-x\sqrt{s}}}{e^{2\sqrt{s}} + 1 + H(e^{2\sqrt{s}} - 1)},$$

$$T = \frac{q(s)}{hs} \cos\varphi - \frac{Hq(s)}{hs} \frac{e^{(2-x)\sqrt{s}} - e^{-x\sqrt{s}}}{e^{2\sqrt{s}} + 1 + H\left(e^{2\sqrt{s}} - 1\right)} \cos\varphi,$$

где T_1, T и $q(s)$ - изображения функции t_1, t и $q(Fo)$ соответственно, S – параметр преобразования Лапласа.

Ему соответствует решение в функциях-оригиналах:

$$t_1 = \frac{cos\,\varphi}{h} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(H-1)^n}{(H+1)^{n+1}} \int_0^{F0} q(Fo-\tau)(erfc\frac{2n+|x|}{2\sqrt{\tau}} + erfc\frac{2+2n-|x|}{2\sqrt{\tau}}])d\tau,$$

$$T = \frac{\cos\varphi}{h} \int_0^{Fo} q(\tau)d\tau - \frac{H\cos\varphi}{h} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(H-1)^n}{(H+1)^{n+1}}$$

$$\cdot \int_0^{F_0} q(Fo-\tau)\left(\text{erfc}\frac{x+2n}{2\sqrt{\tau}} - \text{erfc}\frac{2+2n+x}{2\sqrt{\tau}}\right) d\tau.$$

В случае нагрева конструкции прямоугольным тепловым импульсом

$$q(Fo) = 1 - \eta(Fo - Fo_1), \qquad \eta(\xi) = \begin{cases} 1, \xi \geq 0, \\ 0, \xi < 0, \end{cases}$$

$$Fo_1 = Fo|_{\tau=\tau_u},$$

где τ_u- длительность импульса, асимптотическое решение задачи упрощается:

$$t_1 = \frac{4\sqrt{a}Fo}{h}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(H\lambda - \sqrt{a}\right)^n}{\left(H\lambda + \sqrt{a}\right)^{n+1}}\left(i^2 erfc\frac{2n+|x|}{2\sqrt{aFo}} + i^2 erfc\frac{2+2n-|x|}{2\sqrt{aFo}}\right)$$

$$-\frac{4\sqrt{a}(Fo - Fo_1)}{h}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(H\lambda - \sqrt{a}\right)^n}{\left(H\lambda + \sqrt{a}\right)^{n+1}}$$

$$\cdot\left(i^2 erfc\frac{2n+|x|}{2\sqrt{a(Fo - Fo_1)}} + i^2 erfc\frac{2+2n-|x|}{2\sqrt{a(Fo - Fo_1)}}\right)\eta(Fo - Fo_1),$$

$$t = \frac{1}{h}\left(Fo - (Fo - Fo_1)\eta(Fo - Fo_1)\right) + \frac{4H\lambda Fo}{h}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(H\lambda - \sqrt{a}\right)^n}{\left(H\lambda + \sqrt{a}\right)^{n+1}}$$

$$\cdot\left(i^2 erfc\frac{x\sqrt{a}+2n}{2\sqrt{aFo}} - i^2 erfc\frac{2+2n+x\sqrt{a}}{2\sqrt{aFo}}\right)$$

$$+\frac{4H\lambda}{h}(Fo - Fo_1)\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(H\lambda - \sqrt{a}\right)^n}{\left(H\lambda + \sqrt{a}\right)^{n+1}}\left(i^2 erfc\frac{x\sqrt{a}+2n}{2\sqrt{a(Fo - Fo_1)}}\right.$$

$$\left.- i^2 erfc\frac{x\sqrt{a}+2+2n}{2\sqrt{a(Fo - Fo_1)}}\right)\eta(Fo - Fo_1).$$

Расчетные зависимости при $H = a = \lambda = 1$, $\overset{\circ}{\alpha}_1 = \overset{\circ}{\alpha}$ получены в виде

$$t = \frac{\cos\varphi}{2h}\int_0^{Fo} q(Fo - \tau)e^{-Bi^*\tau}\left(erfc\frac{|x|}{2\sqrt{\tau}} + erfc\frac{2-|x|}{2\sqrt{\tau}}\right)d\tau,$$

$$t = \frac{\cos\varphi}{2h}\left(2e^{-Bi^*Fo}\int_0^{Fo} q(\tau)e^{Bi^*\tau}d\tau + \int_0^{Fo} q(Fo - \tau)e^{Bi^*\tau}\left(erfc\frac{2+x}{2\sqrt{\tau}} - erfc\frac{x}{2\sqrt{\tau}}\right)d\tau\right).$$

При малых временах явление конвективного теплообмена не успевает существенно повлиять на температурное поле конструкции и решение задачи (1) может быть записано следующим образом:

$$t_1 = \frac{\sqrt{a}}{h}\cos\varphi\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(H\lambda - \sqrt{a}\right)^n}{\left(H\lambda + \sqrt{a}\right)^{n+1}}\int_0^{Fo} q(Fo - \tau)\times\left(erfc\frac{2n+|x|}{2\sqrt{a\tau}} + erfc\frac{2+2n-|x|}{2\sqrt{a\tau}}\right)d\tau,$$

$$t = \frac{\cos\varphi}{h}\int_0^{Fo} q(\tau)d\tau - \frac{H\lambda\cos\varphi}{h}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(H\lambda - \sqrt{a}\right)^n}{\left(H\lambda + \sqrt{a}\right)^{n+1}}$$

$$\cdot\int_0^{Fo} q(Fo-\tau)\left(efrc\frac{x\sqrt{a}+2n}{2\sqrt{a\tau}} - erfc\frac{x\sqrt{a}+2+2n}{2\sqrt{a\tau}}\right)d\tau.$$

Выводы.

Проведенный анализ и сравнение с результатами экспериментов [4] показали, что ширина зоны влияния ребра на температурное поле оболочки имеет порядок высоты этого элемента и уменьшается с уменьшением длительности теплового импульса и увеличением интенсивности конвективного теплообмена.

В авиационных конструкциях радиус кривизны срединной поверхности значительно превышает геометрические характеристики сечений шпангоутов и стрингеров. Поэтому косинус угла падения лучистого теплового потока будет изменяться достаточно плавно и процесс конвективного теплообмена будет оказывать определяющее влияние на функцию распределения температуры по сравнению с процессом теплопроводности в срединной поверхности. А это позволяет использовать полученные асимптотические решения для оболочек произвольной формы. Необходимо только в выбранной системе координат задать зависимость косинуса угла падения теплового потока.

Вне зоны влияния подкрепляющих элементов во время действия теплового импульса можно использовать формулу [5]

$$t = \frac{\cos\varphi}{h}\int_0^{Fo} q(\tau)d\tau,$$

а после ее окончания

$$t = \frac{\cos\varphi}{h}\int_0^{Fo} q(\tau)d\tau \times e^{-Bi^*(Fo-Fo_1)},$$

где Fo_1 – длительность импульса.

Заключение.

Процессом теплопроводности в срединной поверхности оболочки можно пренебречь, если выполняются условия

$$Fo < 0{,}1 \text{ и } Bi^* > 10.$$

Геометрические характеристики оболочек, применяемых в конструкциях летательных аппаратов таковы, что полученные зависимости обеспечивают необходимую для практических расчетов точность.

Библиографический список.

1.Афанасьев. П.П., Голубев И.С., Лавочкин С.Б., Новиков В.Н., Парафесь С.Г., Пестов М.Д., Туркин И.К. Под редакцией Голубева И.С. и Туркина И.К. Беспилотные летательные аппараты. Основы устройства и функционирования – М.: МАИ, 2010, 654с.

2.Новиков В.Н., Авхимович Б.М., Вейтин В.Е Основы устройства и конструирования летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1991, 386с.

3.Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967, 600с.

4.Горюнов А.В., Клименко Б.М., Румянцев Б.П., Самарин А.В Теоретико-экспериментальное исследование температурных полей в тонкостенных конструкциях при неравномерном нагреве. В сб.: Температурные задачи и устойчивость пластин и оболочек. Саратов: Издательство Саратовского Университета, 1988, с. 12-14.

5.Горшков А.Г., Горюнов А.В. Импульсный нагрев подкрепленной цилиндрической оболочки. В Сб.: Исследования по теории пластин и оболочек. Вып. 24. Изд-во Казанского университета, 1992, с. 62-67.

6.Горшков А.Г., Горюнов А.В., Либерзон Р.Е. *Односторонний нагрев цилиндрической оболочки.* – Мат. методы и физ.-мех. поля, 1982, вып. 16, с. 52-55.