

## **Определение условий замера и состава комплексов вращательных и нестационарных производных летательного аппарата при измерении их в аэродинамической трубе с имитацией полетного бокового движения.**

М. А. Захаров.

*Представлены методы измерения вращательных ( $m_{\bar{x}}^{\bar{\omega}_x}$ ,  $m_{\bar{x}}^{\bar{\omega}_y}$ ,  $m_{\bar{y}}^{\bar{\omega}_y}$ ,  $m_{\bar{y}}^{\bar{\omega}_x}$ ) и нестационарных ( $m_{\bar{x}}^{\bar{\beta}}$ ,  $m_{\bar{y}}^{\bar{\beta}}$ ) производных бокового движения и их комплексов на динамических установках, установленных в аэротрубах, с линейными и угловыми (вокруг  $OX$  и  $OY$ ) колебаниями модели. Определены выражения полей относительных скоростей и коэффициентов аэродинамических моментов – для летательного аппарата (ЛА) в колебательном полете и для модели ЛА при имитации этого полета на установке. Найдены допустимые амплитуды колебаний модели и вектора скорости воздуха, допустимые значения постоянных углов атаки  $\alpha_0$  и скольжения  $\beta_0$ , а также новые возможные углы  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$ . Предложены измерения комплексов с новыми пропорциями производных (а также только с вращательными производными  $m_{\bar{x}}^{\bar{\omega}_y}$  и  $m_{\bar{y}}^{\bar{\omega}_x}$ ) в составе комплексов.*

Известно [1-3], что для нахождения вращательных ( $m_{\bar{x}}^{\bar{\omega}_x}$ ,  $m_{\bar{x}}^{\bar{\omega}_y}$ ,  $m_{\bar{y}}^{\bar{\omega}_y}$ ,  $m_{\bar{y}}^{\bar{\omega}_x}$ ) и нестационарных ( $m_{\bar{x}}^{\bar{\beta}}$ ,  $m_{\bar{y}}^{\bar{\beta}}$ ) безразмерных производных коэффициентов аэродинамического момента бокового движения летательного аппарата (ЛА) на динамических стендах, с возможностью задания колебаний модели либо по оси  $OX$ , либо по оси  $OY$ , сначала при постоянном потоке воздуха измеряют комплексы производных:  $\left[ m_{\bar{x}}^{\bar{\omega}_x} + \sin(\alpha_0) \cdot m_{\bar{x}}^{\bar{\beta}} \right]$ ,  $\left[ m_{\bar{y}}^{\bar{\omega}_x} + \sin(\alpha_0) \cdot m_{\bar{y}}^{\bar{\beta}} \right]$  (при колебаниях физической модели ЛА по крену) и  $\left[ m_{\bar{x}}^{\bar{\omega}_y} + \cos(\alpha_0) \cdot m_{\bar{x}}^{\bar{\beta}} \right]$ ,  $\left[ m_{\bar{y}}^{\bar{\omega}_y} + \cos(\alpha_0) \cdot m_{\bar{y}}^{\bar{\beta}} \right]$  (при колебаниях модели по рысканию). Причем измерения проводятся так, что  $\beta_0 = 0$  [3], где  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$  – постоянные составляющие углов атаки и скольжения. Однако при этом не установлены допустимые амплитуды колебаний модели, допустимые углы  $\alpha_0$  и другие возможные углы  $\beta_0$ . Для измерения нестационарных производных ( $m_{\bar{x}}^{\bar{\beta}}$ ,  $m_{\bar{y}}^{\bar{\beta}}$ ) требуются эксперименты на установках другого типа: с периодическим поворотом потока, набегающего на неподвижную модель, или с периодическим линейным перемещением модели при постоянном потоке [1, 2]. При этом не определены допустимые амплитуды угловых колебаний вектора скорости воздуха и линейных колебаний модели.

Для определения вращательных производных необходимо воспользоваться полученной информацией и разделить комплексы. Однако при этом из-за возможной ошибки измерения всего

комплекса или нестационарных производных автоматически возникает ошибка измерения вращательных производных.

В работе [4] был проведен анализ измерений производных бокового движения ЛА. Использовалось сравнение полей скоростей ЛА в колебательном полете и модели ЛА на динамической установке при имитации полета. При этом, в связи с неучетом малого движения по крену, поле скоростей модели при колебаниях по рысканию было определено с ошибкой, и выводы, касающиеся колебаний модели по рысканию – недействительны.

Поскольку в [1-3] недостаточно информации о значениях допустимых амплитуд колебаний и возможных углах  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$  при измерении комплексов, вероятно ошибка измерения вращательных производных при разделении комплексов, а [4] содержит ошибочные выводы, то естественно возникает задача нахождения допустимых амплитуд колебаний, допустимых углов  $\alpha_0$  и новых возможных углов  $\beta_0$ , исключения ошибок разделения комплексов и получения возможности измерения комплексов с новыми пропорциями производных в составе комплексов (и в первую очередь с содержанием в их составе только вращательных производных), а также пересмотра выводов [4]. Решению этой задачи и посвящена данная работа.

Условимся параметры ЛА обозначать индексом “л”, параметры физической модели - индексом “м”. Постоянные параметры обозначаем индексом “0”, переменные – “1”. Считаем малыми углами, упрощающими тригонометрические преобразования, углы менее  $6.02^\circ = 0.105[\text{рад}]$ . Переходим к рассмотрению режима полета ЛА.

Пусть ЛА (например, маневренный самолет) совершает полет (см. рис.1) при отсутствии ветра и с угловыми колебаниями вокруг осей  $OX$  и  $OY$  со скоростями  $\omega_{хл}(t)$ ,  $\omega_{ул}(t)$ . Угловая скорость относительно оси  $OZ$  отсутствует  $\omega_{зл}(t) = 0$ . При этом углы крена  $\gamma_l(t)$  и рыскания  $\psi_l(t)$  являются малыми; постоянная составляющая угла тангажа  $\vartheta_{0л} = 0$ . Соответственно при использовании соотношений между угловыми скоростями и углами Эйлера [1]:

$$\omega_{хл}(t) \cong \dot{\gamma}_{1л}(t) ; \omega_{ул}(t) \cong \dot{\psi}_{1л}(t) . \quad (1)$$

В случаях (которые будут рассмотрены в конце статьи) раздельного действия  $\omega_{хл}(t)$  или  $\omega_{ул}(t)$  эти приближенные равенства становятся точными, а угол тангажа  $\vartheta_{л} = 0$ .

Пусть модуль скорости центра масс ЛА относительно Земли, а также частиц невозмущенного воздуха (скоростью воздуха пренебрегаем) -  $V_{ц.м.з}$ ;  $\alpha_l$  – угол атаки ЛА, будем рассматривать полет с постоянным углом атаки ( $\alpha_{0л}$ );  $\beta_l$  – угол скольжения ЛА, может принимать значения, независимые от  $\omega_{хл}$ ,  $\omega_{ул}$ ,  $\alpha_{0л}$  (за счет возмущающих сил и моментов аэродинамического или другого происхождения; в дальнейшем считаем, что заданные законы  $\beta_l(t)$  обеспечены так-

же аэродинамикой – периодическим изменением углового положения органа управления “ $\delta$ ”, например, отклонением руля направления, см. уравнения бокового возмущенного движения [5]). Соответственно  $\beta_{л} = \beta_{0л} + \beta_{1л}$ ;  $\delta_{л} = \delta_{0л} + \delta_{1л}$ , где:  $\beta_{0л}$  – постоянная и  $\beta_{1л}$  – переменная составляющие угла скольжения,  $\delta_{0л}$  – постоянная и  $\delta_{1л}$  – переменная составляющие углового положения органа управления. Пусть

$$\gamma_{л} = \gamma_{мл} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\gamma_{л}}); \psi_{л} = \psi_{мл} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{л}}); \beta_{л} = \beta_{0л} + \beta_{мл} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\beta}), \quad (2)$$

где:  $\omega$  – угловая частота колебаний;  $\gamma_{мл}$ ,  $\psi_{мл}$ ,  $\beta_{мл}$  – соответственно амплитуды,  $\zeta_{\gamma_{л}}$ ,  $\zeta_{\psi_{л}}$ ,  $\zeta_{\beta}$  – начальные фазы колебаний углов  $\gamma_{л}$ ,  $\psi_{л}$ ,  $\beta_{л}$ . Тогда из (1), (2) имеем:

$$\omega_{xл} \cong \omega \cdot \gamma_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\gamma_{л}}) \quad ; \quad \omega_{yл} \cong \omega \cdot \psi_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{л}}); \dot{\beta}_{л} = \omega \cdot \beta_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\beta}). \quad (3)$$

Для точки А поверхности ЛА с координатами  $x, y, z$  (связанной системы координат  $OXYZ$ ) проекции вектора  $V_{лв}$  скорости точки А ЛА (относительно частиц невозмущенного воздуха) на оси системы  $OXYZ$  (уравнения поля скоростей ЛА) будут иметь вид [4]:

$$\begin{aligned} V_{лвX} &= V_{ц.м.3} \cdot \cos(\alpha_{0л}) \cdot \cos[\beta_{0л} + \beta_{мл} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\beta})] + \omega \cdot \psi_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{л}}) \cdot z \quad ; \\ V_{лвY} &= -V_{ц.м.3} \cdot \sin(\alpha_{0л}) \cdot \cos[\beta_{0л} + \beta_{мл} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\beta})] - \omega \cdot \gamma_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\gamma_{л}}) \cdot z \quad ; \\ V_{лвZ} &= V_{ц.м.3} \cdot \sin[\beta_{0л} + \beta_{мл} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\beta})] + \omega \cdot \gamma_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\gamma_{л}}) \cdot y - \\ &- \omega \cdot \psi_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{л}}) \cdot x \quad . \end{aligned} \quad (4)$$

В соответствии с [4, 5] при  $\bar{\alpha}_{л} = \bar{\omega}_{zл} = 0$  для колебательного полета с малыми вариациями параметров движения запишем выражения коэффициентов аэродинамических моментов бокового движения с безразмерными производными.

$$\begin{aligned} m_x &= m_{x_{ст}}(\alpha_{0л}, \beta_{0л}, \delta_{0л}) + m_x^{\delta} \cdot \delta_{1л} + m_x^{\beta} \cdot \beta_{мл} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\beta}) + m_x^{\bar{\omega}_x} \cdot \frac{l}{2V_{ц.м.3}} \cdot \omega \cdot \gamma_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\gamma_{л}}) + \\ &+ m_x^{\bar{\beta}} \cdot \frac{l}{2V_{ц.м.3}} \cdot \omega \cdot \beta_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\beta}) + m_x^{\bar{\omega}_y} \cdot \frac{l}{2V_{ц.м.3}} \cdot \omega \cdot \psi_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{л}}) \quad ; \\ m_y &= m_{y_{ст}}(\alpha_{0л}, \beta_{0л}, \delta_{0л}) + m_y^{\delta} \cdot \delta_{1л} + m_y^{\beta} \cdot \beta_{мл} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\beta}) + m_y^{\bar{\omega}_x} \cdot \frac{l}{2V_{ц.м.3}} \cdot \omega \cdot \gamma_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\gamma_{л}}) + \\ &+ m_y^{\bar{\beta}} \cdot \frac{l}{2V_{ц.м.3}} \cdot \omega \cdot \beta_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\beta}) + m_y^{\bar{\omega}_y} \cdot \frac{l}{2V_{ц.м.3}} \cdot \omega \cdot \psi_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{л}}) \quad . \end{aligned} \quad (5)$$

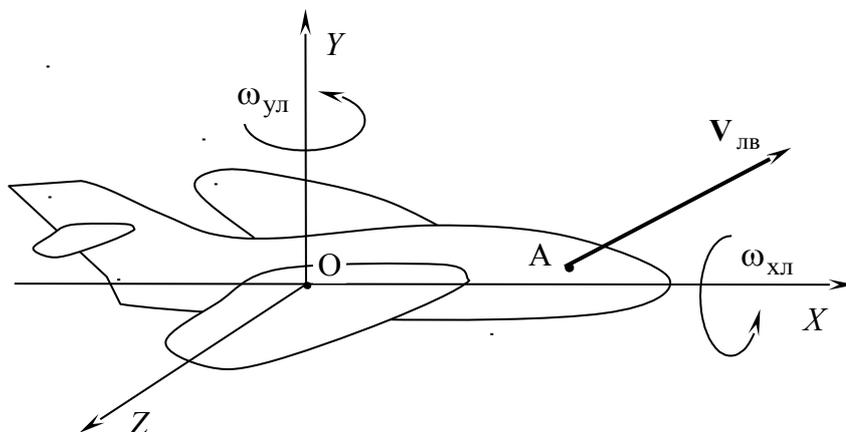


Рис. 1 Эскиз ЛА.

Для имитации частных случаев такого колебательного полета и измерения соответствующих комбинаций вращательных и нестационарных производных бокового движения применяют динамические установки [1, 2], устанавливаемые в аэродинамических трубах. Дополним установку устройством поворота потока [3, 6] и рассмотрим функционирование получившейся установки (см. рис. 2). Физическая модель 1 ЛА (в дальнейшем по тексту “модель”) установлена в аэродинамической трубе и закреплена на опоре 2 (при задании угловой скорости  $\omega_{xM}$  колебаний по оси  $O_0X$ ) или на опоре 3 (при задании угловой скорости  $\omega_{yM}$  колебаний по оси  $O_0Y$ ). При этом оси  $O_0X$ ,  $O_0Y$ ,  $O_0Z$  связаны с моделью. Модель повернута в азимуте относительно оси  $O_0X_g$  (нормальной земной системы координат  $O_0X_gY_gZ_g$ ) на угол рыскания  $\psi_M$ , имеет угол тангажа  $\vartheta_M$  и, при колебаниях вокруг  $O_0X$ , отклоняется на угол крена  $\gamma_M$ . Устройство поворота потока воздуха имеет створки 4 (показаны только две), которые могут поворачиваться вокруг своих осей, параллельных вертикальной оси  $O_0X_g$ . При периодических поворотах створок 4 воздушный поток на выходе створок также периодически изменяет направление. Так что частицы воздуха перед моделью имеют вектор скорости (относительно Земли)  $\mathbf{V}_{в.з.}$  (с модулем  $V_{в.з.}$ ), лежащий в горизонтальной плоскости (в плоскости  $X_gO_0Z_g$ ). При этом угол в горизонтальной плоскости между вектором  $\mathbf{V}_{в.з.}$  и направлением противоположным оси  $O_0X_g$  обозначим  $\alpha_B$ .

Массогабаритные параметры модели и исследуемого ЛА предполагаем одинаковыми, падением амплитуды колебаний скорости воздуха по линии распространения потока в трубе пренебрегаем. Считаем, что  $\omega_{zM} = 0$  и при задании  $\omega_{xM}$ ,  $\omega_{yM}$  модель поворачивается через ее центр масс (точку  $O_0$ ).

Проекция вектора ( $\mathbf{V}_{м.в.}$ ) скорости точки А модели (с координатами  $x, y, z$ ) относительно воздуха на оси, связанные с моделью (поле скоростей модели), считая, что угол  $\gamma_M$  может содержать в дальнейшем только переменную составляющую  $\gamma_{1M}$ , выражаются [4]:

$$\begin{aligned}
V_{M.B.X} &= \omega_{YM} \cdot z + V_{B.3.} \cdot \cos(\alpha_B + \psi_M) \cdot \cos(\vartheta_M) ; \\
V_{M.B.Y} &= -\omega_{XM} \cdot z - V_{B.3.} \cdot [\cos(\alpha_B + \psi_M) \cdot \sin(\vartheta_M) \cdot \cos(\gamma_{1M}) - \sin(\alpha_B + \psi_M) \cdot \sin(\gamma_{1M})] ; \\
V_{M.B.Z} &= \omega_{XM} \cdot y - \omega_{YM} \cdot x + V_{B.3.} \cdot [\sin(\alpha_B + \psi_M) \cdot \cos(\gamma_{1M}) + \cos(\alpha_B + \psi_M) \cdot \sin(\vartheta_M) \cdot \sin(\gamma_{1M})] .
\end{aligned} \tag{6}$$

При этом кинематическая связь параметров движения модели ([1] при

$$\boldsymbol{\omega}_{ZM} = \mathbf{0} ) :$$

$$\dot{\vartheta}_M = \omega_{YM} \cdot \sin(\gamma_{1M}) ; \quad \dot{\psi}_M = \frac{\omega_{YM} \cdot \cos(\gamma_{1M})}{\cos(\vartheta_M)} ; \quad \dot{\gamma}_{1M} = \omega_{XM} - \operatorname{tg}(\vartheta_M) \cdot \omega_{YM} \cdot \cos(\gamma_{1M}) . \tag{7}$$

Угловое положение органа управления модели – постоянное  $\delta_M = \delta_{0M}$ .

Рассмотрим частные случаи задания имитационных колебаний с угловой частотой  $\omega$  [рад · с<sup>-1</sup>] (на примере использования установки рис. 2). Частные случаи будут отличаться друг от друга нулевыми или ненулевыми значениями следующих параметров модели: угловых скоростей  $\omega_{XM}$ ,  $\omega_{YM}$ , постоянных составляющих угла рыскания  $\psi_{0M}$  и угла тангажа  $\vartheta_{0M}$ , угла поворота вектора скорости воздуха  $\alpha_B$  ( $\alpha_B \neq 0$  говорит о наличии колебаний потока воздуха).

$$1) \alpha_B = 0 ; \omega_{YM} = 0 ; \omega_{XM} \neq 0 ; \psi_{0M} = 0 ; \vartheta_{0M} \neq 0 .$$

Из (7) следует:  $\dot{\vartheta}_M = 0$  и  $\vartheta_M = \vartheta_{0M} = \text{const}$ ;  $\dot{\psi}_M = 0$  и  $\psi_{1M} = 0$  (т.е.  $\psi_M = 0$ );  $\dot{\gamma}_{1M} = \omega_{XM}$ .

$$\text{Пусть } \gamma_{1M} = \gamma_{MM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\gamma_M}) , \text{ где: амплиту-}$$

да  $\gamma_{MM} = \Delta_1$  ( $\Delta_1$  - малый угол) и  $\zeta_{\gamma_M}$  - начальная фаза колебаний модели по

углу крена, тогда  $\omega_{XM} = \dot{\gamma}_{1M} = \omega \cdot \gamma_{MM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\gamma_M})$ , и поле скоростей из (6) с упрощающими преобразованиями для малых углов будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
V_{M.B.X} &= V_{B.3.} \cdot \cos(\vartheta_{0M}) ; \\
V_{M.B.Y} &= -\omega \cdot \gamma_{MM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\gamma_M}) \cdot z - V_{B.3.} \cdot \sin(\vartheta_{0M}) ; \\
V_{M.B.Z} &= \omega \cdot \gamma_{MM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\gamma_M}) \cdot y + V_{B.3.} \cdot \sin(\vartheta_{0M}) \cdot \gamma_{MM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\gamma_M}) .
\end{aligned} \tag{8}$$

$$2) \alpha_B = 0 ; \omega_{XM} = 0 ; \omega_{YM} \neq 0 ; \psi_{0M} \neq 0 ; \vartheta_{0M} \neq 0 .$$

Из (7) при  $\gamma_{1\text{мсп}} = 0$  следует:

$$\dot{\vartheta}_{\text{мсп}} = \mathbf{0} \quad (\text{т.е. } \dot{\vartheta}_{\text{мсп}} = 0).$$

Угловая скорость колебаний  $\omega_{\text{ум}}$  обеспечивается изменением угла поворота  $\psi_{\text{ум}}$  вокруг оси  $OY$  (см. рис. 3), имеющего амплитуду  $\psi_{\text{умм}}$  и фазу  $\zeta_{\psi_{\text{м}}}$ , причем:

$$\psi_{\text{ум}} = \psi_{\text{умм}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{м}}}), \quad (9)$$

$$\omega_{\text{ум}} = \omega \cdot \psi_{\text{умм}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{м}}}). \quad (10)$$

Найдем связь  $\psi_{\text{ум}}$  с  $\psi_{1\text{м}}$ . Из рис. 3 следует  $\sin(\psi_{\text{ум}}) = \frac{AB}{OA} = \frac{DC}{OA}$ ;  $\sin(\psi_{1\text{м}}) = \frac{DC}{OD} = \frac{DC}{OA \cdot \cos(\vartheta_{\text{м}})}$ .

Откуда  $\frac{\sin(\psi_{\text{ум}})}{\sin(\psi_{1\text{м}})} = \cos(\vartheta_{\text{м}})$ . Пусть:

$$\psi_{1\text{м}} = \psi_{\text{мм}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{м}}}); \quad \psi_{\text{мм}} = \Delta_2, \quad (11)$$

где:  $\psi_{\text{мм}}$  - амплитуда,  $\Delta_2$  - малый угол. Считаем также, что  $\gamma_{1\text{м}}$  - также малый угол. Тогда синусы можно заменить их аргументами:

$$\frac{\psi_{\text{умм}}}{\psi_{\text{мм}}} = \cos(\vartheta_{\text{м}}) = \cos(\vartheta_{0\text{м}} + \vartheta_{1\text{м}}). \text{ Из (7) имеем также: } \dot{\gamma}_{1\text{м}} = -\text{tg}(\vartheta_{\text{м}}) \cdot \cos(\vartheta_{\text{м}}) \cdot \omega \cdot \psi_{\text{мм}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{м}}}), \text{ и}$$

подтверждается малость  $\gamma_{1\text{м}}$ :

$$\gamma_{1\text{м}} = -\sin(\vartheta_{\text{м}}) \cdot \psi_{\text{мм}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{м}}}) = \gamma_{\text{мм}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{м}}}), \quad (12)$$

где  $\gamma_{\text{мм}}$  - амплитуда. Производная  $\dot{\vartheta}_{\text{м}}$  из (7) с учетом полученных соотношений

$\dot{\vartheta}_{\text{м}} \cong \omega_{\text{ум}} \cdot \gamma_{1\text{м}} = -0.5 \cdot \omega \cdot \psi_{\text{мм}}^2 \cdot \sin(\vartheta_{\text{м}}) \cdot \cos(\vartheta_{\text{м}}) \cdot \sin(2\omega t + 2\zeta_{\psi_{\text{м}}})$  является малой, а  $\vartheta_{1\text{м}}$  - малая величина, второго порядка малости:  $\vartheta_{1\text{м}} = 0.25 \cdot \psi_{\text{мм}}^2 \cdot \sin(\vartheta_{\text{м}}) \cdot \cos(\vartheta_{\text{м}}) \cdot \cos(2\omega t + 2\zeta_{\psi_{\text{м}}})$ . Откуда максималь-

но возможное значение  $\vartheta_{1\text{м}}$ :

$$(\vartheta_{1\text{м}})_{\text{max}} = 0.25 \cdot (\Delta_2)^2 = 0.25 \cdot (0.1)^2 = 0.0025 = 0.14^\circ$$

Соотношение амплитуд  $\frac{\psi_{\text{умм}}}{\psi_{\text{мм}}}$  при  $2\omega t + 2\zeta_{\psi_{\text{м}}} = 180^\circ$ :

$$\frac{\Psi_{yMM}}{\Psi_{MM}} = \cos\left[\vartheta_{0M} - 0.25 \cdot \psi_{MM}^2 \cdot \sin(\vartheta_M) \cdot \cos(\vartheta_M)\right] \cong \cos(\vartheta_{0M}) + 0.25 \cdot \psi_{MM}^2 \cdot \sin(\vartheta_M) \cdot \cos(\vartheta_M) \cdot \sin(\vartheta_{0M}).$$

Пренебрегаем рассмотренной составляющей  $\vartheta_{1M}$ :  $\frac{\Psi_{yMM}}{\Psi_{MM}} = \cos(\vartheta_{0M}) \cdot \left(1 + 0.25 \cdot \psi_{MM}^2 \cdot \sin^2(\vartheta_{0M})\right)$ . Так что

максимальное отличие значения  $\frac{\Psi_{yMM}}{\Psi_{MM}}$  от  $\cos(\vartheta_{0M})$  будет при  $\vartheta_{0M} = \mp 90^\circ$  и составит

$$0.25 \cdot (\Delta_2)^2 \cdot \sin^2(\mp 90^\circ) \cdot 100\% = 0.25 \cdot (0.1)^2 \cdot 1 \cdot 100\% = 0.25\%.$$

Этой ошибкой и составляющей  $\vartheta_{1M}$  можно пренебречь и считать в дальнейшем, что при колебаниях вокруг  $OY$ :

$$\vartheta_M = \vartheta_{0M}, \quad \Psi_{yMM} = \Psi_{MM} \cdot \cos(\vartheta_{0M}), \quad (13)$$

(а также значение амплитуды  $\gamma_{MM}$  из (12))

$$\gamma_{MM} = -\sin(\vartheta_{0M}) \cdot \Psi_{MM}. \quad (14)$$

При задании колебаний амплитуда  $\Psi_{yMM}$  должна быть такой, чтобы амплитуда

$\Psi_{MM} = \frac{\Psi_{yMM}}{\cos(\vartheta_{0M})}$  оставалась малой величиной. Так что измерения при  $\vartheta_{0M} = \mp 90^\circ$  невозможны из-

за значительного увеличения ошибок, связанных с уменьшением амплитуды  $\Psi_{yMM}$  до нуля. Поле скоростей модели из (6) с учетом (10)-(14):

$$(15)$$

Поле скоростей в конкретных случаях с использованием свойств малых углов:

- для  $\psi_{0M} = 0, \vartheta_{0M} \neq 0$

$$\begin{aligned} V_{M.B.X} &= \omega \cdot \cos(\vartheta_{0M}) \cdot \Psi_{MM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \cdot z + V_{B.3.} \cdot \cos(\vartheta_{0M}); \\ V_{M.B.Y} &= -V_{B.3.} \cdot \sin(\vartheta_{0M}); \\ V_{M.B.Z} &= -\omega \cdot \cos(\vartheta_{0M}) \cdot \Psi_{MM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \cdot x + V_{B.3.} \cdot \left[ \Psi_{MM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_M}) - \sin^2(\vartheta_{0M}) \cdot \Psi_{MM} \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \right] = -\omega \cdot \cos(\vartheta_{0M}) \cdot \Psi_{MM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \cdot x + V_{B.3.} \cdot \cos^2(\vartheta_{0M}) \cdot \Psi_{MM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_M}), \end{aligned} \quad (16)$$

- для  $\psi_{0M} \neq 0, \vartheta_{0M} = 0$

$$\begin{aligned} V_{M.B.X} &= \omega \cdot \Psi_{MM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \cdot z + V_{B.3.} \cdot \cos[\psi_{0M} + \Psi_{MM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_M})]; \\ V_{M.B.Y} &= 0; \\ V_{M.B.Z} &= -\omega \cdot \Psi_{MM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \cdot x + V_{B.3.} \cdot \sin[\psi_{0M} + \Psi_{MM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_M})]. \end{aligned} \quad (17)$$

Определим наибольшие возможные амплитуды колебаний. Например при  $\vartheta_{0M} = -45^\circ$ : выбираем наибольшее значение  $\Psi_{MM} = \Delta_2 = 0.1$  и из (13) получаем  $\Psi_{yMM} = 0.0707$ ; из (14)  $\gamma_{MM} = 0.0707$ .

$$3) \omega_{xM} = 0; \omega_{yM} = 0; \alpha_B \neq 0; \psi_{0M} \neq 0; \vartheta_{0M} \neq 0.$$

Из (7) следует:  $\dot{\vartheta}_M = 0$  ( $\vartheta_M = \vartheta_{0M}$ ),  $\dot{\psi}_M = 0$  ( $\psi_{MM} = 0$ ,  $\psi_M = \psi_{0M}$ );  $\dot{\gamma}_{1M} = 0$  ( $\gamma_{1M} = 0$ ). Принимаем  $\alpha_B = \alpha_{BM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_B)$ ,

(18)

где:  $\alpha_{BM}$  - амплитуда и  $\zeta_B$  - начальная фаза угловых колебаний вектора скорости вектора скорости воздуха. Тогда поле скоростей из (6):

$$\begin{aligned} V_{M.B.X} &= V_{B.3} \cdot \cos[\alpha_{BM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_B) + \psi_{0M}] \cdot \cos(\vartheta_{0M}) ; \\ V_{M.B.Y} &= -V_{B.3} \cdot \cos[\alpha_{BM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_B) + \psi_{0M}] \cdot \sin(\vartheta_{0M}) ; \\ V_{M.B.Z} &= V_{B.3} \cdot \sin[\alpha_{BM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_B) + \psi_{0M}] . \end{aligned} \quad (19)$$

$$4) \alpha_B \neq 0; \omega_{xM} = 0; \omega_{yM} \neq 0.$$

Принимаем, что параметры колебаний модели на установке соответствуют (9) – (14), а колебаний воздуха – (18). Причем угол  $\alpha_{BM}$  выбираем малым:

$$\alpha_{BM} = \cos^2(\vartheta_{0M}) \cdot \psi_{MM} = \cos(\vartheta_{0M}) \cdot \psi_{yMM}. \quad (20)$$

При этом обеспечиваем значения углов  $(\alpha_B + \psi_{1M})$ ,  $\gamma_{1M}$  с малыми величинами. Тогда поле скоростей модели из (6):

- для  $\psi_{0M} = 0$ ;  $\vartheta_{0M} \neq 0$  (с преобразованиями аналогичными (16))

$$\begin{aligned} V_{M.B.X} &= \omega \cdot \cos(\vartheta_{0M}) \cdot \psi_{MM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \cdot z + V_{B.3} \cdot \cos(\vartheta_{0M}) ; \\ V_{M.B.Y} &= -V_{B.3} \cdot \sin(\vartheta_{0M}) ; \\ V_{M.B.Z} &= -\omega \cdot \cos(\vartheta_{0M}) \cdot \psi_{MM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \cdot x + V_{B.3} \cdot [\alpha_{BM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_B) + \cos^2(\vartheta_{0M}) \cdot \psi_{MM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_M})] , \end{aligned} \quad (21)$$

- для  $\psi_{0M} \neq 0$ ;  $\vartheta_{0M} = 0$

$$\begin{aligned} V_{M.B.X} &= \omega \cdot \psi_{MM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \cdot z + V_{B.3} \cdot \cos[\alpha_{BM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_B) + \psi_{0M} + \psi_{MM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_M})] ; \\ V_{M.B.Y} &= 0 ; \\ V_{M.B.Z} &= -\omega \cdot \psi_{MM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \cdot x + V_{B.3} \cdot \sin[\alpha_{BM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_B) + \psi_{0M} + \psi_{MM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_M})] . \end{aligned} \quad (22)$$

а) колебания воздуха и модели в противофазе:  $\zeta_B = \zeta_{\psi_M} + \pi$ ; при этом поле скоростей модели:

- для  $\psi_{0M} = 0$ ;  $\vartheta_{0M} \neq 0$  из (21)

$$\begin{aligned} V_{M.B.X} &= \omega \cdot \cos(\vartheta_{0M}) \cdot \psi_{MM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \cdot z + V_{B.3} \cdot \cos(\vartheta_{0M}) ; \\ V_{M.B.Y} &= -V_{B.3} \cdot \sin(\vartheta_{0M}) ; \\ V_{M.B.Z} &= -\omega \cdot \cos(\vartheta_{0M}) \cdot \psi_{MM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \cdot x , \end{aligned} \quad (23)$$

- для  $\psi_{0M} \neq 0$ ;  $\vartheta_{0M} = 0$  из (22)

$$\begin{aligned}
V_{\text{м.в.}X} &= \omega \cdot \psi_{\text{мм}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{м}}}) \cdot z + V_{\text{в.з.}} \cdot \cos(\psi_{0\text{м}}) ; \\
V_{\text{м.в.}Y} &= 0 ; \\
V_{\text{м.в.}Z} &= -\omega \cdot \psi_{\text{мм}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{м}}}) \cdot x + V_{\text{в.з.}} \cdot \sin(\psi_{0\text{м}}) .
\end{aligned}
\tag{24}$$

б) колебания воздуха и модели в фазе:  $\zeta_{\text{в}} = \zeta_{\psi_{\text{м}}}$  ; при этом поле скоростей модели:

- для  $\psi_{0\text{м}} = 0$  ;  $\vartheta_{0\text{м}} \neq 0$  из (23).

$$\begin{aligned}
V_{\text{м.в.}X} &= \omega \cdot \cos(\vartheta_{0\text{м}}) \cdot \psi_{\text{мм}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{м}}}) \cdot z + V_{\text{в.з.}} \cdot \cos(\vartheta_{0\text{м}}) ; \\
V_{\text{м.в.}Y} &= -V_{\text{в.з.}} \cdot \sin(\vartheta_{0\text{м}}) ; \\
V_{\text{м.в.}Z} &= -\omega \cdot \cos(\vartheta_{0\text{м}}) \cdot \psi_{\text{мм}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{м}}}) \cdot x + 2V_{\text{в.з.}} \cdot \cos^2(\vartheta_{0\text{м}}) \cdot \psi_{\text{мм}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{м}}}) ,
\end{aligned}
\tag{25}$$

- для  $\psi_{0\text{м}} \neq 0$  ;  $\vartheta_{0\text{м}} = 0$  из (24)

$$\begin{aligned}
V_{\text{м.в.}X} &= \omega \cdot \psi_{\text{мм}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{м}}}) \cdot z + V_{\text{в.з.}} \cdot \cos[\psi_{0\text{м}} + 2\psi_{\text{мм}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{м}}})] ; \\
V_{\text{м.в.}Y} &= 0 ; \\
V_{\text{м.в.}Z} &= -\omega \cdot \psi_{\text{мм}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{м}}}) \cdot x + V_{\text{в.з.}} \cdot \sin[\psi_{0\text{м}} + 2\psi_{\text{мм}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{м}}})] .
\end{aligned}
\tag{26}$$

При формировании (21), (22) были приняты малыми углы  $(\alpha_{\text{в}} + \psi_{1\text{м}})$  и  $\gamma_{\text{мм}}$ . Малость  $\gamma_{\text{мм}}$  подтверждается из (14). Соответственно из (20)

$$\alpha_{\text{вм}} = \cos^2(\vartheta_{0\text{м}}) \cdot \psi_{\text{мм}} = \cos^2(\vartheta_{0\text{м}}) \cdot \Delta_2 .
\tag{27}$$

Подтвердим малость  $(\alpha_{\text{в}} + \psi_{1\text{м}})$  (с использованием (11), (27)) и определим наибольшие возможные амплитуды колебаний.

- Для случая а):

$$\begin{aligned}
\alpha_{\text{в}} + \psi_{1\text{м}} &= (-\alpha_{\text{вм}} + \psi_{\text{мм}}) \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{м}}}) = \Delta_2 \cdot (-\cos^2(\vartheta_{0\text{м}}) + 1) \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{м}}}) = \\
&= \Delta_2 \cdot \sin^2(\vartheta_{0\text{м}}) \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{м}}}) .
\end{aligned}$$

Видно, что при малом  $\Delta_2$  угол  $(\alpha_{\text{в}} + \psi_{1\text{м}})$  - малый. Найдем наибольшие амплитуды колебаний, например, при  $\vartheta_{0\text{м}} = -45^\circ$ . Выбираем наибольшее значение  $\Delta_2 = 0.1$ . В соответствии с (11)

$$\psi_{\text{мм}} = \Delta_2 = 0.1 . \text{ Из (14) } \gamma_{\text{мм}} = 0.0707 ; \text{ из (13) } \psi_{\text{умм}} = 0.0707 ; \text{ из (20) } \alpha_{\text{вм}} = 0.05 .$$

- Для случая б):

$$\alpha_{\text{в}} + \psi_{1\text{м}} = (\alpha_{\text{вм}} + \psi_{\text{мм}}) \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{м}}}) = \Delta_2 \cdot [\cos^2(\vartheta_{0\text{м}}) + 1] \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{м}}}) .$$

Так как выражение в квадратных скобках больше 1, то для обеспечения  $\alpha_{\text{в}} + \psi_{1\text{м}}$  малым углом необходимо, чтобы был малым угол  $\Delta_3$ :

$$\Delta_3 = \Delta_2 \cdot [\cos^2(\vartheta_{0\text{м}}) + 1] .
\tag{28}$$

Соответственно из (11) (28) следует

$$\Psi_{MM} = \Delta_2 = \frac{\Delta_3}{\cos^2(\vartheta_{0M}) + 1}. \quad (29)$$

Так что малый угол  $\Delta_3$  из (29) будет определять  $\Psi_{MM}$  и все остальные амплитуды. Например, для  $\vartheta_{0M} = -45^\circ$  выбираем наибольшее значение  $\Delta_3 = 0.1$ ; из (29)  $\Psi_{MM} = 0.0667$ ; из (14)  $\gamma_{MM} = 0.0472$ ; из (13)  $\Psi_{yMM} = 0.0472$ ; из (20)  $\alpha_{BM} = 0.0333$ .

5) Рассмотрим также поле скоростей модели при условии, что модель при  $\alpha_B = 0$  допускает периодические перемещения (величиной “b” [м]) вдоль оси  $O_0Z_g$  (см. рис.2). Пусть

$b = b_0 - b_M \cdot \cos(\omega t + \zeta_b)$ , где:  $\zeta_b$  – начальная фаза линейных колебаний модели;  $b_0$  – постоянное смещение [м];  $b_M$  – амплитуда линейных колебаний [м]; Угловая расчетная амплитуда  $\varphi_M$  [рад].

$$\varphi_M = \frac{\omega \cdot b_M}{V_{B.3}} < 0.1.$$

Тогда из [4] проекции вектора  $\mathbf{V}_{M.B.}$  на оси модели:

$$\begin{aligned} V_{M.B.X} &= V_{B.3} \cdot \cos(\vartheta_{0M}) \cdot [\cos(\Psi_{0M}) - \varphi_M \cdot \sin(\omega t + \zeta_b) \cdot \sin(\Psi_{0M})] ; \\ V_{M.B.Y} &= -V_{B.3} \cdot \sin(\vartheta_{0M}) \cdot [\cos(\Psi_{0M}) - \varphi_M \cdot \sin(\omega t + \zeta_b) \cdot \sin(\Psi_{0M})] ; \\ V_{M.B.Z} &= V_{B.3} \cdot [\sin(\Psi_{0M}) + \varphi_M \cdot \sin(\omega t + \zeta_b) \cdot \cos(\Psi_{0M})] . \end{aligned} \quad (30)$$

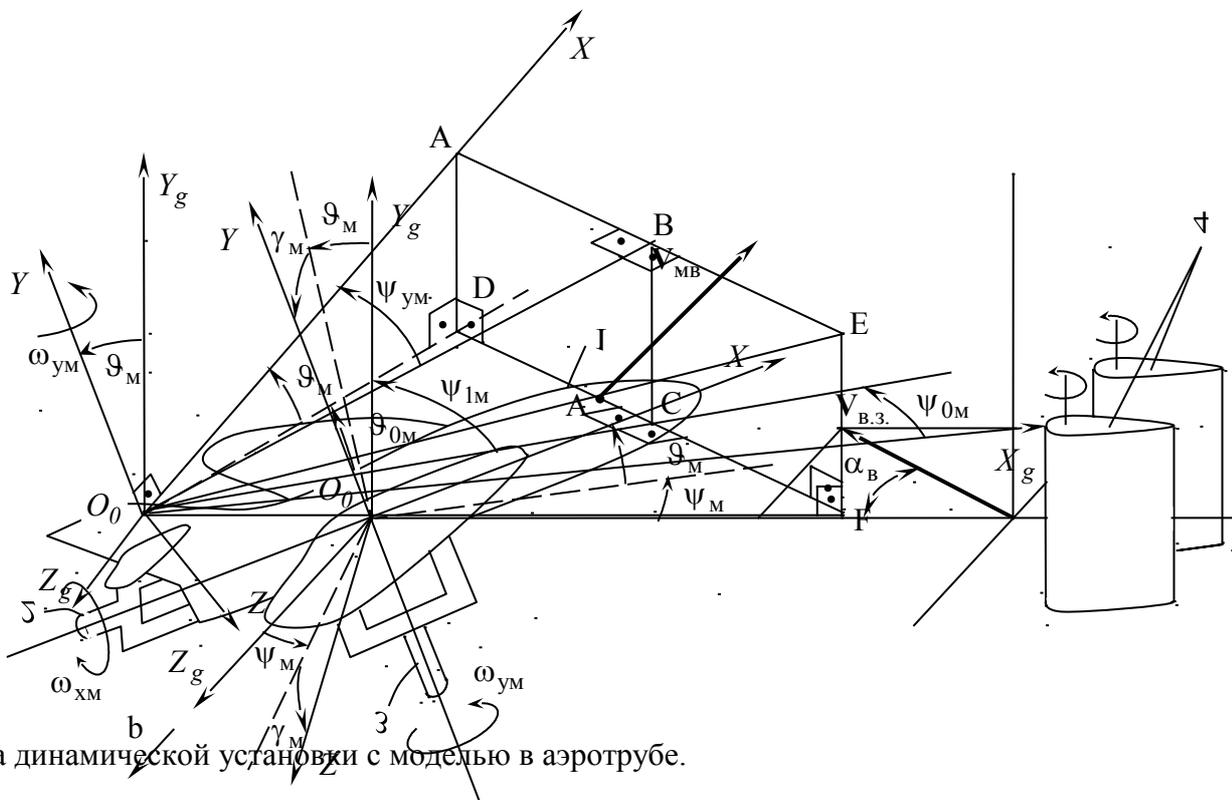


Рис. 2 Схема динамической установки с моделью в аэротрубе.

Рис. 3 Углы Эйлера при колебаниях модели вокруг оси  $O_0Y$ .

Возвратимся к ЛА и рассмотрим поля скоростей (4) и соответствующие аэродинамические коэффициенты (5) колебательного полета частных режимов при изменении угловых параметров.

1) Пусть  $\gamma_{мл} \neq 0$ ;  $\delta_{1л} = \delta_{1л1}$ ;  $\psi_{мл} = 0$ ;  $\beta_{0л} = 0$ ;  $\beta_{мл}$  - малый угол,  $\beta_{мл} = \sin(\alpha_{0л}) \cdot \gamma_{мл}$ ;  $\zeta_{\beta} = \zeta_{\gamma_{л}}$  (т.е.:  $\dot{\beta}_{л} = \sin(\alpha_{0л}) \cdot \omega_{хл}$ ). Для данных параметров из (4) (используя свойства малых углов  $\beta_{мл}$ ) имеем поле скоростей ЛА:

$$\begin{aligned} V_{лвX} &= V_{ц.м.з} \cdot \cos(\alpha_{0л}) ; \\ V_{лвY} &= -V_{ц.м.з} \cdot \sin(\alpha_{0л}) - \omega \cdot \gamma_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\gamma_{л}}) \cdot z ; \\ V_{лвZ} &= V_{ц.м.з} \cdot \sin(\alpha_{0л}) \cdot \gamma_{мл} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\gamma_{л}}) + \omega \cdot \gamma_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\gamma_{л}}) \cdot y . \end{aligned} \quad (31)$$

При этом аэродинамические коэффициенты бокового движения из (5) соответственно:

$$\begin{aligned} m_x &= m_{хст}(\alpha_{0л}, \beta_{0л} = 0, \delta_{0л}) + m_x^{\delta} \cdot \delta_{1л1} + m_x^{\beta} \cdot \sin(\alpha_{0л}) \cdot \gamma_{мл} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\gamma_{л}}) + \frac{l}{2V_{ц.м.з}} \cdot \omega \cdot \gamma_{мл} \cdot \\ &\cdot \cos(\omega t + \zeta_{\gamma_{л}}) \cdot \left[ m_x^{\bar{\omega}_x} + \sin(\alpha_{0л}) \cdot m_x^{\bar{\beta}} \right] ; \\ m_y &= m_{yст}(\alpha_{0л}, \beta_{0л} = 0, \delta_{0л}) + m_y^{\delta} \cdot \delta_{1л1} + m_y^{\beta} \cdot \sin(\alpha_{0л}) \cdot \gamma_{мл} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\gamma_{л}}) + \frac{l}{2V_{ц.м.з}} \cdot \omega \cdot \gamma_{мл} \cdot \\ &\cdot \cos(\omega t + \zeta_{\gamma_{л}}) \cdot \left[ m_y^{\bar{\omega}_x} + \sin(\alpha_{0л}) \cdot m_y^{\bar{\beta}} \right] . \end{aligned} \quad (32)$$

Такой частный режим можно имитировать на установке рис. 2 (см. частный случай 1) задания колебаний с  $\alpha_{вм} = 0$ ). При этом поле скоростей модели (8) будет равно полю скоростей ЛА (31) при выборе:  $V_{в.з.} = V_{ц.м.з}$ ;  $\vartheta_{0м} = \alpha_{0л}$ ;  $\gamma_{0м} = \beta_{0м} = 0$ ;  $\delta_{0м} = \delta_{0л}$ ;  $\gamma_{мм} = \gamma_{мл}$ ;  $\zeta_{\gamma_m} = \zeta_{\gamma_{л}}$ . Подтверждается малость углов:  $\beta_{мл} = \sin(\vartheta_{0м}) \cdot \gamma_{мм} = \sin(\vartheta_{0м}) \cdot \Delta_1$  и  $\gamma_{мл} = \Delta_1$ . Тогда аэродинамические коэффициенты (32) во время имитации (с учетом отсутствия колебаний управляющего органа модели) примут вид:

$$\begin{aligned}
m_{x_{\text{И}}} &= m_{x_{\text{СТ}}}(\vartheta_{0\text{М}}, \gamma_{0\text{М}} = 0, \delta_{0\text{М}}) + m_x^\beta \cdot \sin(\vartheta_{0\text{М}}) \cdot \gamma_{\text{ММ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\gamma_{\text{М}}}) + \frac{l}{2V_{\text{В.З.}}} \cdot \omega \cdot \gamma_{\text{ММ}} \cdot \\
&\cdot \cos(\omega t + \gamma_{\gamma_{\text{М}}}) \cdot \left[ m_x^{\bar{\omega}_x} + \sin(\vartheta_{0\text{М}}) \cdot m_x^{\bar{\beta}} \right] ; \\
m_{y_{\text{И}}} &= m_{y_{\text{СТ}}}(\vartheta_{0\text{М}}, \gamma_{0\text{М}} = 0, \delta_{0\text{М}}) + m_y^\beta \cdot \sin(\vartheta_{0\text{М}}) \cdot \gamma_{\text{ММ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\gamma_{\text{М}}}) + \frac{l}{2V_{\text{В.З.}}} \cdot \omega \cdot \gamma_{\text{ММ}} \cdot \\
&\cdot \cos(\omega t + \gamma_{\gamma_{\text{М}}}) \cdot \left[ m_y^{\bar{\omega}_x} + \sin(\vartheta_{0\text{М}}) \cdot m_y^{\bar{\beta}} \right] .
\end{aligned}$$

В соответствующем эксперименте, непрерывно проводя замеры аэродинамических моментов и далее вычисляя сигналы  $m_{x_{\text{И}}}$  и  $m_{y_{\text{И}}}$ , в результате анализа этих сигналов (при известных начальных фазах  $\gamma_{\text{М}}$ ) можно определить амплитуды косинусоидальных составляющих этих сигналов и

(деля их на известное значение  $\frac{l}{2V_{\text{В.З.}}} \cdot \omega \cdot \gamma_{\text{ММ}}$ ) соответственно величины комплексов

$\left[ m_x^{\bar{\omega}_x} + \sin(\vartheta_{0\text{М}}) \cdot m_x^{\bar{\beta}} \right]$ ,  $\left[ m_y^{\bar{\omega}_x} + \sin(\vartheta_{0\text{М}}) \cdot m_y^{\bar{\beta}} \right]$  для данного угла  $\alpha_{0\text{Л}} = \vartheta_{0\text{М}}$  при  $\beta_{0\text{Л}} = \gamma_{0\text{М}} = 0$ , содержащих вращательные и нестационарные производные бокового движения. При установке  $\vartheta_{0\text{М}} = \alpha_{0\text{Л}} = 0$  определяются вращательные производные  $m_x^{\bar{\omega}_x}$ ,  $m_y^{\bar{\omega}_x}$ .

2) Пусть  $\gamma_{\text{МЛ}} = 0$ ;  $\delta_{1\text{Л}} = \delta_{1\text{Л}2}$ ;  $\psi_{\text{МЛ}} \neq 0$ ;  $\beta_{\text{МЛ}}$  - малый угол,  $\beta_{\text{МЛ}} = \cos(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot \psi_{\text{МЛ}}$ ;  $\zeta_\beta = \zeta_{\psi_{\text{Л}}}$  (т.е.:

$\dot{\beta}_{\text{Л}} = \cos(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot \omega_{\psi_{\text{Л}}}$ ). Для данных параметров из (4) имеем поле скоростей ЛА:

$$\begin{aligned}
V_{\text{ЛВХ}} &= V_{\text{Ц.М.З}} \cdot \cos(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot \cos\left[\beta_{0\text{Л}} + \cos(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot \psi_{\text{МЛ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{Л}}})\right] + \omega \cdot \psi_{\text{МЛ}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{Л}}}) \cdot z ; \\
V_{\text{ЛВY}} &= -V_{\text{Ц.М.З}} \cdot \sin(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot \cos\left[\beta_{0\text{Л}} + \cos(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot \psi_{\text{МЛ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{Л}}})\right] ; \\
V_{\text{ЛВZ}} &= V_{\text{Ц.М.З}} \cdot \sin\left[\beta_{0\text{Л}} + \cos(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot \psi_{\text{МЛ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{Л}}})\right] - \omega \cdot \psi_{\text{МЛ}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{Л}}}) \cdot x .
\end{aligned} \tag{33}$$

При этом аэродинамические коэффициенты бокового движения из (5) соответственно:

$$\begin{aligned}
m_x &= m_{x_{\text{СТ}}}(\alpha_{0\text{Л}}, \beta_{0\text{Л}}, \delta_{0\text{Л}}) + m_x^\delta \cdot \delta_{1\text{Л}2} + m_x^\beta \cdot \cos(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot \psi_{\text{МЛ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{Л}}}) + \frac{l}{2V_{\text{Ц.М.З}}} \cdot \omega \cdot \psi_{\text{МЛ}} \cdot \\
&\cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{Л}}}) \cdot \left[ m_x^{\bar{\omega}_y} + \cos(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot m_x^{\bar{\beta}} \right] ; \\
m_y &= m_{y_{\text{СТ}}}(\alpha_{0\text{Л}}, \beta_{0\text{Л}}, \delta_{0\text{Л}}) + m_y^\delta \cdot \delta_{1\text{Л}2} + m_y^\beta \cdot \cos(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot \psi_{\text{МЛ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{Л}}}) + \frac{l}{2V_{\text{Ц.М.З}}} \cdot \omega \cdot \psi_{\text{МЛ}} \cdot \\
&\cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{Л}}}) \cdot \left[ m_y^{\bar{\omega}_y} + \cos(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot m_y^{\bar{\beta}} \right] .
\end{aligned} \tag{34}$$

Полю скоростей ЛА режима 2) (33) не удастся подобрать соответствующее поле модели в общем виде (в частности не подходит поле модели (15)). Однако в конкретных случаях при  $\beta_{0\text{Л}} = 0$ ,  $\alpha_{0\text{Л}} \neq 0$  и  $\beta_{0\text{Л}} \neq 0$ ,  $\alpha_{0\text{Л}} = 0$  частный режим 2) возможно имитировать на установке рис. 2 (см. частный случай 2) задания колебаний с  $\alpha_{\text{ВМ}} = 0$ ). При этом для первого конкретного случая поле скоростей модели (16) идентично полю скоростей ЛА (33) при выполнении условий:  $V_{\text{В.З.}} = V_{\text{Ц.М.З}}$ ;

$\vartheta_{0M} = \alpha_{0Л}$ ;  $\psi_{MM} = \frac{\Psi_{ML}}{\cos(\alpha_{0Л})}$ ;  $\psi_{0M} = \beta_{0Л} = 0$ ;  $\zeta_{\psi_M} = \zeta_{\psi_{Л}}$ ;  $\delta_{0M} = \delta_{0Л}$ . Подтверждается малость углов

$\beta_{ML} = \cos^2(\vartheta_{0M}) \cdot \psi_{MM} = \cos^2(\vartheta_{0M}) \cdot \Delta_2$  и  $\psi_{ML} = \cos(\vartheta_{0M}) \cdot \psi_{MM} = \cos(\vartheta_{0M}) \cdot \Delta_2$ . Аэродинамические коэффициенты в эксперименте определяются из (34) при подстановке параметров модели (с учетом (13)):

$$\begin{aligned} m_{x_{И}} &= m_{x_{СТ}}(\vartheta_{0M}, \psi_{0M} = 0, \delta_{0M}) + m_x^\beta \cdot \cos(\vartheta_{0M}) \cdot \psi_{MM} \cdot \cos(\vartheta_{0M}) \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_M}) + \frac{l}{2V_{B.3}} \cdot \omega \cdot \\ &\cdot \psi_{MM} \cdot \cos(\vartheta_{0M}) \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \cdot \left[ m_x^{\bar{\omega}_y} + \cos(\vartheta_{0M}) \cdot m_x^{\bar{\beta}} \right] = m_{x_{СТ}}(\vartheta_{0M}, \psi_{0M} = 0, \delta_{0M}) + m_x^\beta \cdot \\ &\cdot \cos(\vartheta_{0M}) \cdot \psi_{YMM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_M}) + \frac{l}{2V_{B.3}} \cdot \omega \cdot \psi_{YMM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \cdot \left[ m_x^{\bar{\omega}_y} + \cos(\vartheta_{0M}) \cdot m_x^{\bar{\beta}} \right]; \\ m_{y_{И}} &= m_{y_{СТ}}(\vartheta_{0M}, \psi_{0M} = 0, \delta_{0M}) + m_y^\beta \cdot \cos(\vartheta_{0M}) \cdot \psi_{MM} \cdot \cos(\vartheta_{0M}) \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_M}) + \frac{l}{2V_{B.3}} \cdot \omega \cdot \\ &\cdot \psi_{MM} \cdot \cos(\vartheta_{0M}) \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \cdot \left[ m_y^{\bar{\omega}_y} + \cos(\vartheta_{0M}) \cdot m_y^{\bar{\beta}} \right] = m_{y_{СТ}}(\vartheta_{0M}, \psi_{0M} = 0, \delta_{0M}) + m_y^\beta \cdot \\ &\cdot \cos(\vartheta_{0M}) \cdot \psi_{YMM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_M}) + \frac{l}{2V_{B.3}} \cdot \omega \cdot \psi_{YMM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \cdot \left[ m_y^{\bar{\omega}_y} + \cos(\vartheta_{0M}) \cdot m_y^{\bar{\beta}} \right]. \end{aligned}$$

Для второго конкретного случая поле скоростей модели (16) идентично полю скоростей ЛА

(33) при выполнении условий:  $V_{B.3} = V_{ц.м.з}$ ;  $\vartheta_{0M} = \alpha_{0Л} = 0$ ;  $\psi_{MM} = \psi_{ML}$ ;  $\psi_{0M} = \beta_{0Л}$ ;  $\zeta_{\psi_M} = \zeta_{\psi_{Л}}$ ;

$\delta_{0M} = \delta_{0Л}$ . Аэродинамические коэффициенты в эксперименте определяются из (34) при подстановке параметров модели (с учетом (13)):

$$\begin{aligned} m_{x_{И}} &= m_{x_{СТ}}(\vartheta_{0M} = 0, \psi_{0M}, \delta_{0M}) + m_x^\beta \cdot \psi_{MM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_M}) + \frac{l}{2V_{B.3}} \cdot \omega \cdot \psi_{MM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \cdot \\ &\cdot \left[ m_x^{\bar{\omega}_y} + m_x^{\bar{\beta}} \right] = m_{x_{СТ}}(\vartheta_{0M} = 0, \psi_{0M}, \delta_{0M}) + m_x^\beta \cdot \psi_{YMM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_M}) + \frac{l}{2V_{B.3}} \cdot \omega \cdot \psi_{YMM} \cdot \\ &\cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \cdot \left[ m_x^{\bar{\omega}_y} + m_x^{\bar{\beta}} \right]; \\ m_{y_{И}} &= m_{y_{СТ}}(\vartheta_{0M} = 0, \psi_{0M}, \delta_{0M}) + m_y^\beta \cdot \psi_{MM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_M}) + \frac{l}{2V_{B.3}} \cdot \omega \cdot \psi_{MM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \cdot \\ &\cdot \left[ m_y^{\bar{\omega}_y} + m_y^{\bar{\beta}} \right] = m_{y_{СТ}}(\vartheta_{0M} = 0, \psi_{0M}, \delta_{0M}) + m_y^\beta \cdot \psi_{YMM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_M}) + \frac{l}{2V_{B.3}} \cdot \omega \cdot \psi_{YMM} \cdot \\ &\cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \cdot \left[ m_y^{\bar{\omega}_y} + m_y^{\bar{\beta}} \right]. \end{aligned}$$

Таким образом, измеряя сигналы аэродинамических моментов, переходя к пропорциональным сигналам  $m_{x_{И}}$ ,  $m_{y_{И}}$  и анализируя их фазовый состав, можно выделить амплитуды их косинусои-

дальных составляющих и (деля их на известное значение  $\frac{l}{2V_{B.3}} \cdot \omega \cdot \psi_{YMM}$ ) соответственно опреде-

лить значения комплексов  $\left[ m_x^{\bar{\omega}_y} + \cos(\vartheta_{0M}) \cdot m_x^{\bar{\beta}} \right]$ ,  $\left[ m_y^{\bar{\omega}_y} + \cos(\vartheta_{0M}) \cdot m_y^{\bar{\beta}} \right]$  для данного угла  $\alpha_{0Л} = \vartheta_{0M}$

при  $\beta_{0Л} = \psi_{0M} = 0$ , а также  $\left[ m_x^{\bar{\omega}_y} + m_x^{\bar{\beta}} \right]$ ,  $\left[ m_y^{\bar{\omega}_y} + m_y^{\bar{\beta}} \right]$  для данного угла  $\beta_{0Л} = \psi_{0M}$  при

$$\alpha_{0л} = \vartheta_{0м} = 0.$$

3) Пусть  $\gamma_{мл} = 0$ ;  $\delta_{1л} = \delta_{1л3}$ ;  $\psi_{мл} = 0$  (т.е.:  $\omega_{хл} = 0$ ,  $\omega_{ул} = 0$ );  $\beta_{мл} \neq 0$ . Для данных параметров из

(4) подсчитываем поле скоростей ЛА:

$$\begin{aligned} V_{лвх} &= V_{ц.м.3} \cdot \cos(\alpha_{0л}) \cdot \cos[\beta_{0л} + \beta_{мл} \cdot \sin(\omega t + \zeta_\beta)] ; \\ V_{лвы} &= -V_{ц.м.3} \cdot \sin(\alpha_{0л}) \cdot \cos[\beta_{0л} + \beta_{мл} \cdot \sin(\omega t + \zeta_\beta)] ; \\ V_{лвz} &= V_{ц.м.3} \cdot \sin[\beta_{0л} + \beta_{мл} \cdot \sin(\omega t + \zeta_\beta)] , \end{aligned} \quad (35)$$

а из (5) – коэффициенты бокового движения:

$$\begin{aligned} m_x &= m_{x_{ст}}(\alpha_{0л}, \beta_{0л}, \delta_{0л}) + m_x^\delta \cdot \delta_{1л3} + m_x^\beta \cdot \beta_{мл} \cdot \sin(\omega t + \zeta_\beta) + m_x^{\bar{\beta}} \cdot \frac{l}{2V_{ц.м.3}} \cdot \omega \cdot \beta_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_\beta) ; \\ m_y &= m_{y_{ст}}(\alpha_{0л}, \beta_{0л}, \delta_{0л}) + m_y^\delta \cdot \delta_{1л3} + m_y^\beta \cdot \beta_{мл} \cdot \sin(\omega t + \zeta_\beta) + m_y^{\bar{\beta}} \cdot \frac{l}{2V_{ц.м.3}} \cdot \omega \cdot \beta_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_\beta) . \end{aligned} \quad (36)$$

Такой частный режим полета можно имитировать:

а) при угловых колебаниях потока (случай 3) задания колебаний)  $\alpha_{вм}$ , если принять:

$$\begin{aligned} V_{в.3} &= V_{ц.м.3} ; \vartheta_{0м} = \alpha_{0л} ; \psi_{0м} = \beta_{0л} ; \alpha_{вм} = \beta_{мл} ; \zeta_b = \zeta_\beta , \delta_{0м} = \delta_{0л} . \text{ При этом для определения } m_x^{\bar{\beta}} \\ , m_y^{\bar{\beta}} &\text{ малость угла } \alpha_{вм} = \beta_{мл} \text{ не требуется. Допустимая амплитуда } \alpha_{вм} \text{ должна быть такой, чтобы} \end{aligned}$$

безразмерная угловая скорость  $\frac{l}{2V_{в.3}} \cdot \omega \cdot \alpha_{вм}$  оставалось малой. Тогда поля скоростей (19) и (35)

будут идентичны, а коэффициенты бокового движения (36) будут иметь вид:

$$\begin{aligned} m_{x_{и}} &= m_{x_{ст}}(\vartheta_{0м}, \psi_{0м}, \delta_{0м}) + m_x^\beta \cdot \alpha_{вм} \cdot \sin(\omega t + \zeta_b) + m_x^{\bar{\beta}} \cdot \frac{l}{2V_{в.3}} \cdot \omega \cdot \alpha_{вм} \cdot \cos(\omega t + \zeta_b) ; \\ m_{y_{и}} &= m_{y_{ст}}(\vartheta_{0м}, \psi_{0м}, \delta_{0м}) + m_y^\beta \cdot \alpha_{вм} \cdot \sin(\omega t + \zeta_b) + m_y^{\bar{\beta}} \cdot \frac{l}{2V_{в.3}} \cdot \omega \cdot \alpha_{вм} \cdot \cos(\omega t + \zeta_b) . \end{aligned}$$

Таким образом, в соответствующем эксперименте, имея сигналы  $m_{x_{и}}$  и  $m_{y_{и}}$ , можно по ам-

плитудам косинусоидальных составляющих (деля их на известное значение  $\frac{l}{2V_{в.3}} \cdot \omega \cdot \alpha_{вм}$ ) опреде-

лить нестационарные производные  $m_x^{\bar{\beta}}$  и  $m_y^{\bar{\beta}}$  при данных углах  $\alpha_{0л} = \vartheta_{0м}$ ,  $\beta_{0л} = \psi_{0м}$ .

б) при линейных колебаниях модели (случай 5) задания колебаний с  $u_m=0$ ). Покажем это для случая малого угла  $\beta_{мл}$ , преобразовав выражения поля скоростей ЛА (35):

$$\begin{aligned} V_{лвх} &= V_{ц.м.3} \cdot \cos(\alpha_{0л}) \cdot [\cos(\beta_{0л}) - \beta_{мл} \cdot \sin(\omega t + \zeta_\beta) \cdot \sin(\beta_{0л})] ; \\ V_{лвы} &= -V_{ц.м.3} \cdot \sin(\alpha_{0л}) \cdot [\cos(\beta_{0л}) - \beta_{мл} \cdot \sin(\omega t + \zeta_\beta) \cdot \sin(\beta_{0л})] ; \\ V_{лвz} &= V_{ц.м.3} \cdot [\sin(\beta_{0л}) + \beta_{мл} \cdot \sin(\omega t + \zeta_\beta) \cdot \cos(\beta_{0л})] . \end{aligned} \quad (37)$$

Таким образом, уравнения (30) и (37) идентичны при выборе:  $V_{в.3} = V_{ц.м.3}$ ;  $\vartheta_{0м} = \alpha_{0л}$ ;

$\psi_{0м} = \beta_{0л}$ ;  $\zeta_b = \zeta_\beta$ ;  $\varphi_{м.в.} = \beta_{мл}$ ;  $\delta_{0м} = \delta_{0л}$ . Коэффициенты бокового движения при имитации из (36):

$$m_{x_{\text{и}}} = m_{x_{\text{ст}}}(\vartheta_{0M}, \psi_{0M}, \delta_{0M}) + m_x^\beta \cdot \varphi_M \cdot \sin(\omega t + \zeta_b) + m_x^{\bar{\beta}} \cdot \frac{l}{2V_{\text{в.з.}}} \cdot \omega \cdot \varphi_M \cdot \cos(\omega t + \zeta_b) ;$$

$$m_{y_{\text{и}}} = m_{y_{\text{ст}}}(\vartheta_{0M}, \psi_{0M}, \delta_{0M}) + m_y^\beta \cdot \varphi_M \cdot \sin(\omega t + \zeta_b) + m_y^{\bar{\beta}} \cdot \frac{l}{2V_{\text{в.з.}}} \cdot \omega \cdot \varphi_M \cdot \cos(\omega t + \zeta_b) .$$

В соответствующем эксперименте определяем  $m_x^{\bar{\beta}}$ ,  $m_y^{\bar{\beta}}$ , деля амплитуды косинусоидальных

составляющих  $m_{x_{\text{и}}}$ ,  $m_{y_{\text{и}}}$  на известное значение  $\frac{l}{2V_{\text{в.з.}}} \cdot \omega \cdot \varphi_M$ .

4) Пусть  $\gamma_{\text{мл}} = 0$ ;  $\delta_{1\text{л}} = \delta_{1\text{л}4}$ ;  $\psi_{\text{мл}} \neq 0$ ;  $\beta_{\text{мл}} = 0$  (т.е.:  $\omega_{\text{хл}} = 0$ ,  $\dot{\beta}_{\text{л}} = 0$ ). Из (4) имеем поле скоростей

ЛА:

$$V_{\text{лвх}} = V_{\text{ц.м.з}} \cdot \cos(\alpha_{0\text{л}}) \cdot \cos(\beta_{0\text{л}}) + \omega \cdot \psi_{\text{мл}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{л}}}) \cdot z ;$$

$$V_{\text{лвy}} = -V_{\text{ц.м.з}} \cdot \sin(\alpha_{0\text{л}}) \cdot \cos(\beta_{0\text{л}}) ; \quad (38)$$

$$V_{\text{лвz}} = V_{\text{ц.м.з}} \cdot \sin(\beta_{0\text{л}}) - \omega \cdot \psi_{\text{мл}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{л}}}) \cdot x .$$

Коэффициенты из (5):

$$m_x = m_{x_{\text{ст}}}(\alpha_{0\text{л}}, \beta_{0\text{л}}, \delta_{0\text{л}}) + m_x^\delta \cdot \delta_{1\text{л}4} + m_x^{\bar{\omega}_y} \cdot \frac{l}{2V_{\text{ц.м.з}}} \cdot \omega \cdot \psi_{\text{мл}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{л}}}) ;$$

$$m_y = m_{y_{\text{ст}}}(\alpha_{0\text{л}}, \beta_{0\text{л}}, \delta_{0\text{л}}) + m_y^\delta \cdot \delta_{1\text{л}4} + m_y^{\bar{\omega}_y} \cdot \frac{l}{2V_{\text{ц.м.з}}} \cdot \omega \cdot \psi_{\text{мл}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{л}}}) . \quad (39)$$

Полю скоростей (38) ЛА режима 4) (аналогично полю (33)) не удается подобрать соответствующее поле модели в общем виде. Однако в конкретных случаях при  $\beta_{0\text{л}} = 0$ ,  $\alpha_{0\text{л}} \neq 0$  и  $\beta_{0\text{л}} \neq 0$ ,  $\alpha_{0\text{л}} = 0$  частный режим 4) возможно имитировать на установке рис. 2 (случай 4а) задания колебаний с  $\alpha_{\text{вм}} = \cos(\vartheta_{0M}) \cdot \psi_{\text{умм}}$ ;  $\zeta_{\text{в}} = \pi + \zeta_{\psi_{\text{м}}}$ ). Для первого конкретного случая при  $V_{\text{в.з.}} = V_{\text{ц.м.з}}$ ;

$\psi_{0M} = \beta_{0\text{л}} = 0$ ;  $\zeta_{\gamma_{\text{м}}} = \zeta_{\gamma_{\text{л}}}$ ;  $\psi_{\text{мм}} = \frac{\psi_{\text{мл}}}{\cos(\alpha_{0\text{л}})}$ ;  $\delta_{0M} = \delta_{0\text{л}}$ ;  $\vartheta_{0M} = \alpha_{0\text{л}}$  поле (23) идентично полю (38). При

этом имитируются колебания ЛА с малой амплитудой в соответствии с (11):

$\psi_{\text{мл}} = \psi_{\text{мм}} \cdot \cos(\vartheta_{0M}) = \Delta_2 \cdot \cos(\vartheta_{0M})$ . Соответственно коэффициенты бокового движения при этой имитации из (39) (с учетом (13)):

$$m_{x_{\text{и}}} = m_{x_{\text{ст}}}(\vartheta_{0M}, \psi_{0M} = 0, \delta_{0M}) + m_x^{\bar{\omega}_y} \cdot \frac{l}{2V_{\text{в.з.}}} \cdot \omega \cdot \cos(\vartheta_{0M}) \cdot \psi_{\text{мм}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{м}}}) =$$

$$= m_{x_{\text{ст}}}(\vartheta_{0M}, \psi_{0M} = 0, \delta_{0M}) + m_x^{\bar{\omega}_y} \cdot \frac{l}{2V_{\text{в.з.}}} \cdot \omega \cdot \psi_{\text{умм}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{м}}}) ;$$

$$m_{y_{\text{и}}} = m_{y_{\text{ст}}}(\vartheta_{0M}, \psi_{0M} = 0, \delta_{0M}) + m_y^{\bar{\omega}_y} \cdot \frac{l}{2V_{\text{в.з.}}} \cdot \omega \cdot \cos(\vartheta_{0M}) \cdot \psi_{\text{мм}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{м}}}) =$$

$$= m_{y_{\text{ст}}}(\vartheta_{0M}, \psi_{0M} = 0, \delta_{0M}) + m_y^{\bar{\omega}_y} \cdot \frac{l}{2V_{\text{в.з.}}} \cdot \omega \cdot \psi_{\text{умм}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{м}}}) .$$

Для второго конкретного случая режима 4) обеспечивается имитация с равенством полей (24) и (38) при  $V_{в.з.} = V_{ц.м.з.}$ ;  $\psi_{0М} = \beta_{0Л}$ ;  $\zeta_{\psi_M} = \zeta_{\psi_L}$ ;  $\psi_{ММ} = \psi_{МЛ}$ ;  $\delta_{0М} = \delta_{0Л}$ ;  $\vartheta_{0М} = \alpha_{0Л} = 0$ . Соответственно коэффициенты бокового движения при имитации из (39) (с учетом (13)):

$$\begin{aligned} m_{x_{и}} &= m_{x_{ст}}(\vartheta_{0М} = 0, \psi_{0М}, \delta_{0М}) + m_x^{\bar{\omega}_y} \cdot \frac{l}{2V_{в.з.}} \cdot \omega \cdot \psi_{ММ} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) = \\ &= m_{x_{ст}}(\vartheta_{0М} = 0, \psi_{0М}, \delta_{0М}) + m_x^{\bar{\omega}_y} \cdot \frac{l}{2V_{в.з.}} \cdot \omega \cdot \psi_{УММ} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) ; \\ m_{y_{и}} &= m_{y_{ст}}(\vartheta_{0М} = 0, \psi_{0М}, \delta_{0М}) + m_y^{\bar{\omega}_y} \cdot \frac{l}{2V_{в.з.}} \cdot \omega \cdot \psi_{ММ} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) = \\ &= m_{y_{ст}}(\vartheta_{0М} = 0, \psi_{0М}, \delta_{0М}) + m_y^{\bar{\omega}_y} \cdot \frac{l}{2V_{в.з.}} \cdot \omega \cdot \psi_{УММ} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) . \end{aligned}$$

По амплитудным значениям косинусоидальных составляющих сигналов  $\mathbf{m}_{x_{и}}$  и  $m_{y_{и}}$

(деля их на известное значение  $\frac{l}{2V_{в.з.}} \cdot \omega \cdot \psi_{УММ}$ ) можно определить вращательные производные

$m_x^{\bar{\omega}_y}$  и  $m_y^{\bar{\omega}_y}$ , для данного  $\alpha_{0Л} = \vartheta_{0М}$  при  $\beta_{0Л} = \psi_{0М} = 0$ , а также для данного  $\beta_{0Л} = \psi_{0М}$  при  $\alpha_{0Л} = \vartheta_{0М} = 0$ .

5) Пусть  $\gamma_{МЛ} = 0$ ;  $\delta_{1Л} = \delta_{1Л5}$ ;  $\psi_{МЛ} \neq 0$ ;  $\beta_{МЛ}$  - малый угол,  $\beta_{МЛ} = 2 \cos(\alpha_{0Л}) \cdot \psi_{МЛ}$ ;  $\zeta_{\beta} = \zeta_{\psi_L}$  (т.е.:

$\omega_{xЛ} = 0$ ,  $\dot{\beta} = 2 \cos(\alpha_{0Л}) \cdot \omega_{yЛ}$ ). Из (4) имеем поле скоростей ЛА:

$$\begin{aligned} V_{ЛВХ} &= V_{ц.м.з.} \cdot \cos(\alpha_{0Л}) \cdot \cos[\beta_{0Л} + 2 \cos(\alpha_{0Л}) \cdot \psi_{МЛ} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_L})] + \omega \cdot \psi_{МЛ} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_L}) \cdot z ; \\ V_{ЛВY} &= -V_{ц.м.з.} \cdot \sin(\alpha_{0Л}) \cdot \cos[\beta_{0Л} + 2 \cos(\alpha_{0Л}) \cdot \psi_{МЛ} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_L})] ; \\ V_{ЛВZ} &= V_{ц.м.з.} \cdot \sin[\beta_{0Л} + 2 \cos(\alpha_{0Л}) \cdot \psi_{МЛ} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_L})] - \omega \cdot \psi_{МЛ} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_L}) \cdot x . \end{aligned} \quad (40) \text{ Соответ-}$$

ствующие аэродинамические коэффициенты из (5):

$$\begin{aligned} m_x &= m_{x_{ст}}(\alpha_{0Л}, \beta_{0Л}, \delta_{0Л}) + m_x^{\delta} \cdot \delta_{1Л5} + m_x^{\beta} \cdot 2 \cos(\alpha_{0Л}) \cdot \psi_{МЛ} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_L}) + \frac{l}{2V_{ц.м.з.}} \cdot \omega \cdot \psi_{МЛ} \cdot \\ &\cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_L}) \cdot \left[ 2 \cos(\alpha_{0Л}) \cdot m_x^{\bar{\beta}} + m_x^{\bar{\omega}_y} \right] ; \\ m_y &= m_{y_{ст}}(\alpha_{0Л}, \beta_{0Л}, \delta_{0Л}) + m_y^{\delta} \cdot \delta_{1Л5} + m_y^{\beta} \cdot 2 \cos(\alpha_{0Л}) \cdot \psi_{МЛ} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_L}) + \frac{l}{2V_{ц.м.з.}} \cdot \omega \cdot \psi_{МЛ} \cdot \\ &\cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_L}) \cdot \left[ 2 \cos(\alpha_{0Л}) \cdot m_y^{\bar{\beta}} + m_y^{\bar{\omega}_y} \right] . \end{aligned} \quad (41)$$

Полю скоростей ЛА (40) также не удастся подобрать соответствующее поле модели в общем виде. Однако в конкретных случаях при  $\beta_{0Л} = 0$ ,  $\alpha_{0Л} \neq 0$  и  $\beta_{0Л} \neq 0$ ,  $\alpha_{0Л} = 0$  частный режим 5) можно имитировать на установке рис. 2 (случай 4б) задания колебаний с  $\alpha_{вМ} = \cos(\vartheta_{0М}) \cdot \psi_{УММ}$ ;  $\zeta_{\beta} = \zeta_{\psi_M}$ ). Первый конкретный случай с равенством полей (25) и (40) обеспечивается при

$$V_{в.з.} = V_{ц.м.з.}; \psi_{0М} = \beta_{0Л} = 0; \psi_{ММ} = \frac{\psi_{МЛ}}{\cos(\alpha_{0Л})}; \zeta_{\psi_M} = \zeta_{\psi_L}; \delta_{0М} = \delta_{0Л}; \vartheta_{0М} = \alpha_{0Л}. \text{ Подтверждается}$$

малость углов  $\beta_{\text{мл}} = 2 \cos^2(\vartheta_{0\text{М}}) \cdot \psi_{\text{мм}} = 2 \cos^2(\vartheta_{0\text{М}}) \cdot \frac{\Delta_3}{\cos^2(\vartheta_{0\text{М}}) + 1} = \frac{\Delta_3}{1 + \frac{1}{2} \text{tg}^2(\vartheta_{0\text{М}})}$  и

$\psi_{\text{мл}} = \cos(\vartheta_{0\text{М}}) \cdot \psi_{\text{мм}} = \cos(\vartheta_{0\text{М}}) \cdot \frac{\Delta_3}{\cos^2(\vartheta_{0\text{М}}) + 1}$ . Тогда из (41) с учетом (13) имеем:

$$\begin{aligned} m_{x_{\text{и}}} &= m_{x_{\text{ст}}}(\vartheta_{0\text{М}}, \psi_{0\text{М}} = 0, \delta_{0\text{М}}) + m_x^\beta \cdot 2 \cos^2(\vartheta_{0\text{М}}) \cdot \psi_{\text{мм}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{М}}}) + \frac{l}{2V_{\text{в.з.}}} \cdot \omega \cdot \psi_{\text{мм}} \cdot \cos(\vartheta_{0\text{М}}) \cdot \\ &\cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{М}}}) \cdot \left[ 2 \cos(\vartheta_{0\text{М}}) \cdot m_x^{\bar{\beta}} + m_x^{\bar{\omega}_y} \right] = m_{x_{\text{ст}}}(\vartheta_{0\text{М}}; \psi_{0\text{М}} = 0; \delta_{0\text{М}}) + m_x^\beta \cdot 2 \cos(\vartheta_{0\text{М}}) \cdot \psi_{\text{ymm}} \cdot \\ &\cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{М}}}) + \frac{l}{2V_{\text{в.з.}}} \cdot \omega \cdot \psi_{\text{ymm}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{М}}}) \cdot \left[ m_x^{\bar{\omega}_y} + 2 \cos(\vartheta_{0\text{М}}) \cdot m_x^{\bar{\beta}} \right]. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_{y_{\text{и}}} &= m_{y_{\text{ст}}}(\vartheta_{0\text{М}}, \psi_{0\text{М}} = 0, \delta_{0\text{М}}) + m_y^\beta \cdot 2 \cos^2(\vartheta_{0\text{М}}) \cdot \psi_{\text{мм}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{М}}}) + \frac{l}{2V_{\text{в.з.}}} \cdot \omega \cdot \psi_{\text{мм}} \cdot \cos(\vartheta_{0\text{М}}) \cdot \\ &\cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{М}}}) \cdot \left[ 2 \cos(\vartheta_{0\text{М}}) \cdot m_y^{\bar{\beta}} + m_y^{\bar{\omega}_y} \right] = m_{y_{\text{ст}}}(\vartheta_{0\text{М}}, \psi_{0\text{М}} = 0, \delta_{0\text{М}}) + m_y^\beta \cdot 2 \cos(\vartheta_{0\text{М}}) \cdot \psi_{\text{ymm}} \cdot \\ &\cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{М}}}) + \frac{l}{2V_{\text{в.з.}}} \cdot \omega \cdot \psi_{\text{ymm}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{М}}}) \cdot \left[ m_y^{\bar{\omega}_y} + 2 \cos(\vartheta_{0\text{М}}) \cdot m_y^{\bar{\beta}} \right]. \end{aligned}$$

Второй конкретный случай с равенством полей (26) и (40) обеспечивается при  $V_{\text{в.з.}} = V_{\text{ц.м.з}}$ ;

$\psi_{0\text{М}} = \beta_{0\text{Л}}$ ;  $\psi_{\text{мм}} = \psi_{\text{мл}}$ ;  $\zeta_{\psi_{\text{М}}} = \zeta_{\psi_{\text{Л}}}$ ;  $\delta_{0\text{М}} = \delta_{0\text{Л}}$ ;  $\vartheta_{0\text{М}} = \alpha_{0\text{Л}} = 0$ . Тогда из (41) имеем:

$$\begin{aligned} m_{x_{\text{и}}} &= m_{x_{\text{ст}}}(\vartheta_{0\text{М}} = 0, \psi_{0\text{М}}, \delta_{0\text{М}}) + m_x^\beta \cdot 2\psi_{\text{мм}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{М}}}) + \frac{l}{2V_{\text{в.з.}}} \cdot \omega \cdot \psi_{\text{мм}} \cdot \\ &\cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{М}}}) \cdot \left[ 2m_x^{\bar{\beta}} + m_x^{\bar{\omega}_y} \right] = m_{x_{\text{ст}}}(\vartheta_{0\text{М}} = 0, \psi_{0\text{М}}, \delta_{0\text{М}}) + m_x^\beta \cdot 2\psi_{\text{ymm}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{М}}}) + \frac{l}{2V_{\text{в.з.}}} \cdot \omega \cdot \psi_{\text{ymm}} \cdot \\ &\cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{М}}}) \cdot \left[ m_x^{\bar{\omega}_y} + 2m_x^{\bar{\beta}} \right]. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_{y_{\text{и}}} &= m_{y_{\text{ст}}}(\vartheta_{0\text{М}} = 0, \psi_{0\text{М}}, \delta_{0\text{М}}) + m_y^\beta \cdot 2\psi_{\text{мм}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{М}}}) + \frac{l}{2V_{\text{в.з.}}} \cdot \omega \cdot \psi_{\text{мм}} \cdot \\ &\cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{М}}}) \cdot \left[ 2m_y^{\bar{\beta}} + m_y^{\bar{\omega}_y} \right] = m_{y_{\text{ст}}}(\vartheta_{0\text{М}} = 0, \psi_{0\text{М}}, \delta_{0\text{М}}) + m_y^\beta \cdot 2\psi_{\text{ymm}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{М}}}) + \frac{l}{2V_{\text{в.з.}}} \cdot \omega \cdot \psi_{\text{ymm}} \cdot \\ &\cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{М}}}) \cdot \left[ m_y^{\bar{\omega}_y} + 2m_y^{\bar{\beta}} \right]. \end{aligned}$$

Так что по амплитудам косинусоидальных составляющих сигналов  $m_{x_{\text{и}}}$ ,  $m_{y_{\text{и}}}$  (деля их на

известное значение  $\frac{l}{2V_{\text{в.з.}}} \cdot \omega \cdot \psi_{\text{ymm}}$ ) определяются комплексы  $\left[ m_x^{\bar{\omega}_y} + 2 \cos(\vartheta_{0\text{М}}) \cdot m_x^{\bar{\beta}} \right]$ ,

$\left[ m_y^{\bar{\omega}_y} + 2 \cos(\vartheta_{0\text{М}}) \cdot m_y^{\bar{\beta}} \right]$  для данного  $\alpha_{0\text{Л}} = \vartheta_{0\text{М}}$  при  $\beta_{0\text{Л}} = \psi_{0\text{М}} = 0$ , а также  $\left[ m_x^{\bar{\omega}_y} + 2m_x^{\bar{\beta}} \right]$  и  $\left[ m_y^{\bar{\omega}_y} + 2m_y^{\bar{\beta}} \right]$

для данного  $\beta_{0\text{Л}} = \psi_{0\text{М}}$  при  $\alpha_{0\text{Л}} = \vartheta_{0\text{М}} = 0$ .

### **Выводы.**

1. При работе на динамической установке по методу колеблющейся (по углу  $\gamma_{1M}$ ) вокруг оси  $O_0X$  модели и постоянного потока воздуха имитируется частный режим 1) полета и измеряются комплексы вращательных и нестационарных производных со значениями:  $\left[ m_{\bar{x}}^{\omega_x} + \sin(\alpha_{0л}) \cdot m_{\bar{x}}^{\bar{\beta}} \right]$ ,  $\left[ m_{\bar{y}}^{\omega_x} + \sin(\alpha_{0л}) \cdot m_{\bar{y}}^{\bar{\beta}} \right]$  при  $\beta_{0л} = \gamma_{0M} = 0$  для  $\alpha_{0л} = \vartheta_{0M}$ . При этом амплитуда колебаний  $\gamma_{MM}$  является малым углом. При выборе угла модели  $\vartheta_{0M} = \alpha_{0л} = 0$  соответственно измеряются вращательные производные  $m_{\bar{x}}^{\omega_x}$  и  $m_{\bar{y}}^{\omega_x}$ .
2. При работе на динамической установке по методу колеблющейся по углу  $\psi_{yM}$  вокруг оси  $O_0Y$  модели и постоянного потока воздуха можно имитировать частный режим 2) полета и измерять комплексы  $\left[ m_{\bar{x}}^{\omega_y} + \cos(\alpha_{0л}) \cdot m_{\bar{x}}^{\bar{\beta}} \right]$ ,  $\left[ m_{\bar{y}}^{\omega_y} + \cos(\alpha_{0л}) \cdot m_{\bar{y}}^{\bar{\beta}} \right]$  при  $\beta_{0л} = \psi_{0M} = 0$  для данного угла  $\alpha_{0л} = \vartheta_{0M} \neq \mp 90^\circ$  и при  $\alpha_{0л} = \vartheta_{0M} = 0$  для данного угла  $\beta_{0л} = \psi_{0M}$ . При этом амплитуда  $\psi_{yMM} = \Delta_2 \cdot \cos(\vartheta_{0M})$  ( $\Delta_2$  - малый угол). Поэтому измерения при углах  $\vartheta_{0M}$  близких к  $\mp 90^\circ$  - невозможны из-за значительного снижения амплитуды  $\psi_{yMM}$  и увеличения ошибок измерений.
3. Частный режим 3) полета с  $\omega_{xл} = \omega_{yл} = 0$  и переменной величиной  $\dot{\beta}_{л}$  можно имитировать: а) на динамической установке при неподвижной модели и угловых колебаниях потока воздуха с амплитудой угла  $\alpha_{BM}$ , обеспечивающей малость безразмерной угловой скорости  $\frac{l}{2V_{B.3}} \cdot \omega \cdot \alpha_{BM}$ ; б) на динамической установке при линейном боковом перемещении модели и постоянном потоке воздуха, так что отношение скоростей перемещения модели и воздуха не превышает 0.1. При имитации режима 3) измеряются производные  $m_{\bar{x}}^{\bar{\beta}}$ ,  $m_{\bar{y}}^{\bar{\beta}}$  для данных  $\alpha_{0л} = \vartheta_{0M}$ ,  $\beta_{0л} = \psi_{0M}$ .
4. Частный режим 4) полета с  $\omega_{xл} = 0$ ,  $\dot{\beta}_{л} = 0$  можно имитировать на динамической установке при антифазных колебаниях потока воздуха и модели с соотношением амплитуд  $\frac{\alpha_{BM}}{\psi_{yMM}} = \cos(\vartheta_{0M})$  и малом значении  $\psi_{yMM}$ , указанном в п.2 выводов. При этом предлагается измерять вращательные производные  $m_{\bar{x}}^{\omega_y}$  и  $m_{\bar{y}}^{\omega_y}$  при  $\beta_{0л} = \psi_{0M} = 0$  для данного  $\alpha_{0л} = \vartheta_{0M} \neq \mp 90^\circ$  и при  $\alpha_{0л} = \vartheta_{0M} = 0$  для данного  $\beta_{0л} = \psi_{0M}$ .

5. Частный режим 5) полета с  $\omega_{xл} = 0$ ,  $\dot{\beta}_л = 2 \cos(\alpha_{0л}) \cdot \omega_{ул}$  можно имитировать на динамической установке при синфазных колебаниях потока воздуха и модели с соотношением амплитуд

$\frac{\alpha_{вм}}{\Psi_{ум}} = \cos(\vartheta_{0м})$  и малом значении  $\Psi_{умм}$ , указанном в п.2 выводов. При этом предлагается изме-

рять комплексы  $\left[ m_x^{\bar{\omega}_y} + 2 \cos(\alpha_{0л}) \cdot m_x^{\bar{\beta}} \right]$ ,  $\left[ m_y^{\bar{\omega}_y} + 2 \cos(\alpha_{0л}) \cdot m_y^{\bar{\beta}} \right]$  при  $\beta_{0м} = \Psi_{0м} = 0$  для данного

$\alpha_{0л} = \vartheta_{0м} \neq \mp 90^\circ$  и при  $\alpha_{0л} = \vartheta_{0м} = 0$  для данного  $\beta_{0л} = \Psi_{0м}$ .

6. Измерения вращательных производных по п.4. выводов производятся с большей степенью точности, чем измерения комплексов по п. 5, в связи с возможностью задания больших амплитуд колебаний  $\Psi_{умм}$  и  $\alpha_{вм}$  при измерениях с одинаковыми углами  $\alpha_{0л} = \vartheta_{0м}$ .

### **Список литературы**

1. Бюшгенс Г. С., Студнев Р. В. Аэродинамика самолета: Динамика продольного и бокового движения. – М.: Машиностроение, 1979. –352 с.
2. Власов А. Н., Дубов Ю.Б., Студнев Р. В., Шибяев В. М. Использование нестационарных аэродинамических производных в уравнениях бокового движения самолета. –Труды ЦАГИ, 1984, вып. 2233.

3. Курьянов А. И., Столяров Г. И., Тотиашвили Л. Г., Тюнин Н. Н. Экспериментальное исследование вращательных и нестационарных производных самолета в аэродинамических трубах на дозвуковых скоростях. – Труды ЦАГИ, 1985, вып. 2290.
4. Захаров М. А. Исследование условий измерения вращательных и нестационарных производных бокового движения летательных аппаратов. //Электронный журнал "Труды МАИ", вып. 15. – <http://www.mai.ru> (25.03.04).
5. Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов. /Под редакцией Бюшгенса Г. С. – М.: Наука, 1998. – 816 с.
6. Белоцерковский С. М., Скрипач Б. К., Табачников В. Г. Крыло в нестационарном потоке газа. – М.: Наука, 1971. – 768 с.

---

Захаров Михаил Александрович, аспирант кафедры динамики и управления летательных аппаратов Московского авиационного института (государственного технического университета).