Trudy MAI. 2025. No. 145. (In Russ.)

Научная статья
УДК 519.862.6, 629.7.013.1
URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=186895
EDN: https://www.elibrary.ru/AYSHQN

ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ СТЕПЕННОЙ РЕГРЕССИОННОЙ МОДЕЛИ МАССЫ КРЫЛА САМОЛЁТА МЕТОДОМ ДВУХКРИТЕРИАЛЬНОГО ОЦЕНИВАНИЯ

М.П. БАЗИЛЕВСКИЙ✉

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Иркутский государственный университет путей сообщения», г. Иркутск, Россия

✉ mik2178@yandex.ru

Цитирование:. Базилевский М.П. Параметризация степенной регрессионной модели массы крыла самолёта методом двухкритериального оценивания // Труды МАИ. 2025. № 145. URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=186895

Аннотация. Проблема прогнозирования массы самолёта на начальном этапе его проектирования, а также массы отдельных его агрегатов, актуальна на сегодняшний день. Существуют разные методы решения этой проблемы. Один из них состоит либо в использовании хорошо зарекомендовавших себя «весовых формул», либо в получении с помощью регрессионного анализа новых зависимостей. Одними из самых тяжелых структурных компонентов больших транспортных самолётов являются крылья. Для прогнозирования массы крыла самолёта разработаны методы Торенбека, Шевелла, Хоува, Кунду, Шейнина, Бадягина и др. Часто математическая форма связи между массой крыла самолёта и влияющими на неё факторами выражается степенной функцией (функцией Кобба-Дугласа). Известно, что для построения степенной регрессии достаточно её прологарифмировать, а оценки полученной линейной регрессии идентифицировать с помощью метода наименьших квадратов. В данной работе для параметризации такой линейной регрессии предлагается использовать разработанный ранее метод двухкритериального оценивания. В результате применения этого метода формируется множество паретовских альтернатив, включающее оценки метода наименьших квадратов и модулей, а также других близких к ним идентификаторов. Для формирования множества Парето требуется решить серию задач линейного программирования. Приводится описание конкретного алгоритма параметризации степенной регрессии с помощью метода двухкритериального оценивания. С помощью предложенного алгоритма удалось улучшить качество разработанной ранее модели массы крыла самолёта, построенной на основе информации о характеристиках тридцати двух различных летательных аппаратов. По величине средней абсолютной ошибки улучшение составило примерно 31%, а по величине корня из среднеквадратичной ошибки - 26,4%.

Ключевые слова: регрессионный анализ, масса крыла самолёта, степенная регрессия, метод двухкритериального оценивания, метод наименьших квадратов, метод наименьших модулей, линейное программирование.

PARAMETERIZATION OF A POWER REGRESSION MODEL FOR AIRCRAFT WING MASS USING A TWO-CRITERIA ESTIMATION METHOD

M.P. BAZILEVSKIY✉

Irkutsk State Transport University, Irkutsk, Russia

✉ mik2178@yandex.ru

Citation: Bazilevskiy M.P. Parameterization of a power regression model for aircraft wing mass using a two-criteria estimation method // Trudy MAI. 2025. No. 145. (In Russ.). URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=186895

Abstract. The problem of predicting the mass of aircraft at the initial stage of their design, as well as the mass of their individual components, is a significant challenge today. There are various methods for addressing this issue, one of which is to utilize well-established «weight formulas» or to derive new relationships through regression analysis. One of the most significant structural components of large transport aircraft is the wings, and to estimate the mass of these wings various techniques have been developed including those proposed by Thorenbeck, Shevell, Howe, Kundu, Sheinin and Badyagin. Often a power function such as the Cobb-Douglas model is used to describe the relationship between wing mass and influencing factors, and it is necessary to construct a power regression model by taking the logarithm of the equation and estimating the coefficients of the resulting linear model using ordinary least squares. In this paper, we propose a previously developed two-criteria assessment method for parameterizing linear regression models. This method forms a set of Pareto-optimal alternatives, including estimates from the least squares and absolute deviation methods and other similar methods. To create the Pareto set, we solve a series of linear programming problems. We describe a specific algorithm for parameterizing power regression using this two-criterion method. Using the proposed algorithm, it was possible to improve the quality of the previously developed model of aircraft wing mass based on information about thirty-two different aircraft characteristics. In terms of mean absolute error, the improvement was approximately 31%, and in terms of root mean square error, it was 26.4%.

Keywords: regression analysis, aircraft wing mass, power regression, two-criteria estimation method, ordinary least squares method, least absolute deviations method, linear programming.

Введение

Важнейшей задачей процесса проектирования самолёта на ранних этапах является прогнозирование его массы, а также массы отдельных агрегатов. Точный прогноз массы самолёта позволяет оценить целесообразность разрабатываемого проекта. Крылья [1-4] являются одними из самых тяжелых структурных компонентов больших транспортных самолетов. Разработке методов прогнозирования массы крыла в последние годы уделяется значительное внимание в научной литературе (см., например, [5-8]). В работе [9] представлена следующая классификация методов оценки массы крыла.

1. Эмпирические и полуэмпирические методы. Эти методы предполагают либо использование уже известных так называемых «весовых формул» для оценки массы крыла самолёта, либо получение новых зависимостей с

использованием инструментов регрессионного анализа на основе обработки статистических данных по ранее построенным самолётам.

2. Аналитические и квазианалитические методы. Они основаны на методах структурного анализа для расчета количества материала, необходимого для удовлетворения требований к прочности и жесткости конструкции. Эти методы требуют подробную информацию о геометрии и конструкции крыла.

3. Методы структурной оптимизации на основе конечных элементов. Они полезны при расчете массы обычных и нетрадиционных конфигураций самолетов, построенных из современных композитных материалов. С помощью этих методов можно достичь высокой точности оценки массы крыла, но время вычислений может быть относительно велико.

В [10] предложен подход к оценке массы крыла самолёта на основе коэффициента силового фактора, что предполагает использование метода конечных элементов и численных методов аэродинамики. На основе этого подхода в [8] разработана методика определения весовых характеристик крыла большого удлинения. А в [11] повышена точность весовых расчетов крыльев.

В [5] рассмотрены следующие эмпирические и полуэмпирические методы прогнозирования массы крыла самолёта: методы Торенбека (1976 г., 1994 г.), Шевелла (1983 г.), Хоува (2000 г.), Кунду (2010 г.), метод LTH (Luftfahrttechnisches Handbuch, 2011 г.), Элхэма (2013 г.), Басгалла (2020 г.). Также в [5] с использованием регрессии в виде кусочно-заданной степенной функции получена новая модель, которая по величине среднеквадратической ошибки оказалась качественнее существующих восьми формул.

Описания многих известных «весовых формул» для прогнозирования массы крыла самолёта содержатся в [12,13].

В [7] указано, что «весовые формулы» по сложности и точности делятся на 4 уровня: 1) для предварительных расчетов; 2) формулы первого уровня (Шенли, Егер, Шейнин); 3) формулы второго уровня (Дриггс, Бадягин); 4) формулы третьего уровня. Также в [7] построены весовые модели фюзеляжа, крыла и оперения.

В [14] отмечено, что масса может быть получена итерационно – сначала по приближенным, так называемым прикидочным формулам (Козловский, Дриггс), а затем она может уточняться по формулам первого (Шейнин, Зинин, Знаменский, Паттерсон, Бадягин) и второго приближения (Торенбик, Фадеев). Со ссылкой на [15] приведена следующая классификация «весовых формул»: теоретические (Ланчестер, Липпиш, Литвинов), эмпирические (Эверлинг, Гаснер, Савельев, Дриггс, Барнвелл, Лахман, Уорнер) и теоретические с эмпирическими коэффициентами (Литвинов). Также в [14] построена весовая модель складного крыла, апробированная на самолётах Су-33 и МиГ-29К.

В [16] справедливо замечено, что эмпирические и полуэмпирические методы требуют опыт предыдущих разработок, поэтому в [16] ставится задача проектирования базы данных весовых моделей самолётов разных типов.

Таким образом, регрессионный анализ играет важную роль при построении моделей массы крыла самолёта. Причём, оценивание таких моделей осуществляется преимущественно самым простым в вычислительном плане методом наименьших квадратов (МНК). Однако существуют и другие известные методы. Например, метод наименьших модулей (МНМ) [17], при котором оптимальные оценки вычисляются путём минимизации суммы модулей отклонений фактических от расчетных значений выходной переменной. МНМ, в отличие от МНК, относится к робастным методам оценки, т.е. устойчивым к выбросам в данных. К робастным также относится метод L_v-оценки, описанный в [18]. Относительно недавно автором был разработан новый метод оценки параметров регрессионных моделей – метод двухкритериального оценивания [19] с помощью МНК и МНМ. В [20] установлено, что использовать этот метод желательно в результате нормирования всех переменных. Возникла идея использовать метод двухкритериального оценивания для параметризации степенной модели массы крыла самолёта. Степенные регрессии [21], известные в эконометрике, как производственные функции Кобба-Дугласа [22], легко линеаризуются с помощью логарифмирования.

Цель статьи – впервые испытать метод двухкритериального оценивания с помощью МНК и МНМ для повышения точности множественной степенной модели массы крыла самолёта.

1. Алгоритм оценки параметров степенной регрессии

Пусть зависимая (объясняемая) переменная y принимает значения y_i, $i=\overline{1,n}$, а независимые (объясняющие) переменные x_1, x_2, …, x_l – значения x_{ij}, $i=\overline{1,n}$, $j=\overline{1,l}$. Тогда модель множественной степенной регрессии с аддитивными ошибками ε_i, $i=\overline{1,n}$, имеет вид:

$$y_i=\alpha_0\cdot\prod_{j=1}^{l}x_{ij}^{\alpha_j}+\varepsilon_i,\qquad i=\overline{1,n},\tag{1}$$

где α_0, α_1, …, α_l – неизвестные параметры.

Регрессия (1) относится к классу нелинейных по параметрам моделей, поэтому её параметризация подразумевает использование сложных методов нелинейной оптимизации. В связи с этим целесообразно перейти от (1) к степенной регрессии с мультипликативными ошибками:

$$y_i=\alpha_0\cdot\prod_{j=1}^{l}x_{ij}^{\alpha_j}\cdot\varepsilon_i,\ i=\overline{1,n}.\tag{2}$$

В отличие от (1), как известно, степенная регрессия (2) легко линеаризуется. Для этого нужно её прологарифировать следующим образом:

$$\ln y_i=\ln\alpha_0+\sum_{j=1}^{l}\alpha_j\ln x_{ij}+\ln\varepsilon_i,\qquad i=\overline{1,n}.\tag{3}$$

Используя замены переменных $y_i^*=\ln y_i$, $x_{i1}^*=\ln x_{i1}$, …, $x_{il}^*=\ln x_{il}$, $\varepsilon_i^*=\ln\varepsilon_i$, $i=\overline{1,n}$, $\alpha_0^*=\ln\alpha_0$, перейдём от (3) к линейной регрессии следующего вида:

$$y_i^*=\alpha_0^*+\sum_{j=1}^{l}\alpha_j x_{ij}^*+\varepsilon_i^*,\qquad i=\overline{1,n}.\tag{4}$$

Обозначим найденные любым известным методом оценки параметров модели (4) как $\tilde\alpha_0^*$, $\tilde\alpha_1$, …, $\tilde\alpha_l$. Тогда результирующее уравнение степенной регрессии (2) будет иметь вид:

$$\tilde{y} = \tilde{\alpha}_0 \cdot \prod_{j=1}^{l} x_j^{\tilde{\alpha}_j}, \qquad (5)$$

где $\tilde{\alpha}_0 = e^{\tilde{\alpha}_0^*}$.

Для проверки адекватности модели (5) могут быть использованы различные критерии. Это можно сделать, например, вычислив среднюю абсолютную ошибку регрессии

$$MAE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|e_i|,$$

либо корень из среднеквадратичной ошибки

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}e_i^2},$$

где $e_i = y_i - \tilde{y}_i$, $i = \overline{1,n}$ – остатки регрессии.

Для параметризации линейной регрессии (4) будем использовать предложенный в [19] метод двухкритериального оценивания. Он реализуется путём решения для выбранных с отрезка [0,1] значений параметра ρ соответствующих задач линейного программирования:

$$(1-\rho)\sum_{i=1}^{n}(u_i + v_i) + \rho\sum_{k=1}^{l+1}(q_k + w_k) \to \min, \qquad (6)$$

$$\alpha_0^* + \sum_{j=1}^{l}\alpha_j x_{ij}^* + u_i - v_i = y_i^*, \qquad i = \overline{1,n}, \qquad (7)$$

$$\alpha_0^* x_{k1}^{\#} + \sum_{j=2}^{l+1}\alpha_{j-1} x_{kj}^{\#} + q_k - w_k = y_k^{\#}, \qquad k = \overline{1,l+1}, \qquad (8)$$

$$u_i \geq 0,\ v_i \geq 0, \qquad i = \overline{1,n}, \qquad (9)$$

$$q_k \geq 0,\ w_k \geq 0, \qquad k = \overline{1,l+1}, \qquad (10)$$

где $x_{kj}^{\#}$, $k, j = \overline{1, l+1}$ – элементы матрицы $K_{x^* x^*} = \begin{pmatrix} n & \sum\limits_{i=1}^{n} x_{i1}^* & \dots & \sum\limits_{i=1}^{n} x_{il}^* \\ \sum\limits_{i=1}^{n} x_{i1}^* & \sum\limits_{i=1}^{n} \left(x_{i1}^*\right)^2 & \dots & \sum\limits_{i=1}^{n} x_{i1}^* x_{il}^* \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum\limits_{i=1}^{n} x_{il}^* & \sum\limits_{i=1}^{n} x_{i1}^* x_{il}^* & \dots & \sum\limits_{i=1}^{n} \left(x_{il}^*\right)^2 \end{pmatrix}$; $y_k^{\#}$,

$k = \overline{1, l+1}$ – элементы вектора $K_{y^* x^*} = \begin{pmatrix} \sum\limits_{i=1}^{n} y_i^* \\ \sum\limits_{i=1}^{n} x_{i1}^* y_i^* \\ \dots \\ \sum\limits_{i=1}^{n} x_{il}^* y_i^* \end{pmatrix}$.

Значения ρ можно выбрать, равномерно разбив отрезок [0,1] точками, например, с шагом 0,01. Решив для каждой такой точки задачу линейного программирования (6) – (10), можно сформировать так называемое паретовское множество оценок параметров линейной регрессии (4). Причем, из-за свободы в выборе параметра ρ это множество может быть не полным.

Нетрудно заметить, что при $\rho = 0$ решение задачи (6) – (10) даёт МНМ-оценки линейной регрессии (4), а при $\rho = 1$ – МНК-оценки. Сформированное множество Парето обязательно включает в себя две этих разновидности известных оценок, а при $0 < \rho < 1$ может включать и другие близкие к ним по смыслу альтернативы.

В [20] показано, что при нормировании переменных множество Парето оказывается представительнее, чем при использовании ненормированных показателей. Нормирование (стандартизация) предполагает преобразование всех исходных переменных линейной регрессии (4) по формулам:

$$y_i^{\bullet} = \frac{y_i^* - \overline{y^*}}{\sigma_{y^*}},\ x_{i1}^{\bullet} = \frac{x_{i1}^* - \overline{x_1^*}}{\sigma_{x_1^*}},\ \dots,\ x_{il}^{\bullet} = \frac{x_{il}^* - \overline{x_l^*}}{\sigma_{x_l^*}},\ i = \overline{1, n},$$

где $\overline{y^*}$, $\overline{x_1^*}$, …, $\overline{x_l^*}$ – средние значения переменных; σ_{y^*}, $\sigma_{x_1^*}$, …, $\sigma_{x_l^*}$ – стандартные отклонения.

Замена исходных переменных y^*, x_1^*, …, x_l^* на нормированные переменные $y^\bullet$, $x_1^\bullet$, …, $x_l^\bullet$ в задачах линейного программирования (6) – (10) также приводит к формированию множества Парето, но уже для стандартизованной линейной регрессии

$$y_i^\bullet = \beta_0 + \sum_{j=1}^{l} \beta_j x_{ij}^\bullet + \varepsilon_i^\bullet, \qquad i = \overline{1,n}, \tag{11}$$

где неизвестные стандартизованные коэффициенты β_0, β_1, …, β_l связаны с параметрами линейной регрессии (4) соотношениями:

$$\alpha_j = \beta_j \frac{\sigma_{y^*}}{\sigma_{x_j^*}},\ j = \overline{1,l}, \qquad \alpha_0^* = \overline{y^*} + \beta_0 \sigma_{y^*} - \sum_{j=1}^{l} \alpha_j \overline{x_j^*}. \tag{12}$$

Таким образом, метод двухкритериального оценивания линейной регрессии (4) приводит к формированию для каждого неизвестного параметра целого множества различных оценок. Возникает вопрос, какие из этих оценок следует считать наилучшими? Будем считать наилучшими те оценки из множества Парето, которые обеспечивают минимальное значение критерия *MAE* или *RMSE* для модели (5). Тогда справедлив следующий алгоритм оценки неизвестных параметров степенной регрессии (2).

1. Прологарифмировать переменные y, x_1, …, x_l, получив показатели y^*, x_1^*, x_2^*, …, x_l^*.

2. Осуществить нормирование переменных y^*, x_1^*, …, x_l^*, получив показатели $y^\bullet$, $x_1^\bullet$, …, $x_l^\bullet$.

3. Оценить неизвестные параметры стандартизованной линейной регрессии (11) методом двухкритериального оценивания. Это означает решение в зависимости от выбранных с отрезка [0,1] значений параметра ρ задач линейного программирования (6) – (10) и формирование множества Парето.

4. Перейти от оценок стандартизованной линейной регрессии (11) к оценкам линейной регрессии (4) по формулам (12).

5. Для каждой альтернативы из множества Парето по формуле (5) найти расчетные значения зависимой переменной y.

6. Выбрать альтернативу, обеспечивающую минимум критерия *MAE* или *RMSE*.

Поскольку в представленном алгоритме среди альтернативных оценок модели используются оценки, полученные с помощью МНМ и МНК, то выбранная по критерию качества *MAE* или *RMSE* наилучшая альтернатива всегда будет не хуже регрессии, построенной любым из этих двух методов.

2. Моделирование массы крыла самолёта

Для моделирования была использована выборка данных, по которой в [7] была построена степенная модель массы конструкции крыла самолёта. Эта выборка содержит информацию о характеристиках 32-х различных самолетов: Cessna 150A, И-1Л, Beechcraft V35B, Nord 262, Ан-24, Learjet 28, Ту-134, Boeing 737-200 и пр. Зависимой переменной выступает y – вес конструкции крыла; независимыми переменными x_1 – площадь крыла, x_2 – удлинение крыла, x_3 – относительная толщина профиля, x_4 – сужение крыла.

Была поставлена задача оценить параметры степенной регрессии вида

$$y_i = \alpha_0 \cdot x_{i1}^{\alpha_1} \cdot x_{i2}^{\alpha_2} \cdot x_{i3}^{\alpha_3} \cdot x_{i4}^{\alpha_4} \cdot \varepsilon_i, \qquad i = \overline{1,n},$$

по предложенному в предыдущем разделе алгоритму. Состав входящих в модель переменных было принято решение не менять. Однако в случае необходимости — это можно сделать с использованием описанного в [23] математического аппарата.

Сначала все переменные были прологарифмированы, а потом – нормированы. Значения параметра ρ были выбраны путём равномерного разбиения отрезка [0,1] точками с шагом 0,01. Для каждой такой точки была решена задача линейного программирования (6) – (10). В результате двухкритериального оценивания стандартизованной линейной регрессии (11) было сформировано множество Парето, восемь альтернатив которого представлены в таблице 1.

Таблица 1

Множество Парето оценок стандартизованной линейной регрессии

ρ	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4
0 – 0,01	0,007554	0,860965	0,099654	-0,212207	0,089220
0,02	0,006850	0,862636	0,100457	-0,214122	0,088872
0,03	0	0,878911	0,108278	-0,232766	0,085482
0,04	0	0,863762	0,100687	-0,214633	0,096293
0,05 – 0,06	0	0,879792	0,108304	-0,222919	0,095054
0,07 – 0,1	0	0,869152	0,081993	-0,203228	0,113135
0,11 – 0,19	0	0,898969	0,071109	-0,201914	0,131175
0,2 – 1	0	0,894934	0,072940	-0,202495	0,137400

С использованием данных из таблицы 1 по формулам (12) были найдены оценки линейных регрессий (4), после чего для каждой из них найдены результирующие уравнения степенных регрессий:

$$\tilde{y} = e^{-3,717} x_1^{1,686} x_2^{0,62} x_3^{-1,399} x_4^{0,287}, \qquad (13)$$

$$\tilde{y} = e^{-3,763} x_1^{1,689} x_2^{0,625} x_3^{-1,412} x_4^{0,286}, \qquad (14)$$

$$\tilde{y} = e^{-4,218} x_1^{1,721} x_2^{0,673} x_3^{-1,535} x_4^{0,275}, \qquad (15)$$

$$\tilde{y} = e^{-3,808} x_1^{1,691} x_2^{0,626} x_3^{-1,415} x_4^{0,31}, \qquad (16)$$

$$\tilde{y} = e^{-4,121} x_1^{1,722} x_2^{0,674} x_3^{-1,47} x_4^{0,306}, \qquad (17)$$

$$\tilde{y} = e^{-3,498} x_1^{1,702} x_2^{0,51} x_3^{-1,34} x_4^{0,364}, \qquad (18)$$

$$\tilde{y} = e^{-3,592} x_1^{1,76} x_2^{0,442} x_3^{-1,331} x_4^{0,422}, \qquad (19)$$

$$\tilde{y} = e^{-3,611} x_1^{1,752} x_2^{0,454} x_3^{-1,335} x_4^{0,442}. \qquad (20)$$

Модель (13) соответствует оцененной с помощью МНМ линейной регрессии, а модель (20) – с помощью МНК. Модели (14) – (19) соответствуют альтернативным оценкам линейной регрессии, отличным от МНМ и МНК, но близким к ним.

В работе [7] с помощью МНК построена точно такая же модель (20), для которой *MAE* = 222,796, *RMSE* = 1924,103.

В нашем случае из всех степенных регрессий (13) – (20) лучшей по величине MAE оказалась модель (13), для которой MAE = 153,842, а по величине $RMSE$ модель (16), для которой $RMSE$ = 1415,301. Таким образом, по критерию MAE с помощью предложенного алгоритма удалось улучшить качество степенной регрессии массы крыла самолёта примерно на 31%, а по критерию $RMSE$ – на 26,4%. Полученный результат говорит о целесообразности применения на практике метода двухкритериального оценивания в процессе параметризации степенных регрессий.

Заключение

В статье предложен алгоритм параметризации степенных регрессионных моделей с мультипликативными ошибками с использованием в процессе идентификации метода двухкритериального оценивания. С применением предложенного алгоритма были получены более точные по критериям MAE и $RMSE$ модели массы крыла самолёта. Причём, оценки одной из двух полученных регрессий отличны как от оценок МНМ, так и от оценок МНК.

Стоит отметить, что в процессе моделирования была использована традиционная функция Кобба-Дугласа и не использовались какие-либо неэлементарные преобразования объясняющих переменных, например, описанные в [24]. А именно за счёт применения кусочно-заданных функций в современной работе [5] получена довольно точная «весовая формула» крыла самолёта. Отсюда следует, что применение предложенного в данной статье алгоритма в сочетании с кусочно-заданными функциями Кобба-Дугласа может привести к существенному улучшению полученных результатов.

Конфликт интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Conflict of interest

The author declares no conflict of interest.

Список источников

1. Балунов К.А., Соляев Ю.О., Голубкин К.С. Применение метода топологической оптимизации для синтеза конструктивно-силовой схемы в зоне излома крыла большого удлинения // Труды МАИ : электрон. журн. 2023. № 129. 30 с. DOI 10.34759/trd-2023-129-04.

2. Корнев С.В., Пименов И.А. Численное исследование поля скоростей за крылом при различном расположении горизонтального оперения по высоте // Труды МАИ : электрон. журн. 2022. № 123. 23 с. DOI: 10.34759/trd-2022-123-07.

3. Экспериментальное исследование концевых вихрей за крылом конечного размаха / Р.П. Степанов, А.Н. Кусюмов, С.А. Михайлов, Н.Н. Тарасов // Труды МАИ : электрон. журн. 2019. № 107. 31 с. URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=107894.

4. Абрамова К.А., Судаков В.Г. Оптимизация управления течением с помощью тангенциального выдува на трансзвуковом профиле крыла // Труды МАИ : электрон. журн. 2019. № 105. 21 с. URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=104133.

5. Dababneh O., Conway-Smith J.T. An evaluation of the accuracy of existing empirical and semi-empirical methods for predicting the wing mass of large transport aircraft // Aerospace. 2025. Vol. 12, no. 2. Art. 142. DOI 10.3390/aerospace12020142.

6. Wensheng Z.H.U., Zhouwei F.A.N., Xiongqing Y.U. Structural mass prediction in conceptual design of blended-wing-body aircraft // Chinese Journal of Aeronautics. 2019. Vol. 32, no. 11. P. 2455–2465. DOI 10.1016/j.cja.2019.08.003

7. Ресулкулыева Г., Серебрянский С.А. Весовая модель конструкции фюзеляжа, крыла и оперения самолета на основе регрессионного анализа // Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD’2022) : труды пятнадцатой международной конференции (26–28 сентября 2022 г., Москва, Россия) : научное электронное издание / под общ. ред. С.Н. Васильева, А.Д. Цвиркуна. М. : ИПУ РАН, 2022. С. 918–924.

8. Эспиноса Барсенас О.У., Лукьянов О.Е. Методика оценки весовых характеристик конструкции крыльев транспортных самолётов с использованием многодисциплинарного численного моделирования и методов

многокритериальной оптимизации // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2020. Т. 22, № 5. С. 120–127. DOI 10.37313/1990-5378-2020-22-5-120-127.

9. Dababneh O., Kipouros T. A review of aircraft wing mass estimation methods // Aerospace Science and Technology. 2018. Vol. 72. P. 256–266. DOI 10.1016/j.ast.2017.11.006.

10. Комаров В.А. Весовой анализ авиационных конструкций: теоретические основы // Полет : общерос. науч.-техн. журнал. 2000. № 1. С. 31–39.

11. Лаптева М.Ю. Повышение точности весовых расчетов крыльев // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2011. Т. 13, № 1/2. С. 322–325.

12. Шейнин В.М., Козловский В.И. Весовое проектирование и эффективность пассажирских самолётов. М. : Машиностроение, 1984. 552 с.

13. Проектирование самолётов / С.М. Егер, В.Ф. Мишин, Н.К. Лисейцев и др. М. : Логос, 2005. 648 с.

14. Ярыгина М.В. Проектирование и весовой анализ конструкции складного крыла // Труды МАИ : электрон. журн. 2012. № 51. 24 с. URL: https://trudymai.ru/upload/iblock/f98/proektirovanie-i-vesovoy-analiz-konstruktsii-skladnogo-kryla.pdf.

15. Литвинов В.М., Литвинов Е.В. Методы расчета массы конструкции летательного аппарата по требованиям прочности и жесткости. М. : Издат. отдел ЦАГИ, 2008. 202 с.

16. Вышинский Л.Л., Флеров Ю.А. Теоретические основы формирования весового облика самолета // Информатика и её применения. 2021. Т. 15, № 4. С. 93–102. DOI 10.14357/19922264210413.

17. Caner M. A note on least absolute deviation estimation of a threshold model // Econometric Theory. 2002. Vol. 18, no. 3. P. 800–814. DOI 10.1017/S0266466602183113.

18. Демиденко Е.З. Линейная и нелинейная регрессии. М. : Финансы и статистика, 1981. 303 с.

19. Базилевский М.П. Двухкритериальное оценивание линейных регрессионных моделей методами наименьших модулей и квадратов // International Journal of Open Information Technologies. 2024. Vol. 12, no. 6. C. 76–81.

20. Базилевский М.П. Исследование метода двухкритериального оценивания линейных регрессионных моделей // Цифровые модели и решения. 2024. Т. 3, № 4. С. 79–90. DOI 10.29141/2949-477X-2024-3-4-5

21. Определение параметров устойчивого борта карьера с использованием функции множественной степенной регрессии на примере Кия – Шалтырского нефелинового рудника / И.В. Патачаков, И.Ю. Боос, Д.И. Гуща, Н.В. Еретнов, А.Ю. Актелова // Маркшейдерский вестник. 2019. № 6. С. 53–57.

22. Mohajan H.K. Estimation of cost minimization of garments sector by Cobb-Douglas production function: Bangladesh perspective // Annals of Spiru Haret University. Economic Series. 2021. Vol. 21, no. 2. P. 267–299.

23. Базилевский М.П. Отбор оптимального числа информативных регрессоров по скорректированному коэффициенту детерминации в регрессионных моделях как задача частично целочисленного линейного программирования // Прикладная математика и вопросы управления. 2020. № 2. С. 41–54.

24. Базилевский М.П. Метод построения неэлементарных производственных функций Кобба – Дугласа // Прикладная математика и вопросы управления. 2023. № 1. С. 102–115.

References

1. Balunov K.A., Solyaev Yu.O., Golubkin K.S. *Trudy MAI: elektron. zhurn.,* 2023, no. 129, 30 p. DOI 10.34759/trd-2023-129-04.

2. Kornev S.V., Pimenov I.A. *Trudy MAI: elektron. zhurn.,* 2022, no. 123, 23 p. DOI 10.34759/trd-2022-123-07.

3. Stepanov R.P., Kusyumov A.N., Mikhaylov S.A., Tarasov N.N. *Trudy MAI: elektron. zhurn.,* 2019, no. 107, 31 p. Avialable at: https://trudymai.ru/published.php?ID=107894.

4. Abramova K.A., Sudakov V.G. *Trudy MAI: elektron. zhurn.,* 2019, no. 105, 21 p. URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=104133.

5. Dababneh O., Conway-Smith J.T. An evaluation of the accuracy of existing empirical and semi-empirical methods for predicting the wing mass of large transport aircraft. *Aerospace*, 2025, vol. 12, no. 2, art. 142. DOI 10.3390/aerospace12020142.

6. Wensheng Z.H.U., Zhouwei F.A.N., Xiongqing Y.U. Structural mass prediction in conceptual design of blended-wing-body aircraft. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2019, vol. 32, no. 11, pp. 2455–2465. DOI 10.1016/j.cja.2019.08.003

7. Resulkulyeva G., Serebryanskii S.A. *Upravlenie razvitiem krupnomasshtabnykh sistem (MLSD'2022) : trudy pyatnadtsatoi mezhdunarodnoi konferentsii (26–28 sentyabrya 2022 g., Moskva, Rossiya)* [Management of large-scale system development (MLSD'2022)], Moscow, IPU RAN, 2022. pp. 918–924.

8. Espinosa Barcenas O.U., Lukyanov O.E. *Izvestia of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences*, 2020, vol. 22, no. 5, pp. 120–127. DOI 10.37313/1990-5378-2020-22-5-120-127.

9. Dababneh O., Kipouros T. *Aerospace Science and Technology*, 2018, vol. 72, pp. 256–266. DOI 10.1016/j.ast.2017.11.006.

10. Komarov V.A. *Polet: obshcheros. nauch.-tekhn. Zhurnal,* 2000, no. 1, pp. 31–39.

11. Lapteva M.Yu. *Izvestia of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences*, 2011, vol. 13, no. 1/2, pp. 322–325.

12. Sheynin V.M., Kozlovskiy V.I. *Vesovoe proektirovanie i effektivnost' passazhirskikh samoletov* [Weight design and efficiency of passenger aircraft]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1984. 552 p.

13. Eger S.M., Mishin V.F., Liseytsev N.K. et al. *Proektirovanie samoletov* [Aircraft design]. Moscow, Logos, 2005. 648 p.

14. Yarygina M.V. Design and weight analysis of a folding wing structure. *Trudy MAI: elektron. zhurn.,* 2012, no. 51, 24 p. Avialable at: https://trudymai.ru/upload/iblock/f98/proektirovanie-i-vesovoy-analiz-konstruktsii-skladnogo-kryla.pdf.

15. Litvinov V.M., Litvinov E.V. *Metody rascheta massy konstruktsii letatel'nogo apparata po trebovaniyam prochnosti i zhestkosti* [Methods for calculating the mass of an aircraft structure based on strength and rigidity requirements]. Moscow, TsAGI Publ., 2008, 202 p.

16. Vyshinsky L.L., Flerov Yu.A. *Informatics and Applications*, 2021, vol. 15, no. 4, P. 93–102. DOI 10.14357/19922264210413.

17. Caner M. A note on least absolute deviation estimation of a threshold model. *Econometric Theory*. 2002. vol. 18, no. 3, pp. 800–814. DOI 10.1017/S0266466602183113.

18. Demidenko E.Z. *Lineinaya i nelineinaya regressii* [Linear and non-linear regressions]. Moscow, Finance & Statistics Publ., 1981, 303 p.

19. Bazilevskiy M.P. *International Journal of Open Information Technologies*, 2024, vol. 12, no. 6, pp. 76–81.

20. Bazilevskiy M.P. *Digital Models and Solutions*, 2024, vol. 3, no. 4, pp. 79–90. DOI 10.29141/2949-477X-2024-3-4-5.

21. Patachakov I.V., Boos I.Yu., Gushcha D.I., Eretnov N.V., Aktelova A.Yu. *Mine Surveying Bulletin*, 2019, no. 6, pp. 53–57.

22. Mohajan H.K. Estimation of cost minimization of garments sector by Cobb-Douglas production function: Bangladesh perspective. *Annals of Spiru Haret University. Economic Series*, 2021, vol. 21, no. 2, pp. 267–299.

23. Bazilevskiy M.P. *Applied Mathematics and Control Sciences*, 2020, no. 2, pp. 41-54.

24. Bazilevskiy M.P. *Applied Mathematics and Control Sciences*, 2023, no. 1, pp. 102-115.

Информация об авторах

Михаил Павлович Базилевский, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Иркутский государственный университет путей сообщения» г. Иркутск, Россия; e-mail: mik2178@yandex.ru

Information about the authors

Mikhail P. Bazilevskiy, Irkutsk State Transport University, Irkutsk, Russia; e-mail: mik2178@yandex.ru

Получено 7 апреля 2025 ● Принято к публикации 10 ноября 2025 ● Опубликовано 30 декабря 2025
Received 7 April September 2025 ● Accepted 10 November 2025 ● Published 30 December 2025